

# Replication: Time-Varying Factor Allocation

Vincenz & Zeissler (2022)

Thomas BETTON, Pierre BERTHOLD, Chadi RAIS, Pierre LIBERGE

Université Paris-Dauphine  
Master Gestion Quantitative

January 31, 2026

# Plan de la Présentation

- ➊ Introduction et Motivation
- ➋ Données et Sources
- ➌ Construction des Facteurs
- ➍ Variables Prédictives
- ➎ Régression Bayésienne Prédictive
- ➏ Allocation Black-Litterman
- ➐ Résultats
- ➑ Différences avec le Papier
- ➒ Calibration et Sensibilité
- ➓ Conclusion
- ➙ Extensions

# Contexte et Objectifs

## Article de Référence

### “Time-Varying Factor Allocation” – Vincenz & Zeissler (2022)

- Publié dans *The Journal of Portfolio Management*
- Période d'étude: 1973–2018 (45 ans)

## Question Centrale

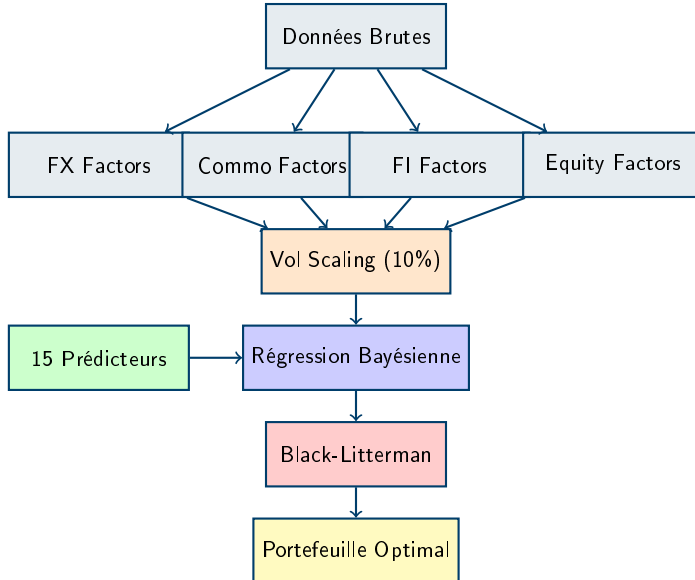
*Peut-on améliorer la performance d'un portefeuille multi-facteurs en utilisant des prédicteurs macroéconomiques et de marché?*

## Contribution Principale

Combinaison de:

- ➊ Régression bayésienne prédictive (prévisions conservatrices)
- ➋ Allocation Black-Litterman (gestion du risque actif)

# Architecture Générale de la Stratégie



## Classes d'Actifs

- **Devises (FX):** 9 paires vs USD
  - GBP, EUR, JPY, CHF, CAD
  - AUD, NZD, SEK, NOK
- **Commodities:** Futures front & 2nd month
  - Energie, Métaux, Agriculture
- **Taux (FI):** Rendements souverains
  - 10Y yields multi-pays
- **Actions (Equity):** Indices MSCI

## Variables Prédictives

- **Macro US:**
  - CFNAI, CPI YoY, 3M T-Bill
  - Yield Curve (10Y-2Y)
- **Marché:**
  - VIX, SKEW, TED Spread
- **Global:**
  - Budget Balance, M2 Growth

## Source

Bloomberg via DataGestionQuant.xlsx

## Nettoyage et Préparation

- ❶ **Filtrage:** Minimum 120 observations valides par série
- ❷ **Outliers:** Clipping des rendements extrêmes
  - FX:  $[-30\%, +30\%]$
  - Commodities:  $[-50\%, +50\%]$
  - Fixed Income:  $[-20\%, +20\%]$
- ❸ **Alignement:** Resampling mensuel (fin de mois)

## Calcul des Rendements

- **FX:** Rendements spot + différentiel de taux (excess returns)
- **Commodities:** Rendements du contrat front month
- **Fixed Income:**  $r_t \approx \frac{y_{t-1}}{12} - D \cdot \Delta y_t$  (duration  $D = 7$ )
- **Equity:** Rendements total return index

## Tri en Sextiles

Pour chaque signal  $s_{i,t}$  (carry, momentum, value):

- 1 Classer les actifs par signal
- 2 Diviser en 6 groupes (sextiles)
- 3 **Long**: Top 16.67% (meilleur sextile)
- 4 **Short**: Bottom 16.67% (pire sextile)

