

# 先端データ解析論 第9回小レポート

情報理工学系研究科電子情報学専攻 M1 堀 紡希 48216444

2021 年 6 月 8 日

## 宿題 1

$$\sum_{i,i'=1} W_{i,i'} \|\mathbf{T}\mathbf{x}_i - \mathbf{T}\mathbf{x}_{i'}\|^2 = 2\text{tr}(\mathbf{T}\mathbf{X}\mathbf{L}\mathbf{X}^\top \mathbf{T}^\top) \quad (1)$$

を示す. 左辺について以下の式が成り立つ.

$$\begin{aligned} & \sum_{i,i'=1} W_{i,i'} \|\mathbf{T}\mathbf{x}_i - \mathbf{T}\mathbf{x}_{i'}\|^2 \\ &= \sum_{i,i'=1} W_{i,i'} (\mathbf{T}\mathbf{x}_i - \mathbf{T}\mathbf{x}_{i'})^\top (\mathbf{T}\mathbf{x}_i - \mathbf{T}\mathbf{x}_{i'}) \\ &= \sum_{i,i'=1} W_{i,i'} (\mathbf{x}_i^\top \mathbf{T}^\top - \mathbf{x}_{i'}^\top \mathbf{T}^\top) (\mathbf{T}\mathbf{x}_i - \mathbf{T}\mathbf{x}_{i'}) \\ &= \sum_{i,i'=1} W_{i,i'} (\mathbf{x}_i^\top \mathbf{T}^\top \mathbf{T}\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_i^\top \mathbf{T}^\top \mathbf{T}\mathbf{x}_{i'} - \mathbf{x}_{i'}^\top \mathbf{T}^\top \mathbf{T}\mathbf{x}_i + \mathbf{x}_{i'}^\top \mathbf{T}^\top \mathbf{T}\mathbf{x}_{i'}) \\ &= 2 \sum_{i,i'=1} W_{i,i} \mathbf{x}_i^\top \mathbf{T}^\top \mathbf{T}\mathbf{x}_i - 2 \sum_{i,i'=1} W_{i,i'} \mathbf{x}_i^\top \mathbf{T}^\top \mathbf{T}\mathbf{x}_{i'} \\ &= 2 \sum_{i=1} D_{i,i} \mathbf{x}_i^\top \mathbf{T}^\top \mathbf{T}\mathbf{x}_i - 2 \sum_{i,i'=1} W_{i,i'} \mathbf{x}_i^\top \mathbf{T}^\top \mathbf{T}\mathbf{x}_{i'} \\ &= 2 \sum_{i,i'=1} D_{i,i'} \mathbf{x}_i^\top \mathbf{T}^\top \mathbf{T}\mathbf{x}_{i'} - 2 \sum_{i,i'=1} W_{i,i'} \mathbf{x}_i^\top \mathbf{T}^\top \mathbf{T}\mathbf{x}_{i'} \\ &= 2 \sum_{i,i'=1} L_{i,i'} \mathbf{x}_i^\top \mathbf{T}^\top \mathbf{T}\mathbf{x}_{i'} \end{aligned}$$

また, 右辺は以下のように表示できる.

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{T}\mathbf{X}\mathbf{L}\mathbf{X}^\top \mathbf{T}^\top) &= \text{tr}(\mathbf{L}(\mathbf{T}\mathbf{X})(\mathbf{X}^\top \mathbf{T}^\top)) \\ &= \text{tr}(\mathbf{L}(\mathbf{X}^\top \mathbf{T}^\top \mathbf{T}\mathbf{X})) \\ &= \sum_{i,i'=1} L_{i,i'} \mathbf{x}_i^\top \mathbf{T}^\top \mathbf{T}\mathbf{x}_{i'} \end{aligned}$$

以上より (1) 式が成り立つ.

## 宿題 2

別の ipynb ファイルで提出します.