学院：________ 专业：________ 班级________ 学号：________ 姓名：________

装 订 线

广东工业大学考试试卷（ A ）

课程名称：　线 性 代 数　　　　试卷满分 100 分

考试时间：2015 年 6 月 23 日 （第 17 周 星期 2 ）

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
评卷得分											
评卷签名											
复核得分											
复核签名											

一.　　单项选择题（每小题 3 分，本大题满分 30 分）

1. 设 A,B,C 均为 n 阶方阵且满足 $\boldsymbol{ABC}=\boldsymbol{E}$，则必有

A． $\boldsymbol{ACB}=\boldsymbol{E}$　　　B． $\boldsymbol{CBA}=\boldsymbol{E}$

C． $\boldsymbol{BAC}=\boldsymbol{E}$　　　D． $\boldsymbol{BCA}=\boldsymbol{E}$

2. 设 A 为 n 阶可逆矩阵，则下列结论**不正确**的是:

A． $|A|\neq 0$　　　B．存在 n 阶矩阵 B，使得 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{E}$．

C． $\boldsymbol{R(A)=r<n}$　　　D． A 必能表为一些初等矩阵的乘积

3. 下列矩阵中是行最简形矩阵的是

A. $\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$　　B. $\begin{pmatrix}1&1&0&1\\0&1&1&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix}1&0&0&1\\0&1&0&1\\0&1&1&1\end{pmatrix}$　　D. $\begin{pmatrix}1&1&0&1\\0&0&1&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$

4. A,B 为同阶矩阵，$(A+B)(A-B)=A^2-B^2$ 成立的充要条件是

A． $A=I$　　B． $B=0$　　C． $A=B$　　D． $AB=BA$

5. 设 A 为三阶方阵，且已知 $|A|=-2$，则 $|3A|$ 的值为

A． -54　　B． -24　　C． -6　　D． 6

6．若向量组a,b,c线性无关，向量组a,b,d线性相关，则

A．a必可由 b,c,d线性表示　　B．b必不可由 a,c,d线性表示

C．d必可由 a,b,c线性表示　　D．d必不可由 a,b,c线性表示

7．设$A=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$，则$A^{12}$等于

A．$\begin{pmatrix}11&11\\0&11\end{pmatrix}$　B．$\begin{pmatrix}1&12\\0&1\end{pmatrix}$　C．$\begin{pmatrix}1&12\\1&1\end{pmatrix}$　D．$\begin{pmatrix}12&12\\0&12\end{pmatrix}$

8．下列说法**不正确**的是

A．设A为n阶正交矩阵，则有$|A|=\pm1$.

B．设A为$m\times l$阵，B为$l\times n$阵，若$AB=O$，则必有$A=O$或$B=O$.

C．设A,B均为n阶可逆阵，则必$(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$.

D．设A,B均为n阶方阵，则有$|AB|=|A|\cdot|B|$.

9．已知 $\lambda=2$ 是矩阵 $A=\begin{pmatrix}4&3&-1&1\\1&5&1&2\\1&0&0&-1\\0&0&0&2\end{pmatrix}$ 的特征值，则A的属于特征值 $\lambda=2$ 的线性无关的特征向量的个数是

A．1　　B． 2　　C． 3　　D． 4

10．设A为 4 阶方阵，且秩$R(A)=3$，A^*为A的伴随矩阵，则$R(A^*)$是

A．4　　B． 3　　C． 2　　D． 1

二．填空题（每小题 3 分，本大题满分 30 分）

1．若二阶行列式$\begin{vmatrix}1&x\\2&4\end{vmatrix}=0$，则 $x=$___________.

2．向量组$\alpha=\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$，$\beta=\begin{pmatrix}3\\1\\-1\end{pmatrix}$，$\gamma=\begin{pmatrix}1\\0\\-2\end{pmatrix}$ 线性 _________.（填相关或无关）

3．设$A=\begin{pmatrix}0&-1&0\\1&0&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$，$P$为三阶可逆矩阵，$B=P^{-1}AP$，则 $B^{2016}-2016A^2=$______.

4. 已知行列式 $\boldsymbol{D}=\begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-1} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{-5} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{3} \\ \mathbf{2} & \mathbf{2} & \mathbf{2} & \mathbf{2} \end{vmatrix}$，元素 a_{ij} 的代数余子式为 A_{ij} $(i,j=1,2,3,4)$，则

$\boldsymbol{A}_{11}+\boldsymbol{A}_{12}+\boldsymbol{A}_{13}+\boldsymbol{A}_{14}=$________.

5. 设 a_1,a_2,a_3 线性无关，若 $b_1=a_1+ta_2, b_2=a_2+ta_3, b_3=a_3+ta_1$ 线性无关，则 t 应满足条件为________.

6. 设 n 阶 $(n\geq 3)$ 矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & a & a & \cdots & a \\ a & 1 & a & \cdots & a \\ a & a & 1 & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a & a & a & \cdots & 1 \end{pmatrix}$ 的秩为 $n-1$，则 a 必为______.

7. 如果矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & x & x & x \\ x & 4 & 0 & 0 \\ x & 0 & 4 & 0 \\ x & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ 是不可逆的，则 $x=$________.

8. 设 3×3 矩阵 $A=(\alpha,\beta,\gamma)$，其中 α,β,γ 都是 3 维列向量，若 $|A|=a$，则行列式

$|\alpha+2\beta,\gamma,\alpha+\beta|=$ __________.

9. 设 $\alpha_1=(1,1,1)^T,\alpha_2=(1,2,3)^T$ 是线性方程组 $Ax=b(b\neq 0)$ 的解，且 $R(A)=2$，则

$Ax=b$ 的通解为__________.

10. 设 3 阶矩阵 A 的特征值是 $1,-1,2$，A^* 是 A 的伴随矩阵，则行列式 $|A^*+3A-2E|=$___

三.（本题满分 10 分）设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & 4 \\ 4 & -6 & 2 & -2 & 4 \\ 3 & 6 & -9 & 7 & 9 \end{pmatrix}$，求矩阵 A 的列向量组的一个最大无关组，并把其余列向量用最大无关组线性表示。

四.（本题满分 10 分）设有非齐次线性方程组

$$\begin{cases} ax_1+x_2+x_3=1, \\ x_1+ax_2+x_3=a, \\ x_1+x_2+ax_3=a^2, \end{cases}$$

问 a 为何值时（1）有惟一解；（2）无解；（3）有无限多解？并在有无限多解时求其通解.

五.（本题满分 10 分）求矩阵 $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ -2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$ 的特征值和特征向量.

六. **证明题**(本题满分 10 分)

（1）已知 A 是 n 阶方阵，且满足 $A^2+3A+2E=0$，证明：A 及 $A-E$ 都可逆，并求 A^{-1} 及 $(A-E)^{-1}$.

（2）设 $A=\alpha\alpha^T+\beta\beta^T$，$\alpha,\beta$ 是 3 维列向量，α^T 是 α 的转置，β^T 是 β 的转置，证明：$R(A)\le 2$.