---------------------------------------装　订　线---------------------------------------

西安工业大学数学建模竞赛
暨全国大学生数学建模竞赛选拔赛题目

A 题

密封号		2019 年 5 月 3 日

---------------------------------------剪　切　线---------------------------------------

密封号		2019 年 5 月 3 日

理　学院　　　第　021　队

	队员 1	队员 2	队员 3
姓名	葛伟鹏	范宇璇	李欣
学号	17100101103	17100101118	17100306120

承 诺 书

我们仔细阅读了中国大学生数学建模竞赛的竞赛规则.

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们授权全国大学生数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

我们参赛选择的题号是：A 题

我们的参赛报名号为：

所属学校：西安工业大学

参赛队员：1. 葛伟鹏

2. 范宇璇

3. 李欣

日期：2019 年 5 月 3 日

赛区评阅编号：

A 题 “两江游”轮船调度问题

摘要

随着嘉陵江和长江汇合处江面与两岸景色变得优美，许多游客慕名而来，欣赏两江景色。当地轮船公司因此开设了“两江游”服务。“两江游”服务的开设意味着轮船公司需要对游轮安排适当的航程以此来获取最大利润和提供优质的服务。问题（1）中一艘轮船的获利受到运营次数和游轮停泊时间的制约。问题（2）中多艘轮船获利同样受到运营次数和游轮停泊时间的制约，不同的是又增加了对游轮数目的限制。问题（3）中在前两问的基础上拓宽了对游轮停泊时间的限制。根据这些特点对问题（1）可以采用初等模型中的穷举法（用 Excel 实现）解决或最优化模型下采用约束极值问题的 zoutendijk 的可行方向法解决；对问题（2）可以采用初等模型中的主要目标法（用 Excel 实现）解决或最优化模型下采用非线性多目标决策中的线性加权求和法解决；对问题（3）可以分别采取问题（1）问题（2）中的方法解决，只需要改变对游轮停泊时间的约束即可。

对于问题（1），用数学建模中的优化模型首先建立了初等模型。再对初等模型改进的基础上建立了最优化模型。对模型进行了合理的理论证明和推导，得出我们所建立的模型和最优化模型中约束极值问题的差别在于，我们的模型多了一条约束条件，变量需要向下取整。然后借助 zoutendijk 的可行方向法（用 Python 实现），先除去我们的约束条件，最后再向下取整得到最终结果。确定出一艘轮船的航程为：

	出发时间	返航时间
第一次	8:50	10:20
第二次	11:10	12:40
第三次	13:30	15:00
第四次	15:50	17:20

总载客量为 600 人。

对于问题（2），用数学建模中的优化模型首先建立了初等模型。再对初等模型改进的基础上建立了最优化模型。对模型进行了合理的理论证明和推导，得出我们所建立的模型和非线性多目标决策的差别是我们的模型多了变量取整的条件，处理办法与问题（1）相同。然后借助线性加权求和法算出结果。确定出多艘游轮的航程为（此处的游轮数最优为 3 艘）：

第一艘游轮航程表	出发时间	返航时间	第二艘游轮航程表	出发时间	返航时间	第三艘游轮航程表	出发时间	返航时间
第一次	8:50	10:20	第一次	8:47	10:17	第一次	9:00	11:30
第二次	11:10	12:40	第二次	11:04	12:34	第二次	12:20	13:50
第三次	13:30	15:00	第三次	13:21	14:51	第三次	14:40	16:30
第四次	15:50	17:20	第四次	15:38	17:08			

总载客量为 1614 人。

对于问题（3.1）和问题（3.2）分别采用与问题（1）和问题（2）相同的方法来解决，只是在原问题的基础上拓宽了对游轮停泊时间的限制。得出问题(3.1）的游轮航程为：

	出发时间	返航时间
第一次	8:40	10:10
第二次	10:50	12:20
第三次	13:00	14:30

第四次	15:10	16:40

总载客量为 600 人。

得出问题（3.2）的游轮航程为：

第一艘游轮	出发时间	返航时间	第二艘游轮	出发时间	返航时间	第三艘游轮	出发时间	返航时间
第一次	8:40	10:10	第一次	9:00	10:30	第一次	8:38	10:08
第二次	10:50	12:20	第二次	11:10	12:40	第二次	10:46	12:16
第三次	13:00	14:30	第三次	13:20	14:50	第三次	12:54	14:24
第四次	15:10	16:40	第四次	15:30	17:00	第四次	15:02	16:32

总载客量为：1776 人

如果题设中游客没有以每分钟 3 人的频率到达码头，该问题可以采用运筹学中的排队论来解决，可以采用贪心算法中的单线程问题解决问题（1）多线程的问题解决问题（2）。同样在此条件下可以采用运筹学中的动态规划问题来解决，可以采用静态规划解决问题（1）动态规划解决问题（2）。（注：本文只考虑用决策论解决轮船调度问题。）

关键词：初等模型 最优化模型 穷举法 约束极值问题的 zoutendijk 的可行方向法 非线性多目标决策中的主要目标法和线性加权求和法

一、问题重述

1.1. 引言

某著名江边码头，位于长江和嘉陵江汇合之处，江面与两岸景色十分优美，许多游客慕名而来，欣赏两江景色。当地轮船公司因此开设了“两江游”服务。

“两江游”服务的开设意味着轮船公司要进行轮船调度的分配,以达到利润的最大化和轮船公司的服务质量。 由于游轮的每次运营都有油费、设备折旧等成本存在,轮船公司希望通过减少轮船运营次数的方式来节约运营成本,同时,轮船公司希望总运载次数不变的情况下,游轮每次运载的总人数尽可能均衡。从而提高服务质量。在满足轮船公司需求的前提下，我们该如何安排轮船调度才可以达到轮船公司的利润最大化以及轮船公司的服务质量。

1.2 问题的提出

“两江游”服务提供的游轮满载量是 150 人；

游轮载客游览的时间是 1.5 小时/次；

票价为 25 元/人/次；

游轮载客量至少达到满载量的 60%即可出发；

早上 8：00 到晚上 6：00 时间段内游客以 3 人/分钟的速度到达码头。

（1）如果轮船公司只有 1 艘游轮，问该轮船如何安排航程？一天总载客量是多少?

