

Contents

1	Introduction	2
1.1	Objectifs de l'activité et compétences travaillées	2
1.2	Evaluation	3
1.3	Documentation et remerciements	3
2	Dimensions de la Terre et idées reçues	4
2.1	Les grecs et le rayon de la Terre (méthode d'Eratosthène)	4
2.2	La "hauteur" de l'atmosphère chez les anciens (méthode du twilight)	4
2.3	Aujourd'hui	4
3	Première analyse des données de température	4
3.1	Tableau commenté	4
3.2	TODO Utilisation de pandas (Jean ?)	6
3.3	TODO Traduction vers MATLAB/Scilab/Octave (Morgane et al ?)	6
4	TODO Rappels de physique	6
5	Méthodes numériques	6
5.1	Méthode 1 - Estimation d'une valeur entre deux points de mesure .	6
5.1.1	principe de l'interpolation linéaire	6
5.1.2	possibilité d'une interpolation non-linéaire	7
5.1.3	premiers résultats des élèves	7
5.2	Méthode 2 - Intégration numérique	7
5.3	Méthode 3 - Regression	7

6	Correction des questions	8
6.1	Détermination du profil vertical de température - Q1 à Q4	8
6.2	Etude du profil vertical de pression - Q5 à Q12	9
6.3	TODO DM - Modélisation de l'ascension du ballon - Q13 à Q16 (§)	9
7	Exercice - Formation d'un nuage	9
7.1	En l'absence de mouvement (équilibre)	9
7.2	Apparition d'un mouvement (instabilité)	10
7.3	Explication qualitative de la formation d'un nuage.	11

1 Introduction

1.1 Objectifs de l'activité et compétences travaillées

Un ballon-sonde mesure les caractéristiques de l'atmosphère à l'aide d'instruments embarqués jusque des altitudes variables selon les modèles (ouverts/fermés) et les circonstances. On retient souvent la valeur approchée de 50 *km*. Est-ce bien réaliste et pourquoi une telle limite ?

Les données obtenues en fonction de l'altitude sont renvoyées au sol par signal radio. Comme vous pourrez le voir par la suite, l'importance de ces données *in situ* est cruciale pour affiner les modèles physiques de l'atmosphère utilisés en météorologie et notamment *calibrer* les mesures réalisées par satellite à des fins de télédétection.

Nous vous fournissons ici une vingtaine de valeurs de température à analyser. Les questions Q1 à Q12 vous guident pour atteindre les 2 objectifs principaux de cette activité :

1. Construire des profils verticaux → identifier les couches atmosphériques
2. Déterminer un profil de pression ↔ 100 km tenant compte de ΔT
3. Discuter la pertinence du choix de certaines hypothèses (iso-g, iso-T)

Une participation active et constructive sera toujours bienvenue et valorisée. Vous êtes autorisés (et encouragés !) à nous solliciter pour nous soumettre vos questions scientifiques (ex: *Mais c'est quoi un gradient adiabatique ?*) ou techniques (ex: *Comment faire converger mon algorithme efficacement ?*).

Voici un début de liste des compétences qui seront travaillées dans ce module :

- Implémenter des méthodes numériques : **interpolation** et **intégration**
- Comprendre le principe de la **régression**
- Explorer quelques possibilités du langage **Python + numpy** ¹

Accessoirement, vous pourrez utiliser des bibliothèques spécialisées telles que **scipy**, **pandas**, **plotly** (...) et d'autres outils que vous aimeriez partager s'il permettent de gagner du temps de développement ou du temps de calcul.

1.2 Evaluation

S'il nous reste un peu de temps, nous pourrions aborder les points optionnels (‡) suivants traités aux questions Q13, Q14, Q15 et Q16 :

- Modéliser la physique de l'ascension d'un ballon sonde fermé (‡)
- Estimer l'altitude maximale que celui-ci peut atteindre (‡)

[x] A défaut, ces points pourront être avantageusement terminées à la maison pour constituer une évaluation.

[x] Un exercice sur la formation d'un nuage vous est donné à faire en Devoir Maison.

