

Propagation d'incertitudes

G. Perrin

guillaume.perrin@univ-eiffel.fr

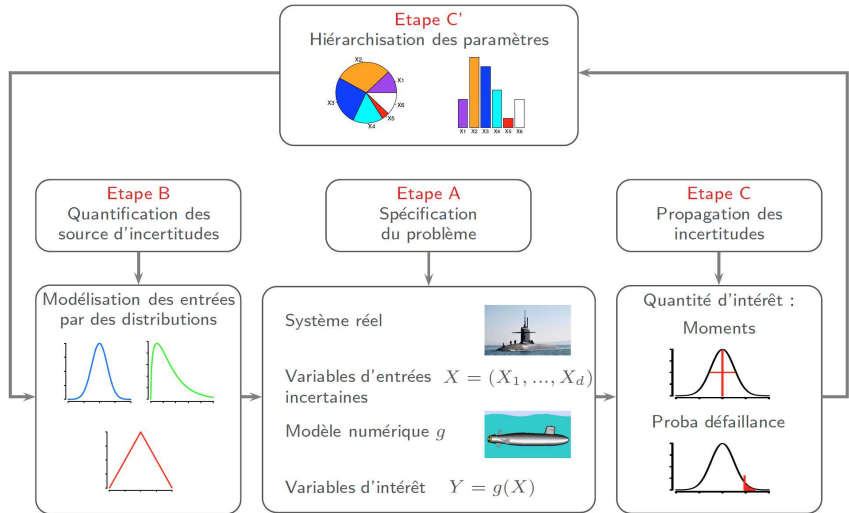
Année 2022-2023



Plan de la séance

- 1 Introduction
- 2 Cumul quadratique
- 3 Méthodes de quadrature
- 4 Méthode de Monte Carlo

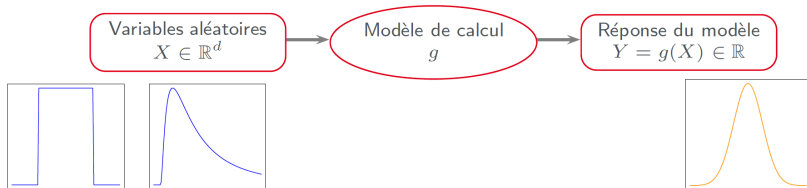
Introduction - Schéma général



étape C : propagation des incertitudes

Principe

Pour déterminer les incertitudes de la sortie Y , on utilise les incertitudes des entrées X que l'on propage dans le modèle g : on parle de propagation d'incertitudes.



Notations et hypothèses

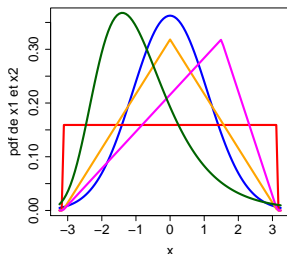
- Paramètre d'entrée : $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_d)$ de densité jointe $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$
- Modèle : $g(\cdot)$ (considéré comme coûteux).
- Variable de sortie d'intérêt $Y = g(X_1, \dots, X_d)$. $Y \in \mathbb{R}$.

Influence du choix des lois d'entrées (étape B)

Illustration

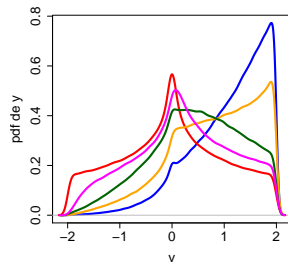
Modèle : $g(X_1, X_2) = \cos(X_1) + \cos(X_2)$, X_1 et X_2 ind. et de même loi.

PDF de X_1 et X_2



\Rightarrow

PDF de $Y = g(X_1, X_2)$



Importance cruciale de l'étape B

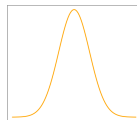
Les résultats d'une propagation d'incertitudes dépendent entièrement du choix des lois des paramètres d'entrée.