（2）若轮船公司有多艘轮船，问轮船公司最少需使用几艘游轮？分别如何安排航程？每艘船载客量是多少？

（3）针对实际中出现的游客愿意等待游船返回的情形，假设游客到达港口最多等待 10 分钟，若 10 分钟游轮未到，则自动离开。在该假设下重新考虑问题 1 和问题 2。

二、问题分析

1.1 问题（1）的分析

问题（1）研究的意义在于轮船公司在有一艘游轮的前提下怎样安排航程和

总的载客量可以达到最大利润且有一个较高的服务质量。

问题（1）属于最优化模型中的非线性约束极值问题，解决这类问题的方法主要有：广义拉格朗日乘数法、zoutendijk 的可行方向法、惩罚函数（SUMT 外点法）和障碍函数（SUMT 内点法）。

问题（1）要求我们做出轮船航程的安排和总载客量的计算

由于以上原因，

a）首先建立一个初等模型，由于数据不是很多，我们可以用穷举法列出每天运营次数和游轮停泊时间的工作表并计算最大利润。

b）其次可以建立出最优化模型来计算每天运营次数和游轮停泊时间。

并对结果分别进行预测，并将结果进行比较。

1.2 问题（2）的分析

问题（2）研究的意义在于轮船公司在有多艘游轮的前提下怎样安排航程和总的载客量可以达到最大利润且有一个较高的服务质量。同时需要保证游轮的数目最少。

问题（2）属于最优化模型中的非线性多目标决策的约束极值问题，解决这类问题的方法主要有：主要目标法、分层序列法和线性加权求和法。

问题（2）要求我们在多艘游轮的前提下安排每艘轮船的航程和总载客量

解决方案有两种：

a）　每艘轮船都遵循问题（1）中的最优运营次数和最优游轮停泊时间；（最后在初等模型中计算得知方案 a）无解）

b）　不同艘轮船有各自相应的运营次数和相应的游轮停泊时间。

由于以上原因，

a）首先建立一个初等模型，用穷举的方法列出方案 a）的游轮数目和最大利润的工作表并计算最大利润。同理可以建立初等模型加上对运营次数的限制来穷举方案 b）中游轮数目和运营次数以及停泊时间来计算最大利润穷举原则按照多目标决策中的优选法，优选第一艘游轮按问题（1）的最优解的 n，t 来安排航程。以此类推，优选利润最优。

b）其次可以建立一个最优化模型来计算方案 b）（由于方案 a）无解，不考虑方案 a））游轮数目、运营次数、游轮停泊时间。

并对结果分别进行预测，并将结果进行比较。

1.3 问题（3）的分析

1.3.1 问题（3.1）的分析

问题（3.1）研究的意义在于游客愿意等待游轮十分钟的前提下，轮船公司在仅有一艘游轮的前提下，怎样安排航程和总的载客量可以达到最大利润且有一个较高的服务质量。

问题（3.1）与问题（1）的解法相同，只是新加了游客愿意等待十分钟的前提，意味着总时间由原来的（10*60）min 变成了（10*60+10）min 对游轮停泊时间的约束变为了 $20 \le t \le 40$，其余量均未发生变化。

故问题（3.1）的解法采用问题（1）中的初等模型穷举法解即可。（详见 1.1 问题（1））

对于问题（3.1）不再采用最优化模型下的非线性约束极值问题求解。

1.3.2 问题（3.2）的分析

问题（3.2）研究的意义在于游客愿意等待游轮十分钟的前提下，轮船公司在有多艘游轮的前提下怎样安排航程和总的载客量可以达到最大利润且有一个较高的服务质量。同时需要保证游轮的数目最少。

问题（3.2）与问题（2）方案 b）的解法相同，新增了游客愿意等待十

分钟的前提，同样意味着总时间由原来的（10*60）min 变成了（10*60+10）min 对游轮停泊时间的约束变为了 $20 \le t \le 40$，其余量均未发生变化。

故问题（3.2）的解法采用问题（2）中的初等模型穷举法解即可。（详见 1.2 问题（2）方案 b））

对于问题（3.1）不再采用最优化模型中的非线性多目标决策的约束极值问题求解。

三、模型假设

1. 早上 8：00 前和晚上 6：00 后的游客少，可以不予考虑。（假定游客从 8：00 开始陆续来到码头，8：00 的时候码头人数是 0 人）
2. 为计算方便，不考虑游客上下船时间。
3. 对多艘轮船，如果后一艘到达时，前一艘还未启航，需要等待前一艘离开才允许上客。但返回的船下客不受影响。
4. 在问题（3）中，对早上 8：00，可考虑 7:50 就有乘客到达并等待，等待人数的估计同前两问：游客以平均每分钟 3 人的速度到达码头并参加“两江游”。
5. 题目中轮船公司的收入特指票价收入，无需考虑游船的购买价格等因素。
6. 轮船启航时刻以整分钟为基本单位

四、定义与符号说明

符号	说明
z	每艘游轮单趟利润/元
n	每天运营次数/次
nz	每天每艘游轮利润/元
const	每次运营每艘游轮的油耗和折旧成本/元
t	游轮停泊时间/min
$\bar{x}$	每天平均载客量/人
sum	每天总的载客量/人
m	游轮的个数/艘

这里只列出各部分通用符号，个别模型单独使用的符号在首次引用时会进行说明。

五、模型的建立与求解

5.1 问题（1）的两个模型

5.1.1 模型 I 采用初等模型安排航程和总的载客量

1. 初等模型：

如果研究对象的机理比较简单，一般采用静态、线性、确定性模型描述就能达到建模的目的时，我们基本上可以用初等数学方法来构造和求解模型。

2. 初等模型的建立和求解

(1) 问题(1)采用初等模型来解决,主要包含以下几方面原因:

a)问题（1）要求解的利润满足函数：$nz = 25*n*3t - const*n$

b)问题(1)涉及安排行程总载客量的计算 ,分别设每天运营的次数 n 和游轮停

泊时间 t;

c)问题(1)的约束条件分为:

对每天运营次数的约束:$0 \le n \le \dfrac{10*60}{1.5*60+t}$

对每天平均载客量的约束:$150*60\% \le \overline{x} \le 150$

进而推导出对时间的约束:$30 \le t \le 50$;

d)问题(1)中包含的变量都大于等于 0;

e)问题(1)中的变量都要取整数。

(2)综上所述,我们可以写出问题(1)的表达式:

$$nz = 25*n*3t - const*n$$

$$s.t.\begin{cases} n \le \dfrac{10*60}{1.5*60+t} \\ t \le 50 \\ n \ge 0 \\ t \ge 30 \\ n,t\text{全部取整} \end{cases}$$