1.3 Documentation et remerciements

biblio

Cette activité est très largement inspirée de la lecture des documents suivants (liste à compléter)

- [Exo Bac](#)
- [Images de panaches thermiques \(UP7\)](#)
- [Glossaire Meteo France](#)
- [Sujet Concours TSI 2008](#)
- [Site Planète Terre ENS Lyon](#)

TODO nomenclature et origine des noms des couches

¹avec l'utilisation de `Matplotlib` syntaxe proche de `MATLAB` TM

2 Dimensions de la Terre et idées reçues

2.1 Les grecs et le rayon de la Terre (méthode d'Eratosthène)

Un peu de géométrie

TODO Le projet *LAMAP*

2.2 La "hauteur" de l'atmosphère chez les anciens (méthode du twilight)

TODO Publication originale

Interprétation

2.3 Aujourd'hui

- Non, la Terre n'est pas ronde ! C'est un ellipsoïde de révolution avec des bosses
- Non la hauteur de l'atmosphère n'a pas de valeur fixée.
 - Cette notion de hauteur n'a pas de signification rigoureuse.
 - Dépendance avec latitude, saisons.
 - Phénoménologie des deux forces en présence.

3 Première analyse des données de température

3.1 Tableau commenté

Voici le profil vertical avec une petite visualisation ASCII artisanale².

On repère les tendances discutées au premier cours, les creux et les bosses correspondant aux *minima* et *maxima* locaux. Des valeurs identiques pourraient indiquer des bandes stationnaires mais l'échantillonnage est insuffisant pour trancher.

Le tableau de données est saisi à la main puis commenté en groupe :

- « il fait froid » : en effet la température T est toujours (vraiment ?) négative au delà de 5 km
- à l'évidence, T n'est connue qu'en certaines altitudes, espacées de manière *irrégulière*

²Depuis Emacs(org-mode), on applique la formule : `#+TBLFM: $4='(orgtbl-ascii-draw $3 175 290)`

z(km)	T(°C)	T(K)	T (ASCII Profile)
100	-72	201	WWh
95	-81	192	WV
92	-86	187	W;
84	-86	187	W;
80	-86	187	W;
75	-79	194	WW
70	-65	208	WWWc
65	-54	219	WWWl
60	-33	240	WWWWWV
55	-17	256	WWWWW!
52	-7	266	WWWWW!
48	-2	271	WWWWW
45	-2	271	WWWWW
40	-8	265	WWWWWc
35	-22	251	WWWWWH
30	-37	236	WWWWWc
25	-46	227	WWWWWc
20	-56	217	WWWWc
12	-56	217	WWWWc
10	-49	224	WWWWW.
5	-18	255	WWWWW;
0	15	288	WWWWWV

- depuis le sol, des tendances sont identifiables : $\searrow, \nearrow, \searrow, \nearrow$
- des mesures font apparaître des valeurs identiques (stagnation ?)
- les étudiants se demandent alors si cela ne posera pas de problème numérique (à creuser)

Attention, la conversion en Kelvin peut-être source d’erreurs ! Pour nos calculs, on prendra garde à bien vérifier que le zero absolu correspond à une température de $-273\text{ }^{\circ}\text{C}$ c-à-d que :

$$T(K) = T(^{\circ}\text{C}) + 273$$

3.2 TODO Utilisation de pandas (Jean ?)

3.3 TODO Traduction vers MATLAB/Scilab/Octave (Morgane et al ?)

4 TODO Rappels de physique

C’est l’occasion d’un petit rappel sur la signification des grandeurs thermodynamiques température, pression, volume et de leur signification (agitation microscopique, énergie cinétique, ...).

On rappelle ici quelques relations utiles à savoir manipuler pour la résolution de problèmes classiques d’équilibre de l’atmosphère :

5 Méthodes numériques

5.1 Méthode 1 - Estimation d’une valeur entre deux points de mesure

5.1.1 principe de l’interpolation linéaire

Exercice : on détermine à la main la valeur d’un point milieu interpolé, par exemple entre 30 et 40 km d’altitude et on confronte cette valeur à une donnée réelle. Cela nous permet de réfléchir à la signification d’une interpolation, au sens de variation, etc.