Choix de la quantité d'intérêt (étape A)

Quelle quantité est intéressante pour notre étude ?

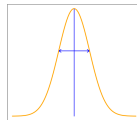
- **La PDF "entière" de Y :**

On cherche à estimer la distribution de probabilité, *i.e.* toute la courbe et non uniquement certaines zones.



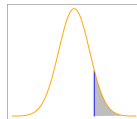
- **Partie centrale de la PDF de Y :**

On cherche à "résumer" l'incertitude par les premiers moments de Y : moyenne, écart-type, asymétrie, aplatissement, ...



- **Queues de distribution de la PDF de Y :**

On cherche à estimer la probabilité que Y dépasse un certain seuil ou à estimer ce seuil en fonction d'une probabilité donnée, ou encore à estimer un intervalle contenant une proportion donnée de Y .



Le choix de la méthode est déterminée par la quantité d'intérêt étudiée !

Contexte du cours

$$Y = g(\mathbf{X}).$$

Dans ce cours, on suppose la loi de \mathbf{X} connue, et on note $\boldsymbol{\mu} := \mathbb{E}[\mathbf{X}]$ et $\mathbf{C} := \text{Cov}(\mathbf{X}, \mathbf{X})$. Le but est l'estimation d'une quantité de la forme :

$$\mathbb{E}[\phi(Y)],$$

- en utilisant si possible le moins d'appels possibles au modèle g ,
- en associant une barre d'erreur à cette estimation.

Exemples

- $\phi(y) = y \Leftrightarrow$ on s'intéresse à la moyenne de Y ,
- $\phi(y) = y^2 \Leftrightarrow$ on s'intéresse à la variance de Y ,
- $\phi(y) = 1_{y < S} \Leftrightarrow$ on s'intéresse à $\mathbb{P}(Y < S)$.

Plan de la séance

- 1 Introduction
- 2 Cumul quadratique
- 3 Méthodes de quadrature
- 4 Méthode de Monte Carlo

Cumul quadratique - principe

Objectif : calculer "rapidement" moyenne et variance de Y .

Principe : en supposant les termes diagonaux de \mathbf{C} "petits", et $\mathbf{x} \mapsto y(\mathbf{x})$ **régulière** et "relativement" **linéaire** en \mathbf{x} , alors :

$$\mathbb{E}[Y] \approx y(\boldsymbol{\mu}), \quad \text{Var}(Y) \approx \nabla y(\boldsymbol{\mu})^T \mathbf{C} \nabla y(\boldsymbol{\mu}).$$

Preuve : en supposant $y \in \mathcal{C}^2$, $y(\mathbf{x}) = y(\boldsymbol{\mu}) + \nabla y(\boldsymbol{\mu}) \cdot (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) + O(|\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}|^2)$.
Sous réserve qu'il existe σ petit tel que $\mathbb{E}[|\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}|^q] = O(\sigma^q)$ pour $q = 2, 3$, alors :

$$\mathbb{E}[Y] \approx y(\boldsymbol{\mu}) + O(\sigma^2), \quad \text{Var}(Y) \approx \nabla y(\boldsymbol{\mu})^T \mathbf{C} \nabla y(\boldsymbol{\mu}) + O(\sigma^3).$$

Cumul quadratique - intérêt et limite

Points positifs

- Méthode très peu couteuse : on a simplement besoin de calculer $y(\mu)$ et $\nabla y(\mu)$ ($\approx d + 1$ évaluations de y).
- Méthode très générale.

