

9 De algemene somregel (voor niet-disjuncte keuzes)

Een byte bestaat uit acht bits. Een bit kan enkel de waarde 0 of 1 hebben. Hoeveel verschillende bytes zijn er die beginnen of eindigen met het cijfer 1?



- Hoeveel bytes kun je in het totaal vormen?

1	2	3	4	5	6	7	8

Elk vakje (bit) moet ingevuld worden met het cijfer 0 of het cijfer 1. Anders gezegd: je maakt een keuze voor bit 1 **en** bit 2 **en** ... **en** bit 8. Volgens de productregel heb je dan $2^8 = 256$ mogelijke bytes.

- Keuze A: bytes die beginnen met het cijfer 1

1	2	3	4	5	6	7	8
1							

Analoge redenering voor de bits 2 tot 8. Volgens de productregel heb je $2^7 = 128$ mogelijke bytes.

- Keuze B: hoeveel bytes eindigen met het cijfer 1?

1	2	3	4	5	6	7	8
							1

Analoge redenering nu voor de bits 1 tot 7. Ook hier heb je dan $2^7 = 128$ mogelijke bytes.

Als je het aantal bytes van keuze A en keuze B optelt, bekom je $128 + 128 = 256$, wat overeenkomt met het totaal aantal mogelijke bytes (het universum in dit voorbeeld). Dit is te veel want er zijn ook nog bytes die beginnen en eindigen met het cijfer 0.

Waar zit de fout?

In de 128 mogelijke bytes van keuze A zitten ook de bytes die eindigen met het cijfer 1. Keuze B bevat ook de bytes die beginnen met het cijfer 1. Je hebt dus de bytes die beginnen **en** eindigen met het cijfer 1 dubbel geteld. En dat zijn er, volgens de productregel, $2^6 = 64$. Dit aantal bytes heb je één keer te veel geteld.

Het juiste antwoord op de vraag is dan: $128 + 128 - 64 = 192$.

Noem $A = \{\text{bytes die beginnen met 1}\}$ en $B = \{\text{bytes die eindigen met 1}\}$.

A en B zijn niet disjunct want $A \cap B = \{\text{bytes die beginnen en eindigen met 1}\}$ is niet ledig.

Er geldt: $\#(A \cup B) = \#A + \#B - \#(A \cap B)$.

De somregel wordt dus uitgebreid door het aantal gemeenschappelijke mogelijkheden van de twee keuzes in mindering te brengen. Je noemt dit de **algemene somregel**.

Telproblemen – algemene somregel (voor twee niet-disjuncte keuzes)

Bij **twee niet-disjuncte keuzes** (verbonden door het woordje 'of') tel je het aantal mogelijkheden van elke keuze op, verminderd met het aantal gemeenschappelijke mogelijkheden.

Op hoeveel manieren kun je met een dobbelsteen een even aantal ogen of minstens 5 ogen gooien?

$A = \{\text{minstens 5 ogen}\} = \{5, 6\}$

$B = \{\text{even ogen}\} = \{2, 4, 6\}$

$A \cap B = \{6\}$

Antwoord:
je hebt $2 + 3 - 1 = 4$ manieren.

Voor twee niet-disjuncte verzamelingen A en B geldt:

$$\#(A \cup B) = \#A + \#B - \#(A \cap B)$$

De somregel (voor disjuncte keuzes) is een speciaal geval van de algemene somregel.

