

Soit $\beta = \{e_1, \dots, e_{s^2}\}$ une base orthonormée de \mathbb{R}^{s^2} .

Soit $x = V(k) - m(v) \in \mathbb{R}^{s^2}$.

On a :

$$x = \sum_{i=1}^{s^2} \beta_i e_i$$

De plus :

$$\langle x \mid e_j \rangle = \left\langle \sum_{i=1}^{s^2} \beta_i e_i \mid e_j \right\rangle = \sum_{i=1}^{s^2} \beta_i \langle e_i \mid e_j \rangle = \beta_j \langle e_j \mid e_j \rangle = \beta_j$$

Donc :

$$\beta_i = \langle x \mid e_i \rangle$$

Ainsi :

$$V(k) - m(v) = \sum_{i=1}^{s^2} \langle V(k) - m(v) \mid e_i \rangle e_i = \sum_{i=1}^{s^2} e_i^\top (V(k) - m(v)) e_i$$

Finalement :

$$V(k) = m(v) + \sum_{i=1}^{s^2} e_i^\top (V(k) - m(v)) e_i$$