Taylor

$T_{f,n,x_0}(x)$: Taylorpolynom von f, n-ten Grades, entwickelt bei x_0

1. Grad: $T_{f,1,x_0}(x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$
2. Grad: $T_{f,2,x_0}(x) = T_{f,1,x_0}(x) + \frac{f''(x_0)}{2}(x - x_0)^2$
3. Grad: $T_{f,3,x_0}(x) = T_{f,2,x_0}(x) + \frac{f'''(x_0)}{6}(x - x_0)^3$
4. Grad: $T_{f,4,x_0}(x) = T_{f,3,x_0}(x) + \frac{f^{(4)}(x_0)}{24}(x - x_0)^4$
5. Grad: $T_{f,5,x_0}(x) = T_{f,4,x_0}(x) + \frac{f^{(5)}(x_0)}{120}(x - x_0)^5$

N. Grad: $T_{f,n,x_0}(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x - x_0)^k$

$R_{f,n,x_0}(x)$: Restglied von $T_{f,n,x_0}(x)$, n-ten Grades, entwickelt bei x_0

1. Grad: $R_{f,1,x_0}(x) = \frac{f''(\xi)}{2}(x - x_0)^2$
2. Grad: $R_{f,2,x_0}(x) = \frac{f'''(\xi)}{6}(x - x_0)^3$
3. Grad: $R_{f,3,x_0}(x) = \frac{f^{(4)}(\xi)}{24}(x - x_0)^4$
4. Grad: $R_{f,4,x_0}(x) = \frac{f^{(5)}(\xi)}{120}(x - x_0)^5$
5. Grad: $R_{f,5,x_0}(x) = \frac{f^{(6)}(\xi)}{720}(x - x_0)^6$

N. Grad: $R_{f,n,x_0}(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x - x_0)^{n+1}$

Kurvenintegrale

$$\text{Länge einer Kurve } (f=1)\text{:} \int_{\vec{r}} 1\, ds = \int_{\vec{r}} ds = \int_a^b \|\dot{\vec{r}}(t)\|\, dt$$

$$\text{Kurvenintegral 1. Art:} \int_{\vec{r}} f\, ds = \int_a^b f(\vec{r}(t)) \cdot \|\dot{\vec{r}}(t)\|\, dt$$

$$\text{Kurvenintegral 2. Art:} \int_{\vec{r}} \vec{v}\, d\vec{s} = \int_a^b \left\langle \vec{v}(\vec{r}(t)), \dot{\vec{r}}(t) \right\rangle\, dt$$

$f(\vec{r}(t))$: Vektor in die Funktion einsetzen

$\vec{v}(\vec{r}(t))$: Vektor in die Funktion einsetzen

$\dot{\vec{r}}(t)$: Ableitung des Vektors $\vec{r}(t)$

$\|\dot{\vec{r}}(t)\|$: Betrag des abgeleiteten Vektors

$\left\langle \vec{v}(\vec{r}(t)), \dot{\vec{r}}(t) \right\rangle$: Skalarprodukt von $\vec{v}(\vec{r}(t))$ und $\dot{\vec{r}}(t)$

Lokale Extremstellen

- Erste Ableitung der gegebenen Funktion bilden ($f'(x)$)
- Erste Ableitung gleich 0 setzen ($f'(x) = 0$) und nach x auflösen
- Gefundene x_0-Werte in die zweite Ableitung einsetzen ($f''(x_0)$)
- Falls $f''(x_0) > 0$: $x_0 \rightarrow$ *Minimum*
- Falls $f''(x_0) < 0$: $x_0 \rightarrow$ *Maximum*
- Falls $f''(x_0) = 0$: Vorzeichenwechselkriterium
- Falls nach Extrem***punkten*** gefragt ist: x_0-Werte in Originalfunktion einsetzen und sowohl x_0- als auch y_0-Werte mit angeben

Grenzwerte, L'Hospital

$$\text{Ist der Grenzwert} : \lim_{x\to x_0} \frac{g(x)}{h(x)} \text{ vom Typ } \frac{0}{0} \text{ oder } \frac{\infty}{\infty}$$

$$\text{Dann ist} : \lim_{x\to x_0} \frac{g(x)}{h(x)} \longrightarrow \lim_{x\to x_0} \frac{g'(x)}{h'(x)}$$

$$\text{Exponentialfunktion als Grenzwert} : \lim_{k\to\infty} (1 + \frac{x}{a\cdot k})^{b\cdot k} = e^{\frac{b\cdot x}{a}}$$

$$\text{Exponentialfunktion als Grenzwert} : \lim_{k\to\infty} (1 - \frac{x}{a\cdot k})^{b\cdot k} = e^{-\frac{b\cdot x}{a}}$$

Reihen, Quotientenkriterium

$$\text{Geometrische Reihe} : \sum_{k=0}^{\infty} q^k = \frac{1}{1-q} \, , \; |q| < 1$$

$$\text{Quotientenkriterium} : \sum_{k=0}^{\infty} a_k \text{ konvergiert absolut, wenn: } \lim_{k\to\infty} \frac{|a_{k+1}|}{|a_k|} < 1$$

$$\text{Rechenregel 1} : (k+1)! = k! \cdot (k+1)$$

$$\text{Rechenregel 2} : n^{k+1} = n^k \cdot n$$