第三章 金融风险识别、度量与预警（2）

今日课程内容

- VaR方法
  - 定义、特点
  - 计算方法

    （参数法、历史模拟法、蒙特卡洛模拟）
  - 检验方法——后测检验
  - 改进（CVaR、ES）

VaR方法

1、VaR方法的基本概念

- VaR最早由J.P.Morgan于1990年代提出，它试图对金融机构的资产组合提供一个单一风险度量，而这一度量能够体现金融机构的总体风险。
- **在一定置信水平（置信度）和一定持有期内，某一金融工具或其组合在未来资产价格波动下所面临的最大可能损失。**
- 注意：VaR的数值是正数，损失的绝对值

VaR方法

1、VaR方法的基本概念

- VaR定义的数学表达：

$$\Pr ob\left(\Delta P < -VaR\right) = 1 - c$$

组合价值的变化值 $\Delta P = P\left(t + \Delta t\right) - P\left(t\right)$

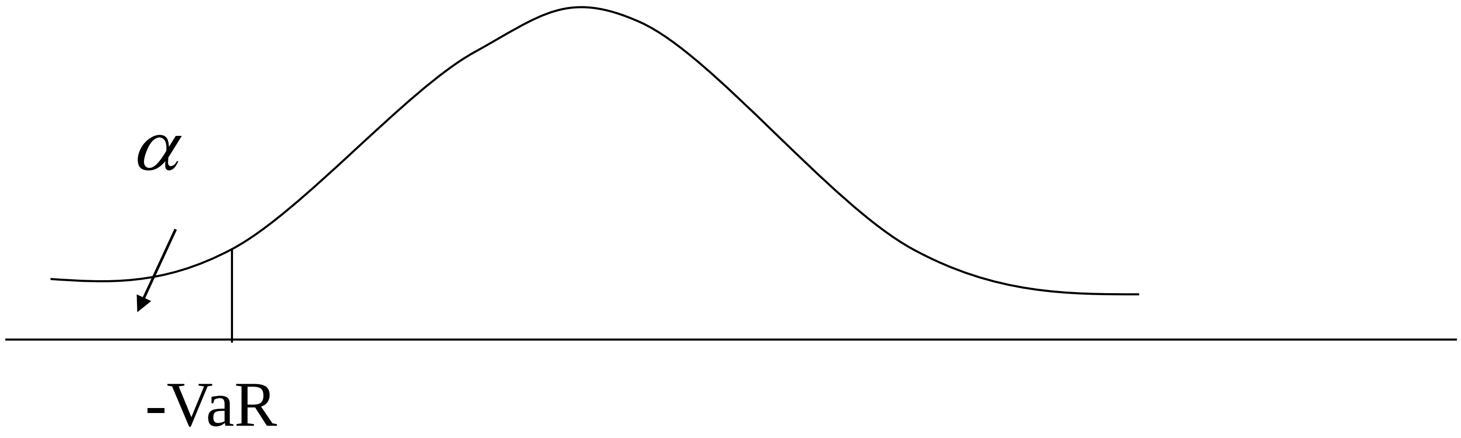
c为置信水平，通常取值95%，99%

定义的多种解释：

解释1：VaR为置信水平c下组合的最大损失

解释2：组合损失超过VaR的概率为1-c

VaR方法



$$\int_{-\infty}^{-\mathrm{VaR}} f(y)dy = \alpha, \qquad \int_{-\mathrm{VaR}}^{\infty} f(y)dy = 1-\alpha,$$

