

W

Name, Vorname	Studiengang	Matr. Nr.

Aufgabe	1	2a	2b	3a	3b	4	5a	5b	5c	6	7	Σ
Soll Pkte.	6	3	3	5	4	6	4	2	3	7	7	50
Ist Pkte.												

Wiederholung der Fachprüfung Mathematik 1, 18.09.2023

Hinweise:

- Alle Antworten sind zu begründen, Rechenwege sind anzugeben, Ergebnisse sind sinnvoll zu vereinfachen.
- Bei den Aufgaben 6 und 7 müssen Sie jeweils genau eine zu bearbeitende Aufgabe auswählen. Bei beiden Aufgaben passt jeweils eine Auswahloption zum Inhalt der Vorlesung Mathematik 1 bis zum Wintersemester 21/22 und eine Option passt zum Inhalt von Mathematik 1 in der Version des Wintersemesters 22/23.
- **erlaubte** Hilfsmittel: ein bis zwei Nachschlagewerke eigener Wahl, ein selbsterstelltes A4-Blatt mit Formeln und Definitionen
- **verbotene** Hilfsmittel: Taschenrechner und alle sonstigen elektronischen Geräte, Vorlesungs- und Übungsmitschriften, Lehrbücher

Aufgabe 1. :

Für welches $a \in \mathbb{R}$ gilt

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + a \cdot x + 2} - x) = 3 \text{ ?}$$

Aufgabe 2. :

Betrachten Sie die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\sin(n)+1}{3}\right)^n$.

(a) Zeigen Sie, dass die Reihe konvergiert.

(b) Finden Sie ein $c \in \mathbb{R}$ mit $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\sin(n)+1}{3}\right)^n \leq c$. Begründen Sie Ihre Wahl.

Aufgabe 3. :

Betrachten Sie die Funktion $f: [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = e^{x^2 - 4x + 2}.$$

(a) Ermitteln Sie alle lokalen Extremstellen (Lage und Art) von f im Intervall $(0, 3)$.

(b) Ermitteln Sie alle globalen Extremstellen (Lage und Art) von f im Intervall $[0, 3]$.

Aufgabe 4. :

Betrachten Sie für $x \in [0, \frac{\pi}{3}]$ die Gleichung

$$\tan(x) + e^x = 2.$$

Zeigen Sie, dass die Gleichung im angegebenen Intervall **genau** eine reelle Lösung besitzt.

Aufgabe 5. :

Betrachten Sie die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 7.$$

- (a) Bestimmen Sie das dritte Taylorpolynom von f an der Entwicklungsstelle $x_0 = 2$.
- (b) Geben Sie das zugehörige Restglied an.
- (c) Vergleichen Sie an der Stelle $x = 5$ den Funktionswert von f mit dem Wert des Taylorpolynoms und begründen Sie Ihre Beobachtung.

Aufgabe 6. :

Wählen Sie genau eine Aufgabe zur Bearbeitung aus:

Skizzieren Sie die folgende Menge in der Gaußschen Zahlenebene:

$$\{z \in \mathbb{C} : \frac{z}{\bar{z}} = 1\}.$$

ODER

Betrachten Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rrrrrrcl} w & - & 2x & + & 3y & - & 4z & = & 1 \\ 3w & + & x & & & & - & 2z & = & -2 \\ w & - & 9x & + & 12y & + & \alpha z & = & \beta \end{array}$$

mit zwei reellen Parametern α und β . Für welche Wahl der Parameter besitzt das Gleichungssystem

- (a) genau eine Lösung,
- (b) unendlich viele Lösungen,
- (c) keine Lösung?

Aufgabe 7. :

Wählen Sie genau eine Aufgabe zur Bearbeitung aus:

Berechnen Sie

$$\int_0^1 \frac{x^2 - 4x - 4}{x^3 - 2x^2 + 4x - 8} dx.$$

ODER

Berechnen Sie für die Kurve $\vec{r}: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot t^2 - 2t + 3 \\ \frac{1}{2} \cdot t^2 + 2t - 5 \\ t \end{pmatrix}$

und die Funktion $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y, z) = z$ das Kurvenintegral

1. Art $\int_{\vec{r}} f \, ds$.