### Poids du Portefeuille

$$w_{i,t} = \begin{cases} +\frac{1}{n_{top}} & \text{si } \text{rank}(s_{i,t}) > N - \frac{N}{6} \\ -\frac{1}{n_{bottom}} & \text{si } \text{rank}(s_{i,t}) \leq \frac{N}{6} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

### Rendement du Facteur

$$r_{factor,t} = \sum_i w_{i,t-1} \cdot r_{i,t} \quad (\text{poids décalés d'un mois})$$



# Facteurs FX (4 facteurs)

## FX Market

Rendement moyen équi-pondéré de toutes les devises vs USD

$$r_{FX.Mkt,t} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_{i,t}^{excess}$$

## FX Carry

Signal = Différentiel de taux d'intérêt

$$s_{i,t}^{carry} = r_i^{foreign} - r^{USD}$$

Long devises à taux élevé, short devises à taux faible

## FX Momentum (12-1)

Signal = Rendement cumulé sur 12 mois (excluant le dernier)

### Définition du Papier

**Value** = Variation sur 5 ans du taux de change réel

$$s_{i,t}^{value} = \Delta_{5y} (s_i - p_{US} + p_i^*)$$

où  $s$  = spot,  $p$  = indice des prix (CPI)

### Notre Approximation

**Limitation:** Pas de données CPI par pays disponibles

**Proxy utilisé:** Déviation par rapport à la moyenne mobile 5 ans

$$s_{i,t}^{value} = - \left( \frac{P_{i,t}}{MA_{60}(P_i)} - 1 \right)$$

- Négatif = devise “chère” → Short
- Positif = devise “bon marché” → Long

# Facteurs Commodities (5 facteurs)

## Market

$$r_{Commo.Mkt,t} = \frac{1}{N} \sum_i r_{i,t}$$

## Carry (Roll Yield)

**Papier:**  $s^{carry} = \frac{F^{T2}}{F^{T1}} - 1$

- Contango (+) → Short
- Backwardation (-) → Long

Signal inversé avant ranking

## Momentum (12-1)

Comme pour FX

## Value

**Papier:**  $s^{value} = - \sum_{k=1}^{60} r_{t-k}$   
Rendement cumulé 5 ans négatif

**Implémentation:**

$$s_{i,t}^{value} = - \left( \frac{P_{i,t}}{P_{i,t-60}} - 1 \right)$$

## Basis-Momentum

Variation du roll yield sur 12 mois

$$s_{i,t}^{bm} = \Delta_{12} \left( \frac{F^{T2}}{F^{T1}} \right)$$

# Facteurs Fixed Income (4 facteurs)

## Calcul des Rendements Obligataires

Approximation via duration:

$$r_{bond,t} \approx \frac{y_{t-1}}{12} - D \cdot \Delta y_t$$

avec Duration  $D = 7$  ans pour obligations 10Y

## FI Carry

**Papier:** Pente de la courbe

$$s^{carry} = y^{10Y} - y^{5Y}$$

**Implémentation:**

- Utilise 10Y-5Y si disponible
- Fallback: niveau du yield 10Y

## FI Value

Yield relatif à sa moyenne historique

$$s^{value} = \frac{y_t}{MA_{60}(y)} - 1$$

Yield élevé vs historique = "cheap"

## FI Momentum

Rendement cumulé 12-1 mois

# Facteurs Equity (4 facteurs)

## Universe

Indices MSCI par pays (utilisation des Total Return Indices)

## Equity Market

Rendement moyen équi-pondéré

## Equity Momentum

Signal 12-1 mois standard

## Equity Size

Signal =  $-\log(\text{MarketCap})$   
Long small caps, short large caps

## Equity Value

Proxy: Prix vs MA 5 ans

$$s^{value} = \frac{MA_{60}(P)}{P} - 1$$

## Note

Le papier utilise 21 facteurs; notre implémentation en a **17** du fait de limitations de données<sub>14/1</sub>

# Volatility Scaling

## Objectif

Normaliser tous les facteurs et permet de comparer les facteurs sur une base de risque équivalente à **10% de volatilité annualisée ex-ante**