VaR方法

- 假设在98%的置信水平下，某金融机构持有的资产的1日VaR值为300万元，下列描述正确的是

A. 可以预期该金融机构在未来的100天中有1天至多损失300万

B. 可以预期该金融机构在未来的100天中有98天至少损失300万

C. 可以预期该金融机构在未来的100天中有2天至少损失300万

D. 可以预期该金融机构在未来的100天中有2天至多损失300万

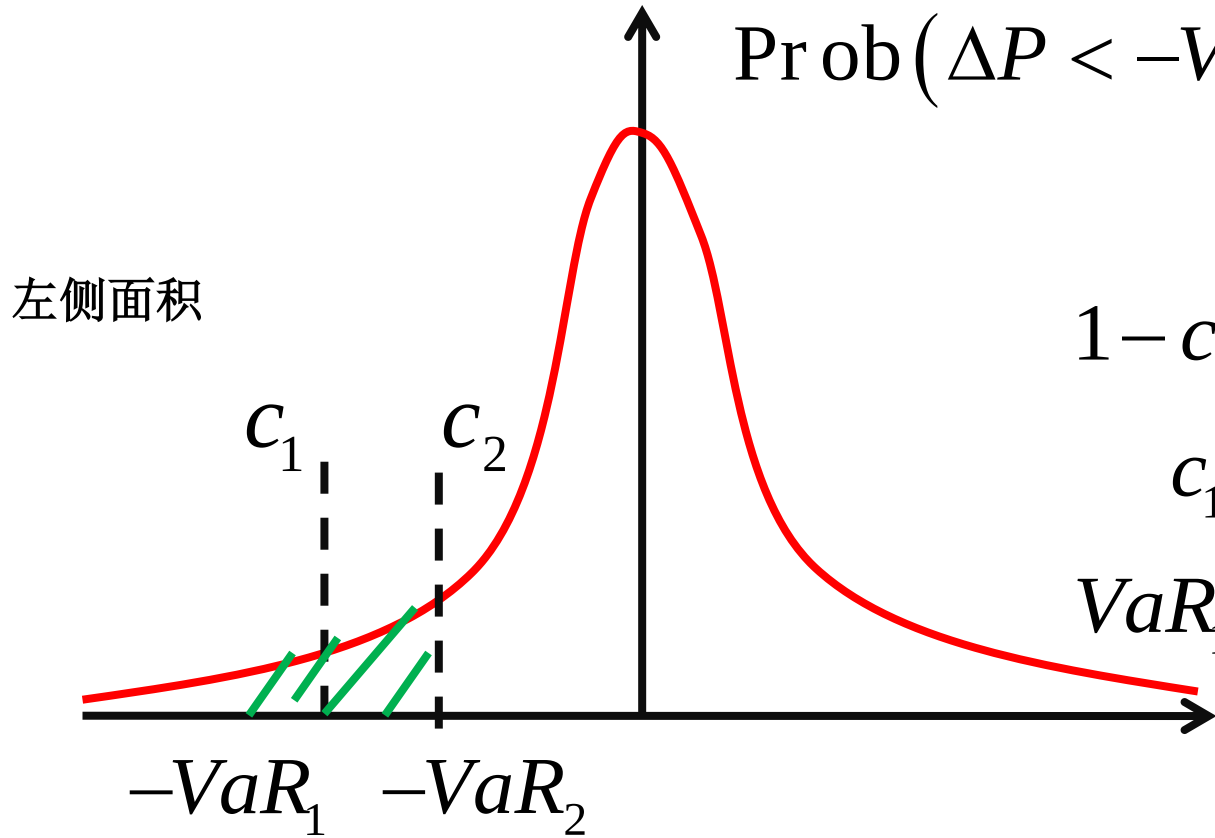
几个容易混淆的概念

- 绝对值VaR ——具体数值
- 相对值VaR ——百分比
- 绝对VaR ——基准值为0
- 相对VaR ——基准值为期望值

VaR方法

❖ 置信度和持有期的选择和设定

$$\Pr ob\left(\Delta P < -VaR\right) = 1 - c$$



$$1 - c_1 < 1 - c_2$$

$$c_1 > c_2$$

$$VaR_1 > VaR_2$$

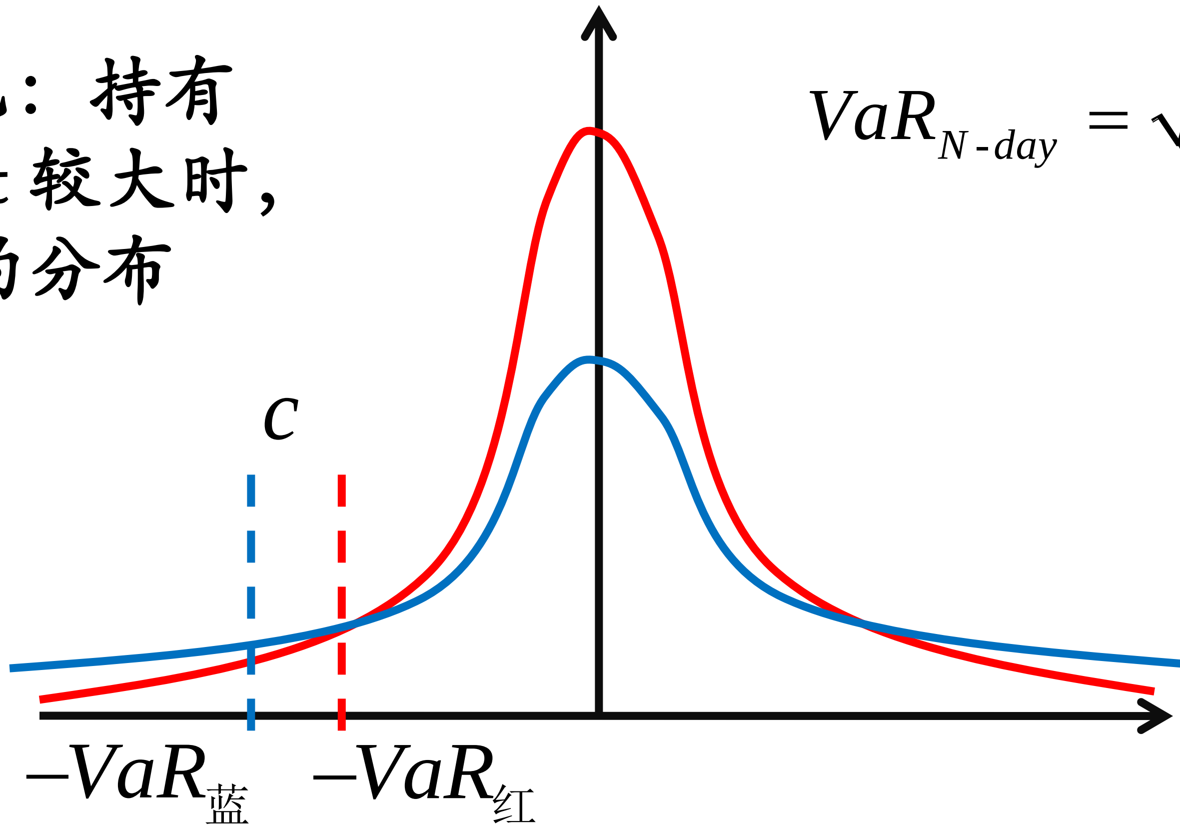
结论1：置信度越大，VaR越大

VaR方法

- 置信度和持有期的选择和设定

蓝色：持有期Δt 较大时，ΔP的分布

$$VaR_{N\text{-}day} = \sqrt{N} \times VaR_{1\text{-}day}$$



结论2：持有期越长，VaR越大

VaR方法

VaR的基本特点

- 特点一：计算VaR的基本公式 仅在市场处于正常波动的状态下才有效，而无法准确度量极端情形下的风险
  - 极端情形采用极值分布或压力测试等方法
- 特点二：VaR是某个综合框架下考虑了所有可能的市场风险来源后得到的一个概括性的度量值，而且在置信度和持有期给定的条件下，VaR值越大说明组合面临的风险就越大，反之，则说明组合面临的风险越小。

VaR方法

VaR的基本特点

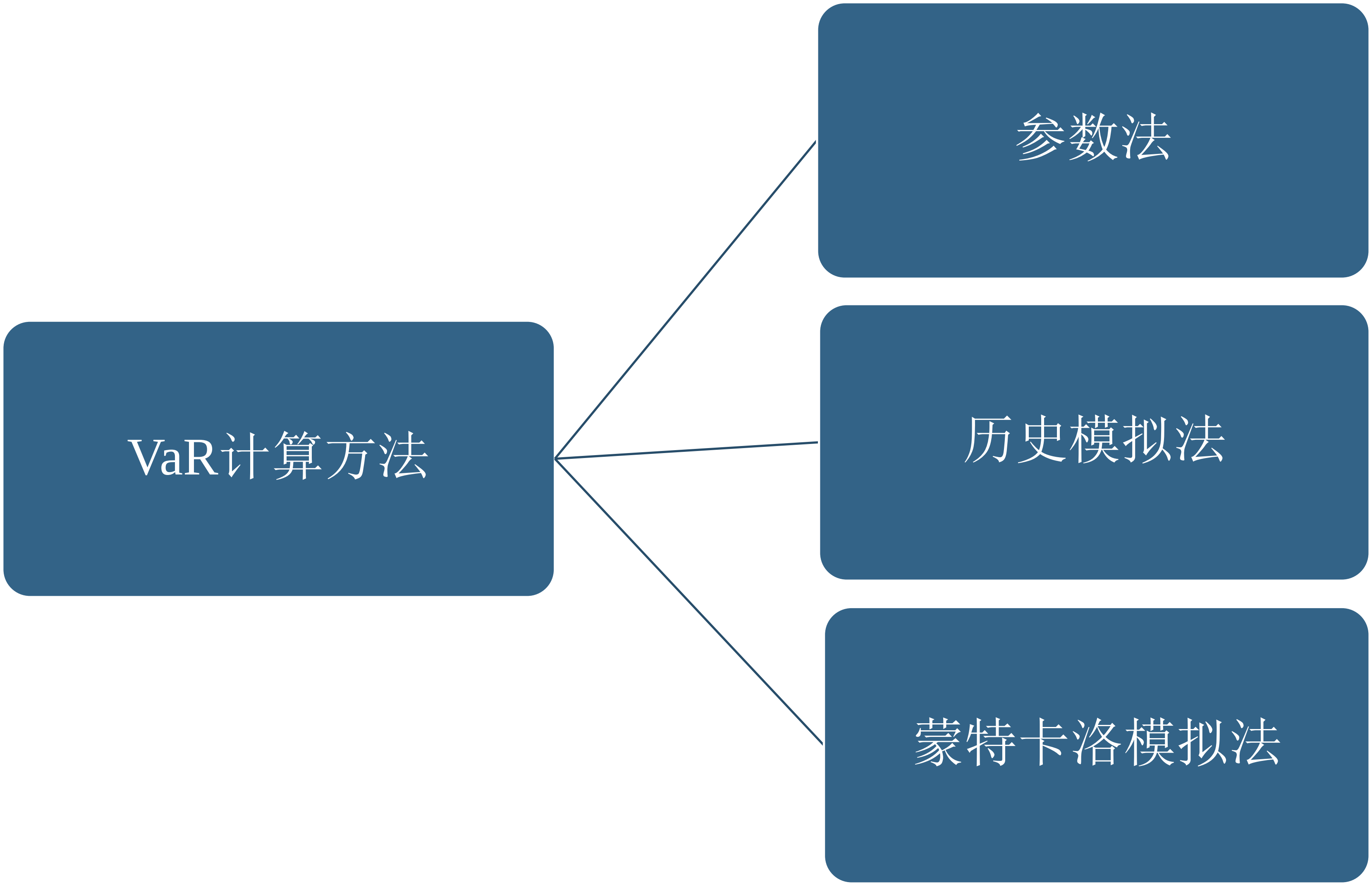
- 特点三：由于VaR可以用来比较分析由不同的市场风险因子引起的、不同资产组合之间的风险大小，所以VaR是一种具有可比性的风险度量指标。
  - 要求置信水平、考察期限相同、最好是比较收益率
- 特点四：市场处于正常波动的状态下，时间跨度越短，收益率就越接近于正态分布。此时，假定收益率服从正态分布计算的VaR比较准确、有效。
  - 考察的时间越短，VaR度量的效果越好

