**习题二**

1、（1）



（2）

（3）.

2、

即：

，这时，。

3、（1） （2）

4、

.

5、



6、从变量到变量的线性变换为

7、各工厂的总收入和总利润为.

8、设，由得，即，利用，利用，这时.

9、设，由得，即，故，这时，其中为常数.

10、（1）,故;

（2），故.

11、，

.

12、（1）根据对称矩阵的性质：，根据反对称矩阵的性质：；

（2）根据可逆对称矩阵的性质：.

13、（1）根据对称矩阵、反对称矩阵的性质：

；

（2）先证必要性，若是反对称矩阵，则；为反对称矩阵，为反对称矩阵，为对称矩阵，则，即可交换.

再证充分性，若，则为反对称矩阵。设为反对称矩阵，为对称矩阵，则，即为反对称矩阵.

14、.

15、（1）；

（2）.

16、，则。

17、用数学归纳法去证。当时，.

当时，成立.

则时，，

故为正整数时，.

18、用归纳法去证.

当时，

；

当时，，等式成立；

则当时，

；

故为正整数时，成立 .

而

.

19、因，而，故，则均可逆.

20、因，而，故.

21、设，则，

由；由；

即.

22、，则，而，，故.

23、（1），其中，，而，故；

（2），其中，而，故.

24、



故.

（矩阵行阶梯形）（矩阵行最简形）.

26、



这是矩阵A的标准形D.

27、

这是矩阵的标准型.

28、在秩为的矩阵中，有阶子式、有阶子式，如的，其中有等于0的一阶子式、二阶子式.

29、（1）

，故.

（2）

，故.

30、，

当时，；

当时，；

当时，.

31、先证必要性 若，即初等变换后化为矩阵，而初等变换不改变矩阵的秩，故；

再证充分性 设，由矩阵的等价标准形理论知，矩阵与有等价标准形，，即，由等价关系的传递性知.