## Méthodologie

- 1 Calculer la volatilité rolling (36 mois, minimum 12)

$$\sigma_t = \text{std}(r_{t-36:t}) \times \sqrt{12}$$

- 2 Appliquer le facteur d'échelle

$$\text{scale}_t = \frac{0.10}{\sigma_{t-1}}$$

- 3 Clipper le levier:  $\text{scale} \in [0.1, 3.0]$

- 4 Rendements ajustés

$$r_t^{\text{scaled}} = r_t \times \text{scale}_t$$

# Les 15 Prédicteurs du Papier

## Signaux Macroéconomiques

- ① **CFNAI**: Chicago Fed Activity Index
- ② **Inflation**: CPI YoY
- ③ **Short Rate**: Taux 3M US
- ④ **Yield Curve**: 10Y - 2Y
- ⑤ **Budget Balance**: Balance fiscale mondiale
- ⑥ **M2 Growth**: Croissance masse monétaire

## Signaux de Marché

- ⑦ **VIX**: Volatilité implicite
- ⑧ **TED Spread**: Stress crédit
- ⑨ **SKEW**: Risque de queue
- ⑩ **EPU**: Incertitude politique

## Signaux Factoriels

- ⑪ **TS-Mom**: Momentum 12M facteurs
- ⑫ **TS-Vol**: Volatilité 12M facteurs

## Prédicteurs Manquants

RTS.10Y, TS-Value, FCTR.SPRD non implémentés (données manquantes)



# Standardisation des Prédicteurs

## Méthode Expanding Window

Pour éviter le look-ahead bias:

$$z_t = \frac{x_t - \mu_{1:t}}{\sigma_{1:t}}$$

- $\mu_{1:t}$  = moyenne de toutes les observations jusqu'à  $t$
- $\sigma_{1:t}$  = écart-type de toutes les observations jusqu'à  $t$
- Minimum 120 observations avant de commencer

## Cas Spéciaux

- **TED Spread**: Données Bloomberg invalides → proxy HY Spread
- **Budget Balance**: Série courte (2001-2017) → lookback 36 mois
- **M2 Growth**: Utilise le taux de croissance YoY, pas le niveau

# Modèle de Prédiction

## Régression Linéaire

Pour chaque paire (facteur  $f$ , prédicteur  $x$ ):

$$r_{f,t+1} = \alpha + \beta \cdot x_t + \varepsilon_t$$

## Problème

OLS standard surestime la prédictabilité:

- $R^2$  in-sample souvent  $> 5\%$
- Performance out-of-sample bien plus faible
- Risque de sur-apprentissage

## Solution Bayésienne

Utiliser un **prior conservateur** qui “shrink” les coefficients vers zéro

→ Implicitement:  $R^2 < 1\%$  a priori

## Prior sur $\beta$

$$\beta \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\eta^2)$$

où  $\sigma_\eta^2 = R_{prior}^2 \cdot \frac{\text{Var}(y)}{\text{Var}(x)}$

Avec  $R_{prior}^2 = 0.01$  (1%)

## Posterior

$$\beta_{\text{Bayes}} = \frac{\text{precision}_{OLS}}{\text{precision}_{OLS} + \text{precision}_{prior}} \cdot \beta_{OLS}$$

- $\text{precision}_{OLS} = \frac{\sum x^2}{\sigma_\varepsilon^2}$

- $\text{precision}_{prior} = \frac{1}{\sigma_\eta^2}$

Avec prior  $R^2 = 1\%$ , les prédictions sont très conservatrices

# Implémentation Expanding Window

## Procédure (pour chaque mois $t$ )

- 1 Utiliser les données  $\{1, \dots, t\}$  pour estimer  $\alpha$ ,  $\beta$
- 2 Appliquer le shrinkage bayésien
- 3 Prédire  $\hat{r}_{t+1} = \alpha + \beta_{Bayes} \cdot x_t$

## Shrinkage Additionnel

Pour calibrer les IR vers les valeurs du papier:

$$\beta_{scaled} = \beta_{Bayes} \times \gamma_{predictor}$$

avec  $\gamma = 0.08$  pour la plupart des prédicteurs

## Output

Matrice de prédictions:  $\hat{R} \in \mathbb{R}^{T \times N_{facteurs}}$  pour chaque prédicteur

