

## Kontrollskrivning 1

1. Visa att linjen

$$x - 2 = \frac{y + 3}{2} = \frac{z - 1}{4}$$

är parallell med planet  $2y - z = 1$ . Vilket är avståndet mellan linjen och planet?

2. Punkterna  $A = (1, 2, 3)$ ,  $B = (-2, 1, 0)$  och  $C = (2, 0, 1)$  bildar en triangel.

(a) Beräkna triangelns area.

(b) Beräkna vinkeln vid punkten  $A$ .

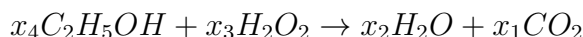
3. Vilka av följande utökade systemmatriser är skrivna på trappstegsform och vilka beskriver ett homogent linjärt system? Radreducera de fyra utökade matriserna och markera pivotpositionerna. Vilka utökade matriser beskriver ett konsistent system?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 & -5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 5 \end{bmatrix}$$

4. Finn lösningsmängden till ekvationen  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ . Finns det noll, en, eller oändligt många lösningar till ekvationen, när

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 2 & -3 \\ 1 & 4 & 0 \end{bmatrix} \text{ och } \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} ?$$

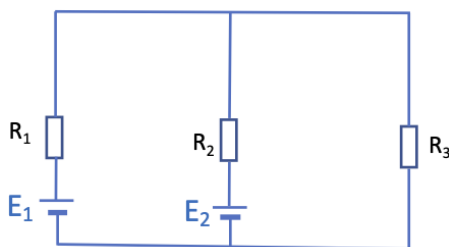
5. Förbränning av etanol med väteperoxid ger koldioxid och vatten. Den kemiska formeln kan skrivas



Här används koefficienterna  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  och  $x_4$  för att beskriva antalet molekyler som behövs för att balansera ekvationen, så att det är lika många kol-, väte- och syreatomer i högerledet som i vänsterledet.

Sätt upp ett ekvationssystem bestående av ekvationerna för antalet kol-, väte- och syreatomer i systemet, och lös systemet. Använd de fria variablerna i lösningen till att hitta lägsta möjliga heltal för  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  och  $x_4$ .

6. Schemat visar ett resistivt nät med tre resistanser. Ansätt maskströmmar (Lay: loop currents") och ställ upp ekvationssystemet för strömmarna. Lös systemet för fallet  $R_1 = 1\Omega$ ,  $R_2 = 1\Omega$ ,  $R_3 = 2\Omega$ ,  $E_1 = 6V$  och  $E_2 = 4V$ . Beräkna även spänningen över  $R_3$ . Notera att i symbolen för spänningskälla betecknar det längre och smalare strecket pluspolen.



7. För vilka värden  $h$  är vektorerna  $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$  och  $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} h \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$  linjärt beroende?
8. En linjär avbildning kan representeras av en matris. Här ska följande matriser användas för att generera avbildningar

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- (a) Rita en figur som visar hur de två basvektorerna  $\mathbf{e}_x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  och  $\mathbf{e}_y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  avbildas av matrisen  $A$ .
- (b) Rita en figur som visar hur  $\mathbf{e}_x$  och  $\mathbf{e}_y$  avbildas av matrisen  $B$ .
- (c) En sammansatt avbildning kan skapas genom att kombinera två avbildningar. Här ska vi studera den sammansatta avbildning vi får om vi först skapar avbildningen  $\mathbf{u} \rightarrow A\mathbf{u} \equiv \mathbf{v}$ , och därefter skapar avbildningen  $\mathbf{v} \rightarrow B\mathbf{v} = B(A\mathbf{u})$ . Rita en figur som visar bilden av den sammansatta avbildningen för  $\mathbf{u} = \mathbf{e}_x$ , samt för  $\mathbf{u} = \mathbf{e}_y$ .
- (d) Vad händer om vi byter ordning på avbildningarna så att  $\mathbf{u} \rightarrow A(B\mathbf{u})$ ? Rita en bild för denna sammansatta avbildning när  $\mathbf{u} = \mathbf{e}_x$ , samt när  $\mathbf{u} = \mathbf{e}_y$ .
- (e) Är de två sammansatta avbildningarna  $A(B\mathbf{u})$  och  $B(A\mathbf{x})$  samma avbildning?