Définition : une interpolation linéaire consiste à approximer localement une grandeur physique (ici une température) en un abscisse donnée (ici une altitude) située entre deux points expérimentaux par une loi affine passant par ces points

5.1.2 possibilité d'une interpolation non-linéaire

5.1.3 premiers résultats des élèves

- erreurs utiles Un bug et sa résolution
- petits plus

5.2 Méthode 2 - Intégration numérique

5.3 Méthode 3 - Regression

6 Correction des questions

6.1 Détermination du profil vertical de température - Q1 à Q4

Q1 - mini algo pour la droite d'interpolation

Considérons un petit intervalle $Z_i = [z_i; z_{i+1}]$ et plaçons en ordonnée deux points successifs $M_i(z_i, T_i)$ et $M_{i+1}(z_{i+1}, T_{i+1})$. Nous avons répondu à l'oral aux questions suivantes :

- Que vaut la température correspondant à un point milieu de cet intervalle ?
- De combien de paramètres dépend la fonction d'interpolation affine $T(z)$ sur Z_i ?
- Exprimer les en fonction des données mesurées aux points $M_i(z_i, T_i)$ et $M_{i+1}(z_{i+1}, T_{i+1})$.³

Q2 - écriture d'une fonction en Python/MATLAB

Ecrire une fonction `T(z, unite)` fournissant la température de l'air pour une altitude z parcourant l'intervalle $[0; 100]$ km.⁴ Créer deux tableaux `z atm` et `T atm` contenant N=1000 valeurs d'altitudes et de température.

$$\begin{array}{cccc} \text{z atm(m)} & 0 & \dots & 10^5 \\ \hline \text{T atm(°C)} & T_0 & \dots & T_{100} \end{array}$$

Q3

Tracer le profil vertical de température (graphe basculé avec altitude en ordonnée et température en abscisse). Identifier les différentes couches de l'atmosphère.

³Dans ce cas simple, on peut bien sûr trouver la solution par tâtonnements. On pourra sinon poser proprement un système d'équations, avec autant d'équations que d'inconnues, méthode qui s'avérera toujours payante pour les techniques d'interpolation plus sophistiquées ...

⁴On prendra garde à intégrer les bonnes conversions d'unité pour les distances (facteur 1000) et les températures (différence de 273).

6.2 Etude du profil vertical de pression - Q5 à Q12

6.3 TODO DM - Modélisation de l'ascension du ballon - Q13 à Q16 (§)

7 Exercice - Formation d'un nuage

On aimerait être capable d'expliquer la formation d'un nuage d'une manière simplifiée tout en ayant à l'esprit les mécanismes thermodynamiques responsables du phénomène. Ici nous faisons l'hypothèse que l'apparition d'un nuage est d'abord conditionnée par un déplacement adiabatique de masses d'air. ⁵

Cet exercice vous propose tout d'abord d'étudier la physique responsable de la création d'un courant ascendant pouvant conduire à la formation d'un nuage sous certaines conditions.

Un point de l'atmosphère est repéré par ses coordonnées cartésiennes (Oxyz), tel que l'axe (Oz) coïncide avec la verticale ascendante avec $z = 0$ pris au niveau de la mer. Par commodité, nous garderons les notations et valeurs numériques des constantes physiques utilisées pour le TP.

7.1 En l'absence de mouvement (équilibre)

Des relevés expérimentaux montrent qu'en l'absence de mouvement de l'air, la température est fonction de l'altitude z suivant une loi affine :

$$T(z) = T_0 - \lambda z$$

Q1. (1 pt) Sur quelle intervalle de z cette approximation est-elle valable ?

Avec les hypothèses thermodynamiques faites en début d'exercice, on peut montrer que P et T sont liées par une relation de la forme :

$$T = T_0 \left(\frac{P}{P_0} \right)^q$$

Q2. (2 pt) Réaliser à nouveau la démonstration de cette relation.

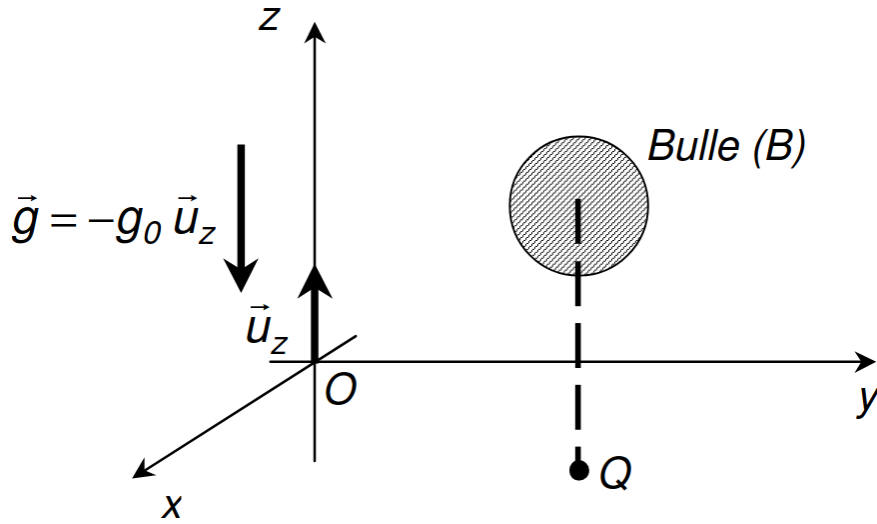
Q3. (1 pt) Déterminer l'exposant q qui s'exprime uniquement en fonction de M , g_0 , λ et R . Faites l'application numérique pour une valeur convenablement choisie

