**习 题 六**

1. 其中



2.观察A,B发现，交换A的第1，2列，再交换A的第1,2行，即可的B,由初等变换可知，

左乘及右乘得，

3. A对调的第二、三列与第二、三行，由初等变换可知，左乘与右乘得



4.

，

故有特征值为，则的正惯性指数为2.

5. 令



6.二次型矩阵为

故A有特征值可求得对应于对应的特征向量为

，

单位化得：，

正交变换为：

7. 二次型矩阵与标准形矩阵为

在正交变换下相似，故有



则A的特征值为3,3，-3.

对，由求得基础解系为这就是对应于线性无关特征向量（）。

对，由求得基础解系为这就是对应于的特征向量。

因不正交，故需正交化，令

再单位化得：

所用的正交变换为

8.因。

9.写出二次型矩阵由求得A有特征值为，则的标准形为.

10.二次型矩阵为作初等变换



则可作可逆变换化为标准形.

11.令.

12. 写出二次型矩阵由求得A有特征值为，若规范形为，说明两个特征值为正，一个为零. 则若即符合题意.

若这时不符合题意.

若，这时不符合题意.

13．写出二次型矩阵



得A有特征值为

当由



取得基础解系为这就是对应于的特征向量.

当时，由得基础解系为

当6时，由得基础解系为

对于对称矩阵不同的特征值的特征向量已成正交，故只需单位化，有



令，经正交变换，二次型化为标准形

 当时，有

，这时

即.

14.（1）二次型矩阵

，故A为正定.

（2）二次型矩阵

故为负定.

15.对任意，由为正定矩阵，A为对称矩阵，总有

由此对任意，恒有只有零解，从而可逆.

16.设则，令则，这时

，上式表明，对任意，总有，于是由定义知：为正定二次型.

17.（1）证一，因为正定矩阵，故为正定二次型，又由于正定二次型进行非奇异线性变换所得的二次型仍为正定的，故对经变换后得仍为正定二次型，故为正定矩阵.

证二，根据对称矩阵为正定的充要条件是的特征值全大于零，设是的一个特征值，是的等于的一个特征值，则，从而，因而是的特征值，而是正定矩阵，故，因此的全部特征值大于零，故是正定矩阵（见P27倒数第5行）.

（2） 因均为正定矩阵，故均为对称矩阵，从而为对称矩阵，且为正定二次型，于是，对不全为零的实数令有,故即二次型为正定的，则为正定矩阵.

18、,即为对称矩阵，又对于任意，有故为正定矩阵。

19，记则二次型的矩阵为

因



故的特征值为可求得对应的特征向量为

单位化得



因而正交变换为，即



化二次曲面方程为标准方程.

20、记原二次曲面方程的左边为，则其中，因二次型经正交变换化为，故A的特征值为再由

.

21，矩阵A经初等变换的矩阵B，故A与B等价。用初等变换知因为,所以A与B相似，合同。

22,因为且A与B为同型矩阵，所以矩阵A与B等价，又因为A与B特征值不等，所以A与B不相似，再因矩阵A与B，若故A与B不合同。

23、，

，在驻点（0,0,1）处的赫斯矩阵为



因故为负定矩阵，因而的极大值.