

# W

Name, Vorname	Seminargr.	Studiengang	Matr. Nr.

Aufgabe	1	2	3a	3b	3c	4	5a	5b	5c	6	$\Sigma$
Soll Pkte.	6	6	3	3	4	6	4	3	5	10	50
Ist Pkte.											

**Hinweis: Alle Antworten sind zu begründen, Rechenwege sind anzugeben.**

## Wiederholung der Fachprüfung Mathematik 1, 27.09.2021

### Aufgabe 1 :

Berechnen Sie alle komplexen Lösungen  $z$  der Gleichung

$$(z + 2i)^3 = -8i$$

und geben Sie die Lösungen in algebraischer Form an.

### Aufgabe 2 :

Betrachten Sie die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \cdot \cos(x-1) - x}{x^2 - 2x + 1} & : x \neq 1 \\ A & : x = 1, \end{cases}$$

wobei  $A$  ein reeller Parameter ist.

Wie muss  $A$  gewählt werden, damit  $f$  stetig in  $x_0 = 1$  ist?

### Aufgabe 3 :

Betrachten Sie die rekursiv definierte Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit  $a_1 = 1$  und  $a_{n+1} = \sqrt{6 + a_n}$  für  $n \in \mathbb{N}$ .

- Zeigen Sie, dass die Folge monoton wachsend ist.
- Zeigen Sie, dass die Folge nach oben beschränkt ist.
- Ist die Folge konvergent? Falls ja, berechnen Sie  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

**Aufgabe 4 :**

Berechnen Sie alle lokalen Extremstellen der Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$  und ermitteln Sie den Typ der Extrema (Minimum/Maximum).

**Aufgabe 5 :**

Betrachten Sie die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = x \cdot \cos(x) - \sin(x)$ .

- (a) Bestimmen Sie das zweite Taylorpolynom von  $f$  an der Entwicklungsstelle  $x_0 = 0$ .
- (b) Geben Sie das zugehörige Restglied in der Form von Lagrange an.
- (c) Zeigen Sie, dass der Betrag des Approximationsfehlers höchstens  $\frac{1}{16}$  beträgt, wenn man das zweite Taylorpolynom auf dem Intervall  $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$  zur Approximation von  $f$  nutzt.

**Aufgabe 6 :**

Berechnen Sie das unbestimmte Integral

$$\int \frac{5x^2 - 12x + 1}{x^3 - 3x^2 + 4} dx.$$

**Nochmals der Hinweis:** Verlangt wird der Rechenweg. Es genügt nicht, die Ergebnisse aus einem Nachschlagewerk abzuschreiben.