根据问题(1)的表达式可以给出其图形表示(用 MATLAB 实现,源程序见附件一):

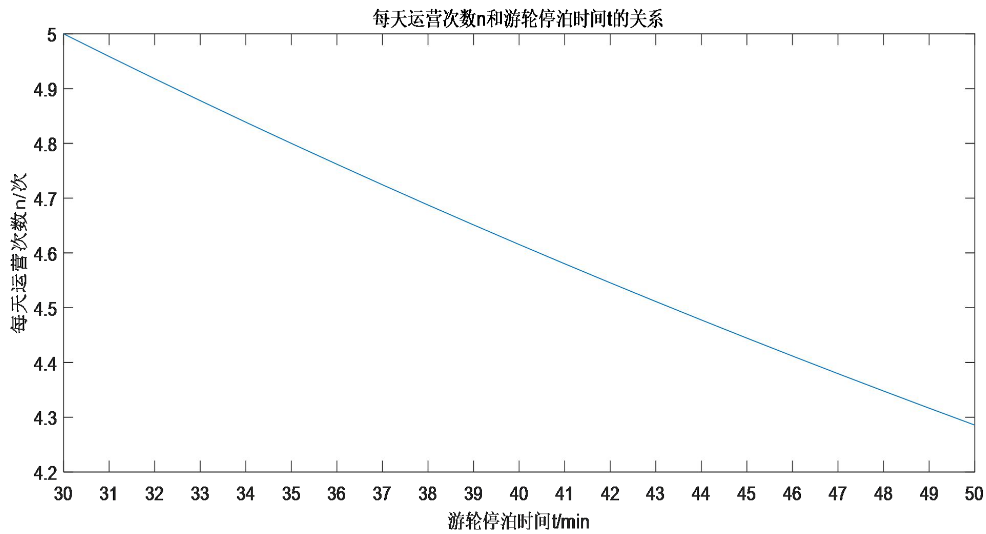


图 5.1.1-1:每天运营次数 n 和游轮停泊时间 t 的关系

约束条件中我们可以得到每天运营次数 n 和游轮停泊时间 t 都取整数,我们可以采用穷举法列出所有的可能取值结果代入满足利润的函数中求解利润。(表 5.1.1-1:采用穷举法计算每天运营利润,详细数据在附件二中给出)

我们采用 Excel 工作表绘制出了 i 组数据对应的每天运营利润折线图(如图 1)

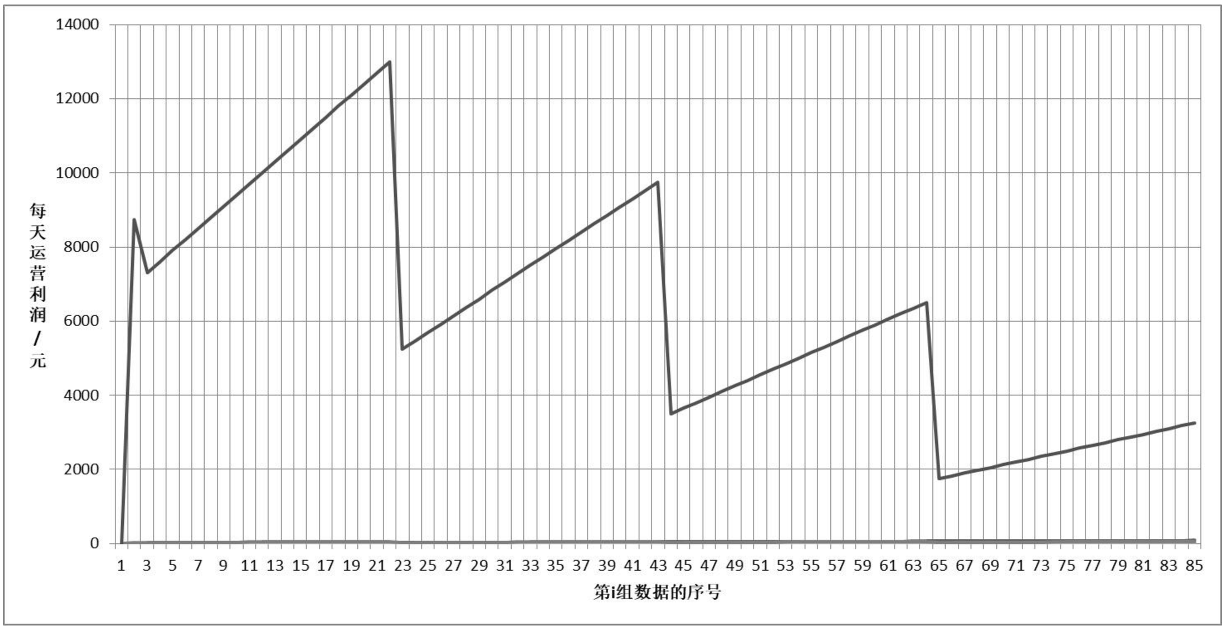


图 5.1.1-2：i 组数据对应的每天运营利润折线图

结论：根据穷举法求得了当每次运营每艘游轮的油耗和折旧成本 const=500 元时的每天的运营利润，通过分析折线图不难发现：当每天运营次数 n=4 次邮轮停泊时间 t=50min 时的利润最大。

故安排轮船的航程方案如下（见表 5.1.1-2）：

	出发时间	返航时间
第一次	8:50	10:20
第二次	11:10	12:40
第三次	13:30	15:00
第四次	15:50	17:20

表 5.1.1-2：在初等模型的背景下建立的轮船航程方案

此时可以计算出每天游轮总的载客量：

$$\begin{cases} n = 4, t = 50 \\ \overline{x} = 3 * t \\ sum = n * \overline{x} \end{cases}$$