Points négatifs

- Attention aux hypothèses d'application.
- Méthode "locale" (autour de μ).
- Pas de "vrai" contrôle de l'erreur

Plan de la séance

- 1 Introduction
- 2 Cumul quadratique
- 3 Méthodes de quadrature**
- 4 Méthode de Monte Carlo

Méthodes de quadrature - principe

La quantité que l'on cherche à estimer s'écrit sous la forme d'une intégrale d -dimensionnelle :

$$I := \mathbb{E} [\phi(Y)] = \int_{\mathbb{R}^d} \phi(y(\mathbf{x})) f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x},$$

\Rightarrow on peut appliquer les méthodes standards de quadrature pour l'approcher :

$$I \approx \hat{I} := \sum_{i=1}^n w_i \phi(y(\mathbf{x}_i)).$$

Problématiques

- Comment choisir les n couples (noeuds) (w_i, \mathbf{x}_i) ?
- Comment contrôler l'écart entre I et \hat{I} ?

Méthodes de quadrature - cas $d = 1$

On se place dans le cas $d = 1$. On appelle **formule de quadrature à n points** une application linéaire Q_n qui à toute fonction f associe :

$$Q_n(f) = \sum_{i=1}^n w_i f(x_i).$$

- On dit que Q_n est **d'ordre p** si elle intègre **sans erreur** tout polynôme de degré inférieur ou égal à p .
- Identifier une formule de quadrature d'ordre élevé est intéressant dans le cas où la fonction à intégrer est régulière. En effet, celle-ci pourra se laisser approcher par un polynôme, ce qui devrait conduire à une erreur de quadrature petite.

Remarque

Il n'existe pas de formule de quadrature à n points d'ordre supérieur ou égal à $2n$. En effet, $f(x) = \prod_{i=1}^n (x - x_i)^2$ est un polynôme de degré $2n$, son intégrale sur \mathbb{R} est strictement positive, alors que $Q_n(f) = 0$.

Méthodes de quadrature - cas $d = 1$

Schéma général des méthodes de quadrature

- 1 Choisir une grille de points $\{x_1, \dots, x_n\}$.
- 2 Evaluer f en ces points.
- 3 Déterminer un polynôme passant par ces points (**interpolation polynomiale**).
- 4 Approcher l'intégrale de f par l'intégrale de ce polynôme, calculée de manière **exacte**.

- le choix de $\{x_1, \dots, x_n\}$ est le plus souvent dicté par le choix de la méthode d'interpolation polynomiale.
- Les points $\{x_1, \dots, x_n\}$ sont le plus souvent choisis de manière **non régulière** sur leur domaine de définition.

Méthodes de quadrature - interpolation polynomiale

- L'existence d'un unique polynôme $\sum_{i=0}^{n-1} c_i x^i$ qui interpole les valeurs $f(x_1), \dots, f(x_n)$ aux points **distincts** x_1, \dots, x_n vient de l'inversibilité de la matrice de Vandermonde :

$$\begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ \vdots \\ c_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x_1) \\ \vdots \\ f(x_n) \end{pmatrix}.$$

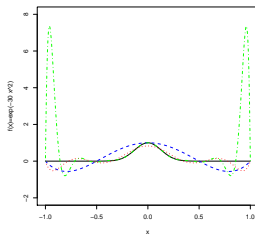
- La matrice de Vandermonde étant mal conditionnée (son déterminant est égal à $\prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_i - x_j)$), on lui préfère d'autres méthodes pour construire le polynôme interpolant, comme le **polynôme interpolant de Lagrange** L_n tel que :

$$L_n(x) := \sum_{i=1}^n f(x_i) \ell_i(x), \quad \ell_i(x) := \prod_{k \neq i} \frac{x - x_k}{x_i - x_k}.$$

Méthodes de quadrature - phénomène de Runge

- Les formules d'interpolation et de quadrature utilisant des grilles régulières sont souvent **mauvaises** (oscillations sur les bords de domaine).
- Par exemple, on peut exhiber des fonctions f régulières telles que :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{x \in [-1,1]} |f(x) - L_n(x)| = +\infty.$$



Méthodes de quadrature - quadrature de Gauss

- Une méthode de quadrature **stable** très couramment utilisée est la quadrature de Gauss.
- Cette méthode propose un choix $\{x_i, w_i\}$ qui maximise l'ordre de la méthode (on obtient un ordre $2n - 1$ avec n points).
- Pour une PDF f_X , cette méthode repose sur l'introduction d'une famille de polynômes orthogonaux P_n , $n \geq 1$ vis-à-vis de f_X , où :
 - P_n est de degré n ,
 - $\int_{\mathbb{R}} P_n(x) P_m(x) f_X(x) dx = 1$ si $m = n$ et 0 sinon.

