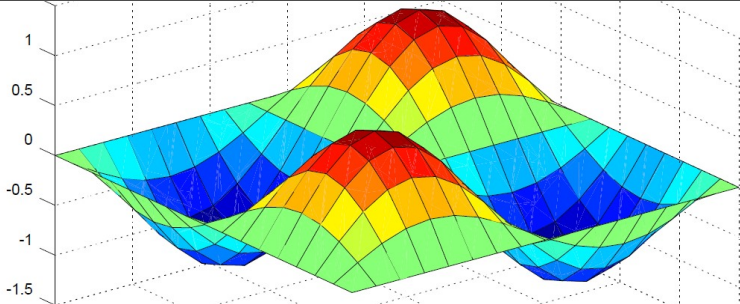


# Projekt 2

Arbeiten mit CUDA

Thore Mehr, Fabian Miltenberger, Sébastien Thill | 07.02.2017

LEHRSTUHL FÜR RECHNERARCHITEKTUR UND PARALLELVERARBEITUNG (ITEC)



- 1 Aufgabe 1 – Getting started
- 2 Aufgabe 2 – Datentransferraten
- 3 Aufgabe 3 – Gauß-Seidel-Verfahren
- 4 Aufgabe 4 – ILU-Zerlegung
- 5 Aufgabe 5 – CG-Verfahren
- 6 Aufgabe 6 – Lattice-Blotzmann-Methode

```
Information for GeForce GTX 960 (device 0):
```

Total global memory: 2092957696  $\approx$  2 GB

Total const memory: 65536  $\approx$  64 KB

Shared memory per block:  $49152 \approx 48$  KB

Warp size: 32

```
Max threads per block: 1024
```

```
Max threads dimension: [ 1024, 1024, 64 ]
```

```
Max grid size: [ 2147483647, 65535, 65535 ]
```

→ Damit haben wir gearbeitet

## Aufgabe 2 – Datentransferraten

# Aufgabe 3 – Gauß-Seidel-Verfahren

Implementierung: Sehr geradlinig, Synchronisation durch Kernelaufrufe

Beschleunigung gegenüber CPU (32 Kerne):

$I$	$T_{CPU}[s]$	$T_{GPU}[s]$	Beschleunigung $S[s]$
2	0,123	1,15	0,107
3	0,348	1,16	0,3
4	1,42	1,17	1,21
7	7,14	1,54	4,64
8	25,3	3,27	7,74
9	177	20,6	8,59

## ■ Approximate Computing

auf eine hohe Genauigkeit verzichtet wird, um im Gegenzug an Geschwindigkeit und/oder Energieersparnisse in den Berechnungen zu gewinnen. Dies wird erreicht, indem beispielsweise Datentypen niedriger Genauigkeit genutzt werden. (Konkret etwa: anstatt `double` `float`, oder anstatt `float` nur `half float` verwenden.)

Dies ist unter Anderem dann sinnvoll, wenn die Eingangsdaten bereits gewisse Ungenauigkeiten aufweisen oder nur Schätzungen darstellen. Im Kontext des Praktikums, in welchem wir numerische Approximationen nutzen, stellt diese Technik einen Geschwindigkeitsgewinn mit vernachlässigbarer Ungenauigkeit dar, da die Natur von Approximationen bereits Ungenauigkeiten beinhaltet. Mehr dazu gegen Ende dieses Abschnitts.

## ■ Asynchronous Parallelization

Um den Vorteil asynchroner Parallelisierung zu verdeutlichen, gehen wir zuvor näher auf die synchrone Variante ein. Als Beispiel soll ein

# Aufgabe 3 – Approximate Computing

Keine Verbesserung durch Flag `-use-fast-math`

Beschleunigung bei `float` anstatt `double`:

$I$	$T_{\text{double}}[\text{s}]$	$T_{\text{float}}[\text{s}]$	Beschleunigung $S[\text{s}]$
2	1,15	1,15	1,00
3	1,16	1,15	1,01
4	1,17	1,15	1,02
7	1,54	1,49	1,03
8	3,27	2,59	1,26
9	20,6	12,1	1,70

Weitere Beschleunigung für `half` möglich? (ab CUDA 7.7)



