Technische Universität Ilmenau WS 2023/2024
Institut für Mathematik

Prof. Dr. T. Böhme BT, EIT, II, MIW, WSW, BTC, FZT, LA, MB, MTR, WIW

Mathematik 1
Übungsserie 14 (22.1.2024 - 26.1.2024)

Aufgabe 1 :

($*$) Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

(a) $\int(3\sin x + 4x^{-\frac{4}{3}})dx$, (b) $\int(2e^x + \frac{1}{1+x^2})dx$, (c) $\int 2^x dx$

(d) $\int(\cos x + 3x^2 - 4x^3)dx$, (e) $\int(\sqrt{x} + \frac{1}{(x-1)^2})dx$, (f) $\int(x^{-1} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}})dx$.

Aufgabe 2 :

Berechnen Sie die folgenden Integrale, durch geeignete Erweiterung oder Kürzung des Integranden.

(a) $\int\limits_1^2 \frac{x^2-3x+4}{\sqrt{x}}dx$, (b) $\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}}$.

Aufgabe 3 :

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale durch partielle Integration oder Substitution.

(a) $\int xe^x dx$, (b)$^{(*)}$ $\int x^2e^x dx$, (c)$^{(*)}$ $\int x\sin x dx$,

(d) $\int \sin^2 x dx$, (e) $\int \sin x\cos(2x)dx$, (f) $\int e^{\sqrt{x}}dx$.

Aufgabe 4 :

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale durch Substitution.

(a) $\int \frac{6}{1-3x}dx$, (b) $\int 3\sqrt{8x-4}dx$, (c)$^{(*)}$ $\int \frac{1}{\sqrt[3]{5x-7}}dx$,

(d) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+8}}dx$, (e)$^{(*)}$ $\int \frac{2x+4}{\sqrt{x^2+4x+7}}dx$, (f)$^{(*)}$ $\int \frac{x^2}{x^3-7}dx$,

(g)$^{(*)}$ $\int \frac{\sin x}{\sqrt{5+\cos x}}dx$, (h) $\int(x^3+2x)\sqrt{x^2-1}dx$, (i)$^{(*)}$ $\int(18x^3+3x)\sqrt{3x^4+x^2}dx$.

Aufgabe 5 :

Berechnen Sie die unbestimmten Integrale mit Hilfe der angegebenen Substitution.

(a) $\int\sqrt{1-x^2}dx$, $x = \sin t$, (b)$^{(*)}$ $\int \frac{1}{(1+x^2)^2}dx$, $x = \tan t$.

Aufgabe 6 :

Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale.

(a) $\int\limits_{\ln\frac{1}{a}}^{\ln a} e^t dt$ für $a > 0$ (b) $\int\limits_0^{\pi} \sin x\cos x dx$, (c) $\int\limits_{-1}^{1} |x^3|dx$,

(d) $\int\limits_0^{2\pi} \sin^2 x dx$, (e)$^{(*)}$ $\int\limits_0^{2\pi} \sin x\cos(2x)dx$, (f)$^{(*)}$ $\int\limits_{-1}^{2} e^{2x} + x^4 + \frac{1}{(x+5)^2}dx$.