Quadrature de Gauss

- les noeuds sont les racines $x_j^{(n)}$, $1 \leq j \leq n$ de P_n ,
- les poids sont obtenus en approchant une fonction f par son polynôme de Lagrange et en intégrant exactement la fonction approchée.

Méthodes de quadrature - cas d quelconque

Quadrature tensorisée / Quadrature creuse

- Si $f_{\mathbf{X}} = \prod_{i=1}^d f_{X_i}$, alors on peut appliquer une méthode de quadrature avec une grille pleine de n^d points sous la forme :

$$Q_n(f) = \sum_{i_1=1}^n \cdots \sum_{i_d=1}^n w_{i_1} \cdots w_{i_d} f(x_{i_1}, \dots, x_{i_d}),$$

où les points et les noeuds sont issus d'une formule de quadrature unidimensionnelle (quadrature de Gauss par exemple) associé à chaque marginale f_{X_i} .

- Evaluer une fonction en n^d points devient rapidement trop coûteux ("fléau de la dimension"). Pour éviter ces problèmes, de nombreuses stratégies plus évoluées ont été proposées avec des grilles **creuses**, comme les **grilles creuses de Smolyak**.

Méthodes de quadrature - bilan

Points positifs

- Méthode générale.
- Une estimation de l'erreur qui montre que la méthode de quadrature de Gauss est très efficace pour intégrer des fonctions régulières. En effet, si $y \in \mathcal{C}^{2n}$, alors on peut montrer que :

$$\left| \int_{\mathbb{R}} y(x) f_X(x) dx - Q_n(y) \right| \leq \frac{\|y^{(2n)}\|_{\infty}}{(2n)! a_n^2},$$

avec a_n le coefficient de x^n dans le polynôme $P_n(x)$.

- Les poids et les noeuds dépendent de la mesure mais pas de la fonction à intégrer (pré-calculs possibles).

Points négatifs

- Une difficile montée en dimension (quand d augmente).

Plan de la séance

- 1 Introduction
- 2 Cumul quadratique
- 3 Méthodes de quadrature
- 4 Méthode de Monte Carlo**

Méthode de Monte-Carlo - principe

Estimateur de la moyenne μ de Y

- On cherche à estimer :

$$\mathbb{E}(Y) = \mathbb{E}(g(X)) = \int_{\mathbb{R}^d} g(x) f_X(x) dx \quad (\psi(Y) = Y)$$

- Estimateur Monte-Carlo de la moyenne μ de Y :**

$$\bar{Y}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(X^{(i)}), \quad X^{(i)} \text{ copies iid de } X.$$

Propriétés

- Estimateur sans biais : $\mathbb{E}(\bar{Y}_n) = \mu \quad \forall n$
- Convergence : $\bar{Y}_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \mu$ avec probabilité 1 (loi des grands nombres)
- Variance de l'estimateur \bar{Y}_n (i.e. précision) :

$$\mathbb{V}\text{ar}(\bar{Y}_n) = \mathbb{E}((\bar{Y}_n - \mu)^2) = \frac{1}{n} \mathbb{V}\text{ar}(g(X)) = \frac{1}{n} \mathbb{V}\text{ar}(Y)$$

→ Il faut connaître la variance de Y !

- La vitesse de convergence est "relativement" lente, en $1/\sqrt{n}$, mais "relativement" indépendante de la dimension d !