Dieser Code bricht manchmal zu früh ab:

```
...
int smallErr;
cudaMemcpy(&smallErr, smallError_d, 1, DeviceToHost);
if (smallError) break;
...
```



# Aufgabe 3 – Programmierfehler

Dieser Code bricht manchmal zu früh ab:

```
...  
int smallErr;  
cudaMemcpy(&smallErr, smallError_d, 1, DeviceToHost);  
if (smallError) break;  
...
```

→smallErr hat zu großen Datentyp, muss entweder initialisiert werden,  
oder von Datentyp char sein

Wir haben *Approximate Computing* eingesetzt, um Rechenzeit auf Kosten der Genauigkeit einzusparen. Diese Technik sollte in modernen CPUs die Geschwindigkeit kaum beeinflussen. Nach unserem Kenntnisstand haben CPUs keine speziellen *Floating Point Units* (FPU), um beispielsweise `float` und `double` getrennt zu verarbeiten. Stattdessen wird mit der gleichen Hardware in höherer Genauigkeit (etwa 80 Bit, Hardware abhängig) gerechnet. Diese These konnten wir mit unserem Gauß-Seidel-Verfahren aus ?? bestätigen, da dieses mit dem Datentyp `float` (anstatt `double`) keine bessere Laufzeit aufwies.

Ein Unterschied wäre möglicherweise bei sehr großen Datenmengen feststellbar. Da bei `double` das doppelte an Information in den Speicher und Caches geladen werden muss, wäre hier ein Leistungseinbruch denkbar. Dies wäre eher im Bereich von Single Multi-Core CPUs angesiedelt, da Many-Core- und MIC-Architekturen durch mehrere Speicheranbindungen und größeren Cache nicht so schnell neue Daten anfordern müssten.

Gesucht: Dreiecksmatrizen  $L, U$ , sodass

$$L \cdot U \approx A$$

## Algorithmus 2

- Starke Abhängigkeit der Einträge  
→ Schlecht parallelisierbar

# Algorithmus 1

- Einträge komplett unabhängig  
→ Sehr gut parallelisierbar
- Pufferung zwischen Iterierten
- Approximativ

# Aufgabe 4 – Implementierung

Nach Algorithmus 2:  $a_{ij} = 0 \Rightarrow l_{ij} = 0$  und  $U = L^T$  ( $S_U$  entsprechend)  
Belegung von  $L$ ,  $U$  und  $A$ :

$$B = \begin{pmatrix} * & * & 0 & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & * & * & 0 & 0 & * & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & * & * & 0 & * & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 & * & * & * & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & * & 0 & * & * & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & * & 0 & 0 & * & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & * & 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & 0 & * & * \end{pmatrix}$$

→ Speicherung möglich als Array der Größe  $5n$

**Speicherverschnitt** in  $\mathcal{O}(\sqrt{n})$

Summen der Algorithmen lassen sich als Summe konstant vieler  
Elemente auffassen

# Aufgabe 4 – Ergebnis

Stark abweichende Einträge in  $L \cdot U$ :

$$L \cdot U \approx \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0.25 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 & 0.27 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0.25 & 0 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0.27 & -1 & 4 & -1 & 0.27 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & 0 & 0.29 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0.27 & 0 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0.29 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \stackrel{!}{\approx} A$$

Für unsere folgende Vorkonditionierung *hoffentlich* vernachlässigbar

Algorithmus 1 sehr effizient, Ergebnis für  $l = 9$  bereits nach 19 Iterationen (1 Sekunde)

Für Algorithmus 1: Für kleine  $n$  würde eine Parallelisierung in OpenMP – also auf der CPU – möglicherweise Sinn machen, aufgrund des Mehraufwandes der für die GPU-Ausführung erforderlich ist. Für große  $n$  hingegen erwarten wir, dass die CUDA-Implementierung einen Performance-Vorteil gegenüber der CPU-Implementierung hat. Dies schließen wir vor allem daraus, dass sich der Algorithmus sehr gut für die Grafikkarte parallelisieren lässt, da innerhalb einer Iteration Einträge unabhängig von einander sind.

