Призовая практика «Хаскелл–8. Тройка монад Reader, Writer, State»
10 декабря 2019 года

Возможность получить еще сколько-то баллов сверх зачетного количества. :)

1. Напишите функцию поиска корня нелинейного уравнения $f(x) = 0$ методом деления пополам. Спрячьте функцию f и параметр точности ε в монаду `Reader`.

2. С использованием монады `Writer` напишите функцию, которая ищет максимум среди элементов списка так, чтобы в конце было известно не только значение максимума, но и то, как оно нарастало с проходом по массиву. Например, при обработке списка `[3,2,5,1]` история поиска должна выглядеть примерно как `"3 -> 3 -> 5 -> 5"`.

3. Параметризованный рекурсивный тип *двоичного дерева* может быть определён как

   ```
   data Tree a = Empty | Node a (Tree a) (Tree a)
   ```

   Иными словами, дерево — это либо пустой объект, либо узел, хранящий данные заданного типа и имеющий два поддерева, левое и правое.

   Считается, что в *дереве поиска* для каждого узла выполняется свойство: в левом поддереве хранятся данные меньшие того, которое находится в узле, а в правом — бóльшие. Соответственно, тип элементов дерева поиска должен поддерживать сравнение.

   Напишите функцию, которая принимает двоичное дерево поиска, элемент типа `a` и проверяет наличие этого элемента в дереве, с использованием монады `Writer` сообщая также путь в дереве, по которому шёл процесс поиска.

4. Напишите функцию, которая по заданному списку вычисляет количество чисел, начинающихся с каждой из девяти ненулевых цифр. Разумно использовать монаду `State`, чтобы не передавать данные об этих цифрах в параметрах функции. Подумайте об использовании функции `foldM_`.

5. Реализуйте с помощью монады `State` датчик псевдослучайных чисел, выдающий псевдослучайное вещественное число ξ из диапазона $[0, 1)$ и определяемый соотношениями

   $$\xi_0 = 0.123, \quad \xi_{i+1} = \{11 \cdot \xi_i + \pi\},$$

   где $\{\cdot\}$ — взятие дробной части, а число π взято с 10 знаками после запятой. Используйте тип `Double` для хранения чисел.

   С использованием этого датчика решите методом Монте-Карло следующую задачу: сколько в среднем случайных чисел из диапазона $[0, 1)$ надо взять, чтобы их сумма превзошла 1?

   Суть метода Монте-Карло для данной задачи заключается в следующем: проводится N случайных испытаний, в каждом из которых находится количество k_i слагаемых, после чего ищется их среднее арифметическое, которое приближает искомую величину:

   $$\bar{k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} k_i.$$