Estimateur Monte-Carlo de $\mathbb{V}\text{ar}(Y)$

Estimateur de la variance σ^2 de Y

- Un estimateur Monte Carlo de la variance σ^2 peut-être donné par :

$$S_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y}_n)^2$$

- Mais cet estimateur est biaisé : $\mathbb{E}(S_n^2) = \frac{n-1}{n} \sigma^2 \neq \sigma^2$
- D'où l'utilisation de l'estimateur suivant :

$$\hat{\sigma}_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y}_n)^2$$

- Cet estimateur converge vers $\mathbb{V}\text{ar}(Y)$ avec probabilité 1.
- Si on revient à la variance de \bar{Y}_n , on obtient :

$$\mathbb{V}\text{ar}(\bar{Y}_n) = \frac{1}{n} \mathbb{V}\text{ar}(Y) \simeq \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y}_n)^2$$

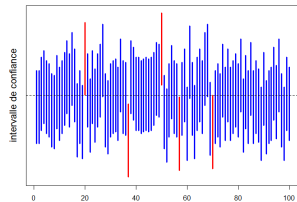
Intervalles de confiance pour estimateurs Monte Carlo

Pourquoi ?

- Lorsque l'on réitère plusieurs fois une estimation par Monte Carlo, on n'obtient jamais le même résultat (sauf si on fixe la graine).
- On doit donc fournir une plage de variation probable de l'estimateur de θ plutôt qu'une valeur unique.

Principe des intervalles de confiance

- On souhaite donner un résultat de type : $\theta \in [a, b]$ avec "un degré de confiance".
- On cherche a et b tels que $\mathbb{P}(a \leq \theta \leq b) = 1 - \alpha$
- On choisit en général un risque symétrique :
 $\mathbb{P}(\theta < a) = \mathbb{P}(\theta > b) = \frac{\alpha}{2}$
- **Illustration** : Générations de 100 échantillons de taille 200 de loi $\mathcal{Ber}(p)$. Moyenne réelle $\mu = p$. Risque $\alpha = 5\%$
→ 5 IC ne contiennent pas le vrai μ



Intervalles de confiance pour estimateurs Monte Carlo

Construction de $[a, b]$ tel que $\mathbb{P}(a \leq \theta \leq b) = 1 - \alpha$

- L'intervalle $[a, b]$ est **aléatoire** puisqu'il va dépendre de l'estimateur de θ noté $\hat{\theta}_n$
- Si on diminue le risque α , la longueur de $[a, b]$ augmente (n fixé).
- Si on augmente n , la longueur de l'intervalle $[a, b]$ diminue (α fixé).
- La détermination de a et b tels que $\mathbb{P}(a \leq \theta \leq b) = 1 - \alpha$ peut-être **exacte**, **asymptotique** ou **approchée**.
- Pour les IC exacts ou asymptotiques, le principe est de passer par une variable aléatoire judicieusement choisie :
 - dépendant de $\hat{\theta}_n$ et θ
 - dont on connaît la loi (exactement ou asymptotiquement).
- Pour les IC approchés, l'idée est d'approcher la loi de $\hat{\theta}_n$ par simulation ou d'utiliser des inégalités de concentration.

IC dans le monde merveilleux des variables gaussiennes...

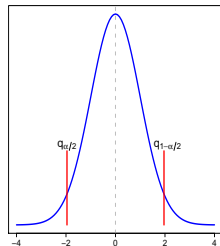
IC pour $\mathbb{E}(Y)$ lorsque Y est une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, σ^2 connu

- L'estimateur $\bar{Y}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$ suit une loi $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2/n)$, et

ainsi $\frac{\sqrt{n}}{\sigma} (\bar{Y}_n - \mu)$ suit une loi $\mathcal{N}(0, 1)$.

