先端データ解析論 第一回小レポート

情報理工学系研究科電子情報学専攻 M1 堀 紡希 48216444 2021 年 4 月 7 日

宿題1

A)

$$p(X=好, Y=H)=p(X=好)\times p(Y=H-X=好)=0.8\times 0.25=0.2$$

B)

$$p(Y=K)=p(X=F, Y=K)+p(X=M, Y=K)=0.8 \times 0.25 + 0.2 \times 0.25 = 0.25$$

C)

$$p(X=G-Y=E)=p(X=G,Y=E)/p(Y=E)=0.2/0.25=0.8$$

D)

$$p(X=好, Y=K)=p(X=好)\times p(Y=K)$$
などが成り立つので独立である.

宿題 2

定数cは確率1でcの値を取る確率変数である.

A)

$$E(c) = \sum_{X} cp(X) = c \sum_{X} p(X) = c \cdot 1 = c$$

B)

A) から,

$$\begin{split} E(X) + c &= c + \sum_X X p(X) \\ &= \sum_X (X p(X) + c p(X)) \\ &= \sum_X (X + c) p(X) = E(X + c) \end{split}$$

C)

A) から,

$$\begin{split} cE(X) &= c \sum_{X} X p(X) \\ &= \sum_{X} cX p(X) = E(cX) \end{split}$$

宿題 3

定義に従って計算すれば,

A)

$$V(c) = E[c^2] - (E[c])^2 = c^2 - c^2 = 0$$

B)

$$V(X+c) = E[(X+c)^2] - (E[X+c])^2 = (E[X^2] + 2cE[X] + c^2) - (E[X] + c)^2 = E[X]^2 - E[X^2] = V(X)$$

C)

$$V(cX) = E[(cX)^2] - (E[cX])^2 = c^2 E[X^2] - c^2 (E[X])^2 = c^2 (E[X^2] - (E[X])^2) = c^2 V(X)$$

宿題 4

A)

$$E(X+X') = \sum_{x,x'} (x+x') p(x,x') = \sum_{x,x'} x p(x,x') + x' p(x+x') = \sum_x x p(x) + \sum_{x'} x' p(x') = E[X] + E[X']$$

3番目の等号ではそれぞれx,x'について和を取っている

B)

$$Cov(X, X') = E[(X - E[X])(X' - E[X'])] = E[XX'] - E[X]E[X']$$
 であることを用いて、

$$\begin{split} V(X+X') &= E[(X+X')^2] - (E[X+X'])^2 \\ &= E[X^2] - (E[X])^2 + E[X'^2] - (E[X'])^2 + 2(E[XX'] - E[X]E[X']) \\ &= V(X) + V(X') + 2\text{Cov}(X,X') \end{split}$$