Les réseaux Bayésiens

Informations sur les indépendances conditionnelles :

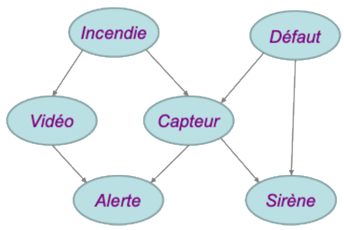
- *Indépendance des enfants : les enfants n'influencent pas leurs parents pour une probabilité conditionnelle ou marginale qui ne fait intervenir que les parents.*

$$P(C,I,D) = P(C|I,D) * P(I) * P(D) \quad V,A,S\ n'influent\ pas$$

$$P(V,I,C,D) = P(V \mid I) * P(C \mid I,D) * P(D) * P(I) \quad V,A\ n'influent\ pas$$

- *Indépendance des grands parents : les grands parents n'influencent pas leurs parents pour une probabilité conditionnelle sur un enfant lorsque l'on connait tous ses parents.*

$$P(A \mid V,C,I,D) = P(C|V,C) \quad I,D\ n'influent\ pas\ car\ V,C\ sont\ connus$$



Exercice 1 : Réseaux et indépendance conditionnelle.

On suppose que dans une entreprise on puisse surveiller les incendies et les cambriolages par des systèmes de vidéo et de capteurs. Ces deux systèmes permettent aux gardiens de déclencher l'alarme. Une sirène peut également être déclenché automatiquement en fonction de certains critères. On utilisera les dénominations suivantes : I=Incendie, C=Cambriolage, V=Vidéo, Ca=Capteur, D=Défaut, A=Alerte et S=Sirène.

P(C)	0,01

P(I)	0,02

P (D)	0,04

C	I	P(V)
V	V	0,95
V	F	0,9
F	V	0,3
F	F	0,02

V	Ca	P(A)
V	V	0,95
V	F	0,75
F	V	0,9
F	F	0,01

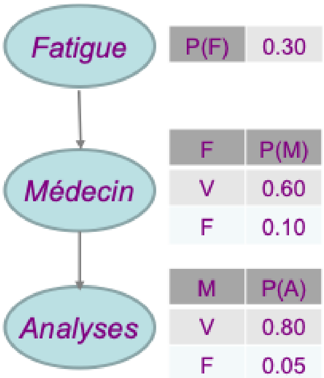
I	D	P(Ca)
V	V	0,7
V	F	0,95
F	V	0,25
F	F	0,01

C	D	P(S)
V	V	0,8
V	F	0,98
F	V	0,3
F	F	0,01

- *Donnez la forme du réseau.*
- *Quelle est la probabilité élémentaire* $P(A, S, V, Ca, I, \bar{D}, \bar{C})$
- *Quelle est la probabilité conditionnelle* $P(A, S \mid V, Ca, I, \bar{D}, \bar{C})$.

Exercice 2 : Analyses.

On considère le réseau suivant

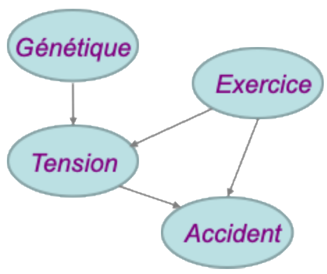


- *Calculer la probabilité élémentaire suivante* $P(A, M, F)$ *et* $P(A, \bar{M}, F)$
- *Calculer la probabilité marginale suivante* $P(M, F)$
- *Si l'on suppose que le nœud analyse n'existe pas que vaut* $P(M, F)$ *que constatez-vous. Que peut-on en déduire concernant les analyses si on est allé chez le médecin et que l'on est fatigué.*
- *Calculer* $P(M)$. *Est-ce que A a une influence sur le calcul de* $P(M)$. *Vous pouvez.*
- *Calculer P(A).*
- *Calculer la probabilité d'être fatigué sachant que l'on fait des analyses.*
- *Calculer la probabilité conditionnelle inverse.*

Exercice 3 : Apprentissage.

Un médecin dispose d'un tableau contenant les informations suivantes sur ses patients. G : prédisposition génétique ; E : exercice physique ; T : tension artérielle ; A : accident cardiaque. On suppose que ces variables sont liées par le réseau bayésien ci-dessous.

Individu	G génétique	E exercice	T tension	A accident
1	True	True	False	False
2	True	True	False	False
3	True	True	False	True
4	True	True	True	True
5	True	False	True	False
6	True	False	True	False
7	True	False	False	True
8	False	True	False	False
9	False	True	False	False
10	False	True	False	False
11	False	True	False	False
12	False	True	False	False
13	False	True	False	False
14	False	True	True	True
15	False	True	True	False
16	False	True	True	False
17	False	True	True	False
18	False	False	True	True
19	False	False	True	False
20	False	False	True	False
21	False	False	False	False
22	False	False	False	False

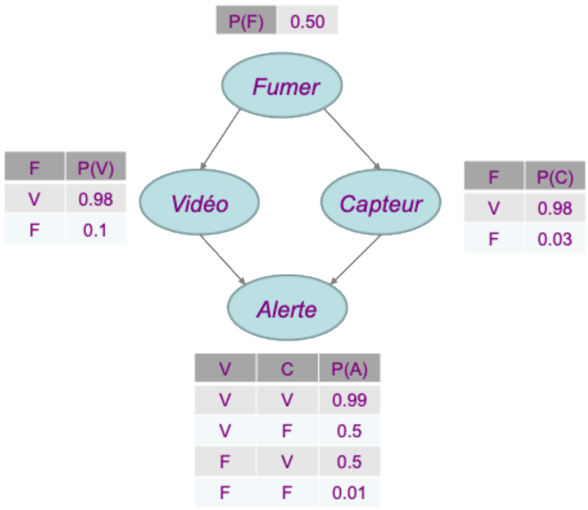


- *Estimez les probabilités des tables correspondant aux quatre nœuds.*
- *Calculer* $P(A, T, E, G)$ *et* $P(A, T, E, \bar{G})$
- *Quelle est la probabilité d'avoir de la tension.*
- *Calculez la probabilité qu'un individu qui a de la tension ait un accident cardiaque.*

Exercice 4 : Déclanchement de l'alerte fumée.

On considère le réseau suivant :

- *Calculer la probabilité élémentaire suivante* $P(A, C, V, F)$
- *Calculer la probabilité élémentaire suivante* $P(\bar{A}, C, V, F)$
- *Quelles seraient les probabilités à calculer pour* $P(C, V)$
- *Sachant que dans ce cas précis la probabilité* $P(C, V)$ *est indépendante de A et que l'on peut donc supposer que A n'existe pas, calculer* $P(C, V)$.



P(F)	0.50

F	P(V)
V	0.98
F	0.1

F	P(C)
V	0.98
F	0.03

V	C	P(A)
V	V	0.99
V	F	0.5
F	V	0.5
F	F	0.01