VaR方法

VaR的基本特点

- 特点五：置信度和持有期是影响VaR的两个基本参数
  - 置信度和置信水平在这里是指同一个概念
  - 在其他条件不变的情况下，VaR完全依赖于置信度和持有期这两个参数。

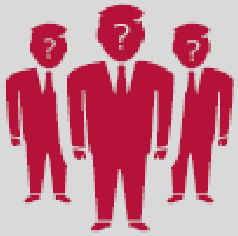
VaR



正态分布下的VaR 计算

例1：

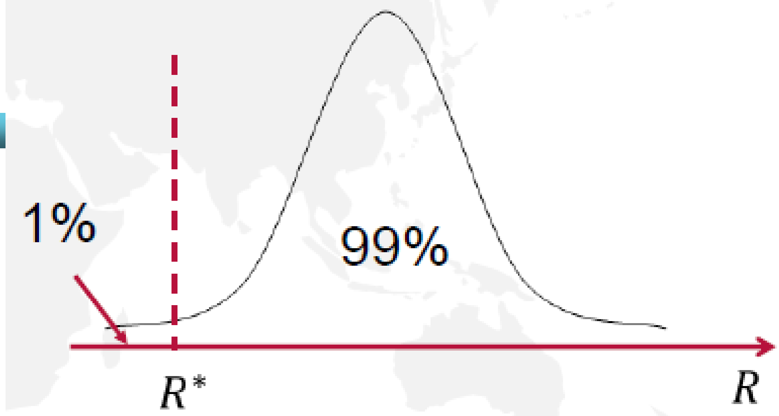
假定一个交易组合在6个月内的收益服从正态分布，分布均值为200万美元，标准差为1 000万美元。问：对于6个月展望期，在99%置信度下的VaR为多少？



正态分布下的VaR 计算

- 令V_0代表某投资敞口目前的市价，其收益率为服从正态分布的随机变量：$R \sim N(\mu, \sigma^2)$
- 未来任一时点，敞口的市场价值为$V_t = V_0 * (1 + R_t)$
- 敞口的期望价值为$E(V) = V_0(1 + \mu)$
- 令R^* 表示99%置信度下，未来一个交易日内组合的最糟糕的回报。此时，组合敞口的市价$V^* = V_0(1 + R^*)$

正态分布下的VaR 计算



$$\Pr ob\left(\Delta P < -VaR\right) = 1 - c$$

易知：$\mathrm{P}(R < R^*) = 1\%$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{P}\left(R' < \frac{R^* - \mu}{\sigma}\right) = 1\% \quad \Rightarrow \quad N\left(\frac{R^* - \mu}{\sigma}\right) = 1\%$$

$$\Rightarrow \quad \frac{R^* - \mu}{\sigma} = \text{-}\, a$$

$$\Rightarrow \quad R^* = \mu - a\sigma$$

正态分布下的VaR 计算

绝对VaR： $\Delta V = V_0 - V^* = -V_0 R^* = V_0(a\sigma - \mu)$

相对VaR： $\Delta V = E(V) - V^* = V_0(\mu - R^*) = V_0 a\sigma$

绝对值VaR：以美元、人民币等为单位，

VaR=$V_0(a\sigma - \mu)$ 或 $V_0 a\sigma$

相对值VaR：以百分比为单位，

VaR=$(a\sigma - \mu)$ 或 $a\sigma$

例1：

假定一个交易组合在6个月内的收益服从正态分布，分布均值为200万美元，标准差为1 000万美元。问：对于6个月展望期，在99%置信度下的VaR为多少？

易知： $P(X \le X^*) = 1\%$ $\Rightarrow$ $N\left(\dfrac{X^* - E(X)}{\sigma}\right) = 1\%$

易得：

$$X^* = 2m - 2.33 \times 10m = -21.3m$$

- 正常条件下，该投资组合在99%置信度六个月展望期内的最大损失（VaR）为2130万元。

均匀分布下的VaR 计算

例2

- 假定一个1年的项目的最终结果介于5 000万美元损失和5 000万美元收益之间，5 000万美元损失和5 000万美元收益之间的任意结果具有均等的可能。
- 问：对于1年的展望期，在99%置信度下的VaR为多少？

