MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

COPIE
BACCALAURÉATS GÉNÉRAL ET TECHNOLOGIQUE

Epreuve

Série	Baccalauréat général
Session	2023
Epreuve	EDS - Mathématiques
Sujet	23-MATJ1ME1

Candidat

Nom de famille (naissance, usage)	LOUREIRO
Prénom(s)	Thomas Paul
N° Candidat	01949842452
N° d'inscription	004
Né(e) le	08/12/2005

Copie

Nombre de page(s)	12

Notation

Note	17 / 20

Appréciation

Excellente copie

Modèle CCYC : ©DNE
Nom de famille (naissance) : LOURETRO
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)
Prénom(s) : THOMAS
N° candidat : 01549842452
N° d'inscription : 004
(Les numéros figurent sur la convocation.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 08/12/2005
1.1

Concours / Examen : Bac général
Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Spécialité
Matière : Mathématiques

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en majuscules le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : Mars 2023

Exercice 4 :

6. $V_{EGBD} = \frac{1}{3} Bh$. ~~$B = \frac{\sqrt{6}}{2}$~~ et $h = ET = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$B = \mathcal{A}_{BDC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Donc $V_{EGBD} = \frac{1}{3} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{3}$ unités de volume.

Donc le volume du tétraèdre EGBD est $\frac{1}{3}$ unités de volume ok

Modèle CCYC : ©DNE
Nom de famille (naissance) : LOUREIRO
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)
Prénom(s) : THOMAS
N° candidat : 01949842452   N° d'inscription : 004
(Les numéros figurent sur la convocation.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 08/12/2005
1.1

Concours / Examen : Bac général   Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Spécialité   Matière : Mathématiques

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en majuscules le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agraphage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : Mars 2023

Exercice 3 :

Partie A :

4. La valeur renvoyée par la saisie de seuil(8,5) est 11. C'est la valeur de n pour laquelle $u_n \geq 8,5$.
Cela signifie que la FAQ atteindra 850 questions ou plus à partir du 11ème mois.

Partie B.

1. $v_1 = 9 - 6 \times e^{-0,19 \times (1-1)}$ $\quad v_2 = 9 - 6e^{-0,19(2-1)}$
$= 9 - 6e^0$ $\quad \simeq 4,04$
$= 9 - 6$
$= 3$

2. On a $v_n > 8,5$
$\Leftrightarrow 9 - 6e^{-0,19(n-1)} > 8,5$
$\Leftrightarrow -6e^{-0,19(n-1)} > 9$
$\Leftrightarrow e^{-0,19(n-1)} < \frac{1}{12}$
$\Leftrightarrow -0,19(n-1) < \ln(1/12)$
$\Leftrightarrow -0,19n + 0,19 < \ln 1/12$
$\Leftrightarrow -0,19n < \ln(\frac{1}{12}) - 0,19$
$\Leftrightarrow n > \frac{\ln \frac{1}{12} - 0,19}{-0,19}$ $\quad \frac{\ln(\frac{1}{12}) - 0,19}{-0,19} \simeq 14,08$

$\Leftrightarrow n > 14,08$
$\Leftrightarrow n \geq 15$ $\quad$ donc $v_n > 8,5 \Leftrightarrow n \geq 15$
donc la plus petite valeur de n pour $v_n > 8,5$ est $n = 15$.

ok même si en réalité c'est 9 au lieu de 11, l'interprétation est bonne et l'erreur commise auparavant ne change pas le résultat ...

Partie C :

1. Il s'agit de la première modélisation qui conduit à procéder à cette modification. En effet $u_n \geq 8,5$ ssi $n \geq 11$ alors que $v_n \geq 8,5$ ssi $n \geq 15$.

2. $\lim_{n \to +\infty} u_n = ?$

$\lim_{n \to +\infty} -\frac{100}{9} = -\frac{100}{9}$ ~~lim~~

$\lim_{n \to +\infty} 0,9^n = 0$ car $-1 < 0,9 < 1$

par produit $\lim_{n \to +\infty} -\frac{100}{9} \times 0,9^n = 0$

donc par somme, $\lim_{n \to +\infty} u_n = 13$

$\lim_{n \to +\infty} v_n = ?$

$\lim_{n \to +\infty} -0,19(n-1) = -\infty$ par produit.

