情報通信工学レポート

工学部電子情報工学科 3 年 03190449 堀 紡希

10 月 3 日

レポート課題 1

図 1 の三角波は奇関数なので sin 成分のみを持つ。
その成分は、

$$
\begin{aligned}
C_n &= \int_{-T_0/2}^{T_0/2} f(t)\sin\frac{2\pi}{T_0}ntdt \\
&= \int_{-T_0/4}^{-T_0/2}\left(-\frac{4}{T_0}t-2\right)\sin\frac{2\pi}{T_0}ntdt + \int_{-T_0/4}^{T_0/4}\frac{4}{T_0}t\sin\frac{2\pi}{T_0}ntdt + \int_{-T_0/4}^{T_0/2}\left(-\frac{4}{T_0}+2\right)\sin\frac{2\pi}{T_0}ntdt \\
&= \left(\frac{T_0}{2n\pi}\cos\frac{n\pi}{2}+\frac{T_0}{(n\pi)^2}\sin\frac{n\pi}{2}\right)+\left(-\frac{T_0}{n\pi}\cos\frac{n\pi}{2}+\frac{2T_0}{(n\pi)^2}\sin\frac{n\pi}{2}\right)+\left(\frac{T_0}{2n\pi}\cos\frac{n\pi}{2}-\frac{T_0}{(n\pi)^2}\sin\frac{n\pi}{2}\right) \\
&= \frac{2T_0}{(n\pi)^2}\sin\frac{n\pi}{2}
\end{aligned}
$$

となる。

レポート課題 2

1.

(a) のフーリエ変換は、$f \neq \pm f_0$ のとき、

$$
\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{\infty} A\cos(2\pi ft)e^{-j\omega t}dt &= \frac{A}{2}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}(e^{j2\pi f_0 t}+e^{-j2\pi f_0 t})e^{-j2\pi ft}dt \\
&= \frac{A}{2}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}(e^{j2\pi(-f+f_0)t}+e^{-j2\pi(f+f_0)t})dt \\
&= \frac{A}{2}\left[\frac{e^{j2\pi(-f+f_0)t}}{j2\pi(-f+f_0)}+\frac{e^{-j2\pi(f-f_0)t}}{-j2\pi(f-f_0)}\right]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \\
&= \frac{A}{2\pi}\left(\frac{\sin\pi(f+f_0)T}{f+f_0}+\frac{\sin\pi(f-f_0)T}{f-f_0}\right)
\end{aligned}
$$

である。($f = \pm f_0$ でも問題なく成り立つ)

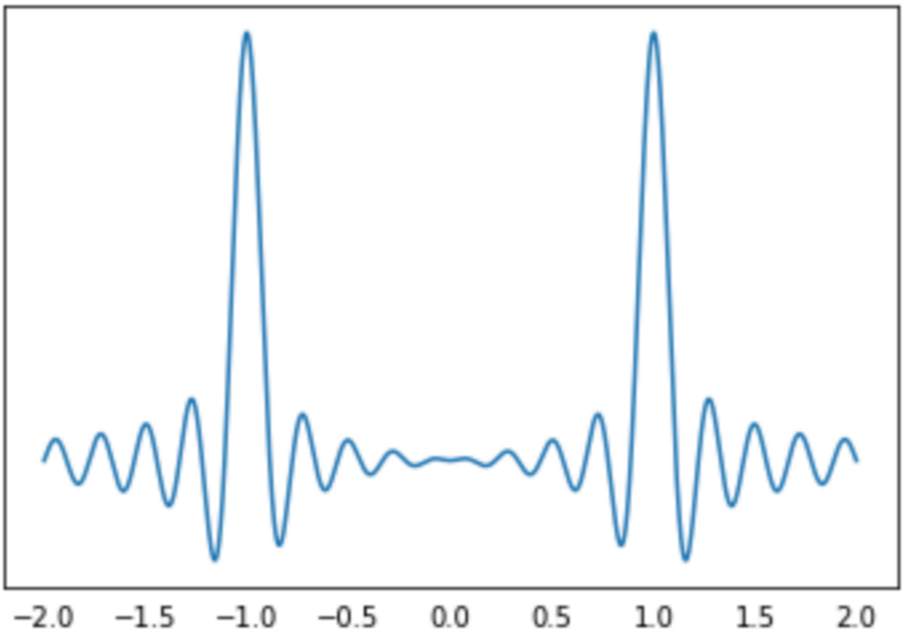

図 1　(a) のスペクトル

2.