均匀分布下的VaR 计算

$$均匀分布 f(x)=\frac{1}{上限-下限}$$

$$\int_{-5000}^{-\mathrm{VaR}} f(x)dx=\int_{-5000}^{-\mathrm{VaR}}\frac{1}{5000-(-5000)}dx=1\%$$

$$-\mathrm{VaR}-(-5000)=1\%\times 10000$$

$$\mathrm{VaR}=4900$$

答：对于1年的展望期，在99%置信度下的VaR为4900万。

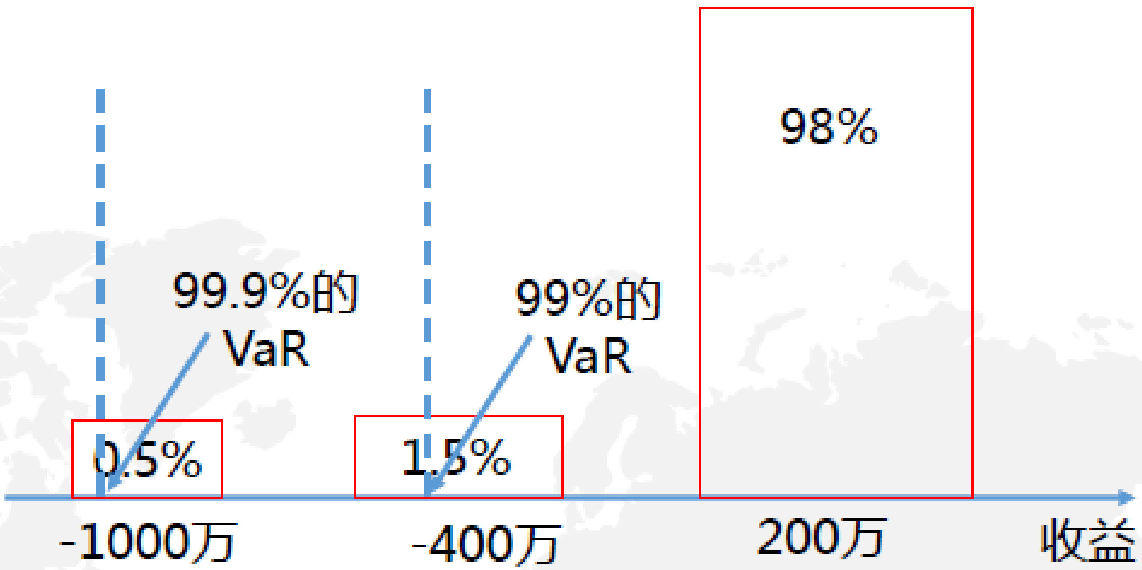
注意：VaR一般作为损失的正数来报告，在图形中则表现为负数。

离散分布下的VaR 计算

例3

- 假定一个1年的项目有98%的概率收益为200万美元，1.5%的概率损失为400万美元，0.5%的概率损失为1 000万美元。
- 99%的VaR为多少？
- 99.9%的VaR为多少？

离散分布下的VaR 计算



（1）以收益（或损失）为横坐标

（2）把损失从大到小（或从小到大）排列

（3）寻找分位数，这个就是VaR。

VaR

- VaR计算方法
  - 参数法
  - 历史模拟法
  - 蒙特卡洛模拟法

VaR计算——历史模拟法

- 历史模拟法（historical simulation）不需要对收益的分布做任何假定，易于实现。它假定收益分布在整个样本期限内是固定不变的。实际应用中所选取的历史样本的大小和区间会对预测的结果造成很大的影响。
- 基本原理

　通过历史数据模拟风险因子未来变化，进而模拟资产组合未来收益的可能分布。

VaR计算——历史模拟法

- 计算步骤
  - **(1)识别风险因子变量**

    设投资组合的价值V受到n个风险因子$f_i(i=1,2,\ldots n)$的影响，则投资组合在t时刻的价值可表示为：

$$V_t = V(f_1(t), f_2(t)\ldots, f_n(t))$$

  - **(2)选取历史区间，收集历史数据**

    收集风险因子f_i在[-(T+1),-1]间的历史数据得到数据序列

$$\{f_i(-T-1), f_i(-T)\ldots, f_i(-1)\}$$

则风险因子f_i在过去时刻的T种变化为

$$\Delta f_i(-t) = f_i(-t-1) - f_i(-t), t = 1, 2\ldots, T$$

VaR计算——历史模拟法

- **(3)模拟风险因子未来变化**

  假定风险因子的未来变化的分布等同于其历史变化分布

  则f_i在未来时刻的T种可能取值为：

$$f_i^t = f_i(0) + \Delta f_i(-t), t = 1, 2..., T$$

- **(4)计算投资组合未来收益分布**

  根据f_i的T种可能取值，投资组合在未来时刻的T种可能取值为

$$V^t = V(f_1^t, f_2^t..., f_n^t), t = 1, 2..., T$$

  投资组合的收益 ΔV的T种可能为 $\Delta V^t = V^t - V_0, t = 1, 2..., T$

- **(5)根据投资组合收益分布计算*VaR***

  将ΔV从大（利润）到小（损失）排序。

  给定置信水平c，根据ΔV的排序结果查找相应的*VaR*值。

例题

假设投资者于2018年7月31日买入1000股招商银行的A股股票，拟用历史模拟法计算置信水平c=95%下的每日VaR。

2018 年 8 月 1 日前 500 个交易日招商银行 A 股历史交易数据

t	日期	昨日收盘（元/股）	今日收盘（元/股）	当日涨跌额（元/股）	收益率
1	2016-07-14	17.05	17.09	0.04	0.23%
2	2016-07-15	17.09	17.14	0.05	0.29%
3	2016-07-18	17.14	17.26	0.12	0.70%
4	2016-07-19	17.26	17.12	−0.14	−0.81%
5	2016-07-20	17.12	17.07	−0.05	−0.29%
6	2016-07-21	17.07	17.24	0.17	1.00%
7	2016-07-22	17.24	17.08	−0.16	−0.93%
8	2016-07-25	17.08	17.12	0.04	0.23%
9	2016-07-26	17.12	17.17	0.05	0.29%
10	2016-07-27	17.17	17.37	0.20	1.16%
…	…	…	…	…	…
491	2018-07-18	25.37	25.29	−0.08	−0.32%
492	2018-07-19	25.29	25.62	0.33	1.30%
493	2018-07-20	25.62	27.38	1.76	6.87%
494	2018-07-23	27.38	27.86	0.48	1.75%
495	2018-07-24	27.86	27.75	−0.11	−0.39%
496	2018-07-25	27.75	28.22	0.47	1.69%
497	2018-07-26	28.22	28.12	−0.10	−0.35%
498	2018-07-27	28.12	28.09	−0.03	−0.11%
499	2018-07-30	28.09	28.61	0.52	1.85%
500	2018-07-31	28.61	28.39	−0.22	−0.77%

