

Définition 0.1. Un automate fini A est universel ssi

$$A \models \Phi_u \triangleq \left(\nu F . \lambda X . X \wedge \bigwedge_{a \in \Sigma} F \langle a \rangle X \right) \text{ final}$$

où *final* représente le prédicat qui est vrai si un état est final et faux autrement.

En effet, cette formule correspond à l'ensemble de toutes les "traces" ou mots $t \in \Sigma^*$ qui précèdent au moins un état vérifiant *final*. Autrement dit, pour impliquer Φ_u , A doit avoir un état final après chaque trace $t \in \Sigma^*$, A accepte donc tous les mots de Σ^* et est donc un automate universel.

Définition 0.2. Un automate A représente le langage vide ssi

$$A \models \Phi_\emptyset \triangleq \left(\nu F . \lambda X . X \wedge \bigwedge_{a \in \Sigma} F [a]X \right) \neg \text{final}$$

Si $A \models \Phi_\emptyset$, pour n'importe quelle trace $t \in \Sigma^*$, tous les états qui se trouvent après celle-ci ne sont pas finaux, donc aucun mot n'est reconnu par A, pas même le mot vide, donc A représente le langage vide.

Définition 0.3. Un automate $A \subseteq B$ ssi

$$A, B \models \Phi_\subseteq \triangleq \left(\nu F . \lambda X, Y . (X \Rightarrow Y) \wedge \bigwedge_{a \in \Sigma} F \langle a \rangle_1 X \langle a \rangle_2 Y \right) \text{ final} \text{ final}$$

Soit deux automates A et B, si $(A, B) \models \Phi_\subseteq$ alors pour chaque trace $t \in \Sigma^*$ qui correspond à un mot reconnu par A, la même trace correspond à un mot reconnu par B. Donc tous les mots reconnus par A sont reconnus par B et $A \subseteq B$.