(b) のフーリエ変換は、

$$
\begin{aligned}
\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{2}{T} t e^{-j2\pi f t} dt &= \left[\frac{\frac{2}{T} t e^{-j2\pi f t}}{-j2\pi f} \right]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} + \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{2e^{-j2\pi f t}}{j2\pi f T} dt \\
&= \frac{j\cos\pi f T}{\pi f} + \frac{2}{(2\pi f)^2 T} \left(e^{-j\pi f t} - e^{j\pi f t} \right) \\
&= \frac{j\cos\pi f T}{\pi f} - \frac{j\sin\pi f T}{(\pi f)^2 T}
\end{aligned}
$$

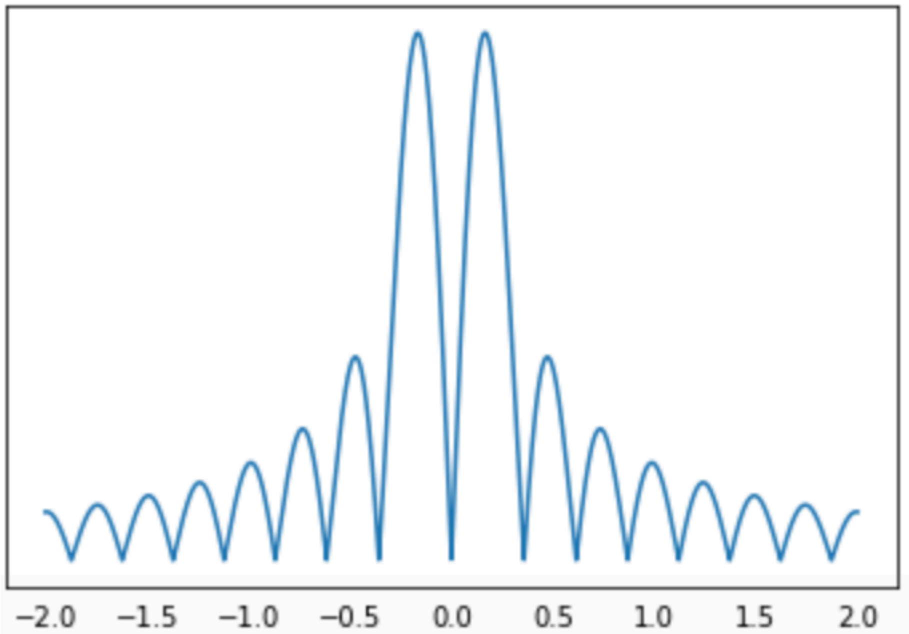

図 2　(b) のスペクトルの絶対値

レポート課題 3

$\sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \delta(t - nT_0)$ をフーリエ変換すると、

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \delta(t - nT_0) e^{-j\omega t} dt &= \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_0) e^{-j2\pi ft} dt \\ &= \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} e^{-j2\pi fnT_0} \end{aligned}$$

これは、$\sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \delta(f - \frac{n}{T_0})$ と等しい、なぜなら、これを逆フーリエ変換すると、

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \delta(f - \frac{n}{T_0}) e^{-j2\pi ft} df &= \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(f - \frac{n}{T_0}) e^{-j2\pi ft} df \\ &= \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} e^{-j\frac{2\pi n}{T_0}t} \end{aligned}$$

となり、周期 T_0 のインパルス列となるから。