$$\Rightarrow \mathbb{P} \left(q_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\sqrt{n}}{\sigma} (\bar{Y}_n - \mu) \leq q_{1-\frac{\alpha}{2}} \right) = 1 - \alpha,$$

où $q_{\frac{\alpha}{2}}$ et $q_{1-\frac{\alpha}{2}}$ désignent les quantiles à $\frac{\alpha}{2}\%$ et $1 - \frac{\alpha}{2}\%$ de la loi $\mathcal{N}(0, 1)$ ($q_{\frac{\alpha}{2}} = -q_{1-\frac{\alpha}{2}}$)



- D'où les estimations des bornes a et b suivantes :

$$\mathbb{P} \left(\bar{Y}_n - q_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{Y}_n + q_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = 1 - \alpha.$$

IC90% : $q_{95\%} \simeq 1.64$ | IC95% : $q_{97.5\%} \simeq 1.96$ | IC99% : $q_{99.5\%} \simeq 2.58$

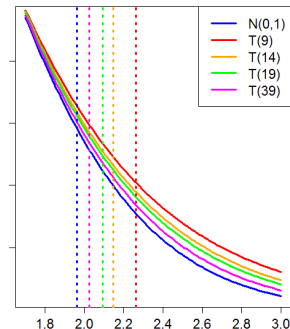
→ IC exact mais sous hypothèse (forte) de normalité et σ connu !

IC dans le monde merveilleux des variables gaussiennes...

IC pour $\mathbb{E}(Y)$ lorsque Y est une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, σ^2 inconnu

- σ^2 est estimé par $\hat{\sigma}_n^2$
- La variable $\frac{\sqrt{n}}{\hat{\sigma}_n} (\bar{Y}_n - \mu)$ ne suit plus une loi normale mais une loi de Student à $n - 1$ degrés de liberté $\mathcal{T}(n - 1)$
- D'où l'IC à $(1 - \alpha)\%$ de confiance pour μ :

$$\left[\bar{Y}_n - t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\hat{\sigma}_n}{\sqrt{n}} ; \bar{Y}_n + t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\hat{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \right]$$
- $\mathcal{T}(n - 1) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \mathcal{N}(0, 1)$, mais pour n "petit", $\mathcal{T}(n - 1)$ a des queues de distribution plus lourdes que $\mathcal{N}(0, 1)$.
 IC à 95% : $q_{97.5\%} \simeq 1.96$, $t_{9,97.5\%} \simeq 2.26$,
 $t_{29,97.5\%} \simeq 2.04$, $t_{99,97.5\%} \simeq 1.98$



→ **IC exact mais sous hypothèse (forte) de normalité !**

IC dans le monde merveilleux des variables gaussiennes...

Application directe des IC : taille minimale n pour estimer une moyenne avec une précision souhaitée

- Découle directement des IC pour $\mathbb{E}(Y)$ lorsque Y est une loi normale.
- Soit δ la précision cherchée, on souhaite que μ soit dans l'IC $_{1-\alpha}$: $[\bar{Y}_n \pm \delta]$
- On a donc : $\delta = q_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.
- Et ainsi : $n \geq \left(q_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\delta}\right)^2$ est la taille minimale requise !
- Exemple : $n \geq 62$ pour estimer la moyenne d'un échantillon suivant une loi $\mathcal{N}(5, 1)$ avec une précision de ± 0.25 sur μ . ($n \geq 1537$ pour $\delta = 0.05$).

Test numérique : génération d'un échantillon de taille 62 de loi $\mathcal{N}(5, 1)$

→ IC $_{95\%}$ pour μ : [4.83 ; 5.32]

IC dans le monde merveilleux des variables gaussiennes...

