

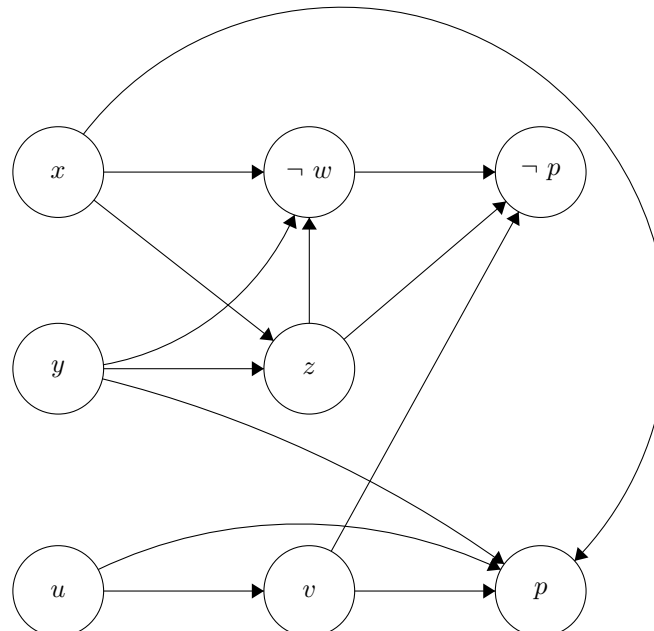
# Übungen zur Vorlesung “SAT-Solving und Anwendungen” (Abgabe 10)

## **Aufgabe 10.1**

CDCL Algorithmus anzuwenden.

Level	Variable	Value	Reason	Clause
1	x	T	Decision	
2	y	T	Decision	
	z	T	R	$\{\neg x, \neg y, z\}$
3	u	T	Decision	
	v	F	R	$\{\neg t, \neg u, \neg v\}$
	w	F	R	$\{\neg x, \neg y, \neg z, \neg w\}$
	p	T	R	$\{\neg u, v, p, \neg y, \neg x\}$
	p	F	R	$\{w, \neg p, \neg z, v\}$

Aus der Tabelle entsteht folgender Implikationsgraph, wobei die Knoten die Variablen enthalten. Die Level sind zeilenweise zu lesen, eine Kante ist eingetragen, wenn die Klausel die Variable des Startknotens enthält.



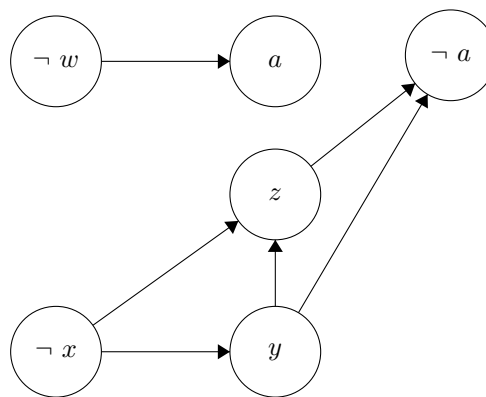
Die Reason Clause ist  $\{\neg u, v, p, \neg y, \neg x\}$ , die Conflict Clause  $\{w, \neg p, \neg z, v\}$ .

**Aufgabe 10.2**

CDCL Algorithmus anzuwenden.

Level	Variable	Value	Reason	Clause
1	w	F	Decision	
2	x	F	Decision	
	y	T	Reason	$\{x, y\}$
	z	T	Reason	$\{z, \neg y, x\}$
	a	T	R	$\{w, a\}$
	a	F	Reason	$\{\neg a, \neg y, \neg z\}$

Es entsteht folgender Implikationsgraph:



Die Reason Clause ist  $\{w, a\}$ , die Conflict Clause  $\{\neg a, \neg y, \neg z\}$ .

### Aufgabe 10.3

Der QBF Algorithmus ist auf folgende Formel anzuwenden:

$$\forall x \exists a, b, c \forall y, z : \{ \{x, a, y, c\}, \{x, \neg y, \neg c, b\}, \{\neg b, \neg x, c\}, \{\neg c, \neg b, y\}, \{\neg x, b, z\} \}$$

Folgende Tabelle entsteht dabei:

Level	Variable	Quantifier	Value	Reason	Clause
1	x	$\forall(1)F$	F	Decision	
2	a	$\exists(2)$	F	Decision	
	c	$\exists(2)$	T	Reason	$\{x, a, y, c\}$
	b	$\exists(2)$	T	$\{x, \neg y, \neg c, b\}$	
	b	$\exists(2)$	F	$\{\neg c, \neg b, y\}$	

Wir erhalten eine neue Klausel:

$$\begin{aligned} \{x, \neg y, \neg c, b\} * \{\neg c, \neg b, y\} &= \{x, \neg y, y, \neg c\} * \{x, a, y, c\} \\ &= \underline{\{x, a, \neg y, y\}} = \{x, a\} \end{aligned}$$

Level	Variable	Quantifier	Value	Reason	Clause
1	x	$\forall(1)F$	F	Decision	
	a	$\exists(2)$	T	Reason	$\{x, a, \neg y, y\}$
2	b	$\exists(2)$	F	Decision	
	c	$\exists(2)$	F	Reason	$\{x, \neg y, \neg c, b\}$

Backtracking zu Level 1:

Level	Variable	Quantifier	Value	Reason	Clause
1	x	$\forall(1)F$	F	Decision	
	b	$\exists(2)$	T	Reason	$\{\neg x, b, z\}$
	c	$\exists(2)$	T	Reason	$\{\neg b, \neg x, c\}$
	c	$\exists(2)$	F	Reason	$\{\neg c, \neg b, y\}$

Betrachten

wir nun die neue Klausel:

$$\{\neg b, \neg x, c\} * \{\neg c, \neg b, y\} = \{\neg b, \neg x, \neg y\} * \{\neg x, b, z\} = \{\neg x, \neg yz\}$$

Dies ist gleichbedeutend zum Falsum. Somit ist die Formel unerfüllbar. **UNSAT**