Projet MACS3 : Simulation des écoulements diphasiques incompressibles en milieux poreux

1 Le modèle

On cherche à simuler la récupération d'hydrocarbures contenus dans un milieu poreux bidimensionnel et hétérogène noté $\Omega = [0, L_x] \times [0, L_y]$. Pour récupérer l'huile initialement en place dans le milieu poreux, on vient injecter de l'eau dans le domaine Ω via trois puits injecteurs notés I_1, I_2 et I_3. L'eau ainsi injectée va venir pousser l'huile vers les trois puits producteurs notés P_1, P_2 et P_3. L'emplacement des puits dans le domaine est illustré par la figure 1. Enfin, le bord du domaine $\partial\Omega$ est supposé totalement imperméable (conditions de flux nul).

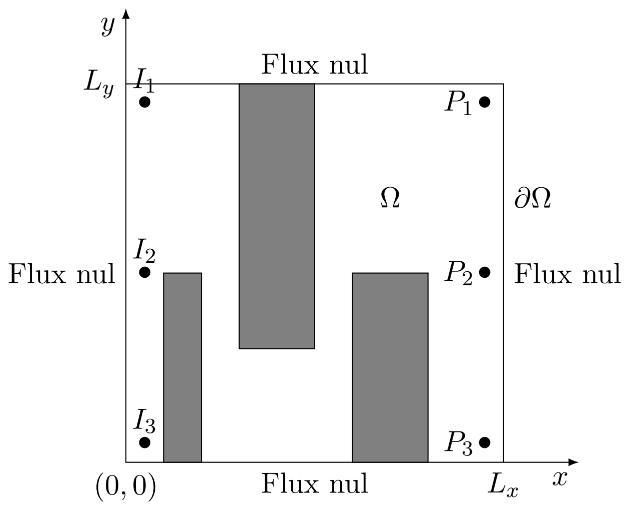


Figure 1: Réservoir Ω

Le modèle mathématique est donné par les équations suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{lcll} \phi\partial_t S_w + div(-\dfrac{kr_w(S_w)}{\mu_w}\kappa\vec{\nabla}P) & = & q_w & dans \quad \Omega \times (0,T) \\ \phi\partial_t S_o + div(-\dfrac{kr_o(S_o)}{\mu_o}\kappa\vec{\nabla}P) & = & q_o & dans \quad \Omega \times (0,T) \\ S_w + S_o = 1 & & & dans \quad \Omega \times (0,T) \end{array} \right. \tag{1}$$

Conditions aux limites et termes sources :

- Flux nul sur $\partial\Omega$.
- Les trois puits injecteurs fonctionnent à la même pression imposée P_{inj}. On injecte que de l'eau dans le milieu.
- Les trois puits producteurs fonctionnent à la même pression imposée P_{prod}.

Conditions initiales : $P(x, y; 0) = P_0$ et $S_o(x, y; 0) = 1 - S_{wi}$, $\forall (x, y) \in \Omega$

2 Projet

Questions de cours (sur 5) :
Réécrire le système (1) en un système à deux équations et deux inconnues : la pression et la saturation d'huile. Détailler toutes les étapes et utiliser les notations du cours.
Ecrire le schéma aux volumes finis complet du modèle avec l'ensemble des termes sources en suivant les notations du cours.

- Détailler le calcul des transmissivités sur les arêtes internes et retrouver la moyenne harmonique (à démontrer).
- Calcul des mobilités totales aux temps $t^n \geq 0$.
- Equation discrète en pression.
- Equation discrète en saturation.
- Ecrire et démontrer la condition CFL en tenant compte des puits. Détailler les calculs.

Code (sur 15) :

- Compléter le code Python utilisé durant les TDs afin d'y ajouter la prise en compte des puits:
  - Compléter le tableau des transmissivités `Tkl` en ajoutant les IP des puits.
  - Compléter le tableau des mobilités totales `mobT` en ajoutant les mobilités totales aux puits.
  - Compléter l'assemblage du système linéaire en pression afin de prendre en compte les termes liés à la discrétisation des débits aux puits.

- Compléter le tableau des flux `fluxT` en ajoutant les flux aux puits.
- Compléter le calcul de la CFL en ajoutant la contribution des débits aux puits injecteurs.
- Compléter le calcul des saturations en ajoutant la contribution des puits dans les mailles perforées.

- Faire les deux tests suivants :
  - Test 1 : injecter une eau de viscosité $\mu_w = 1.0 \times 10^{-3}\ Pa.s.$
  - Test 2 : injecter une eau de viscosité $\mu_w = 3.0 \times 10^{-3}\ Pa.s.$

- Pour chacun des tests, visualiser sous Paraview le champs des saturations au temps final et à deux temps intermédiaires. Vérifier que les résultats obtenus sont physiquement admissibles. Commenter les résultats.

