

Faculté Polytechnique



Optimisation Non Linéaire Homework 1

GUILY Thomas, MAGAÑA LOPEZ Gustavo



Sous la direction du professeur VANDAELE Arnaud

Année Académique 2018-2019

Partie b: Ecrire le problème de moindres carrés sous la forme quadratique (1)

Premièrement on a la forme quadratique, pour une fonction $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^T Qx - c^T x + p \quad (1)$$

Le problème de moindres carrés:

$$\min \frac{1}{2} \|Ax - b\|_2^2 \quad (2)$$

A partir de ça, il suffit de faire quelques transformations algébriques:

$$\min \frac{1}{2} \|Ax - b\|_2^2 = \min \frac{1}{2} (Ax - b)^T \cdot (Ax - b) \quad (3)$$

La suite:

$$\min \frac{1}{2} (x^T A^T - b^T) \cdot (Ax - b) \quad (4)$$

En faisant le produit, on a:

$$\min \frac{1}{2} (x^T A^T Ax - x^T A^T b - b^T Ax + b^T b) \quad (5)$$

Donnée l'hypothèse qu'on a une fonction $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ et aussi de la définition de la norme, on a que chaque élément de la somme appartient à \mathbb{R} :

$$x^T A^T b = (x^T A^T b)^T \quad (6)$$

$$x^T A^T b = b^T (x^T A^T)^T \quad (7)$$

$$x^T A^T b = b^T Ax \quad (8)$$

Avec cette symétrie l'équation (5) devient:

$$\min \frac{1}{2} (x^T A^T Ax - 2b^T Ax + b^T b) \quad (9)$$

$$\min \frac{1}{2} x^T A^T Ax - b^T Ax + \frac{1}{2} b^T b \quad (10)$$

Avec les définitions suivantes:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{2} A^T A \\ c^T &= b^T A \\ p &= \frac{1}{2} b^T b \end{aligned} \quad (11)$$

On peut écrire le problème de moindres carrés sous la forme (1).