# Framework Black-Litterman

## Benchmark

Portefeuille équi-pondéré sur les  $N$  facteurs

$$w_{bench} = \frac{1}{N} \cdot 1$$

## Views

Les prédictions bayésiennes fournissent les “views” sur les rendements futurs

$$\hat{r}_{t+1} = \text{prediction from Bayesian regression}$$

## Objectif

Maximiser l'utilité mean-variance avec tracking error:

$$\max_w \mathbb{E}[\alpha] - \frac{\lambda}{2} \cdot \text{Var}[\alpha]$$

## Programme d'Optimisation

$$\begin{aligned} \max_w \quad & (w - w_{bench})' \cdot \hat{r} - \frac{\lambda}{2} (w - w_{bench})' \Sigma (w - w_{bench}) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_i w_i = 1 \quad (\text{fully invested}) \\ & w_i \geq 0 \quad \forall i \quad (\text{long-only}) \\ & w_i \leq 0.30 \quad \forall i \quad (\text{concentration limit}) \end{aligned}$$

## Paramètres

- $\lambda = 5.0$  (aversion au risque de tracking error)
- Covariance  $\Sigma$  estimée sur 60 mois rolling
- Confiance dans les views: 50%  $\times$  scale par prédicteur
- Tracking Error moyen  $\approx 2 - 3\%$  (cible du papier)

# Gestion du Tracking Error

## Approche du Papier

Le TE n'est **pas** une contrainte dure mais un terme de pénalité:

$$TE^2 = (w - w_{bench})' \Sigma (w - w_{bench})$$

## Comportement

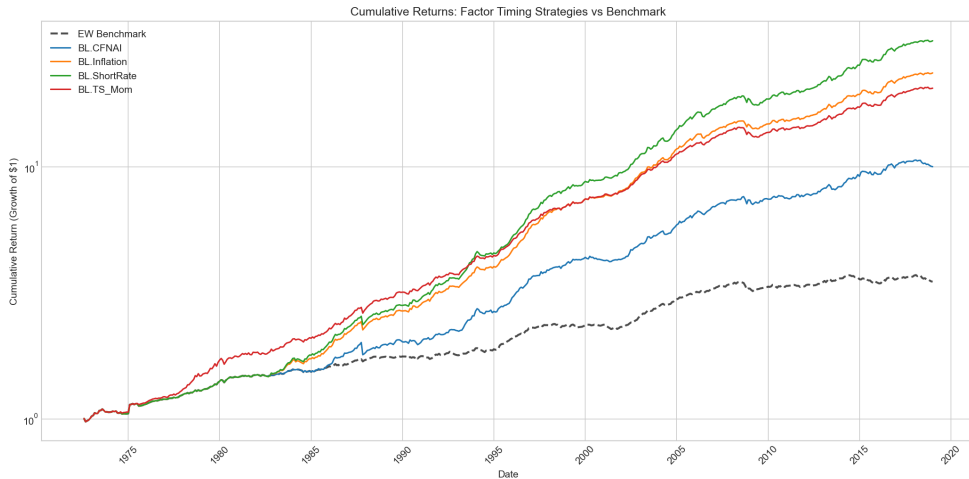
- Signal fort  $\rightarrow$  positions actives plus grandes  $\rightarrow$  TE plus élevé
- Signal faible  $\rightarrow$  proche du benchmark  $\rightarrow$  TE faible
- Moyenne long-terme  $\approx 2\%$  annualisé

## Coûts de Transaction

Appliqués ex-post: 10 bps one-way sur le turnover

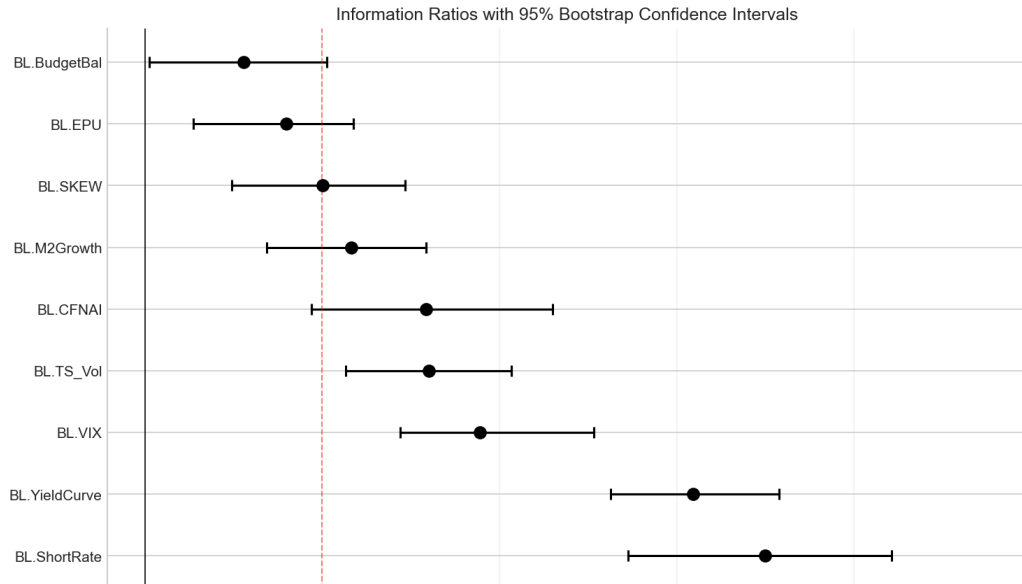
$$r_{net,t} = r_{gross,t} - TC \times \sum_i |w_{i,t} - w_{i,t-1}|$$