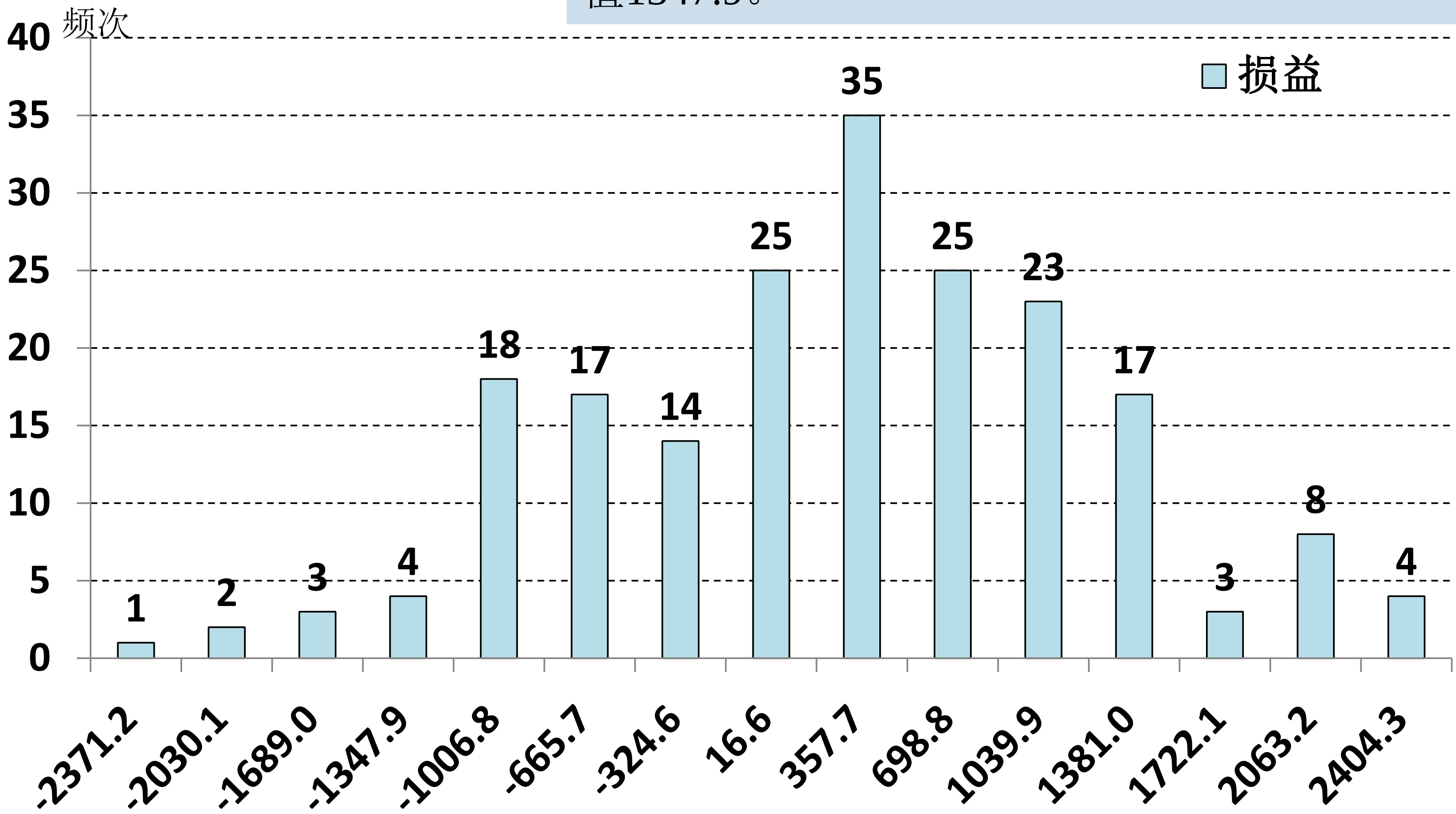
2018 年 8 月 1 日招商银行 A 股的 500 个可能收益取值

i	日收益率第 i 个可能取值	估计涨跌额（元/股）	估计收益（1 000 股）	估计收益的大小排序
1	0.23%	0.07	70	215
2	0.29%	0.08	80	201
3	0.70%	0.20	200	142
4	−0.81%	−0.23	−230	383
5	−0.29%	−0.08	−80	302
6	1.00%	0.28	280	111
7	−0.93%	−0.26	−260	394
8	0.23%	0.07	70	217
9	0.29%	0.08	80	202
10	1.16%	0.33	330	104
…	…	…	…	…
389	−2.15%	−0.61	−610	476
…	…	…	…	…
491	−0.32%	−0.09	−90	305
492	1.30%	0.37	370	93
493	6.87%	1.95	1 950	1

VaR方法

- 直方图求解VaR

设某投资组合的200个可能取值如下图所示，求95%的置信水平下的VaR
VaR为从大到小的第200*（1-95%）=10的损失值1347.9。



2018 年 8 月 1 日招商银行 A 股的 500 个可能收益取值

i	日收益率第 i 个可能取值	估计涨跌额（元/股）	估计收益（1 000 股）	估计收益的大小排序
1	0.23%	0.07	70	215
2	0.29%	0.08	80	201
3	0.70%	0.20	200	142
4	−0.81%	−0.23	−230	383
5	−0.29%	−0.08	−80	302
6	1.00%	0.28	280	111
7	−0.93%	−0.26	−260	394
8	0.23%	0.07	70	217
9	0.29%	0.08	80	202
10	1.16%	0.33	330	104
…	…	…	…	…
389	−2.15%	−0.61	−610	476
…	…	…	…	…
491	−0.32%	−0.09	−90	305
492	1.30%	0.37	370	93
493	6.87%	1.95	1 950	1

95%的置信水平下，第476位（反向25位）的损失值610即为每日*VaR*

VaR计算——历史模拟法

历史模拟法优点与缺陷

- 优点
  - 简便易行、直观易懂，无需专业 统计知识即可掌握；
  - 为非参数估计法，无需构建数学模型和拟合变量分布形式及其数字特征，减少模型选择和参数估计风险；
  - 不受收益变量分布形式局限，对非对称分布、厚尾、尖峰等有同样的适用能力；
  - 可以度量期权等非线性收益投资组合的风险；

VaR计算——历史模拟法

- 缺陷
  - 假设风险因子的未来变化完全等同于其历史变化，与实践不符；
  - 假设风险因子的过往变化在未来时刻以相同概率出现，与实践不符；
  - 需收集、处理大量连续的历史数据，成本较高；新兴市场难以收集足够历史数据;
  - 计算结果对历史数据的选择区间、时间长度、数据质量等较为敏感，所得到的*VaR* 值波动性较大、稳健性较差。

