上 海 交 通 大 学 试 卷（A 卷）

（ 2021 至 2022 学年 第 2 学期 ）　　2022/6/6

班级号________________　　学号______________　　姓名 ____________

课程名称 ______大学物理（3）____________　　成绩 ____________

注意：（1）计算题要列出必要的方程和解题的关键步骤；（2）不要将订书钉拆掉；（3）无需使用计算器.

一、填空题（36 分）

1、**（本小题 4 分）**满足泡利不相容原理的全同粒子是__________子；不满足泡利不相容原理的全同粒子是__________子。

2、**（本小题 4 分）**如果算符 $\hat{F}$ 作用于一个函数 ψ，结果等于 ψ 乘上一个常数 λ：$\hat{F}\psi = \lambda\psi$，则称常数 λ 为算符 $\hat{F}$ 的__________，ψ 称为属于 λ 的______________。

3、**（本小题 3 分）**量子力学体系中，任意态 $\psi(x)$ 可用某厄米算符所对应的一组完备正交归一本征函数 $\varphi_n(x)$ 展开：$\psi(x) = \sum_n a_n \varphi_n(x)$，则展开式系数 $a_n =$ ____________________。

4、**（本小题 3 分）**质量为 m 电量为 e 的电子从静止开始，经加速电压 U 的加速后，其德布罗意物质波的波长为____________（不考虑相对论效应）。

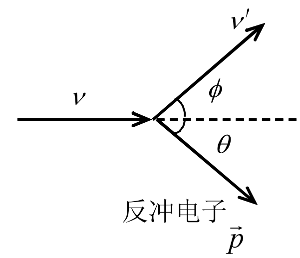
5、**（本小题 3 分）**若氢原子处于 n=3，l=2 的激发态，则电子轨道角动量的大小 L=__________；轨道角动量 L 在外加磁场方向投影的最大值 L_z=_________；电子自旋角动量大小 S=________。（用 $\hbar$ 表示）

6、**（本小题 3 分）**设太阳半径为 R，地球到太阳中心的距离为 d。太阳的辐射特性与黑体相近，可近似为黑体。由测量得到太阳辐射谱的峰值波长为 λ，则太阳表面的温度为__________，其总辐出度为____________，地球表面垂直于阳光方向单位面积单位时间接收的辐射能为________________________（地球尺寸忽略不计）。

（b、σ 分别为维恩常数和斯忒藩恒量）

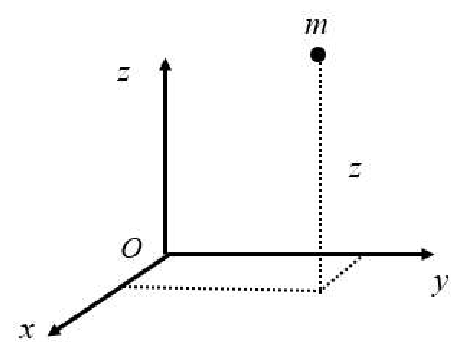
7、**（本小题1+3分）**(1)在康普顿散射实验中，若用可见光能否观察到散射光波长变长的现象？____________（填：能或不能）；

（2）如图所示，一频率为ν 的入射光子与“静止”的自由电子发生碰撞和散射。如果散射光子的频率为ν'，其沿ϕ角方向运动；反冲电子的动量为$\vec{p}$，其沿θ角方向运动，则在入射光子方向上的动量守恒定律的分量形式为____。



8、**（本小题 3 分）**如图所示，重力场中有一个粒子，质量为 m，相对于地面的高度为 z。以地面为重力势能零点，相关的定态薛定谔方程为：

____。



9、**（本小题 3 分）**可用光电效应测定普朗克常数。如先后分别用波长为λ_1和λ_2的光做光电效应实验，相应测得其遏止电压为U_1和U_2，由此可算得普朗克常数为________________ （电子电量为e，真空中光速为c）。

10、**（本小题 3 分）**对易关系$\left[x^2, \hat{p}_x\right]=$______________。

11、**（本小题 3 分）**有一双态系统，如果取正交归一的波函数φ_1、φ_2为基（矢），哈密顿算符用矩阵表示时，其对应矩阵元分别为$H_{11}=E_0$、$H_{12}=H_{21}=0$、$H_{22}=2E_0$。当系统初态为$\Psi(t=0)=0.6\varphi_1+0.8\varphi_2$时，则任意时刻波函数$\Psi(t)=$____________________________。