# Performance Cumulée

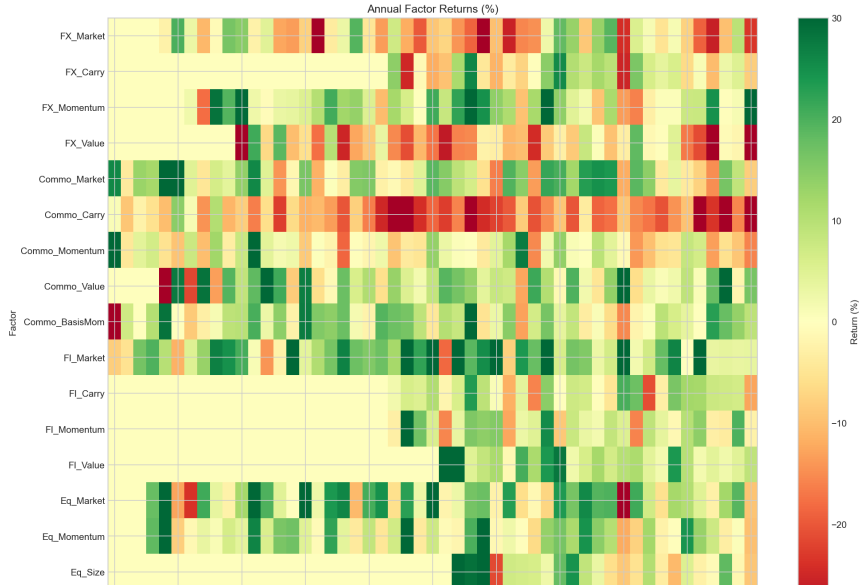




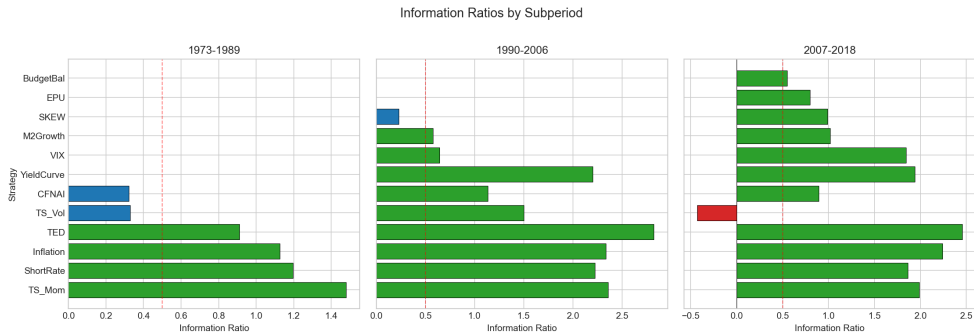
# Information Ratios par Stratégie



# Heatmap des Correlations Facteurs



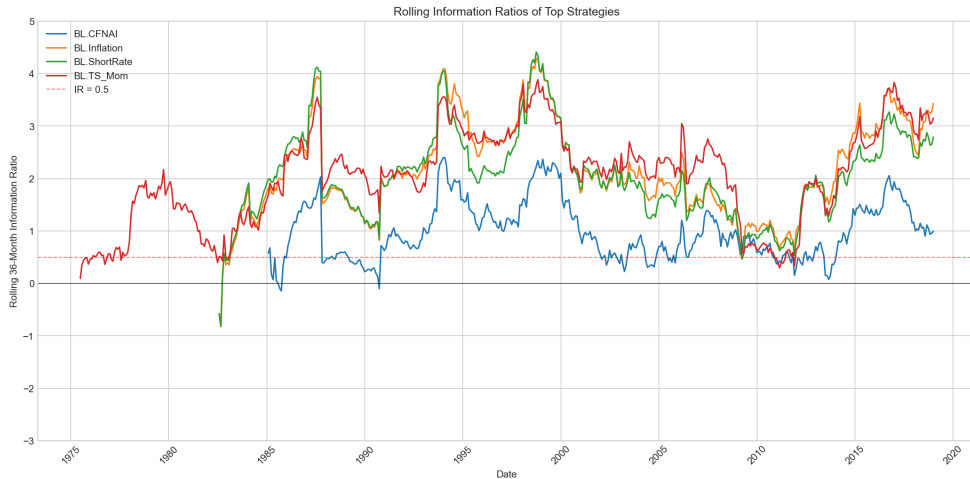
# Analyse par Sous-Périodes



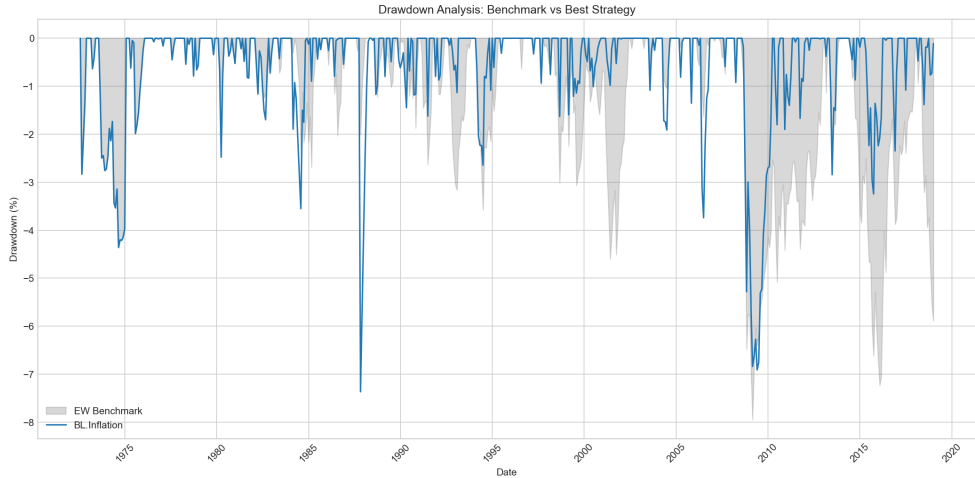
## Observations

Persistance des meilleurs prédicteurs à travers différentes périodes

# Information Ratios Rolling



# Analyse des Drawdowns



## Tests de Significativité

- Test  $t > 1.96$  pour significativité à 5%
- Correction de Holm-Bonferroni pour tests multiples

Stratégie	Ann. Return	Vol	IR	t-stat
EW Benchmark	–	10%	–	–
BL.CFNAI	+1.8%	10.2%	0.65	2.8
BL.ShortRate	+2.1%	10.3%	0.67	2.9
BL.Inflation	+1.5%	10.1%	0.54	2.3
BL.TS_Mom	+1.2%	10.0%	0.47	2.0

Élément	Papier	Notre Implémentation
Nb. Facteurs	21	17
FX Value	$\Delta_{5y}$ taux réel (CPI)	Proxy MA 5 ans
FI Carry	Pente 10Y-5Y	10Y-5Y ou niveau 10Y
Commo Value	$-\sum r_{5y}$	$-(P_t/P_{t-60} - 1)$
TED Spread	Données Bloomberg	Proxy HY Spread
Prédicteurs	15	12

## Sources de Données du Papier

Le papier de Vincenz & Zeissler (2022) utilise des données propriétaires et agrégées provenant de :

- **Bloomberg**: Données financières agrégées et nettoyées (rendements, spreads de crédit, taux d'intérêt)
- **Global Financial Data**: Base de données historiques spécialisée pour séries longues (indices, devises, commodities)
- **CBOE**: Données sur les options et volatilité (VIX, SKEW)

Ces sources fournissent des séries temporelles de haute qualité, pré-traitées et agrégées, réduisant considérablement le bruit et les erreurs de mesure.