联立以上各式可求得游轮每天总的载客量是 600 人。

(3) 误差分析的理论估计。

我们将游轮的油耗和折旧成本设定为 500 元，但是油耗和折旧成本属于常变量，我们只给出假定的 500 元会使得结果出现片面性。

3.初等模型的数值模拟

第一组数据：const=250 元时，每天运营次数 n=4 人，游轮停泊时间 t=50min；

第二组数据：const=500 元时，每天运营次数 n=4 人，游轮停泊时间 t=50min；

第三组数据：const=1000 元时，每天运营次数 n=4 人，游轮停泊时间 t=50min。

（图表内容和数据处理详见附件三）

5.1.2 模型 II 采用约束极值问题下的 zoutendijk 可行方向法安排航程和总的载客量

1. 约束极值问题：

约束极值(constrainted extremum)是多元函数在一定限制条件下的极值。带有约束条件的极值问题称为约束极值问题，也叫规划问题。求解约束极值问题

要比求解无约束极值问题困难得多。为了简化其优化工作，可采用以下方法：将约束问题化为无约束问题；将非线性规划问题化为线性规划问题，以及能将复杂问题变换为较简单问题的其他方法。库恩-塔克条件是非线性规划领域中最重要的理论成果之一，是确定某点为最优点的必要条件，但一般它并不是充分条件(对于凸规划，它既是最优点存在的必要条件，同时也是充分条件)

解决约束极值问题的方法主要有：

a） 拉格朗日乘数法

b） zoutendijk 可行方向法

c） 制约函数法：制约函数可分为两类：惩罚函数（SUMT 外点法）和障碍函数（SUMT 内点法）

约束极值问题数学模型的一般形式为：

$$\begin{cases} \min f(X) \\ \quad h_i(X)=0, i=1,2,\dots,m \\ \quad g_j(X)\geq 0, j=1,2,\dots,l \end{cases}$$

或

$$\begin{cases} \min f(X) \\ \quad g_j(X)\geq 0, j=1,2,\dots,l \end{cases}$$

上式也常写成

$$\begin{cases} \min f(X), X\in R\subset E^n \\ \quad R=\{X \mid g_j(X)\geq 0, j=1,2,\dots,l\} \end{cases}$$

2. 约束极值问题的建立和求解

注：在本题目的背景下我们设定我们的 n=x1，t=x2，$f(X)=nz$，$X=(x_1,x_2)$

(1) 问题(1)采用约束极值问题来解决,主要包含以下几方面原因:

a)问题（1）要求解的利润满足上述目标函数：$\max f(X)=75x1x2-\text{const}\ x1$

b)问题(1)涉及安排行程总载客量的计算,我们可以用 x1 表示每天运营次数，用 x2 表示游轮停泊时间。

c)问题(1)的约束条件分为：

对每天运营次数的约束：$g_1(X)=90x1+x1x2-600\leq 0$

$$g_3(X)=x1\geq 0$$

对时间的约束：$g_2(X)=x2-50\leq 0$；

$$g_4(X)=x2-30\geq 0$$

d)问题（1）中的变量都要取整数。

(2)综上所述，我们可以写出问题（1）的表达式：

$$\begin{cases} \max f(X) = 75x1x2 - const\ x1 \\ g_1(X) = 90x1 + x1x2 - 600 \le 0 \\ g_2(X) = x2 - 50 \le 0 \\ g_3(X) = x1 \ge 0 \\ g_4(X) = x2 - 30 \ge 0 \\ x1, x2\text{全部取整} \end{cases}$$

根据约束极值问题的一般形式，我们可以把原表达式转换成如下形式：

$$\begin{cases} \min \bar{f}(X) = -75x1x2 + const\ x1 \\ g_1(X) = -90x1 - x1x2 + 600 \ge 0 \\ g_2(X) = -x2 + 50 \ge 0 \\ g_3(X) = x1 \ge 0 \\ g_4(X) = x2 - 30 \ge 0 \\ x1, x2\text{全部取整} \end{cases}$$

相比于约束极值问题，我们的表达式又多了一个条件 x1，x2 全部取整数，所以我们采用如下处理办法：

a) 我们可以先计算出 x1，x2 除去取整的条件下的值;（采用 zoutendijk 的可行方向法求解，具体代码见附件四，结果如图所示）

b) 再根据实际情况对 x1，x2 向下取整即可。

根据问题（1）的表达式可以给出其图形表示：（用 MATLAB 实现，源程序见附件五）

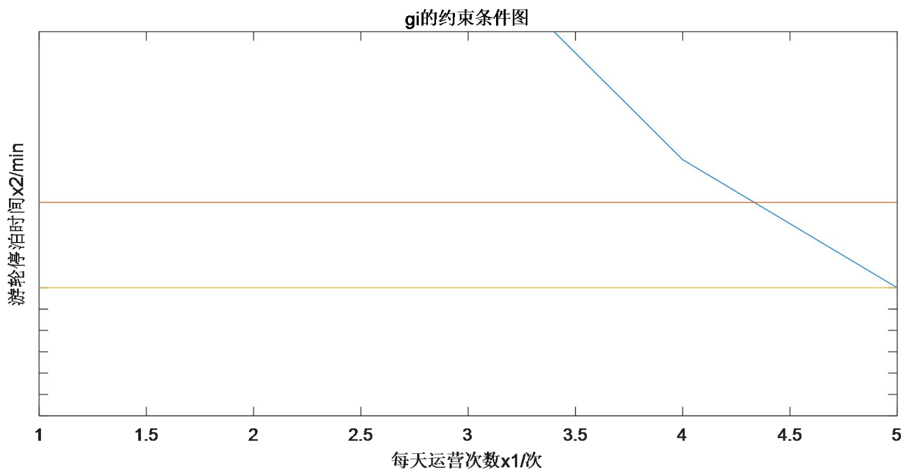


图 5.1.2-1：gi 的约束条件图

结论：根据 zoutendijk 的可行方向法法求得了当每次运营每艘游轮的油耗和折旧成本 const=500 元时的每天的运营利润，通过上述求解不难发现：当每天运营次数 n=4 次邮轮停泊时间 t=50min 时的利润最大。

故安排航程的方案如下表:

	出发时间	返航时间

第一次	8:50	10:20
第二次	11:10	12:40
第三次	13:30	15:00
第四次	15:50	17:20

表 5.1.2-1：在最优化模型的背景下建立的轮船航程方案

此条件下与模型Ⅰ的得到的结论相同,故总的载客量算法与模型Ⅰ一致,总载客量为 600 人。

(3) 给出误差分析的理论估计。

采用 zoutendijk 的可行方向法求解求得的是一个近似解，我们确定允许的误差 $\varepsilon_1 > 0$ $\varepsilon_2 > 0$ 会影响我们最终结果的精度。而我们做出的假设是忽略游客上下船的时间和轮船启航时刻以整分钟为基本单位。这就意味着我们的结果 x1，x2 在 ± 1 之间波动，会对结果造成很大误差。