$\lim_{n \to +\infty} -6e^{-0,19(n-1)} = \lim_{X \to -\infty} -6e^{X} = 0$ par composition

donc par différence, $\lim_{n \to +\infty} v_n = 9$.

A long terme, la modélisation ok une permet d'avoir un plus grand nombre de questions

$\left(\lim_{n \to +\infty} v_n < \lim_{n \to +\infty} u_n\right)$

Exercice 4 :

1. Par lecture graphique : $E(0;0;1)$

$C(1;1;0)$

et $G(1;1;1)$ ok

2. On a $\vec{EC}$ vecteur directeur de (EC).

$\vec{EC}\begin{pmatrix} x_c - x_e \\ y_c - y_e \\ z_c - z_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-0 \\ 1-0 \\ 0-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$E \in (EC)$

Soit une représentation paramétrique de (EC) telle que

$(EC) \begin{cases} x = x_e + x_{\vec{ec}} k \\ y = y_e + y_{\vec{ec}} k, k \in \mathbb{R} \\ z = z_e + z_{\vec{ec}} k \end{cases}$ $(EC) \begin{cases} x = 0 + k \\ y = 0 + k \\ z = 1 - k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$ ok

3. (EC) est orthogonale au plan (GBD) ssi $\begin{cases} \vec{EC} \cdot \vec{GB} = 0 \\ \vec{EC} \cdot \vec{GD} = 0 \end{cases}$

$\vec{GB}\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{GD}\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\vec{EC} \cdot \vec{GB} = x_{\vec{ec}} x_{\vec{GB}} + y_{\vec{ec}} y_{\vec{GB}} + z_{\vec{ec}} z_{\vec{GB}}$

$= 1 \times 0 + 1 \times (-1) + (-1) \times (-1)$ car GB et GD ne sont pas colinéaires ...

$= -1 + 1$

$= 0$

$\vec{EC} \cdot \vec{GD} = 1 \times (-1) + 1 \times 0 + (-1) \times (-1)$

$= -1 + 1 = 0$

Donc (EC) est bien orthogonale à (GBD) ok

4a. Une équation cartésienne de (GBD) est de la forme $ax + by + cz + d = 0$, a, b, c et $d \in \mathbb{R}$. a, b, c coordonnées d'un vecteur normal.

Or (EC) orthogonal à (GBD) donc $\vec{EC}$ normal à GBD.

On cherche d. Pour cela on remplace x, y, z par les coordonnée d'un point du plan : prenons G.

$\cancel{1 \times 1 + 1 \times 1 + 1 \times 1 + d = 0}$

$\cancel{\Leftrightarrow 3 + d = 0}$

$\cancel{\Leftrightarrow d = -3}$

$ax + by + cz + d = 0$

On remplace a, b, c

$x + y - z + d = 0$

On remplace x, y, z

$1 + 1 - 1 + d = 0$

$\Leftrightarrow 1 + d = 0$

$\Leftrightarrow d = -1$

On a donc bien une équation cartésienne de (GBD) valant : $x + y - z - 1 = 0$ ok

b. Comme $I \in (EC) \cap (GBA)$, ses coordonnées vérifient le système suivant :

$$\begin{cases} x = k \\ y = k \quad , k \in \mathbb{R} \\ z = 1 - k \\ x + y - z - 1 = 0 \end{cases}$$

On remplace x, y, z dans 24 par leur expressions.

$$k + k - (1-k) - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow 2k - 1 + k - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow 3k = 2$$
$$\Leftrightarrow k = \frac{2}{3}$$

On en dedens $x = \frac{2}{3}$ $y = \frac{2}{3}$ $z = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.
Donc I a pour coordonnées $I\left(\frac{2}{3} ; \frac{2}{3} ; \frac{1}{3}\right)$ ok

c. Comme I est le projeté orthogonal ~~de~~ E sur (GBD), la distance du point E au plan vaut $\|\overrightarrow{EI}\|$.

$$\|\overrightarrow{EI}\| = \sqrt{(x_I - x_E)^2 + (y_I - y_E)^2 + (z_I - z_E)^2}$$
$$= \sqrt{\left(\frac{2}{3} - 0\right)^2 + \left(\frac{2}{3} - 0\right)^2 + \left(\frac{1}{3} - 1\right)^2}$$
$$= \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{4}{9} + \frac{4}{9}}$$
$$= \sqrt{\frac{4}{3}}$$
$$= \frac{2}{\sqrt{3}}$$
$$= \frac{2\sqrt{3}}{3}$$ donc la distance EI vaut $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ok

5a: On calcule $\|\overrightarrow{BD}\|$, $\|\overrightarrow{DG}\|$ et $\|\overrightarrow{BG}\|$

$$\|\overrightarrow{BD}\| = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2 + (z_D - z_B)^2}$$
$$= \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0}$$
$$= \sqrt{2}$$

$\|\overrightarrow{BG}\| = \sqrt{0 + (-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ et $\|\overrightarrow{DG}\| = \sqrt{1^2 + 0 + 1^2} = \sqrt{2}$.