Idee: Anstatt  $B \approx A^{-1}$  berechnen wir  $LU = A$  durch unvollständige Zerlegung

Nun können wir  $Br = p$  bzw.  $r = LAp$  berechnen durch:

$$L\hat{p} = r, Up = \hat{p}$$

In unserem Fall: mittels GSV

# Aufgabe 5 – Poisson-Problem

Gefordert:  $\epsilon_j \leq 10^{-5}$

Unsere Implementierung mit  $l = 9$ :  $\epsilon_{max} = 1,257 \times 10^{-5}$



# Aufgabe 5 – Poisson-Problem

Gefordert:  $\epsilon_j \leq 10^{-5}$

Unsere Implementierung mit  $l = 9$ :  $\epsilon_{max} = 1,257 \times 10^{-5}$

Intention:  $l = 10$  setzen

Würde  $(2^{10} - 1)^3 \cdot 8 \text{ Bytes} \approx 8 \text{ GB}$  für Historie von  $u$  benötigen

→ Speicherproblem

# Aufgabe 5 – Poisson-Problem

Gefordert:  $\epsilon_j \leq 10^{-5}$

Unsere Implementierung mit  $l = 9$ :  $\epsilon_{max} = 1,257 \times 10^{-5}$

Intention:  $l = 10$  setzen

Würde  $(2^{10} - 1)^3 \cdot 8 \text{ Bytes} \approx 8 \text{ GB}$  für Historie von  $u$  benötigen

→ Speicherproblem

Lösung: Auf Historie verzichten

Speicherbedarf für  $u$ :  $(2^{10} - 1)^2 \cdot 8 \text{ Bytes} \approx 8 \text{ MB}$

Problem: Auswirkung unklar, aber funktioniert (Approximate Computing?)

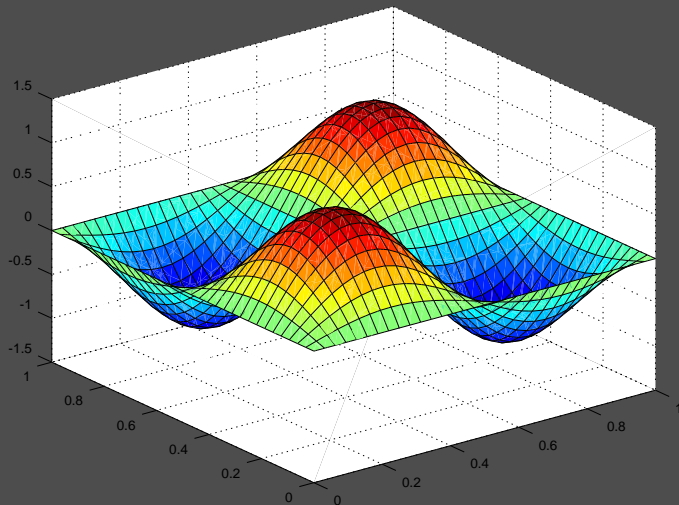
Fehler jetzt:  $\epsilon_{max} = 3,25 \times 10^{-6}$

# Aufgabe 5 – Vergleich

$I$	Impl.	Iterationen	$T[s]$	$T_{iteration}[s]$	Fehler $\epsilon_i$
7	CPU	243	1,7	$7 \times 10^{-3}$	$2,01 \times 10^{-4}$
	GPU	91	1,83	$2,01 \times 10^{-2}$	$2,01 \times 10^{-4}$
8	CPU	483	2	$4,14 \times 10^{-3}$	$5,02 \times 10^{-5}$
	GPU	153	7,04	$4,60 \times 10^{-2}$	$5,21 \times 10^{-5}$
9	CPU	961	2,5	$2,6 \times 10^{-3}$	$1,26 \times 10^{-5}$
	GPU	285	71,0	$2,49 \times 10^{-1}$	$1,31 \times 10^{-5}$

→ Weniger Iterationen, aber **mehr Zeitaufwand**

# Aufgabe 5 – Poisson-Problem



Navigation icons: back, forward, search, etc.