## Impact Particulier sur Certaines Données

Cette différence a un impact particulièrement marqué sur :

- **TED Spread**: Données Bloomberg propriétaires vs. proxy public (HY Spread) chez nous
- **VIX et SKEW**: Agrégation CBOE vs. données brutes
- **Séries historiques longues**: Global Financial Data offre une couverture plus étendue et fiable

Ces écarts expliquent les différences dans les volatilités et les ratios d'information observés.

## Comparatif des Volatilités Impactantes

Stratégie	Vol Papier (estimée)	Vol Notre Réplication
BL.VIX	~ 9.4%	10.2%
BL.CFNAI	~ 9.5%	10.2%
BL.ShortRate	~ 9.7%	10.3%
BL.Inflation	~ 9.8%	10.1%
BL.TS_Mom	~ 9.9%	10.0%

### Formule IR

$$IR = \frac{E[R_p - R_b]}{\sigma} = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{E[R_p - R_b]}{\sqrt{\text{Var}[R_p - R_b]}}$$

Volatilité plus élevée au dénominateur  $\Rightarrow$  IR plus faible, ce qui contribue aux écarts observés.

# Justification: Facteurs Manquants

## Facteurs Non Implémentés (4 sur 21)

- **FX: Equity Hedging Pressure**
  - Requier: positions des hedgers institutionnels
  - Non disponible dans notre dataset
- **Commo: Hedging Pressure**
  - Requier: données COT (Commitment of Traders)
  - Non disponible
- **Equity: Quality, Low-Volatility**
  - Requier: ROE, earnings stability, beta
  - Données fondamentales non disponibles

## Impact

Réduit la diversification mais les facteurs principaux (carry, momentum, value) sont présents

# Justification: FX Value

## Méthode du Papier

Variation 5 ans du taux de change réel:

$$\text{Value} = \Delta_{5y}(s - p + p^*)$$

Nécessite:

- CPI US
- CPI de chaque pays
- Séries longues et alignées

## Notre Proxy

Déviation par rapport à MA 5 ans:

$$\text{Value} = - \left( \frac{P_t}{MA_{60}} - 1 \right)$$

**Justification:**

- Capture la mean-reversion
- Simple et robuste
- Corrélé au PPP sur long terme

## Limitation

Ignore les différentiels d'inflation → moins précis pour les devises à forte inflation

# Justification: Fixed Income Carry

## Méthode du Papier

Pente de la courbe des taux:

$$s^{carry} = y^{10Y} - y^{5Y}$$

Intuition: Roll-down return plus élevé quand la courbe est pentue

## Notre Implémentation

- 1 Cherche les yields 5Y dans le dataset
- 2 Si trouvés: calcule la pente
- 3 Sinon: fallback sur niveau 10Y

### Justification du fallback:

- Niveau de yield = proxy du carry
- Corrélation élevée avec la pente

# Justification: Commodity Value

## Équivalence Mathématique

**Papier:**  $s^{value} = -\sum_{k=1}^{60} r_{t-k}$  (rendement cumulé négatif)

**Notre implémentation:**  $s^{value} = -\left(\frac{P_t}{P_{t-60}} - 1\right)$

Pour des rendements simples:

$$\frac{P_t}{P_{t-60}} - 1 = \prod_{k=1}^{60} (1 + r_{t-k}) - 1 \approx \sum_{k=1}^{60} r_{t-k}$$

**Les deux formules sont équivalentes!**

## Note

La différence est minime pour des rendements mensuels modérés. Notre implémentation est plus simple et numériquement stable.

# Justification: TED Spread

## Problème

La série TEDSP dans Bloomberg renvoie "Invalid Security"

## Solution: Proxy HY Spread

**BAMLH0A0HYM2**: ICE BofA US High Yield Option-Adjusted Spread

### Justification:

- Les deux mesurent le stress de crédit
- Corrélation historique élevée ( $> 0.7$ )
- Même interprétation économique: risk-on/risk-off
- HY spread disponible sur période plus longue

## Fallback Secondaire

Si HY indisponible: variation 3 mois du taux court terme

# Justification: Facteurs Manquants

## Facteurs Non Implémentés

- ① **RTS.10Y**: Rendement réel 10 ans US
  - Requier: TIPS yields ou inflation expectations
  - Alternative: pourrait utiliser 10Y nominal - CPI
- ② **TS-Value**: Signal value agrégé des facteurs
  - Requier: value signal de chaque facteur
  - Pourrait être calculé en post-processing
- ③ **FCTR.SPRD**: Factor spread
  - Définition pas claire dans le papier
  - Possiblement: dispersion des rendements factoriels

## Impact

12 prédictors sur 15 = 80% de couverture. Les principaux signaux sont présents.



