

广东工业大学考试试卷（期中）

2019 -- 2020 学年度第 2 学期

课程名称: 数理金融学 学分 2 试卷满分 100 分

考试形式: 闭卷 (开卷或闭卷)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
评卷得分											
评卷签名											
复核得分											
复核签名											

一、已知两个股票的股价 X,Y 的四组观测统计值分别为 (4, 7), (5, 10), (7, 14), (8, 17)。

- (1) 请用最小二乘法估计一元线性回归模型中 $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$ 中 β_0, β_1 的取值。(5 分)
- (2) 请计算该模型的拟合优度检验的判定系数。(5 分)

二：考虑用 100 万元的资本投资两种证券，它们回报率的均值和标准差分别为： $r_1 = 0.1$ ， $v_1 = 0.2$ ； $r_2 = 0.2$ ， $v_2 = 0.4$ 。若两个回报率的相关系数 $\rho = 0.5$ ，投资者的效用函数为：

$U = E(r) - 0.5Av^2$ ，当风险厌恶指数为 1 时

- (1) 求这两个证券的最优组合。(15 分)
- (2) 最优投资组合下的确定性收益和风险溢价是多少(5 分)

三：仅考虑有风险资产的投资组合，已知风险资产的期望收益 $u = (u_1, \dots, u_n)'$ ，协方差矩阵为 Σ 。投资在风险资产的比重分别为 $W = (w_1, \dots, w_n)'$ ，且有 $W' \Pi = 1$ 。若总投资组合的期望收益为 a ，试构建以最小化风险为目标函数的均值-方差模型，并推导最优投资组合 W_a 。(15 分)

($\Pi = (1, \dots, 1)' \in R^{n \times 1}$, $A = \Pi' \Sigma^{-1} \Pi$, $B = \Pi' \Sigma^{-1} u$, $C = u' \Sigma^{-1} u$, $\Delta = AC - B^2$)

四：已知投资某风险产品利率为 16%，方差为 25%。银行利率（无风险利率）为 5%，该投资落在资本配置线（CAL）上，若可承受 50%的风险（方差），问能达到多大的收益率？（10 分）

五．已知银行存款利率为 5%，银行贷款利率 8%，支付宝借贷利率为 11%，某风险投资利率为 20%，夏普比率为 0.5，问要达到 30%的收益，使用支付宝借贷比银行贷款多承担多少的风险？（10 分）

六．在 CAPM 模型中，已知某项目的 β 系数为 1.5，市场组合期望收益率为 9%，当前无风险利率为 2%，

（1）该项目的预期收益率（3 分）

（2）若该项目实际收益率为 12%，按照 α 策略应该买进还是卖出？（4 分）

（3）假设该项目五年后期望收益为 1000 万美元，则该项目最大可接受的投资成本为多少？（连续复利）（8 分）

七．已知效用函数 $U = E[r] - \frac{1}{2} A \sigma^2$ ，在市场均衡下，市场组合 $E[r_M] = 20\%$, $\sigma_M = 40\%$, $r_f = 4\%$ ，已知投资者基于 CML 在市场组合的点达到效用最大化，问此时风险厌恶因子 A 是多少？（10 分）

八．已知 CML 外的一个非有效组合 A 点，其中 $r_f = 5\%$ ， $\sigma_A = 50\%$ ， $E[r_A] = 20\%$ ，市场组合 M 点 $\sigma_M = 10\%$ ， $\beta_{AM} = 2$ 。

（1）求市场组合 M 点的收益 $E[r_M]$ （2 分）

（2）求 A 点的非系统风险（8 分）