Ondes électromagnétiques

P4-2 – Chapitre 1

I. Equation de propagation

$$\boxed{\begin{array}{l}\Psi_\pm(x,t) = a\cos\left(\omega t - \overrightarrow{k_\pm}\cdot\overrightarrow{OM}\right)\\ \underline{\Psi_\pm}(x,t) = a\, e^{j(\omega t - \overrightarrow{k_\pm}\cdot\overrightarrow{OM})}\end{array}}$$

$$\boxed{k_\pm = \pm\frac{\omega}{v}\,\overrightarrow{u_{\text{propag}}}} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \lambda = vT$$

↪ vecteur d'onde donne sens de propag

$$\frac{\partial\underline{\Psi}}{\partial t} = j\omega\underline{\Psi} \qquad \nabla\underline{\Psi} = \frac{\partial\underline{\Psi}}{\partial x} = -jk\underline{\Psi} \qquad \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} \Leftrightarrow \Delta\Psi = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}$$

Equation de propagation de D'Alembert

Types d'ondes :

- **Transversale :** déplacement ⊥ à la direction de propagation
- **Longitudinale :** déplacement // à la direction de propagation

II. Ondes électromagnétiques

	Equations de Maxwell		Equations de propagation	Valeur
$\vec{B}$	$\operatorname{div}\vec{B} = 0$	$\operatorname{rot}\vec{B} = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$	$\Delta\vec{B} = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}$	$\vec{B} = \frac{\vec{k}\wedge\vec{E}}{\omega}$
$\vec{E}$	$\operatorname{div}\vec{E} = 0$	$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$	$\Delta\vec{E} = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$	$\vec{E} = -\frac{\vec{k}\wedge\vec{B}}{\omega\varepsilon_0\mu_0}$

$$\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}}$$

$\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont perpendiculaire à la direction de propagation (transversaux). $(\vec{k},\vec{E},\vec{B})$ forme un trièdre direct.

$$\boxed{\vec{E}(M,t) = \Psi(M,t)\,\overrightarrow{u_{pol}}}$$

III. Aspect énergétique des ondes $\vec{E},\vec{B}$

$$\|\vec{E}\| = \frac{\|\vec{B}\|}{c}$$

$$w = \frac{1}{\mu_0}\|\vec{B}\|^2 = \varepsilon_0\|\vec{E}\|^2 = \frac{\varepsilon_0}{2}\|\vec{E}\|^2 + \frac{1}{2\mu_0}\|\vec{B}\|^2$$

$$\boxed{\vec{R} = \frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0} = \frac{\vec{E}^2}{v\mu_0}\overrightarrow{u_p}}$$

$$\boxed{\langle\vec{R}\rangle = \langle w\rangle v_e\,\overrightarrow{u_p}}$$

$$\boxed{\mathcal{E}(t) = \frac{dP}{dS} = \frac{\vec{R}\cdot\overrightarrow{dS}}{dS} = \|\vec{R}\|\cos\theta_i}$$

$$\boxed{\mathcal{E}(t) = a_e\vec{E}^2\cos\theta_i} \qquad \text{avec} \quad \boxed{a_e = \frac{1}{v\mu_0}}$$

$$\mathcal{E} = a_e\langle\vec{E}^2\rangle\cos\theta_i$$

w :	densité d'énergie électromagnétique
$\vec{R}$:	vecteur de Poynting
v_e :	vitesse de propagation de l'énergie
P :	puissance reçue par dS
$\mathcal{E}$:	éclairement
θ_i :	angle d'incidence de l'onde

IV. Polarisation

La polarisation correspond à l'orientation du champ magnétique. On cherche à déterminer ce que voit un observateur placé en O' voyant l'onde venir vers lui.

On étudie la polarisation de $\vec{E} = a\cos\left(\omega t - \vec{k}\cdot\overrightarrow{OM}\right)\,\vec{u}$

- $\vec{u} = \overrightarrow{cst} \Rightarrow$ polarisation rectiligne
- $\|\vec{E}\| = cst \Rightarrow$ polarisation circulaire
- Sinon $\Rightarrow$ polarisation elliptique

Si non rectiligne, on pose $\varphi = \omega t - \vec{k}\cdot\overrightarrow{OM}$ et on étudie $\vec{E}$ pour différentes valeurs de φ pour déterminer la polarisation et son sens (gauche ou droite selon le sens quand on est en haut de l'axe).

V. Chemin optique

1. Définition

$$L_{AB} = \int_{\widehat{AB}} n(s)ds = \int_{\widehat{AB}} \frac{c}{v(s)}\,ds$$

C'est la distance parcourue dans le vide pendant la même durée que pour aller de A à B. C'est la distance multipliée par l'indice du milieu.

Si le milieu est homogène, $L_{AB} = n\,\widehat{AB}$

Pour plusieurs milieux traversés en ligne droite, $L_{AB} = \sum n_i d_i$

2. Pour une OPPM

$$s(x,t) = A\cos(\omega t - k_0 L_{OM})$$