# Aufgabe 5 – Genauigkeit

Stellschrauben:  $\varepsilon_{cg}$ ,  $\varepsilon_{ILU}$ ,  $\varepsilon_{GSV}$

Auswirkung auf den Fehler:

$\varepsilon_{cg}$	$\varepsilon_{ILU}$	$\varepsilon_{GSV}$	Fehler $\epsilon_i$	$\Delta\epsilon_i$
$10^{-3}$	$10^{-3}$	$10^{-3}$	$2,20 \times 10^{-4}$	0
$10^{-6}$	$10^{-3}$	$10^{-3}$	$5,14 \times 10^{-5}$	$-1,69 \times 10^{-4}$
$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-3}$	$1,97 \times 10^{-4}$	$-2,30 \times 10^{-5}$
$10^{-3}$	$10^{-3}$	$10^{-6}$	$2,14 \times 10^{-4}$	$-6,02 \times 10^{-7}$
$10^{-12}$	$10^{-3}$	$10^{-3}$	$5,02 \times 10^{-5}$	$-1,70 \times 10^{-4}$
$10^{-12}$	$10^{-12}$	$10^{-12}$	$5,02 \times 10^{-5}$	$-1,70 \times 10^{-4}$

→  $\varepsilon_{cg}$  hat größte Relevanz; naheliegend, da Rest Approximation

Bisher: Alles, außer Berechnung von  $Br$  ( $2 \times GSV$ ), auf CPU per OpenMP

Wenig sinnvoll, da:

- 1 Overhead durch Datenaustausch
- 2 Keine gleichzeitige Auslastung
- 3 GPU vermutlich schneller in den CPU-Aufgaben (Vektoroperationen)

# Aufgabe 5 – Beschleunigung

$I$	$S_{CPU \rightarrow GPU_a} [s]$	$S_{GPU_a \rightarrow GPU_c} [s]$
7	0,929	1,06
8	0,284	1,14
9	0,0352	1,11

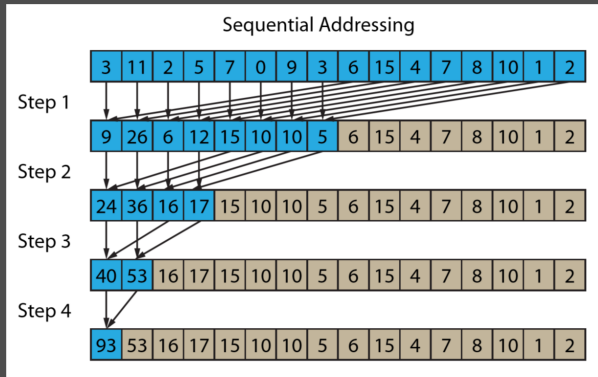
Vorteil geringer als gedacht...

*Br* teuerster Berechnungsschritt

# Aufgabe 5 – Skalarprodukt auf der GPU

Möglich mittels `atomic`-Operationen, aber nicht optimal

Bessere Lösung: *Reduction* (wie auch in OpenMP)





# Aufgabe 6 – Lattice-Blotzmann-Methode

Maximale Größe des Gitters?

Verfügbarer Speicherplatz auf der GPU  $\approx 2$  GB

# Aufgabe 6 – Lattice-Blotzmann-Methode

Maximale Größe des Gitters?

Verfügbarer Speicherplatz auf der GPU  $\approx 2$  GB

Speicherbedarf für `rawdata1`, `rawdata2` und `u_0`:

$$\begin{aligned}M(\text{rawdata1}) &= M(\text{rawdata2}) \\ &= \max_x \cdot \max_y \cdot \max_z \cdot 19 \cdot 8 \text{ Bytes} \\ M(u_0) &= \max_x \cdot \max_y \cdot 8 \text{ Bytes}\end{aligned}$$

# Aufgabe 6 – Lattice-Blotzmann-Methode

Maximale Größe des Gitters?

Verfügbarer Speicherplatz auf der GPU  $\approx 2$  GB

Speicherbedarf für `rawdata1`, `rawdata2` und `u_0`:

$$\begin{aligned}M(\text{rawdata1}) &= M(\text{rawdata2}) \\ &= \max_x \cdot \max_y \cdot \max_z \cdot 19 \cdot 8 \text{ Bytes} \\ M(u_0) &= \max_x \cdot \max_y \cdot 8 \text{ Bytes}\end{aligned}$$

Bedingung:  $M(\text{rawdata1}) + M(\text{rawdata2}) + M(u_0) \leq 2.092.957.696$

Lösung:  $\max_x = \max_y = \max_z = 190$

# Aufgabe 6 – Große Würfel

Würfel noch größer → passt nicht mehr in VRAM

Mit *CUDA* lässt es sich parallelisieren.