$\|\overrightarrow{BD}\| = \|\overrightarrow{DG}\| = \|\overrightarrow{BG}\| = \sqrt{2}$, donc le triangle est équilatéral ok

b. $\mathcal{A}_{BDG} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$ base $= DB = \sqrt{2}$
hauteur $= SG = \frac{\sqrt{6}}{2}$

$$\|\overrightarrow{SG}\| = \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + (-1)^2}$$
$$= \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Donc $\mathcal{A}_{BDG} = \frac{\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{6}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ unités d'aire ok

Modèle CCYC : ©DNE
Nom de famille (naissance) : LOUREIRO
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)
Prénom(s) : THOMAS
N° candidat : 01949842452 N° d'inscription : 004
(Les numéros figurent sur la convocation.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 08/12/2005
1.1

Concours / Examen : Bac général Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Spécialité Matière : Mathématiques

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en majuscules le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agraphage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : Mars 2023

Exercice 1:

1: Réponse ~~a~~ ~~a~~ b.
2: Réponse b.
3: Réponse b.
4: Réponse ~~a~~ b.
5: Réponse c.

Exercice 2,

1. On cherche $\lim_{x\to 0} f(x) = ?$

On a - $\lim_{x\to 0} x^2 = 0$
- $\lim_{x\to 0} \ln(x) = -\infty$

donc $\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} -8\ln(x) = +\infty$ par produit.

$\boxed{\lim_{x\to 0} f(x) = +\infty}$

2. On cherche $\lim_{x\to +\infty} f(x) = ?$

On a : - $\lim_{x\to +\infty} x^2 = +\infty$

- $\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln(x)}{x^2} = 0$ par croissances comparées

par produit : $\lim_{x\to +\infty} -8\frac{\ln(x)}{x^2} = 0.$ $\lim_{x\to +\infty} 1 = 1$

Donc par produit, $\boxed{\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty}$

3. On cherche $f'(x)$

f de la forme $u \times v + w$

donc f' de la forme $u'v + uv' + w'$

On a : $u(x) = -8 \rightarrow u'(x) = 0$

$v(x) = \ln(x) \rightarrow v'(x) = \frac{1}{x}$

$w(x) = x^2 \rightarrow w'(x) = 2x$

donc $f'(x) = 0 \times \ln(x) + (-8) \times \frac{1}{x} + 2x$

$= \frac{-8}{x} + 2x$

$= \frac{-8}{x} + \frac{2x^2}{x} \cancel{2x}$

$= \frac{2x^2 - 8}{x}$

$= \frac{2(x^2-4)}{x}$ donc $f'(x)$ vaut bien $\frac{2(x^2-4)}{x}$

4. $f'(x)$ est du signe de $2(x^2-4)$ sur $]0;+\infty[$ *

On a $2x^2 - 8$. Ici $a = 2 > 0$, donc ~~la courbe de~~ $f'(x)$ est ~~décroissante puis croissante~~ négative puis positive.

On cherche les racines de $f'(x)$. *car $x > 0$ sur $]0;+\infty[$

$\frac{2x^2-8}{x} = 0$

$\Leftrightarrow 2x - \frac{8}{x} = 0$

$\Leftrightarrow 2x = \frac{+8}{x}$

$\Leftrightarrow x^2 = 4$

$\Leftrightarrow x = \pm 2$ Or $-2 \notin]0;+\infty[$

$f'(x)$ s'annule donc en 2.

On obtient le tableau de variations suivant :

x	0		2		$+\infty$
$2(x^2-4)$	||	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	|| $+\infty$	↘	$f(2)$	↗	$+\infty$

car $a = 2 > 0$

$f(2) = 4 - 8\ln(2)$

Le minimum de g sur $]0;+\infty[$ est donc $4-8\ln(2)$ atteint en $g(2)$ pour $x=2$.

