Définition 0.1. Un automate fini A est universel ssi

$$A \models \quad \Phi_u \triangleq \left(\nu F \,.\, \lambda X \,.\, X \wedge \bigwedge_{a\in\Sigma} F \quad \langle a\rangle X\right) \quad final$$

où *final* représente le prédicat qui est vrai si un état est final et faux autrement.

En effet, cette formule correspond à l'ensemble de toutes les "traces" ou mots $t \in \Sigma^*$ qui précèdent au moins un état vérifiant *final*. Autrement dit, pour impliquer Φ_u, A doit avoir un état final après chaque trace $t \in \Sigma^*$, A accepte donc tous les mots de Σ^* et est donc un automate universel.

Définition 0.2. Un automate A représente le langage vide ssi

$$A \models \quad \Phi_\varnothing \triangleq \left(\nu F \,.\, \lambda X \,.\, X \wedge \bigwedge_{a\in\Sigma} F \quad \langle a\rangle X\right) \quad \neg final$$

$$\begin{aligned} F \ \neg final &= \neg final \wedge \bigwedge_{a\in\Sigma} F \quad \langle a\rangle\neg final \\ &= \neg final \wedge \bigwedge_{a\in\Sigma} \langle a\rangle\neg final \ \wedge \bigwedge_{t\in\Sigma^2} F \quad \langle t\rangle\neg final \\ &= \bigwedge_{t\in\Sigma^*} \langle t\rangle\neg final \end{aligned}$$

Définition 0.3. Un automate A $\subseteq$ B ssi

$$A,B \models \quad \Phi_\subseteq \triangleq \left(\nu F \,.\, \lambda X, Y \,.\, (X \Rightarrow Y) \wedge \bigwedge_{a\in\Sigma} F \quad \langle a\rangle_1 X \quad \langle a\rangle_2 Y\right) \quad final \quad final$$

$$\begin{aligned} F \ final \ final &= (final \Rightarrow final) \wedge \bigwedge_{a\in\Sigma} F \quad \langle a\rangle_1 final \quad \langle a\rangle_2 final \\ &= (final \Rightarrow final) \wedge \bigwedge_{a\in\Sigma} (\langle a\rangle_1 final \Rightarrow \langle a\rangle_2 final) \quad \wedge \bigwedge_{t\in\Sigma^2} F \quad \langle t\rangle_1 final \quad \langle t\rangle_2 final \\ &= \bigwedge_{t\in\Sigma^*} \langle t\rangle_1 final \Rightarrow \langle t\rangle_2 final \end{aligned}$$