Logical Equivalences

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Equivalence | Name | Abbr. |
| p ∧ T ≡ p | Identity / Idempotent  (Conjunction) | IdC |
| p ∨ F ≡ p | Identity / Idempotent  (Disjunction) | IdD |
| p ∧ F ≡ F | Domination (Conjunction) | DomC |
| p ∨ T ≡ T | Domination (Disjunction) | DomD |
| ¬(¬p) ≡ p | Double Negation | DN |
| p ∧ q ≡ q ∧ p | Commutative (Conjunction) | CC |
| p ∨ q ≡ q ∨ p | Commutative (Disjunction) | CD |
| (p ∧ q) ∧ r ≡ p ∧ (q ∧ r) | Associative (Conjunction) | AC |
| (p ∨ q) ∨ r ≡ p ∨ (q ∨ r) | Associative (Disjunction) | AD |
| p ∧ (q ∨ r) ≡ (p ∧ q) ∨ (p ∧ r) | Distributive (Conjunction) | DC |
| p ∨ (q ∧ r) ≡ (p ∨ q) ∧ (p ∨ r) | Distributive (Disjunction) | DD |
| ¬(p ∧ q) ≡ ¬p ∨ ¬q | DeMorgan’s Law  (Conjunction) | DMC |
| ¬(p ∨ q) ≡ ¬p ∧ ¬q | DeMorgan’s Law  (Disjunction) | DMD |
| p ∧ (p ∨ q) ≡ p | Absorption (Conjunction) | AbC |
| p ∨ (p ∧ q) ≡ p | Absorption (Disjunction) | AbD |
| p ∧ ¬p ≡ F | Negation (Conjunction) | NegC |
| p ∨ ¬p ≡ T | Negation (Disjunction) | NegD |

Tables of Logical Equivalences

Note:  In this handout the symbol ≡ is used the tables instead of   ⇐⇒   to help clarify where one statement

ends  and  the  other  begins,  particularly  in  those  that  have  a  biconditional  as  part  of  the  statement.  The

abbreviations are not universal.

1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Tautology  (so  these  will  be  true  for  an | Name | Abbr. |
| p ∨ ¬p | Excluded Middle | EM |
| (p ∧ q)   =⇒   p | Simpliﬁcation | S |
| p   =⇒   (p ∨ q) | Addition | A |
| (p ∧ (p   =⇒   q))   =⇒   q | Modus Ponens | MP |
| ((p   =⇒   q) ∧ (q   =⇒   r))   =⇒   (p   =⇒   r) | Hypothetical Syllogism | HS |
| ((p ∨ q) ∧ ¬q)   =⇒   p | Disjunctive Syllogism | DS |
| (¬q ∧ (p   =⇒   q))   =⇒   ¬p | Modus Tollens | MT |
| ((p ∨ r) ∧ ((p   =⇒   q) ∧ (r   =⇒   s)))  =⇒   (q ∨ s) | Constructive Dilemma | CDL |
| ((¬q ∨ ¬s) ∧ ((p   =⇒   q) ∧ (r   =⇒   s)))  =⇒   (¬p ∨ ¬r) | Destructive Dilemma | DDL |
| (p ∨ p)   =⇒   p | Idempotent | IM |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Equivalence | Name | Abbr |
| ¬(p   =⇒   q) ≡ p ∧ ¬q | Negation of Implication | NI |
| p   =⇒   q ≡ ¬p ∨ q | Implication to Disjunction | ID |
| p   =⇒   q ≡ ¬q   =⇒   ¬p | Contrapositive | C |
| p ∨ q ≡ ¬p   =⇒   q |  |  |
| p ∧ q ≡ ¬(p   =⇒   ¬q) |  |  |
| (p   =⇒   q) ∧ (p   =⇒   r) ≡ p   =⇒   (q ∧ r) |  |  |
| (p   =⇒   r) ∧ (q   =⇒   r) ≡ (p ∨ q)   =⇒   r |  |  |
| (p   =⇒   q) ∨ (p   =⇒   r) ≡ p   =⇒   (q ∨ r) |  |  |
| (p   =⇒   r) ∨ (q   =⇒   r) ≡ (p ∧ q)   =⇒   r |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Equivalence | Name | Abbr. |
| ¬(p   ⇐⇒   q) ≡ ¬p   ⇐⇒   q | Negation of Biconditional | NB |
| ¬(p   ⇐⇒   q) ≡ p   ⇐⇒   ¬q | Negation of Biconditional  (alternative) | NB |
| p   ⇐⇒   q ≡ (p   =⇒   q) ∧ (q   =⇒   p) | Biconditional | B |
| p   ⇐⇒   q ≡ ¬p   ⇐⇒   ¬q | Contrapositive of Biconditional |  |
| p   ⇐⇒   q ≡ (p ∧ q) ∨ (¬p ∧ ¬q) |  |  |