5. Sur l'intervalle $]0;2]$, - g est continue car dérivable
- g est strictement décroissante
- $g(x)$ a valeurs dans $[4-8\ln(2);+\infty[$

Or $0 \in [4-8\ln(2);+\infty[$
Donc d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, il existe une unique solution $\alpha \in]0;2]$ tel que $g(\alpha)=0$

~~6. Sur l'intervalle $[2;+\infty[$, - g est continue car dérivable~~
~~- g est strictement croissante~~
~~- $g(x)$ a valeurs dans $[4-8\ln(x);+\infty[$~~
~~Or $0 \in [4-8\ln(2);+\infty[$~~
~~Donc d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, il existe une~~

Sur $]0;+\infty[$, g s'annule deux fois en α et β
Or g décroissante sur $]0;2]$ et croissante sur $[2;+\infty[$ avec $\alpha \in]0;2]$ et $\beta \in [2;+\infty[$
On en déduis donc que g est positive sur $]0;\alpha]$, puis négative sur $[\alpha;\beta]$ puis à nouveau positive sur $[\beta;+\infty[$

7. On a $g_k(x) = x^2 - 8\ln(x) + k$
$= g(x) + k$
Or le minimum de $g(x)$ est $4-8\ln(2)$ ($\simeq -1,5$)
On en déduis donc que pour $g_k(x) \geq 0$ sur $]0;+\infty[$
k doit au minimum valoir : $-(4-8\ln(2)) = -4+8\ln(2)$
donc $g_k(x) \geq 0$ pour $g_k(x) = x^2 - 8\ln(x) - 4 + 8\ln(2)$
avec $k = -4 + 8\ln(2)$

Exercice 3.

A. 1. $u_2 = 0,9 \times u_1 + 1,3$

$= \cancel{X}\, 0,9 \times 3 + 1,3 = 4$

$u_3 = 0,9 \times u_2 + 1,3$

$= 0,9 \times 4 + 1,3 = 4,9$

Cela signifie que depuis le lancement de la FAQ, le nombre de questions a augmenté, passant de 300 au lancement de la FAQ à 490 au bout du 3 ème mois.

2. On pose $P(n) : u_n = 13 - \frac{100}{9} \times 0,9^n$

On initialise pour $n=1$. $P(1)$: $u_1 = 3$.

$13 - \frac{100}{9} \times 0,9^1$

$= 13 - 10 = 3$. $\quad u_1 = 13 - \frac{100}{9} \times 0,9^1$

P(1) est vraie pour $n=1$.

Hérédité : Soit $k \in \mathbb{N}$, on suppose $P(k)$ vraie. On souhaite montrer que $P(k+1)$ est vraie.

Hypothèse de récurrence : $u_k = 13 - \frac{100}{9} \times 0,9^k$. But : $u_{k+1} = 13 - \frac{100}{9} \times 0,9^{k+1}$

$u_k = 13 - \frac{100}{9} \times 0,9^k$

$\Leftrightarrow 0,9 u_k = 0,9\left(13 - \frac{100}{9} \times 0,9^k\right)$

$\Leftrightarrow 0,9 u_k + 1,3 = 11,7 - \frac{100}{9} \times 0,9^{k+1} + 1,3$

$\Leftrightarrow u_{k+1} = 13 - \frac{100}{9} \times 0,9^{k+1}$

La propriété est donc héréditaire.

Conclusion : $P(n)$ est vraie au rang $n=1$ et est héréditaire, ainsi $P(n)$ est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

3. $u_{n+1} - u_n = 0,9 u_n + 1,3 - u_n$

$= 0,9\left(13 - \frac{100}{9} \times 0,9^n\right) + 1,3 - \left(13 - \frac{100}{9} \times 0,9^n\right)$

$= 11,7 - \frac{100}{9} \times 0,9^{n+1} + 1,3 - 13 + \frac{100}{9} \times 0,9^n$

$= -\frac{100}{9} \times 0,9^{n+1} + \frac{100}{9} \times 0,9^n$

$= 0,9^n \left(-\frac{100}{9} \times 0,9 + \frac{100}{9}\right)$

$= 0,9^n \times \frac{10}{9} > 0 \quad$ ~~$(n \to +\infty)$~~ $(n > 0)$

Donc la suite est croissante