

# Musterlösung zu Übungsblatt 3

Thomas Graf  
EF / WF Informatik 2018-2019  
Programmieren in Python I

16. September 2018

## 1 Jede dritte Zahl (★)

```
1 for i in range(8,150,3):  
2     print(i)
```

## 2 Lesen im Skript (★★)

keine Musterlösung nötig

## 3 079... (★★)

```
1 for num in range(790000000,790002000):  
2     print('0' + str(num)) # fuege das Symbol '0' vorne an
```

## 4 Vermutung bestätigen (★ ★ ★)

a)

```
1 def check_assumption(n):
2     for i in range(2,n+1):
3         if (n**3 - n) % 3 != 0:
4             print('Die Behauptung ist zumindest fuer n =',i,'falsch')
5             return(False)
6     print('Die Behauptung stimmt zumindest bis n =',n)
7     return(True)
```

b)

Wir beweisen Vermutung (1) aus Übungsblatt 2 durch vollständige Induktion.

### Induktionsanfang

Die Aussage ist korrekt für  $n = 2$ , da  $n^3 - n = 6$  durch 3 teilbar ist.

### Induktionsschritt

Wir zeigen, dass wenn die Aussage für  $n \geq 2$  gilt, dann gilt sie auch für  $n + 1$ .  
Für  $n + 1$  lautet die Behauptung: 3 ist ein Teiler von  $(n + 1)^3 - (n + 1)$ . Wir wollen überprüfen, ob diese Behauptung stimmt (unter der Annahme, dass die Aussage für  $n$  erfüllt ist):

$$\begin{aligned}(n + 1)^3 - (n + 1) &= \\ n^3 + 3n^2 + 3n + 1 - (n + 1) &= \\ n^3 + 3n^2 + 2n &= \\ n^3 - n + 3n^2 + 3n &= \\ \underbrace{n^3 - n}_{\text{Induktionsvoraussetzung}} + \underbrace{3(n^2 + n)}_{\text{ganzzahliges Vielfaches von 3}}\end{aligned}$$

Der Erste Summand ist nach Induktionsvoraussetzung durch 3 teilbar. Der zweite Faktor ist als ganzzahliges Vielfaches von 3 ebenfalls durch 3 teilbar.  
Damit ist die Aussage auch für  $n + 1$  erfüllt.

## Alternativer Beweis

Noch etwas kürzer ist ein ganz direkter Beweis durch Faktorisierung:

$$n^3 - n = (n - 1)n(n + 1).$$

Offensichtlich muss einer dieser drei Faktoren durch die Zahl 3 teilbar sein. Dies gilt für jedes  $n$ .

## 5 Schachbrett (♾)

```
1 def draw_chessboard(n, s, upper_left = 'black'):
2
3     black_white = int(n/2) * (s * '1' + s * '0')
4     white_black = int(n/2) * (s * '0' + s * '1')
5
6     if upper_left == 'black':
7         first = black_white
8         second = white_black
9     else:
10        first = white_black
11        second = black_white
12
13    for n_row in range(int(n/2)):
14        for s_row in range(s):
15            print(first)
16        for s_row in range(s):
17            print(second)
18
19    # draw example
20    draw_chessboard(6, 3, upper_left = 'white')
```