- Pour chaque tests, calculer et tracer les débits d'huile et d'eau instantanés et cumulés qui sortent des puits producteurs.
  Comparer et commenter les résultats.
  A chaque temps t^n, les débits instantanés sont donnés par :

$$\begin{aligned} q_o(t^n) &= f_o(S^n) q_T(t^n) \\ q_w(t^n) &= (1 - f_o(S^n))\, q_T(t^n) \end{aligned}$$

  où q_T est le débit total calculé aux puits.
  A chaque temps t^n, les débits cumulés sont donnés par :

$$\begin{aligned} Q_o(t^n) &= \sum_{t^m \le t^n} \Delta t^m\, q_o(t^m) \\ Q_w(t^n) &= \sum_{t^m \le t^n} \Delta t^m\, q_w(t^m) \end{aligned}$$

  où $\Delta t^m = t^m - t^{m-1}$.
  Créer une fonction qui calcule ces débits et l'appeler en fin de chaque pas de temps.
  Stocker les résultats dans un nouveau fichier à la même fréquence que l'archivage des résultats de grille.
  Créer un nouveau programme python qui permet de relire ce nouveau fichier et de tracer les différents débits en fonction du temps. Utiliser la bibliothèque `matplotlib.`

3 Jeux de données

- Domaine $\Omega = (0, Lx) \times (0, Ly)$: $Lx = Ly = 1000\ m.$

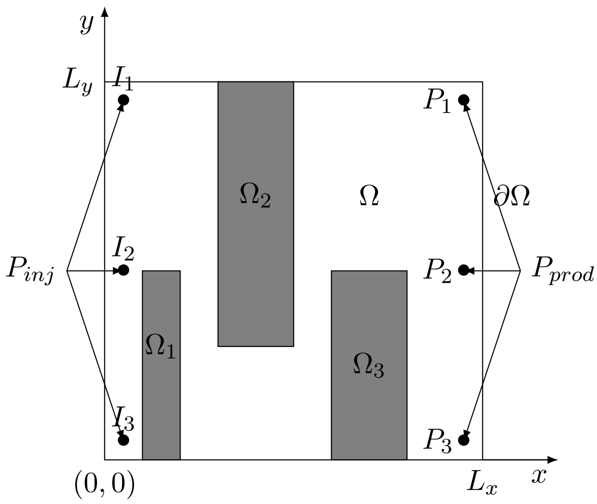
- Maillage uniforme cartésien $Nx \times Ny = 50 \times 50$.
- Porosité : $\phi = 0.3$
- Le réservoir est constitué d'une roche perméable et d'une roche imperméable. On note Ω_1, Ω_2 et Ω_3 les zones du réservoir qui sont imperméables et sont définies de la façon suivante:

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= [100, 200] \times [0, 500] \\ \Omega_2 &= [300, 500] \times [500, 1000] \\ \Omega_3 &= [600, 800] \times [0, 500] \end{aligned}$$

  La perméabilité du milieu poreux est alors donnée par

$$\kappa(x, y) = \begin{cases} \kappa_1 & \forall(x, y) \in \Omega \backslash \{\Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3\} \\ \kappa_2 & \forall(x, y) \in \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3 \end{cases}$$

  avec $\kappa_1 = 10^{-13}\ m^2$ et $\kappa_2 = \frac{\kappa_1}{1000}$.
- Perméabilités relatives :
  Points limites : $S_{wi} = 0.1$, $S_{or} = 0.3$
  Courbes : $Kr_w(S_w) = \left(\frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}}\right)^2$, $Kr_o(S_o) = \left(\frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{or}}\right)^2$.
- Viscosités : $\mu_w = 1.0 \times 10^{-3}\ Pa.s$ (Test1) ou $\mu_w = 1.0 \times 10^{-3}\ Pa.s$ (Test2) et $\mu_o = 5.0 \times 10^{-3}\ Pa.s$.
- Pression initiale: $P_0 = 9.0 \times 10^6 Pa$
- Saturation initiale: $S_0 = 1 - S_{wi}$
- Pression aux puits injecteurs : $P_{inj} = 2.0 \times 10^7 Pa$
- Pression aux puits producteurs : $P_{prod} = 9.0 \times 10^6 Pa$.
- Rayon des puits : $r_p = 0.1\ m$.
- Le puits $I1$ est placé au point $(x, y) = (10, 990)$
- Le puits $I2$ est placé au point $(x, y) = (10, 510)$
- Le puits $I3$ est placé au point $(x, y) = (10, 10)$
- Le puits $P1$ est placé au point $(x, y) = (990, 990)$
- Le puits $P2$ est placé au point $(x, y) = (990, 510)$
- Le puits $P3$ est placé au point $(x, y) = (990, 10)$
- Temps de simulation : $tf = 60\ ans$.



y
L_y
I_1
P_1
Ω_2
Ω
$\partial\Omega$
I_2
P_{inj}
P_2
P_{prod}
Ω_1
Ω_3
I_3
P_3
$(0,0)$
L_x
x