3. 模型 II 的数值模拟

第一组数据：const=250 元时，每天运营次数 x1=4 次，游轮停泊时间 x2=50min；

第二组数据：const=500 元时，每天运营次数 x1=4 次，游轮停泊时间 x2=50min；

第三组数据：const=1000 元时，每天运营次数 x1=4 次，游轮停泊时间 x2=50min。

5.1.4 问题 1 的两种数学模型的比较。

模型 I 采用初等模型

优点：

a） 初等模型可以用很简单的数学方法来解决冗杂的问题

b） 初等模型便于理解，直观。

缺点：

a） 数据过于庞杂的时候处理数据困难

适用范围狭隘，只能针对特定问题求解。

模型 II 采用约束极值问题下的 zoutendijk 可行方向法

优点：

a） 约束极值问题针对规划问题有特定的解决方法

b） 可以根据客户需求变更数据快速解决问题

c） 适用场景广泛。

缺点：

a） 难以理解约束极值问题的设计方案和对问题的求解步骤

b） 结果会出现偏差。

5.2 问题（2）的两个模型

5.2.1 模型 I（初等模型）采用初等模型来安排 m 艘游轮的航程和总载客量 sum 问题（2）方案 a）

1. 初等模型：

如果研究对象的机理比较简单，一般采用静态、线性、确定性模型描述就能达到建模的目的时，我们基本上可以用初等数学方法来构造和求解模型。

2.模型Ⅰ的建立和求解

(1) 问题（2）方案 a）采用初等模型解决的原因主要包括：

a)问题（2）方案 a）要求解的利润满足函函数：

$$\max mnz = 25 * n * 3t * m - const * n * m$$

b)问题（2）方案 a）中 n=4 次，t=50min；

c)问题(2) 方案 a）的约束条件为：

对运营次数 n 的限制：$0 \le n \le \dfrac{10*60 - t(m-1)}{1.5*60 + t}$

对 m 的限制：$m \ge 1$

d）问题（2）方案 a）中的变量 m 要取整数。

综上所述，问题（2）方案 a）适合采用初等模型的穷举法来解答。

(2) 综上所述，我们可以写出问题（2）方案 a）的表达式：

$$\max mnz = 25*n*3t*m - const*n*m$$

$$\begin{cases} 0 \le n \le \dfrac{10*60 - t(m-1)}{1.5*60 + t} \\ m \ge 1 \\ n, m\text{取整} \end{cases}$$

根据表达式我们可以解出 m=1，此时问题（2）方案 a）不满足题目要求，无解。

问题（2）方案 b）

1. 初等模型：

如果研究对象的机理比较简单，一般采用静态、线性、确定性模型描述就能达到建模的目的时，我们基本上可以用初等数学方法来构造和求解模型。

2.模型 I 的建立和求解

(1) 问题（2）方案 b）采用初等模型解决的原因主要包括：

a)问题（2）方案 b）要求解的利润满足函数：

$\max mnz = 25*n*3t*m - const*n*m$；

c)问题(2) 方案 b）的约束条件为：

对运营次数 n 的限制：$0 \le n \le \dfrac{10*60 - t(m-1)}{1.5*60 + t}$

对时间的限制：$30 \le t \le 50$

对 m 的限制：$m \ge 1$

d）问题（2）方案 b）中的变量 n，t，m 都要取整数。

综上所述，问题（2）方案 b）适合采用初等模型的穷举法来解答。

（2）综上所述，我们可以写出问题（2）方案 b）的表达式：

$$\max mnz = 25*n*3t*m - const*n*m$$

$$\begin{cases} 0 \le n \le \dfrac{10*60 - t(m-1)}{1.5*60 + t} \\ 30 \le t \le 50 \\ m \ge 1 \\ n，t, m\text{取整} \end{cases}$$

根据表达式可以绘制出 m 艘船每天运营次数 n 和游轮停泊时间 t 的关系图（如图 5）

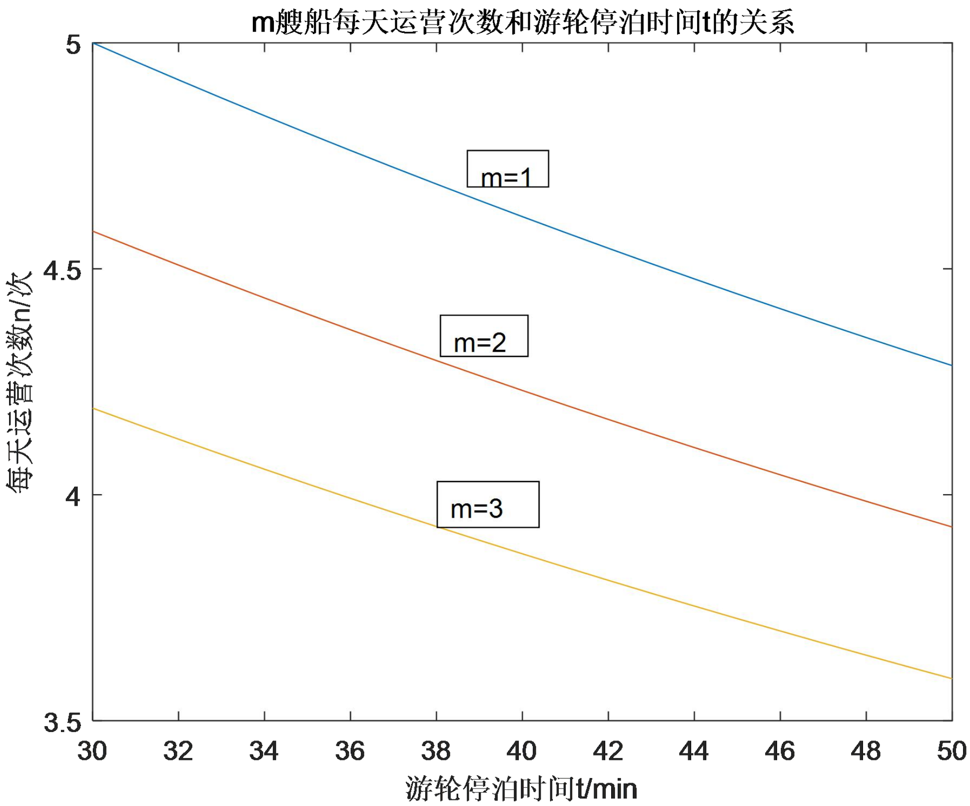


图 5.2.1-1：m 艘船每天运营次数 n 和游轮停泊时间 t 的关系图

约束条件中我们可以得到每天运营次数 n、游轮停泊时间 t 和游轮数目 m 都取整数，我们可以采用穷举法列出所有的可能取值结果代入满足利润的函数中求解利润。（表 5.2.1-1：采用穷举法计算每天运营利润，详细数据在附件六中给出）

