

Лабораторное занятие Scheme 09

В этой работе следует пользоваться функциями высокого уровня. Матрицы хранятся в виде списка списков элементов строк.

1. По заданной на входе матрице верните ее строчку, содержащую наибольшее количество нулей.
2. Напишите функцию, возвращающую матрицу $n \times n$, построенную по следующему принципу:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Напишите функцию, которая возвращает список всех седловых точек матрицы, заданной на входе, или `#f`, если седловых точек у матрицы нет.¹
4. Напишите функцию, которая проверяет, что заданная на входе матрица является *магическим квадратом*, т.е. сумма чисел в каждой строке, столбце и на обеих диагоналях одинакова.

¹Седловой точкой (седловым элементом) матрицы $A = (a_{ij})_{i=1,j=1}^{m,n}$ называют элемент матрицы a_{kl} , удовлетворяющий условиям

$$a_{kl} = \max_{1 \leq i \leq m} \min_{1 \leq j \leq n} a_{ij} = \min_{1 \leq j \leq n} \max_{1 \leq i \leq m} a_{ij},$$

то есть элемент матрицы, который одновременно является минимальным элементом в соответствующей строке матрицы и максимальным элементом в соответствующем столбце матрицы, или, что то же самое, элемент матрицы, который одновременно является максимальным элементом в соответствующем столбце матрицы и минимальным элементом в соответствующей строке матрицы.

Например, матрица

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 & 4 & 5 \\ -2 & 5 & 3 & 7 \\ 8 & 7 & -2 & 6 \end{pmatrix}$$

имеет один седловой элемент, равный 4, который расположен в первой строке в третьем столбце матрицы, так как он одновременно является минимальным элементом в соответствующей строке матрицы (в данном случае в первой строке матрицы) и максимальным элементом в соответствующем столбце матрицы (в данном случае в третьем столбце матрицы).

Матрица

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 2 \\ 2 & 4 & 6 & 2 \\ -2 & 7 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

имеет четыре седловых элемента, равных 2, которые расположены в первой строке в первом столбце, в первой строке в четвертом столбце, во второй строке в первом столбце, во второй строке в четвертом столбце матрицы, соответственно.

Данный пример показывает, что матрица может иметь несколько (более одной) седловых точек. Так, в матрице, все элементы которой равны друг другу, все элементы являются седловыми точками.

Матрица

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

не имеет седловой точки.

5. Напишите функцию, которая возвращает (если она есть, в противном случае функция должна вернуть `#f`) какую-нибудь строку заданной на входе матрицы, которая совпадает с каким-нибудь столбцом этой же матрицы.