IC pour $\text{Var}(Y)$ lorsque Y est une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, μ inconnu

- La variable $\frac{n-1}{\sigma^2} \hat{\sigma}_n^2$ suit une loi du chi-deux à $n-1$ degrés de liberté $\chi^2(n-1)$

- On a donc :

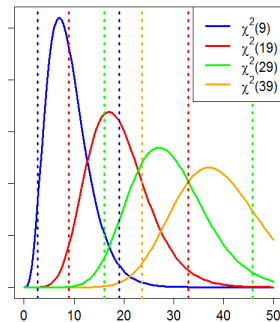
$$\mathbb{P}\left(c_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \leq \frac{n-1}{\sigma^2} \hat{\sigma}_n^2 \leq c_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$$

où $c_{\frac{\alpha}{2}}$ et $c_{1-\frac{\alpha}{2}}$ désignent les quantiles à $\frac{\alpha}{2}\%$ et $1 - \frac{\alpha}{2}\%$ de la loi $\chi^2(n-1)$

- D'où l'IC à $(1 - \alpha)\%$ de confiance pour σ^2 :

$$\left[\frac{(n-1)\hat{\sigma}_n^2}{c_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}}; \frac{(n-1)\hat{\sigma}_n^2}{c_{n-1, \frac{\alpha}{2}}} \right]$$

- Cet IC n'est pas symétrique par rapport à l'estimation de σ^2 (contrairement aux IC pour la moyenne).



IC dans un monde non gaussien (n grand quand même !)

IC pour $\mathbb{E}(Y)$ sans a priori sur la loi de Y

- Théorème central limite (TCL) :

Soit $(Y_i)_{i \in \mathbb{N}^*}$ une suite de variables aléatoires indépendantes de même loi, de moyenne μ et de variance $\sigma^2 \in]0, +\infty[$

Alors : $\frac{\sqrt{n}}{\sigma} (\bar{Y}_n - \mu) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \mathcal{N}(0, 1)$ avec $\bar{Y}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$

La moyenne empirique suit asymptotiquement une loi gaussienne.

- On se retrouve dans le monde merveilleux des variables gaussiennes !
- Même IC pour $\mathbb{E}(Y)$ que dans le cas où Y suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ avec σ^2 inconnu.
- En pratique, n grand signifie $n \geq 30$.

→ **IC asymptotique i.e. sous hypothèse n grand (≥ 30).**

IC dans un monde non gaussien (n grand quand même !)

IC pour $\text{Var}(Y)$ sans a priori sur la loi de Y

- Résultat de probabilité : $\frac{\sqrt{n}}{\sigma^2 \sqrt{\gamma - 1}} (\hat{\sigma}_n^2 - \sigma^2) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \mathcal{N}(0, 1)$

avec $\gamma = \mathbb{E}((Y - \mu)^4) / \sigma^4$ désignant le kurtosis de Y .

- D'où un IC à $(1 - \alpha)\%$ de confiance pour σ^2 :

$$\left[\hat{\sigma}_n^2 - q_{1-\frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma}_n^2 \sqrt{\frac{\hat{\gamma} - 1}{n}} ; \hat{\sigma}_n^2 + q_{1-\frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma}_n^2 \sqrt{\frac{\hat{\gamma} - 1}{n}} \right]$$

- Cet IC est symétrique, contrairement à celui de $\hat{\sigma}_n^2$ lorsque Y suit une loi normale.
- Le problème ici est l'estimation du kurtosis. Celui-ci peut-être amplement sous-estimé et conduire à un IC pour σ^2 trop "serré".
- D'autres IC asymptotiques (aussi valables) existent, mais toujours en faisant intervenir $\hat{\gamma}$

→ **IC asymptotique i.e. sous hypothèse n grand (≥ 30).**

Méthodes de Monte Carlo - bilan

Points positifs

- Méthode générale.
- Un contrôle asymptotique de l'erreur.
- Une relative indépendance de la convergence de l'erreur vis-à-vis de d .

Points négatifs

- Nécessité de savoir générer des réalisations iid de X .
- Une convergence en $\text{Var}(Y)/n$ souvent jugée trop lente \Rightarrow voir les approches MC avancées !

Plan de la séance

- 1 Introduction
- 2 Cumul quadratique
- 3 Méthodes de quadrature
- 4 Méthode de Monte Carlo