

# Übungen zur Vorlesung “SAT-Solving und Anwendungen” (Abgabe 7)

## Aufgabe 7.1

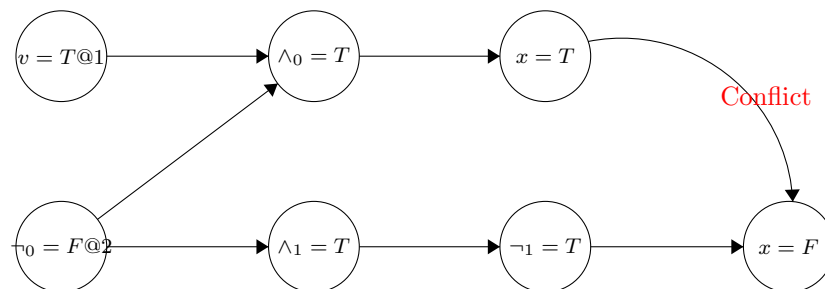
Gegeben sei folgende Aussage in non-CNF:

$$F = (z \wedge x) \vee \neg(\neg x \wedge y)$$

mit seinem zugehörigen DAG. Es ist der nonCNF-Algorithmus aus der Vorlesung anzuwenden, um eine mögliche Belegung der Formel  $F$  zu finden. Dabei entsteht folgende Tabelle:

| lvl | var        | val | Reason   | Clause                 | Stack            | Comment      |
|-----|------------|-----|----------|------------------------|------------------|--------------|
| 1   | $\vee$     | T   | Decision | -                      | $\vee = T@1$     | root init    |
| 2   | $\neg_0$   | F   | Decision | -                      | $\neg_0 = F@2$   | negate first |
|     | $\wedge_1$ | T   | Parent   | $\neg_0 = F$           | $\wedge_1 = T@2$ |              |
|     | $\wedge_0$ | T   | Parent   | $\neg_0 = F, \vee = T$ | $\wedge_0 = T@2$ |              |
|     | $\neg_1$   | T   | Parent   | $\wedge_1 = T$         | $\neg_1 = T@2$   |              |
|     | $x$        | T   | Parent   | $\wedge_0 = T$         | $x = T@2$        | Conflict     |
|     | $x$        | F   | Parent   | $\neg_1 = T$           | $x = F@2$        | Conflict     |

Nun ist ein Konflikt gegeben, welcher im folgenden Implikationsgraph illustriert wird:



Auf den Kanten steht jeweils Parent als Reason. Es entsteht folgende NoGood Menge:

$$\text{NoGood} = \{(\vee = T@1), (\neg_0 = F@2)\}$$

Neue Klausel:

$$\neg((\vee = T) \wedge (\neg_0 = F))$$

Nun ist der Algorithmus mit der neuen Klausel zu wiederholen.

| lvl | var        | val | Reason   | Clause                     | Stack            | Comment                              |
|-----|------------|-----|----------|----------------------------|------------------|--------------------------------------|
| 1   | $\vee$     | T   | Decision | -                          | $\vee = T@1$     | root init                            |
|     | $\neg_0$   | T   | NoGood   | -                          | $\neg_0 = T@1$   | NoGood flip                          |
|     | $\wedge_1$ | F   | Parent   | $\neg_0 = T$               | $\wedge_1 = F@1$ |                                      |
|     | $\wedge_0$ | *   | Parent   | $\neg_0 = T, \vee = T$     | $\wedge_0 = *@1$ | Don't care case (*)                  |
|     | $\neg_1$   | F   | Parent   | $\wedge_1 = F$             | $\neg_1 = F@1$   |                                      |
|     | $x$        | T   | Parent   | $\neg_1 = F$               | $x = T@1$        |                                      |
|     | $x$        | *   | Parent   | $\wedge_0 = *$             | $x = *@1$        | don't care Vererbung                 |
|     | $y$        | *   | Parent   | $\wedge_1 = F, \neg_1 = F$ | $y = *@1$        | $\wedge_1$ already false, don't care |
|     | $z$        | *   | Parent   | $\wedge_0 = *$             | $z = *@1$        |                                      |

Nun haben wir eine Menge von erfüllbaren Belegungen gefunden.

$$F(\text{True}, *, *) = \text{True}$$

### Aufgabe 7.2

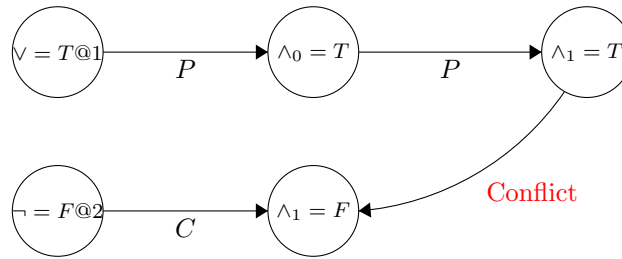
Aufgabenstellung gleich wie in Aufgabe 1, nun mit einer anderen Formel:

$$F = \neg x \vee (y \wedge (z \wedge \neg x))$$

Es entsteht folgende Tabelle:

| lvl | var        | val | Reason   | Clause         | Stack            | Comment      |
|-----|------------|-----|----------|----------------|------------------|--------------|
| 1   | $\vee$     | T   | Decision | -              | $\vee = T@1$     | root init    |
| 2   | $\neg$     | F   | Decision | -              | $\neg = F@2$     | negate first |
|     | $\wedge_0$ | T   | Parent   | $\vee = T$     | $\wedge_0 = T@2$ |              |
|     | $\wedge_1$ | T   | Parent   | $\wedge_0 = T$ | $\wedge_1 = T@2$ | Conflict     |
|     | $\wedge_1$ | F   | Child    | $\neg = F$     | $\wedge_1 = F@2$ | Conflict     |

Der Konflikt führt zu folgendem Implikationsgraph:



Dies führt nun zu einer neuen Tabelle:

| lvl | var        | val | Reason   | Clause               | Stack            | Comment              |
|-----|------------|-----|----------|----------------------|------------------|----------------------|
| 1   | $\vee$     | T   | Decision | -                    | $\vee = T@1$     | root init            |
|     | $\neg$     | T   | NoGood   | -                    | $\neg = T@1$     | NoGood flip          |
|     | $\wedge_0$ | *   | Parent   | $\vee = T, \neg = T$ | $\wedge_0 = *@1$ |                      |
|     | $\wedge_1$ | *   | Parent   | $\wedge_0 = *$       | $\wedge_1 = *@1$ | don't care Vererbung |
|     | $x$        | F   | Parent   | $\neg = T$           | $x = F@1$        |                      |
|     | $y$        | *   | Parent   | $\wedge_0 = *$       | $y = *@1$        |                      |
|     | $z$        | *   | Parent   | $\wedge_1 = *$       | $z = *@1$        |                      |

Kein Konflikt, somit eine Menge von erfüllbaren Belegungen gefunden

$$F(\text{False}, *, *) = \text{True}$$