VaR计算——历史模拟法

历史模拟法计算*VaR*的改进思路

- 缺陷：假设风险因子的过往变化在未来时刻以相同概率出现，与实践不符；

- 时间加权历史模拟法

风险因子变化$\Delta f_i(-t)$ (t=1,2,…T)在未来发生的概率不再为1/T，而是

$$p_t = \frac{(1-\lambda)\lambda^{t-1}}{1-\lambda^T},\quad 0<\lambda<1$$

越近的历史变化赋予的概率或权重越大；越远的历史变化赋予的概率越小，即概率随时间往前推移而以λ的速度衰减。λ称衰减因子。

利用经时间加权的风险因子变化模拟未来收益即可得到*VaR*

时间加权历史模拟法可以得到更好的*VaR*值，但估计误差可能加大。

VaR计算——历史模拟法

- 波动率加权历史模拟法

旨在消除不同时期的波动差异对模拟结果的不良影响。

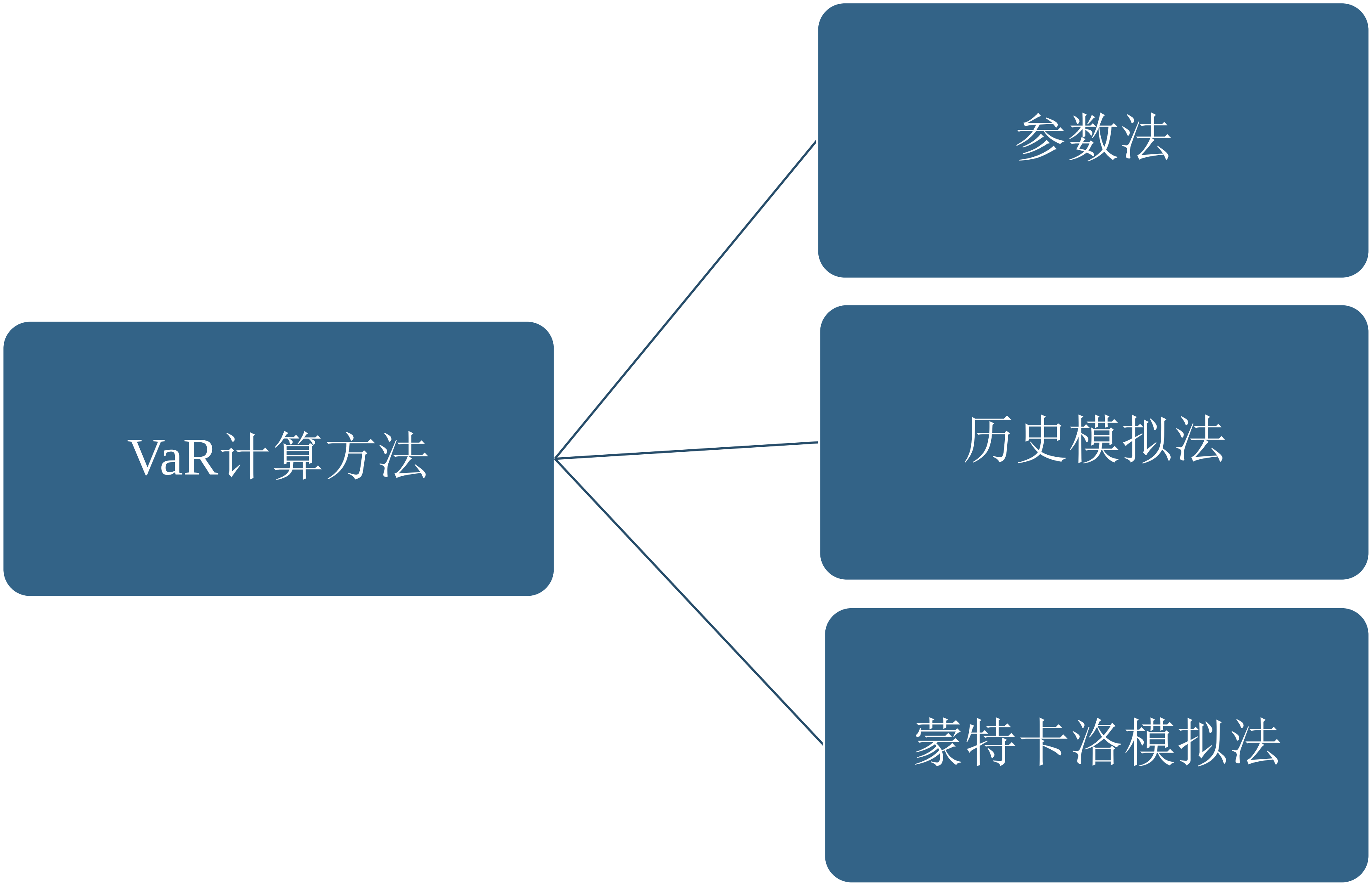
利用历史数据模拟风险因子未来波动率，比较其与历史波动率差异，调整历史数据权重，降低风险因子不同时期波动差异对模拟结果的影响。

设$f_{\mathrm{i}}(-t)$的波动率为σ_{-t}，根据历史数据模拟的未来时刻波动率为σ，则使用波动率加权调整后的风险因子变化历史数据为

$$\left\{ f_i(-T)\frac{\sigma}{\sigma_{-T}}, f_i(-T)\frac{\sigma}{\sigma_{-T+1}}, \dots, f_i(-1)\frac{\sigma}{\sigma_{-1}} \right\}$$