二、计算题（64 分）

1、**（本题 5 分）**已知角动量平方算符 $\hat{L}^2=\hat{L}_x^2+\hat{L}_y^2+\hat{L}_z^2$ 与 $\hat{L}_x,\hat{L}_y,\hat{L}_z$ 分别对易，且角动量分量算符之间有如下对易关系：$\begin{cases}\left[\hat{L}_x,\hat{L}_y\right]=i\hbar\hat{L}_z\\ \left[\hat{L}_y,\hat{L}_z\right]=i\hbar\hat{L}_x\\ \left[\hat{L}_z,\hat{L}_x\right]=i\hbar\hat{L}_y\end{cases}$。 现定义两个算符 $\hat{F}=\hat{L}_x+i\hat{L}_y,\hat{G}=\hat{L}_x-i\hat{L}_y$，试计算如下对易关系 $\left[\hat{F},\hat{G}\right]$，$\left[\hat{L}^2,\hat{F}\right]$ 与 $\left[\hat{L}^2,\hat{G}\right]$。

2、**（本题 7 分）**氢原子处在基态 $\psi(r,\theta,\varphi)=\dfrac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}}e^{-r/a_0}$，$a_0$ 为玻尔半径，求电子的径向概率密度（径向概率分布函数）、最可几半径（径向概率密度最大值对应的半径）及 $\dfrac{1}{r^2}$ 的平均值。

3、**（本题 5 分）**质量为 m 的微观粒子处于宽度为 a 的一维无限深势阱中，如果粒子的状态由波函数 $\psi(x)=\begin{cases}Ax(a-x) & 0\le x\le a\\ 0 & x<0,x>a\end{cases}$ 描写，A 为已知的归一化常数，求粒子能量的平均值。

4、**（本题 12 分）**已知一量子态的波函数为 $\psi=\dfrac{2}{3}Y_{31}(\theta,\varphi)+\dfrac{2}{3}Y_{22}(\theta,\varphi)-\dfrac{1}{3}Y_{1-1}(\theta,\varphi)$，

其中球谐函数 $Y_{lm}(\theta,\varphi)$ 是角动量算符 $\hat{L}^2$ 和 $\hat{L}_z$ 的共同本征态，即

$\hat{L}^2Y_{lm}(\theta,\varphi)=l(l+1)\hbar^2Y_{lm}(\theta,\varphi),l=0,1,2\cdots$，$\hat{L}_zY_{lm}(\theta,\varphi)=m\hbar Y_{lm}(\theta,\varphi),m=0,\pm1,\pm2\cdots\pm l$，

试求 ψ 态中角动量平方及角动量 z 分量的可能取值，相应概率和这两个量的平均值。

5、（**本题 16 分**）质量为m的微观粒子处于宽度为a的一维无限深势阱中，粒子的定态波函数为

$$\Phi_n(x)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{2}{a}}\sin\dfrac{n\pi x}{a} & 0\le x\le a\\ 0 & x<0,x>a\end{cases}$$，能级为$E_n=\dfrac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}n^2, n=1,2,3\cdots$

假设该粒子$t=0$时处于状态$\psi(x,0)=A\left[1+\cos\left(\dfrac{\pi x}{a}\right)\right]\sin\left(\dfrac{\pi x}{a}\right)$，

（1）写出该波函数的归一化条件，并由此确定归一化常数A；

（2）求测量粒子能量得到的可能值、相应的概率及能量的平均值；

（3）求t时刻体系的状态$\psi(x,t)$及概率密度；

（4）（2）中的结果是否与时间有关？

6、（**本题 10 分**）证明：（1）厄米算符本征值都是实数；

（2）厄米算符属于两个不同本征值的本征函数相互正交。

7、（**本题 9 分**）求氨分子等价双态系统哈密顿矩阵$H=\begin{pmatrix}E_0 & -A\\ -A & E_0\end{pmatrix}$的本征值和本征矢。