

# 統計的機械学習レポート

工学部電子情報工学科 3 年 03190449 堀 紡希

6 月 18 日

## 1 レポート課題 1

$$q(u_j) \propto p(u_j | \Lambda_u) \exp\left(\sum_i \int q(v_i) \log p(r_{j,i} | u_j^T v_i, \sigma^2) dv_i\right) \quad (1)$$

$$\propto \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(-2u_j^T \sum_i r_{j,i} E_{q(v_i)}[v_i] + u_j^T (\sum_i E_{q(v_i)}[v_i v_i^T] + \sigma^2 \Lambda_u) u_j)\right) \quad (2)$$

これと

$$N(x | \mu, \Sigma) \propto \exp\left(-\frac{1}{2}(x^T \Sigma^{-1} x - 2x^T \Sigma^{-1} \mu)\right)$$

より  $q_{u_j} = N(u_j | \mu_{u,j}, V_{u,j})$

(2) の後ろの項と比較して

$$V_{u,j}^{-1} = \sigma^{-2} \left[ \sum_i E_{q(v_i)}[v_i v_i^T] + \sigma^2 \Lambda_u \right]$$

$$V_{u,j} = \sigma^2 \left[ \sum_i E_{q(v_i)}[v_i v_i^T] + \sigma^2 \Lambda_u \right]^{-1}$$

前の項と比較すると

$$V_{u,j}^{-1} \mu_{u,j} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_i r_{j,i} E_{q(v_i)}[v_i]$$

$$\mu_{u,j} = \sigma^{-2} V_{u,j} \sum_i r_{j,i} E_{q(v_i)}[v_i]$$

$q(v_i)$  の場合も同様に

$$q(v_i) \propto p(v_i | \Lambda_v) \exp\left(\sum_j \int q(u_j) \log p(r_{j,i} | u_j^T v_i, \sigma^2) du_j\right) \quad (3)$$

$$\propto \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(-2v_i^T \sum_j r_{j,i} E_{q(u_j)}[u_j] + v_i^T (\sum_j E_{q(u_j)}[u_j u_j^T] + \sigma^2 \Lambda_v) v_i)\right) \quad (4)$$

より

$$\begin{aligned}
q(v_i) &= N(v_i | \mu_{v,i}, V_{v,i}) \\
\mu_{v,i} &= \sigma^{-2} V_{v,i} \sum_j r_{j,i} E_{q(u_j)}[u_j] \\
V_{v,i} &= \sigma^2 \left[ \sum_j E_{q(u_j)}[u_j u_j^T] + \sigma^2 \Lambda_v \right]^{-1}
\end{aligned}$$

が得られる。

## 2 レポート課題 2

についてはわからなかったのでまた後でやろうと思います。