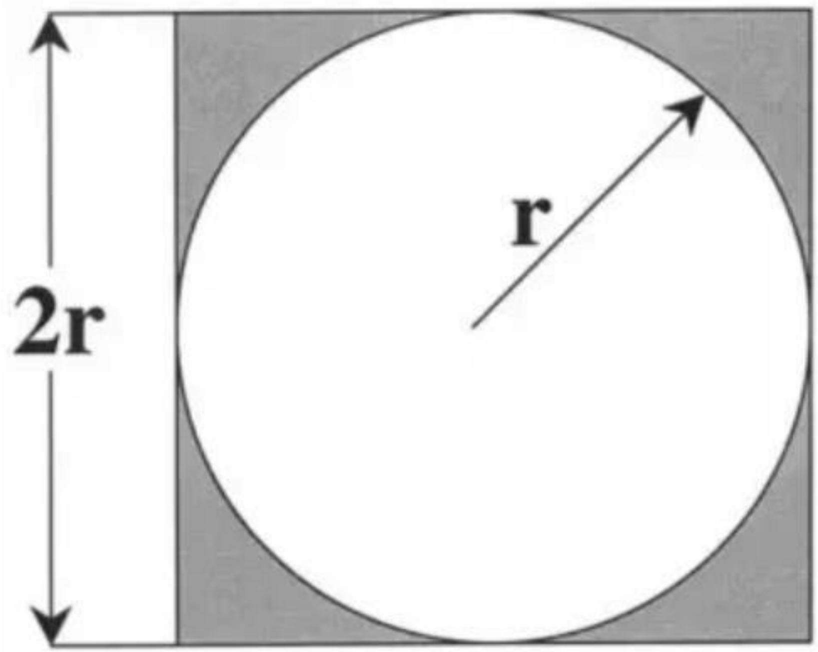
利用调整后的历史数据，按前文步骤即可计算VaR。

VaR



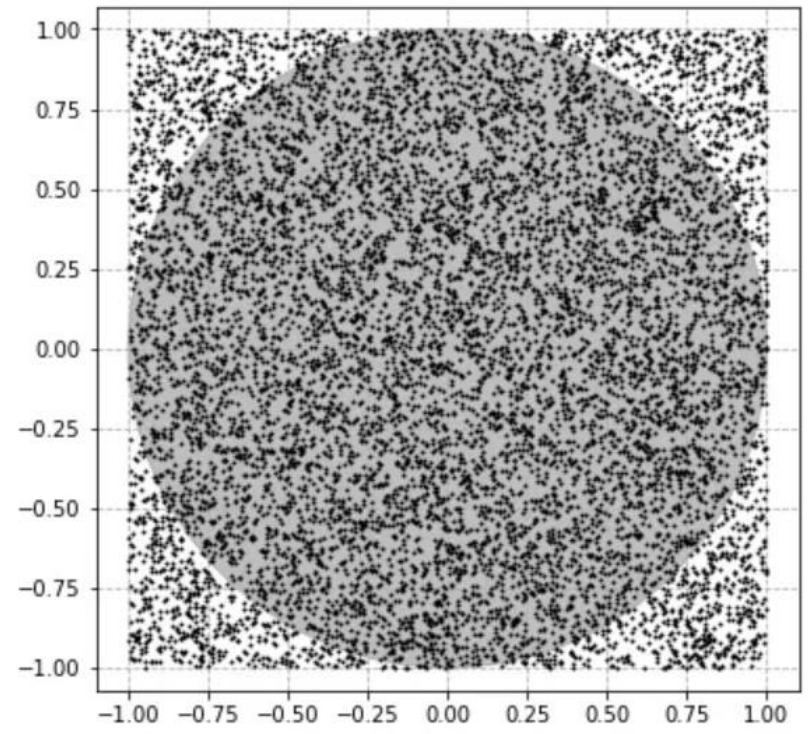
VaR计算——蒙特卡洛模拟法

- 蒙特卡罗（Monte Carlo）方法，又称随机抽样或统计试验方法，属于计算数学的一个分支，它是在上世纪四十年代中期为了适应当时原子能事业的发展而发展起来的。传统的经验方法由于不能逼近真实的物理过程，很难得到满意的结果，而蒙特卡罗方法由于能够真实地模拟实际物理过程，故解决问题与实际非常符合，可以得到很圆满的结果。这也是以概率和统计理论方法为基础的一种计算方法，是使用随机数来解决很多计算问题的方法。将所求解的问题同一定的概率模型相联系，用电子计算机实现统计模拟或抽样，以获得问题的近似解。为象征性地表明这一方法的概率统计特征，故借用赌城蒙特卡罗命名。



r
2r

pi: 3.1576



1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
−1.00
−1.00 −0.75 −0.50 −0.25 0.00 0.25 0.50 0.75 1.00

VaR计算——蒙特卡洛模拟法

- 基本原理

反复通过计算机产生随机数生成模拟样本代替实际抽样数据，克服样本数据不足缺陷，得到所求问题符合精度要求的近似解。

- 实施步骤
  - 描述或构造随机模型

  将不具备随机性质的问题转化为随机问题。
  - 利用随机数对随机模型进行抽样

  运用计算机产生符合要求的随机数进行模拟抽样实验。
  - 建立估计量求解问题

  利用模拟抽样建立各种估计量求解随机变量近似解。

随机模型的准确性、模拟抽样的独立性以及模拟次数决定结果优劣。

VaR计算——蒙特卡洛模拟法

- 单个变量随机模拟
  - 模拟步骤

以资产价格为例。设资产价格变化服从几何布朗运动

$$dS_t = u_t S_t dt + \sigma_t S_t dz_t$$

S为资产价格，μ,σ为价格变化的均值和方差，$dz = \varepsilon\sqrt{dt}$ 且 $\varepsilon \sim N(0,1)$。

- (1)几何布朗运动模型离散化

设t为初始时刻，T为到期时刻，将[t,T]均匀分割为n份

当n充分大时，$dt \approx \Delta t = \frac{T-t}{n}$， $dS_t = S_{t+i\Delta t} - S_{t+(i-1)\Delta t}, i = 1,2,\dots,n$，有

$$S_{t+i\Delta t} - S_{t+(i-1)\Delta t} = \mu S_{t+(i-1)\Delta t}\Delta t + \sigma S_{t+(i-1)\Delta t}\varepsilon\sqrt{\Delta t}, i = 1,2\dots,n$$

资产价格的随机变化取决于随机变量ε的取值。

- (2)利用计算机模拟生成ε的n个取值

记为{ε:i=1,2,…n}，得 $S_{t+i\Delta t} = S_{t+(i-1)\Delta t}(1+\mu\Delta t + \sigma\varepsilon_i\sqrt{\Delta t}), i = 1,2\dots,n$

VaR计算——蒙特卡洛模拟法

- (3)求解S_T

令i=1得 $S_{t+\Delta t} = S_t(1+\mu\Delta t+\sigma\varepsilon_1\sqrt{\Delta t})$

依次迭代，得到 $S_{t+n\Delta t} = S_T$

- (4)重复步骤(2)、(3)

重新模拟生成ε的n个取值,再次得到资产的一个到期时刻价格S_T; 重复N次，得到S_T的数据数列 $\{S_T^n : n=1,2,\ldots,N\}$

将$\{S_T^n : n=1,2,\ldots,N\}$按大小排序，即可得到$S_T$的变化分布与数值特征。 由计算步骤可知，蒙特卡洛法的准确性取决于时间区间分割的份数n以及样本轨道重复模拟的次数N。

VaR计算——蒙特卡洛模拟法

蒙特卡洛法计算VaR

- *VaR*的计算步骤
  - (1)识别风险因子变量

    设投资组合价值$V_t = V(S_{1,t}, S_{2,t}, \ldots, S_{N,t})$, $S_{j,t}$(j=1,2,…N) 为风险因子。
  - (2)随机模拟风险因子的未来变化

    产生n个随机变量$\varepsilon_{j,i}$(i=1,2,…n),依次迭代计算

    $$S_{j,t}, S_{j,t+\Delta t}, S_{j,t+2\Delta t}, \ldots S_{j,t+nt} = S_{j,T}$$
  - (3)计算投资组合价值

    利用$S_{j,T}$计算投资组合价值V_T，及收益ΔV。
  - (4)计算投资组合收益的分布

    重复(2)、(3)K次，得到ΔV_1, ΔV_2, … ΔV_K并按大小排列。
  - (5)计算*VaR*

    根据ΔV的分布，计算*VaR*。

VaR计算——蒙特卡洛模拟法

- *VaR*计算示例
  - 单风险因子

$$S_{t+i\Delta t}=S_{t+(i-1)\Delta t}(1+\mu\Delta t+\sigma\varepsilon_i\sqrt{\Delta t}),i=1,2...,n$$

设有一万股价格为100元/股的股票，其价格遵循几何布朗运动，漂移率μ为0，波动率σ=10%，请计算投资者在95%的置信水平下未来一天的*VaR*。

解：将未来一天间隔成100份，即n=100，由式（3-121)得

$$S_{t+i\Delta t}=S_{t+(i-1)\Delta t}(1+10\%\varepsilon_i\sqrt{1/100})=S_{t+(i-1)\Delta t}(1+0.01\varepsilon_i),i=1,2...,100$$