我们采用 Excel 工作表绘制出了 i 组数据对应的每天运营利润折线图（如图 5..1-2，图 5.2.1-3，图 5.2.1-4）

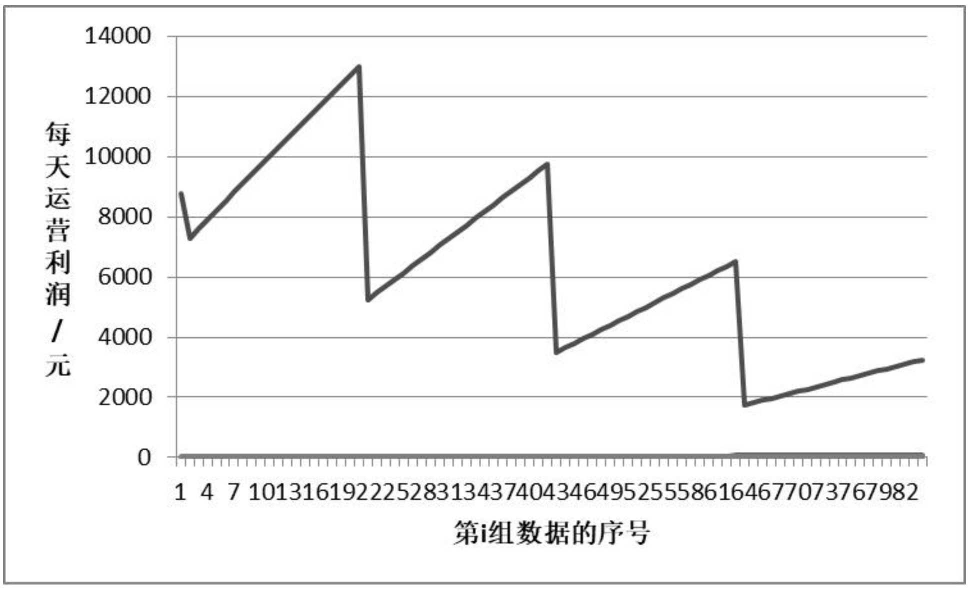


图 5.2.1-2：第一艘游轮 i 组数据对应的每天运营利润折线图

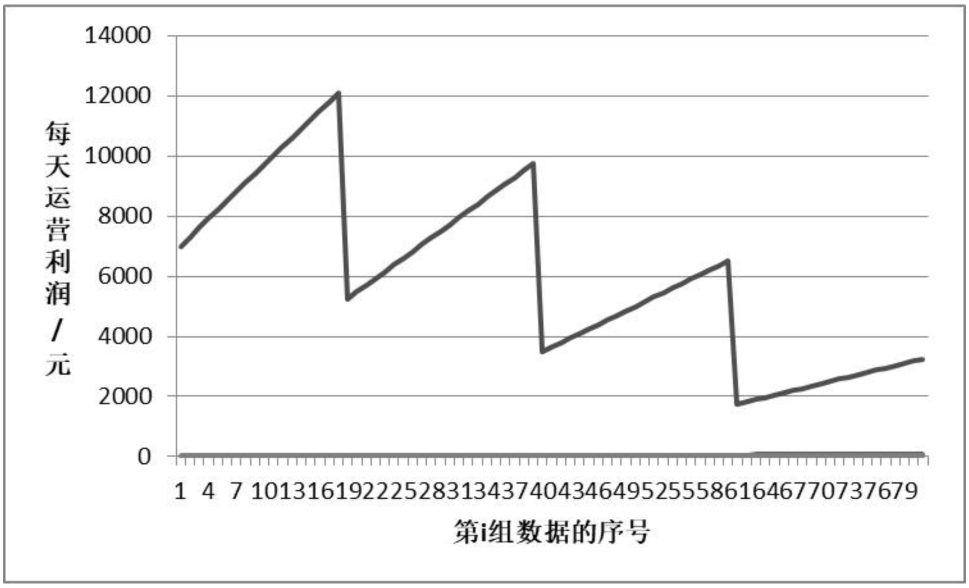


图 5.2.1-3：第二艘游轮 i 组数据对应的每天运营利润折线图

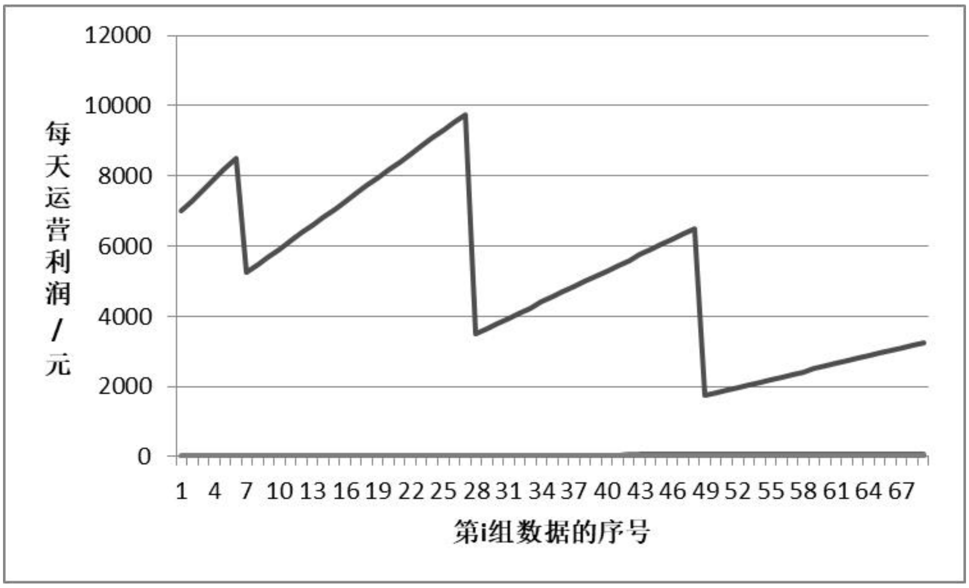


图 5.2.1-4：第三艘游轮 i 组数据对应的每天运营利润折线图

结论：根据穷举法求得了当每次运营每艘游轮的油耗和折旧成本 const=500 元时的每天的运营利润，通过分析折线图不难发现：

第一艘游轮每天运营次数 n=4 次，游轮停泊时间 t=50min；

第二艘游轮每天运营次数 n=4 次，游轮停泊时间 t=47min；

第三艘游轮每天运营次数 n=3 次，游轮停泊时间 t=50min；

当满足上述条件时游轮公司的利润将最大化。

故安排轮船的航程方案如下（见表 5.2.1-2）：

第一艘游轮航程表	出发时间	返航时间	第二艘游轮航程表	出发时间	返航时间	第三艘游轮航程表	出发时间	返航时间
第一次	8:50	10:20	第一次	8:47	10:17	第一次	9:00	11:30
第二次	11:10	12:40	第二次	11:04	12:34	第二次	12:20	13:50
第三次	13:30	15:00	第三次	13:21	14:51	第三次	14:40	16:30
第四次	15:50	17:20	第四次	15:38	17:08			

表 5.2.1-2：多艘轮船航程安排方案

此时可以计算出每天游轮总的载客量：

第一艘游轮$\begin{cases} \mathrm{n}=4, \mathrm{t}=50 \\ \overline{\mathrm{x}}=3*\mathrm{t} \\ \mathrm{sum}=\mathrm{n}*\overline{\mathrm{x}} \end{cases}$

第二艘游轮$\begin{cases} \mathrm{n}=4, t=47 \\ \overline{x}=3*t \\ sum=n*\overline{x} \end{cases}$

第三艘游轮$\begin{cases} \mathrm{n}=3, t=50 \\ \overline{x}=3*t \\ sum=n*\overline{x} \end{cases}$

联立以上各式可求得游轮每天总的载客量是 1614 人。

(3) 误差分析的理论估计。

我们将游轮的油耗和折旧成本设定为 500 元，但是油耗和折旧成本属于常变量，我们只给出假定的 500 元会使得结果出现片面性。

3.初等模型的数值模拟

第一组数据：const=250 元时，

第一艘游轮每天运营次数 n=4 次，游轮停泊时间 t=50min；

第二艘游轮每天运营次数 n=4 次，游轮停泊时间 t=47min；

第三艘游轮每天运营次数 n=3 次，游轮停泊时间 t=50min；

第二组数据：const=500 元时，

第一艘游轮每天运营次数 n=4 次，游轮停泊时间 t=50min；

第二艘游轮每天运营次数 n=4 次，游轮停泊时间 t=47min；

第三艘游轮每天运营次数 n=3 次，游轮停泊时间 t=50min；

第三组数据：const=1000 元时，

第一艘游轮每天运营次数 n=4 次，游轮停泊时间 t=50min；

