

[АНТИЗОРИЧ]

Введение в математический анализ.

Непрерывность, пределы,
дифференцируемость

Владимир Антонович Зорич

Декабрь 1985 год

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliqua. Ut enim ad minim veniam, quis nostrud exercitation ullamco laboris nisi ut aliquip ex ea commodo consequat. Duis aute irure dolor in reprehenderit in voluptate velit esse cillum dolore eu fugiat nulla pariatur. Excepteur sint occaecat cupidatat non proident, sunt in culpa qui officia deserunt mollit anim id est laborum.

От своего имени и от имени будущих читателей я благодарю всех, кто нашел возможность, живя в разных странах, сообщить в издательство или мне лично о погрешностях (опечатках, ошибках, пропусках), замеченных в русском, английском, немецком или китайском изданиях этого учебника. Замечания учтены и соответствующая правка внесена в текст предлагаемого шестого русского издания.

Как выяснилось, книга пригодилась и физикам - очень этому рад. Во всяком случае я действительно стремился сопровождать формальную теорию содержательными примерами ее применения как внутри математики, так и вне нее.

Шестое издание содержит ряд дополнений, которые, возможно, будут полезны студентам и преподавателям. Во-первых, это некоторые материалы реальных лекций (например записи двух вводных обзорных лекций первого и третьего семестров) и, во-вторых, это математические сведения (порой актуальные, например связь многомерной геометрии и теории вероятностей), примыкающие к основному предмету учебника.

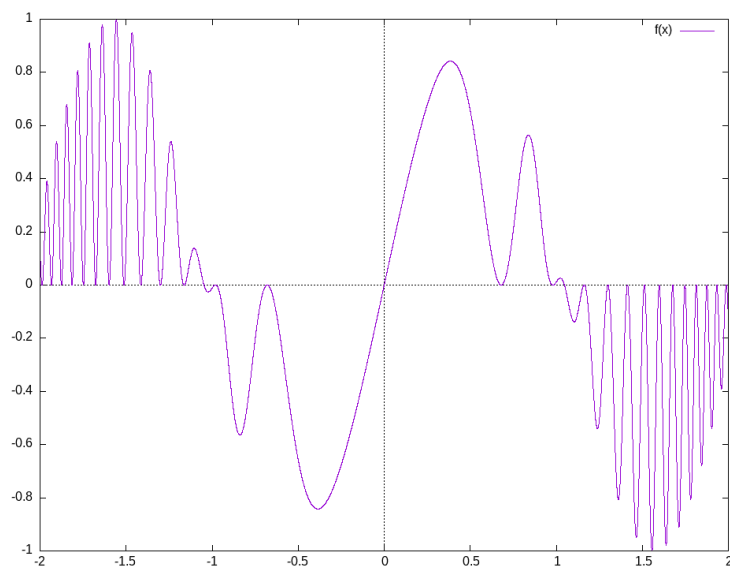
Москва, 2011 год В. Зорич

Дано: $(\cos(5 \cdot x^3))^2 \cdot \sin(3x)$

Ну что? Тейлора тебе дать?

$$-0.150885 + \frac{23.7413}{1} \cdot (x - 1.5)^1 + \frac{-1475.48}{2} \cdot (x - 1.5)^2 + \frac{-118322}{6} \cdot (x - 1.5)^3 + \bar{o}(x^3)$$

График функции $(\cos(5 \cdot x^3))^2 \cdot \sin(3x)$ имеет вид:



Уравнение касательной в точке $x=0$ имеет вид:

$$y = 3x + 0$$

Заметим, что

$$(3x)' = 0x + 3 \cdot 1$$

Совершенно очевидно, что

$$(\sin(3x))' = \cos(3x) \cdot (0x + 3 \cdot 1)$$

Вас это не шокирует?

$$(x^3)' = 1 \cdot 3 \cdot x^2$$

Ииииииииииииии если:

$$(5 \cdot x^3)' = 0 \cdot x^3 + 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot x^2$$

Очередное халявное преобразование:

$$(\cos(5 \cdot x^3))' = (-1) \cdot \sin(5 \cdot x^3) \cdot (0 \cdot x^3 + 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot x^2)$$

Segmentation fault (core dumped)

$$((\cos(5 \cdot x^3))^2)' = (-1) \cdot \sin(5 \cdot x^3) \cdot (0 \cdot x^3 + 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot x^2) \cdot 2 \cdot (\cos(5 \cdot x^3))^1$$

Даже физтеху очевидно

$$\begin{aligned} ((\cos(5 \cdot x^3))^2 \cdot \sin(3x))' &= (-1) \cdot \sin(5 \cdot x^3) \cdot (0 \cdot x^3 + 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot x^2) \cdot 2 \cdot \\ &(\cos(5 \cdot x^3))^1 \cdot \sin(3x) + (\cos(5 \cdot x^3))^2 \cdot \cos(3x) \cdot (0x + 3 \cdot 1) \end{aligned}$$

После очевидных упрощений имеем:

$$(-1) \cdot \sin(5 \cdot x^3) \cdot 5 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x^3) \cdot \sin(3x) + (\cos(5 \cdot x^3))^2 \cdot \cos(3x) \cdot 3$$