使用计算机生成100个ε值代入上式，股票价格变化轨迹如表3-6所示。

表3-6 股票价格的样本轨迹表

时刻i	上一时刻价格$S_{t+(i-1)\Delta t}$	随机变量 ε_i	当前时刻价格$S_{t+i\Delta t}$
1	100.0000	1.9748	100.0197
2	100.0197	0.0271	100.0200
3	100.0200	1.4682	100.0347
4	100.0347	0.6249	100.0410
…	…	…	…
97	99.9900	-0.8601	99.9814
98	99.9814	0.2936	99.9844
99	99.9844	-0.7005	99.9774
100	99.9774	1.3011	99.9904

由表3-6，得到股票期末价格为99.9904元，记为 P_T^1 。

VaR计算——蒙特卡洛模拟法

- 单风险因子

重复上一步骤100次，将股票价格分别记为$P_T^1, P_T^2, \ldots P_T^{100}$

根据 $P_T^1, P_T^2, \ldots P_T^{100}$ 得到股票收益$\Delta R^j = (P_T^j - P_t)*10000, j = 1,2,\ldots,100$ 的100个未来可能取值。将100个未来收益可能取值从大到小排列，如表3-7所示。

表3-7 股票收益分布表

第j次模拟	期末股票价格P_j^T	股票收益ΔR^j	收益大小排序
1	99.9904	96.0	39
2	100.0147	-147.0	53
3	99.8441	1559.3	7
4	100.0050	-49.7	46
…	…	…	…
48	**100.1455**	**-1455.0**	**96**
…	…	…	…
97	99.9216	784.0	16
98	99.9246	754.0	17
99	99.9842	158.0	38
100	99.9602	398.0	30

第48次模拟结果排名96位，损失1455.0元，即为该股票在95%的置信水平下，未来一天的*VaR*值。

VaR计算——蒙特卡洛模拟法

6.5 优势缺陷和改进

- 优势
  - 是完全估值法，可处理非线性、大幅波动与厚尾问题。
  - 可利用计算机反复生成模拟数据，计算结果更具可靠性和精确性。
  - 可利用风险因子变化的历史数据信息改善和修正随机模拟模型，对风险因子未来变化的模拟更贴近现实。
- 缺陷
  - 需事先构造随机模型，存在模型与参数估计风险。
  - 收敛速度太慢，计算效率较低，需要重复模拟大量次数。
  - 计算量大，需消耗大量时间。
  - 为减少时间花费，提高计算效率，往往以加大样本方差、计算结果的可靠性与精确性下降为代价。

VaR检验

设某银行2013年中有15个工作日的日亏损大于置信水平为95%时的每日VaR，按一年252个工作日计算，请说明在5%的显著水平下，银行所用的VaR模型是否存在错误？

VaR检验

回测检验

N次样本观测中，特例事件次数 x服从参数为 p=1-c, N 的二项式分布： $f(x)=\binom{N}{x}p^x(1-p)^{N-x}$

当N充分大时，有统计量 $Z=\dfrac{x-pN}{\sqrt{p(1-p)N}}\sim N(0,1)$

若VaR模型正确，则在α的显著性水平下，其拒绝域为

$$\left|Z=\frac{x-pN}{\sqrt{p(1-p)N}}\right|\geq\left|z_{\alpha/2}\right|$$

例题

回测*VaR*

设某银行2013年中有15个工作日的日亏损大于置信水平为95%时的每日*VaR*，按一年252个工作日计算，请说明在5%的显著水平下，银行所用的*VaR*模型是否存在错误？

假设银行*VaR* 模型正确无误，由公式可知，在5%的显著水平下，该假设的拒绝域为

$$\left| Z = \frac{x - pN}{\sqrt{p(1-p)N}} \right| \geq \left| z_{0.025} \right| = 1.96$$

将x=15, p=1-95%=5%, N=252代入上式，得Z=0.69<1.96

因而，无法拒绝原假设，银行的VaR 模型是正确的。

VaR方法的优缺点

优点

- 优点一：可以度量不同风险因子、不同金融工具构成的复杂资产组合以及不同业务部门所面临的总体风险，适用范围更广。
- 优点二：提供了一个概括性的风险度量值及其发生的概率，且具有可比性，容易理解和使用
- 优点三：考虑了决定组合价值变化的不同风险因子之间的相关性，从而能更加体现出投资组合分散化对降低风险的作用。

VaR方法的优缺点

- 缺点
  - 缺点一：VaR方法本质上是一种向后看的方法，是基于历史数据作出的，假定风险因子在未来的发展变化及其相关性同过去完全一致，这不符合实际。
  - 缺点二：正态分布的假设不符合实际
  - 缺点三：基于同样的历史数据，运用不同的方法得出的VaR差异较大。

VaR方法的优缺点

缺点

- 缺点四：VaR方法不能准确度量金融市场处于极端情形的风险。
- 缺点五：VaR方法不能满足次可加性。
  - VaR方法在资本收益率不服从正态分布时，缺乏次可加性 (资产组合整体的风险可能会大于组合内各项资产风险的总和, 即不满足A+B >AB）
- 缺点六：VaR方法对组合损益的尾部特征的描述并不充分，从而对风险的刻画也不完全。
- 缺点七：VaR方法得到的是统计意义上的结论。
- 缺点八：要求大量的历史数据，处理工作量大。

为什么VaR有时候不满足次可加性

假设投资组合P1,P2的收益结果都只存在两种可能,分别是在97%的概率下不发生亏损和在3%的概率下亏损1000元。因此,在95%的置信水平下,VaR(P1)=VaR(P2)=0。

假设P1,P2相互独立,则同时持有P1,P2而

不发生亏损的概率为97%×97%=94.1%,

损失1000元的概率为97%×3%×2=5.8%,

损失2000元的概率为3%×3%=0.1%

根据VaR的定义可知,在95%的置信水平下,

VaR(P1+P2)=1000>0= VaR(P1)+VaR(P2)

VaR改进——ES / CVaR

- 条件在险价值CVaR, Conditional Value at risk
- 预期损失Expected Shortfall

一定置信水平下，超过 *VaR*的风险事件的收益或损失的期望值。

置信水平c下的预期损失ES_c可以表示为：

$$ES_c = -E\left[X \,\middle|\, X \le -VaR_c(x) \right]$$

若收益分布为离散型变量：

$$ES_c = \frac{1}{1-c}\sum_{\alpha=c}^{1} X_\alpha P_\alpha$$

若收益分布为连续型变量：

$$ES_c = \frac{1}{1-c}\int_c^1 VaR_p \, dp$$

VaR改进——预期损失

ES_c是一致性风险测度；在相同置信水平下， ES_c高于VaR

与VaR相比，ES_c的优势包括

- VaR只告诉我们最坏损失高于VaR，ES_c告诉我们最坏损失到底有多坏；
- ES_c是一致性风险测度，基于ES_c的风险决策在更一般的条件下更可行；
- ES_c的次可加性使其在投资组合最优化问题中总能得到唯一的最优解。