

# MACS - Quantification des incertitudes pour la simulation

DM5 - Année 2022-2023

## 1 Indices de Sobol fonction produit

On considère la fonction :

$$y : \begin{cases} [-1, 1]^3 \rightarrow \mathbb{R} \\ \mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) \mapsto y(\mathbf{x}) = (0.1 + x_1)(1 + x_2)(5 + x_3). \end{cases}$$

1. En supposant que  $\mathbf{x}$  est uniformément distribué sur  $[-1, 1]^3$ , donner la densité du vecteur aléatoire  $\mathbf{x}$ , que l'on note  $f_{\mathbf{x}}$ . Peut on en déduire que  $x_1, x_2, x_3$  sont statistiquement indépendants ?

2. Calculer la moyenne de  $y(\mathbf{x})$ .

3. Pour  $a, b \in \mathbb{R}$  et  $Z, W$  deux variables aléatoires indépendantes et uniformément réparties sur  $[-1, 1]$ , calculer  $\mathbb{E}[(a + Z)^2]$ ,  $\text{Var}(a + Z)$  et  $\text{Var}((a + Z)(b + W))$ .

4. Calculer la variance de  $y(\mathbf{x})$ .

5\*. Calculer les indices de Sobol d'ordre 1 associés à  $x_1, x_2, x_3$ , respectivement notés  $S_1, S_2, S_3$ .

6. En déduire quelle est la variable dont l'influence individuelle sur la variance de  $y(\mathbf{x})$  est la plus forte.

7\*. Calculer les indices de Sobol totaux associés à  $x_1, x_2, x_3$ , respectivement notés  $T_1, T_2, T_3$ .

8. A la vue de ces résultats, est-il raisonnable de fixer une/plusieurs composante(s) de  $\mathbf{x}$  à sa/leur valeur(s) moyenne(s). Si oui, la(les)quelle(s) ?