⁵On omet volontairement certains phénomènes subtiles de nucléation dans cette première approche.

de λ .

7.2 Apparition d'un mouvement (instabilité)

L'état d'équilibre précédent est réalisé lorsque les isothermes (niveaux où $T = Cte$) et les isobares ($P = Cte$) coïncident avec les équipotentielles du champ de pesanteur ($z = cte$)⁶. En présence d'hétérogénéités de température au niveau du sol, l'air s'échauffe différemment et peut se mettre en mouvement, c'est un phénomène bien connu !



On se place à l'altitude z à la verticale du point Q et on suppose que l'air est localement plus chaud que l'air avoisinant. Tout se passe comme si une poche de gaz était limitée par une enveloppe souple et non tendue. On convient des hypothèses et notations suivantes :

- La bulle de gaz évolue sans échanger de matière ni de chaleur avec l'extérieur.
- La **pression de la bulle** reste égale à celle de l'air environnant à la même altitude.
- La **température de l'air** environnant varie toujours linéairement avec la température.
- On note P_B , T_B et ρ_B la pression, la température et la masse volumique du gaz emprisonné dans la bulle. On note T_A et ρ_A la température et la masse volumique de l'air environnant à la même altitude.

⁶les spécialistes parlent de configurations barotropes et baroclines

Q4. (2 pt) Montrer que la bulle s'élève si $T_B > T_A$.

Les questions suivantes nécessitent la manipulation de quelques relations de thermodynamique. Le gaz emprisonné dans la bulle subit une transformation dite **adiabatique**. De plus, comme souvent en thermo on supposera la transformation **réversible** (ce n'est pas rigoureusement vrai mais c'est plus facile à résoudre ainsi).

Appellons T_1 la température du gaz dans la bulle à l'altitude de sa formation z_1 et P_1 la pression correspondante.

Q5. (2 pt) En retrouvant une des 3 formes de l'expression de la **loi de Laplace** pour les gaz parfaits, exprimer T_B en fonction de T_1 , P_1 et P_B . En cas de difficulté, n'hésitez pas à consulter des ressources sur ce sujet pour cette question théorique (reformulez et citez vos sources).

Q6. (2 pt) On veut démontrer qu'il existe une altitude plafond z^* pour l'ascension de la bulle. On note T^* et P^* la température et la pression de la bulle lorsqu'elle arrive à cette altitude. Evaluer numériquement T^* et P^* pour $T_1 = 280K$ et $z_1 = 2km$. En déduire la valeur de l'altitude plafond z^* à laquelle se stabilise la bulle.

Pour cette question, on vous demande de rédiger soigneusement une explication du phénomène de stabilisation de la bulle d'air.

7.3 Explication qualitative de la formation d'un nuage.

Q7 (5 pt) Nous faisons l'hypothèse d'un air sec dans la partie précédente. Maintenant nous envisageons une parcelle d'air *humide* (air sec + vapeur d'eau).

1. Proposer une explication qualitative de la possibilité de formation d'un nuage au cours de l'ascension d'une bulle.
2. Réaliser un schéma légendé, si possible au format A3 ⁷, présentant une illustration vulgarisée de la formation d'un nuage telle qu'on peut la comprendre **d'après le mécanisme illustré par cet exercice**.
3. Au besoin, ajouter quelques détails supplémentaire (avec une autre couleur) signalant d'autres phénomènes pouvant rentrer en jeu dans le mécanisme de formation d'un nuage.

⁷2 feuilles A4 accolées feront l'affaire