Kontrollskrivning 2

1. Beräkna inversen till matrisen

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}. \tag{1}$$

2. LU faktorisera A

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \tag{2}$$

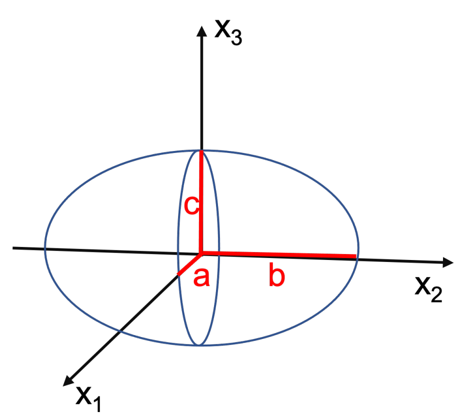
3. Beräkna determinanten till matrisen nedan. Notera att antalet multiplikationer och additioner man behöver göra beror på hur man utvecklar determinanten!

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 7 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{3}$$

4. Skriv en matris A för den linjära avbildningen $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ som avbildar enhetssfären $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ på sfäroiden i figuren.

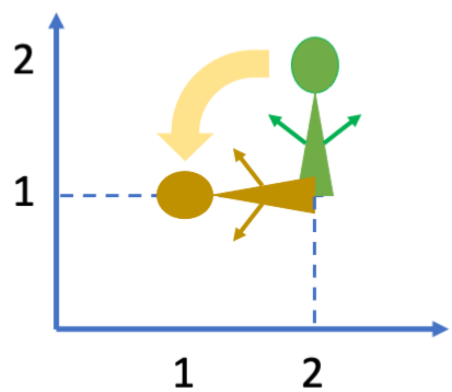
   (a) Vilken är sfäroidens volym?

   (b) Om $a = 3/4$ och $b = 2/3$, för vilket värde på c lämnar avbildningen volymen oförändrad?



5. Betrakta följande förenklade modell för en anläggning som har tre delar: vattenrening, elproduktion, och kemikalieproduktion. Dessa delar är beroende av varandra (och dessutom på externa källor som råvatten och bränsle men detta påverkar inte modellen) enligt följande: För att producera 1 m^3 rent vatten behövs 0,1 m^3 rent vatten (för att spola ut filter mm), 0,3 liter av reningskemikalie och 0,3 kWh el. För att producera 1 liter reningskemikalie behövs 0,6 m^3 rent vatten 0,2 liter av reningskemikalie och 0,1 kWh el. För att producera 1 kWh el krävs 0,6 m^3 rent vatten och 0,1 kWh el men inget av reningskemikalie.
   Ställ upp en förbrukningsmatris för detta system och beräkna hur mycket rent vatten, reningskemikalie och el som behövs produceras för att leverera 18 m3 rent vatten men ingen el eller reningskemikalie.

6. Skapa en matris som beskriver en 90 graders rotation moturs kring punkten $c = (2, 1)$. En vanlig rotationsmatris vrider vektorer kring origo. För att vrida kring c måste man först flytta (translatera) punkten c till origo, vilket motsvarar att man flyttad gubben till origo. Därefter rotera man och slutligen transplantera tillbaka från origo till c. Testa att matrisen avbildar punkten $(2, 2)$ på punkten $(1, 1)$, d.v.s. att den gröna gubbens huvud avbildas på den bruna gubbens huvud i figuren.



7. Finn en bas för kolumnrummet och en bas för nollrummet hos matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & 0 & 6 \end{bmatrix}. \tag{4}$$

8.

Låt $\mathbf{u_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{u_2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{u_3} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$.

Visa att $\{\mathbf{u_1}, \mathbf{u_2}, \mathbf{u_3}\}$kan användas som en bas $\mathcal{B}$ för $\mathbb{R}^3$.

Vilka blir kordinaterna i standardbasen för den vektor som i basen $\mathcal{B}$ har kordinatvektorn

$[x]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$?