第二艘游轮每天运营次数 n=4 次，游轮停泊时间 t=47min；

第三艘游轮每天运营次数 n=3 次，游轮停泊时间 t=50min；

三组数据一致，总的载客量不会发生改变，均为 1614 人。

5.2.2 模型 II(最优化模型)采用最优化模型来安排 m 艘游轮的航程和总载客量 sum

问题（2）方案 b）

1. （1）最优化模型：

最优化模型(optimization model)在经济管理工作中运用线性规划、非线性规划、动态规划、整数规划以及系统科学方法所确定的表示最优方案的模型。它能反映经济活动中的条件极值问题，即在既定目标下，如何最有效地利用各种资源，或者在资源有限制的条件下，如何取得最好的效果。最优化模型方法常用来解决资源的最佳分配问题、最优部门结构问题、生产力合理布局问题、最优积累率问题、物资合理调运问题、最低成本问题等

最优化模型的一般形式：

即为求函数$u=f(x), x=(x_1,\dots,x_n), x\in\Omega$在约束条件$h_i(x)=0, i=1,2,\dots,m$和$g_i(x)\geq 0\,(g_i(x)\leq 0), i=1,2,\dots,p$下的最大值或最小值，其中$f(x)$为目标函数，$x$为决策变量，$\Omega$为可行域。

建立最优化模型的一般步骤

a） 确定决策变量和目标变量；
b） 确定目标函数的表达式；
c） 寻找约束条件。

（2）非线性多目标规划问题中的线性加权求和法：

对多目标规划问题中的 p 个目标按其重要程度给以适当的权系数 $\omega_i \ge 0, i = 1,2,\ldots, p$ 且 $h(x) = \sum_{i=1}^{p} \omega_i f_i(x)$ 作为新的目标函数，成为评价（目标）函数，再求解问题

$$\min h(x) = \sum_{i=1}^{p} \omega_i f_i(x)$$

$$s.t.\, g_i(x) \le 0, i = 1,2,\ldots, m$$

得最优解 $x^{(0)}$，取 $x^* = x^{(0)}$ 作为多目标规划问题的解

在一定条件下，用线性加权求和法求得的最优解必是原多目标规划问题的有效解或弱有效解。

2.模型 II 的建立和求解

(1) 问题（2）方案 b 采用最优化模型解决，主要包含以下原因：

a)问题（2）方案 b）要求解的利润满足函函数：

$\max nz = 25 * n * 3t - const * n$；

b）问题（2）方案 b）要求解的游轮数目 m 满足函数：

min m

c)问题(2) 方案 b）的约束条件为：

对运营次数 n 的限制：$0 \le n \le \dfrac{10*60 - t(m-1)}{1.5*60 + t}$

对时间的限制：$30 \le t \le 50$

对 m 的限制：$m \ge 1$

d）问题（2）方案 b）中的变量 n，t，m 都要取整数。

综上所述，问题（2）方案 b）适合采用最优化模型的中的非线性多目标规划问题中的线性加权求和法来解答。

(2) 综上所述：我们可以写出模型（2）方案 b）的表达式：

$$\max nz = 25 * n * 3t - const * n$$

$$\min m$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} 0 \le n \le \dfrac{10*60 - t(m-1)}{1.5*60 + t} \\ 30 \le t \le 50 \\ m \ge 1 \\ n, t, m \text{全部取整} \end{cases}$$

