

Každé svoje tvrzení odůvodněte. Konstatování bez odůvodnění nebude počítáno jako odpověď. Pokud si nejste jisti zadáním, není vám jasné, co se v úkolu chce nebo vám to přijde podezřele těžké (či lehké) vzhledem k bodovému ohodnocení, zeptejte se.

Úloha 1. Může existovat graf s následujícím skóre? Pokud ano, najděte jej. Pokud ne, zdůvodněte.

- a) $(1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4)$
- b) $(1, 1, 2, 2, 5, 5)$
- c) $(3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3)$
- d) $(3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3)$

[6 bodů]

Úloha 2. *Nezávislá množina* grafu $G = (V, E)$ je množina vrcholů $U \subseteq V$ taková, že žádné dva vrcholy U nejsou spojeny hranou. Dokažte, že je-li G strom, pak obsahuje nezávislou množinu velikosti alespoň $\lceil \frac{n}{2} \rceil$.

[2 body]

Úloha 3. Ukažte, že každý souvislý graf na $n \geq 3$ vrcholech obsahuje dva různé vrcholy u a v takové, že grafy $G - u, G - v$ i $G - \{u, v\}$ jsou souvislé.

[4 body]

Úloha 4. Mějme graf „činky“ G , tj. graf, který vznikne spojením dvou kružnic C_n a C_m cestou délky k . Spočítejte počet koster G v závislosti na parametrech n, m, k .

[6 bodů]