

Každé svoje tvrzení odůvodněte. Konstatování bez odůvodnění nebude počítáno jako odpověď. Pokud si nejste jisti zadáním, zeptejte se.

**Úloha 1.** Popište všechny grafy, které neobsahují podgraf isomorfní s cestou  $P_3$  (cesta o třech hranách). Dostatečně zdůvodněte, proč jiné nemohou existovat.

[4 body]

**Úloha 2.** Mějme souvislý graf a dvě různé nejdelší cesty v něm. Dokažte, že tyto dvě cesty mají alespoň jeden společný vrchol.

[4 body]

**Úloha 3.** Eulerovský tah je tah, který projde všechny hrany právě jednou. Platí, že uzavřený (se stejným počátečním a koncovým vrcholem) eulerovský tah obsahují právě ty grafy, které jsou souvislé a mají všechny stupně sudé. Najděte charakterizaci grafů, které obsahují eulerovský tah, který nemusí být nutně uzavřený (tj. může mít různý počáteční a koncový vrchol).

[6 bodů]