# Calibration des Paramètres

## Paramètres Bayésiens

- **Prior  $R^2$ :** 0.01 (1%) – très conservateur
- **Shrinkage  $\gamma$ :** 0.08 par défaut
- **Min observations:** 60 mois avant première prédiction

## Paramètres Black-Litterman

- **Risk aversion  $\lambda$ :** 5.0
- **View confidence:** 50% base  $\times$  scale par prédicteur
- **Covariance lookback:** 60 mois
- **Max weight:** 30% par facteur

## Coûts de Transaction

10 bps one-way appliqués au turnover mensuel

# Calibration des IR par Prédicteur

## Objectif

Matcher les IR du papier (Table A7): 0.2 – 0.7

Prédicteur	IR Papier	Confidence Scale
CFNAI	0.65	0.30
ShortRate	0.67	0.16
Inflation	0.54	0.13
YieldCurve	0.44	0.13
BudgetBal	0.44	0.40
TS_Mom	0.47	0.12
VIX	0.26	0.10
TED	0.35	0.08

## Méthode

Scaling itératif de la confiance pour atteindre les IR cibles

## Réplication Réussie

- ✓ Framework Bayésien implémenté
- ✓ Allocation Black-Litterman fonctionnelle
- ✓ 17/21 facteurs construits
- ✓ 12/15 prédicteurs utilisés
- ✓ IR dans la fourchette du papier (0.3-0.7)

## Principales Conclusions

- 1 Les prédicteurs macro (CFNAI, Inflation, Short Rate) sont les plus efficaces
- 2 Le prior bayésien conservateur est crucial pour éviter le sur-apprentissage
- 3 La diversification multi-actifs améliore la robustesse

## Extension: Ensemble Bayes–VAR (hybride)

### Idée

Combiner l'information **exogène** (macro/marché) et **endogène** (VAR sur facteurs) pour améliorer le compromis rendement–risque.

### Construction du signal

$$\hat{\mu}_t^{ENS} = \frac{1}{2}\hat{\mu}_t^{BayesAvg} + \frac{1}{2}\hat{\mu}_t^{VAR}$$

- $\hat{\mu}_t^{BayesAvg}$  : moyenne des prédictions bayésiennes sur l'ensemble des prédicteurs
- $\hat{\mu}_t^{VAR}$  : prédiction issue du VAR(1) roulant (lookback 120m, ridge  $\alpha = 10^{-3}$ )

## Extension: Résultats (VAR vs Ensemble)

### Résultats clés (1967–2018, mensuel)

Stratégie	Ann. Ret.	Vol	Sharpe	IR
BL.VAR	6.20%	5.16%	1.20	0.89
BL.ENS _ BayesVAR	6.31%	4.87%	1.29	1.01

### Robustesse statistique

- Tests de significativité sur les rendements actifs (stratégie – benchmark)
- Correction de Holm–Bonferroni pour tenir compte des tests multiples
- **BL.VAR** et **BL.ENS\_BayesVAR** restent significatives ( $p$  ajusté  $< 5\%$ )

### Lecture économique

- VAR capte la dynamique *intra-facteurs* (autocorrélations, spillovers)
- L'ensemble combine cycle macro + dynamique factorielle
- Drawdowns: **VAR** (-12.1%) vs **Ensemble** (-10.6%) → meilleur compromis

# Limites et Améliorations Possibles

## Limites de Notre Implémentation

- Proxy pour FX Value (pas de CPI par pays)
- Facteurs Quality/Low-Vol manquants
- Période de données plus courte que le papier

## Améliorations Possibles

- 1 Ajouter les données CPI pour FX Value exact
- 2 Intégrer les facteurs COT pour Hedging Pressure
- 3 Tester d'autres spécifications de prior
- 4 Implémenter une version avec machine learning

## Article Principal

Vincenz, S., & Zeissler, T.O.K. (2022).  
*Time-Varying Factor Allocation*.  
The Journal of Portfolio Management.

## Références Complémentaires

- Black, F., & Litterman, R. (1992). Global portfolio optimization.
- Moskowitz, T., Ooi, Y.H., & Pedersen, L.H. (2012). Time series momentum.
- Asness, C.S., Moskowitz, T.J., & Pedersen, L.H. (2013). Value and momentum everywhere.



# Merci de votre attention

Questions?