IX1303 Flervalsfrågor till tenta 2020 08 10
(Rätt svar i grönt)

1
Bestäm arean av triangeln med hörn i punkterna (1,1,0), (1,0,1) och (0,1,1). Beteckningen "a.e." står för areaenheter.

a) 2 a.e. b) ${}^{2}/_{3}$ a.e. c) ${}^{\sqrt{3}}/_{2}$ a.e. d) $\sqrt{3}$ a.e. e) ${}^{\sqrt{2}}/_{3}$ a.e.

2
Vektorerna $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{i} - \boldsymbol{2j} + 3\boldsymbol{k}$ och $\boldsymbol{v} = 3\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j} - 4\boldsymbol{k}$. Beräkna kryssprodukten $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}$.

a) $5\boldsymbol{i} + 13\boldsymbol{j} + 7\boldsymbol{k}$ b) $3\boldsymbol{i} - 2\boldsymbol{j} + \boldsymbol{k}$ c) $-6\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j} + 13\boldsymbol{k}$
d) $2\boldsymbol{i} - 12\boldsymbol{j} - 7\boldsymbol{k}$ e) $2\boldsymbol{i} - \boldsymbol{j} + 5\boldsymbol{k}$

3
"Point-normal"-ekvationen för ett plan ges av vektorformeln $\boldsymbol{n} \cdot (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r_0}) = 0$. Bestäm ekvationen för planet som innehåller punkten (1, 2, -3) och är vinkelrätt mot vektorn $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{i} - 4\boldsymbol{j} + 2\boldsymbol{k}$.

a) $4x - y - 2z = 4$ b) $x + y - 2z = 2$ c) $2x - y - 2z = 4$
d) $12x + 6y - 2z = 3$ e) $x - 4y + 2z = -13$

4
$C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ och $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Vad blir produkten CD?

a) $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 12 & 8 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -6 & 12 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 6 & 12 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ d) 28 e) $\begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 24 & 16 \end{pmatrix}$

5

$B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ och $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Beräkna $B^T D$.

a) 21 b) $\begin{pmatrix} 10 & 11 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ d) Existerar ej

e) $\begin{pmatrix} 8 \\ 11 \end{pmatrix}$

6

Vad är determinanten $detE$ då $E = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$?

a) 0 b) 2 c) 3 d) Existerar ej e) 1

7

Beräkna C^{-1} då $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

a) 0 b) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 1 \\ 1/3 & 2 & 1/3 \end{pmatrix}$

e) Existerar ej

8

Vektorerna $\boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}$ utgör en ortogonal bas i $\mathbb{R}^2$. Vad blir $\boldsymbol{w} = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix}$ uttryckt som en linjär kombination av dessa basvektorer: $\boldsymbol{w} = c_1\boldsymbol{u} + c_2\boldsymbol{v}$?

a) $\boldsymbol{w} = -\boldsymbol{u} + 3\boldsymbol{v}$ b) $\boldsymbol{w} = -\frac{3}{2}\boldsymbol{u} + \frac{3}{4}\boldsymbol{v}$ c) $\boldsymbol{w} = \frac{1}{2}\boldsymbol{u} - \frac{2}{3}\boldsymbol{v}$

d) $\boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{u} + \frac{1}{3}\boldsymbol{v}$ e) $\boldsymbol{w} = \frac{4}{3}\boldsymbol{u} - \frac{3}{2}\boldsymbol{v}$

9

Vilken av uppsättningarna basvektorer a-e) utgör ett ON- (ortonormerat) system?

a) $\left\{\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}\right\}$ b) $\left\{\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}\right\}$ c) $\left\{\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$

d) $\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \frac{3}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\1/3\\1/3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right\}$ e) $\left\{\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right\}$

10

Bestäm vektorn för den ortogonala projektionen av $\boldsymbol{u} = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ på linjen som går genom origo och punkten (-1,3).

a) $\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}-3\\5/2\end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix}-1/5\\2/5\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}2/5\\-6/5\end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$

11

Två baser är givna, $B = \{\boldsymbol{b_1}, \boldsymbol{b_2}\}$ och $C = \{\boldsymbol{c_1}, \boldsymbol{c_2}\}$, där $\boldsymbol{b_1} = 4\boldsymbol{c_1} + \boldsymbol{c_2}$ och $\boldsymbol{b_2} = -6\boldsymbol{c_1} + \boldsymbol{c_2}$. Hur ser vektorn $\boldsymbol{x}$ ut i C-koordinater då $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b_1} + \boldsymbol{b_2}$?

a) $\begin{pmatrix}1 & -3\\-2 & 2\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}-1 & 4\\-6 & -2\end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$

12

Låt A vara en 6×4-matris. Vilket av följande påståenden är falskt?

a) A kan ha högst 4 pivot-kolumner.
b) Om A har ett 2-dimensionellt nollrum, så är rangen 4 ($Rank\ A = 4$).
c) Dimensionen av nollrummet till A utgörs av antalet kolumner som inte är pivot-kolumner.
d) En bas till A kan bestå av två kolumnvektorer.
e) Dimensionen av radrummet till A kan bli samma som dimensionen av kolumnrummet.

13

Vilken av följande mängder utgör ett underrum till $\mathbb{R}^3$?

a) $\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}\right\}$ b) Linjen $y = 1 - 2x$ c) $\left\{\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}\right\}$

d) Planet $x + y + z = 1$ e) $\mathbb{R}^2$

14

Vad gör den linjära transformen i $\mathbb{R}^2$ som representeras av matrisen $\begin{pmatrix}p & 0\\0 & 1\end{pmatrix}$, när $p < 1$?

a) Skjuvning av en figur nedåt längs negativa y-axeln.
b) Trycker ihop en figur åt vänster längs x-axeln.
c) Vrider en bild i planet $2\pi p$ (radianer) motsols.
d) Projicerar en figur på x-axeln, nerskalad med faktorn p.
e) Projicerar en figur på y-axeln, nerskalad med faktorn p.

15

I Leontief's input-output-modell infördes en vektor för efterfrågan $\boldsymbol{d}$, produktionsvektorn $\boldsymbol{x}$ och konsumtionsmatrisen C för att beskriva balansen mellan produktion och konsumtion i en ekonomi. Vilken ekvation anger sambandet mellan dessa tre faktorer (I är identitetsmatrisen).

a) $C\boldsymbol{x} = \boldsymbol{d}$
b) $(I - C)\boldsymbol{x} = \boldsymbol{d}$
c) $C\boldsymbol{d} = \boldsymbol{x}$
d) $\boldsymbol{d} = C\boldsymbol{d} + \boldsymbol{x}$
e) $(I - C)\boldsymbol{d} = \boldsymbol{x}$

16

Minsta kvadratanpassing är ett mycket vanligt sätt att approximera ett matematiskt uttryck till en uppsättning data. För ett inkonsistent system $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, där A är en $m \times n$-matris, kan man med denna metod hitta ett $\boldsymbol{x}$ som minimerar felet $\|\boldsymbol{b} - A\boldsymbol{x}\|$. Vilket av följande påståenden om minsta kvadratmetoden är falskt?

a) Metoden minimerar avståndet i y-led mellan datapunkter (x,y) och det approximerade uttrycket.

b) Varje minsta kvadratlösning till $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ satisfierar ekvationen $A^T A\boldsymbol{x} = A^T\boldsymbol{b}$.

c) Metoden bygger på ortogonal projektion av vektorer.

d) Metoden fungerar bäst för linjära approximationer.

e) Ekvationen $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ har en unik minsta kvadratlösning för varje b i $\mathbb{R}^m$ om kolumnerna i A är linjärt oberoende.