将其转换成线性加权求和法的一般形式：

（注：设 max nz 和 min m 的权值分别为 $\omega_1 = 0.5$，$\omega_2 = 0.5$ 按照问题（1）模型二的形式重设 x1=n，x2=t，x3=m。）

$$\min h(x) = 0.5(25*3*x_2*x_1 - const*x_1) + 0.5m$$

$$
\text{s.t.}\begin{cases}
g_1(x)=x_1(90+x_2)-600+x_2(x_3-1)\le 0\\
g_2(x)=-x_1\le 0\\
g_3(x)=x_2-50\le 0\\
g_4(x)=-x_2+30\le 0\\
g_5(x)=-x_3+1\le 0\\
x_1,x_2,x_3\text{全部取整}
\end{cases}
$$

根据约束条件绘制出 m 艘游轮每天运营次数 n 和游轮停泊时间的关系图:

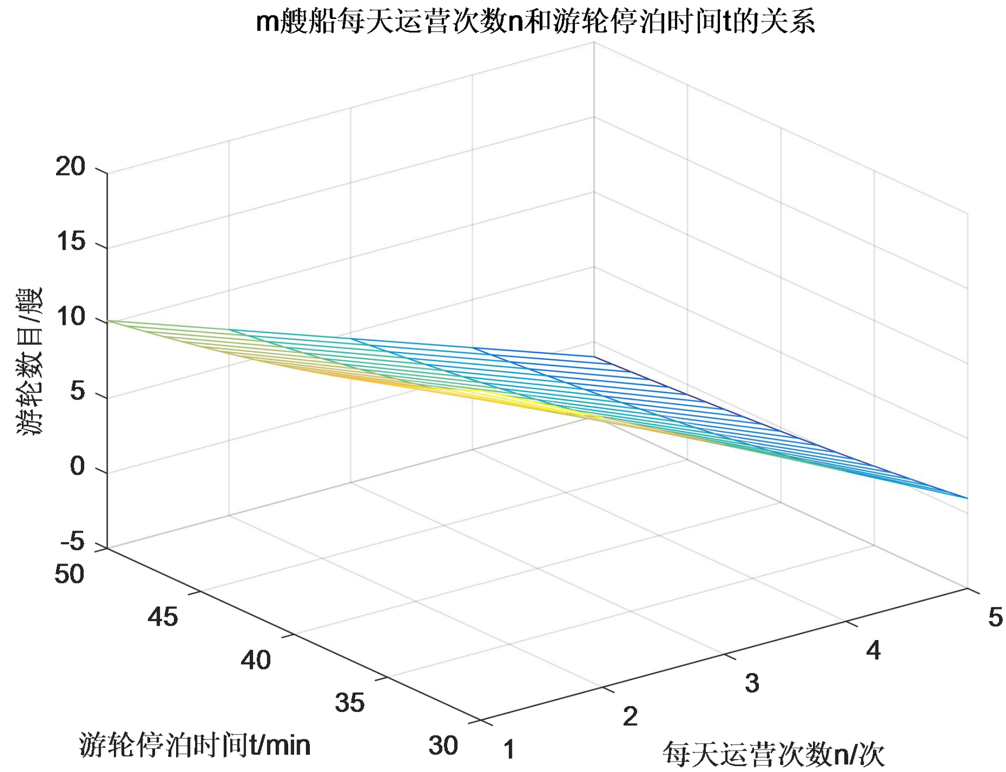


图 5.2.2-1：m 艘游轮每天运营次数 n 和游轮停泊时间 t 的关系图

相比于非线性多目标规划问题给出的线性加权求和的一般形式，我们的表达式又多了一个条件 x1，x2，x3 全部取整数，所以我们采用如下处理办法：

a) 我们可以先计算出 x1,x2,x3 除去取整的条件下的值;（采用线性加权求和法求解）

b) 再根据实际情况对 x1，x2 向下取整即可。

（3）结论：

(4) 给出误差分析的理论估计。

我们在不知道轮船公司对利润和游轮数目两方面目标中更倾向于哪方面的前提下，给两方面的权重各占 0.5，由此求得的结果会出现弱有效解的情况，对权重的衡量直接决定了结果的可靠性。

3. 模型 II 的数值模拟

5.2.4 问题（2）的两种数学模型的比较。

模型Ⅰ采用初等模型

优点：

a）初等模型可以用很简单的数学方法来解决冗杂的问题；

b）初等模型便于理解，直观。

缺点：

a）数据过于庞杂的时候处理数据困难；

b）适用范围狭隘，只能针对特定问题求解。

模型Ⅱ采用最优化模型（非线性多目标决策中的线性加权求和法）

优点：

a）最优化模型针对规划问题有特定的解决方法

b）可以根据客户需求变更数据快速解决问题

c）适用场景广泛。

缺点：

a）难以理解非线性目标决策的设计方案和对问题的求解步骤

b）结果会出现偏差；

c）设计权重的方法决定了结果的优劣。

5.3 问题（3.1）的一个模型（初等模型）

1. 该种模型的一般数学表达式，意义，和式中各种参数的意义。在 5.1.1 模型Ⅰ采用初等模型安排航程和总的载客量中已经给出，这里不再赘述。

2. 模型的建立和求解

(1) 问题(3.1)采用初等模型来解决，主要包含以下几方面原因：

a)问题（3.1）要求解的利润满足函数：$nz = 25*n*3t - const*n$

b)问题(3.1)涉及安排行程总载客量的计算，分别设每天运营的次数 n 和游轮停泊时间 t；

c)问题(3.1)的约束条件分为：

对每天运营次数的约束：$0 \le n \le \frac{10*60+10}{1.5*60+t}$

对每天平均载客量的约束：$150*60\% \le \bar{x} \le 150$

进而推导出对时间的约束：$20 \le t \le 40$；

d)问题（3.1）中包含的变量都大于等于 0；

e)问题（3.1）中的变量都要取整数。

(2)综上所述，我们可以写出问题（3.1）的表达式：

$nz = 25*n*3t - const*n$

$$s.t.\begin{cases} 0 \le n \le \dfrac{10*60+10}{1.5*60+t} \\ 20 \le t \le 40 \\ n,t\text{全部取整} \end{cases}$$

根据问题(3.1)的表达式可以给出其图形表示(用 MATLAB 实现，源程序见附件八)：

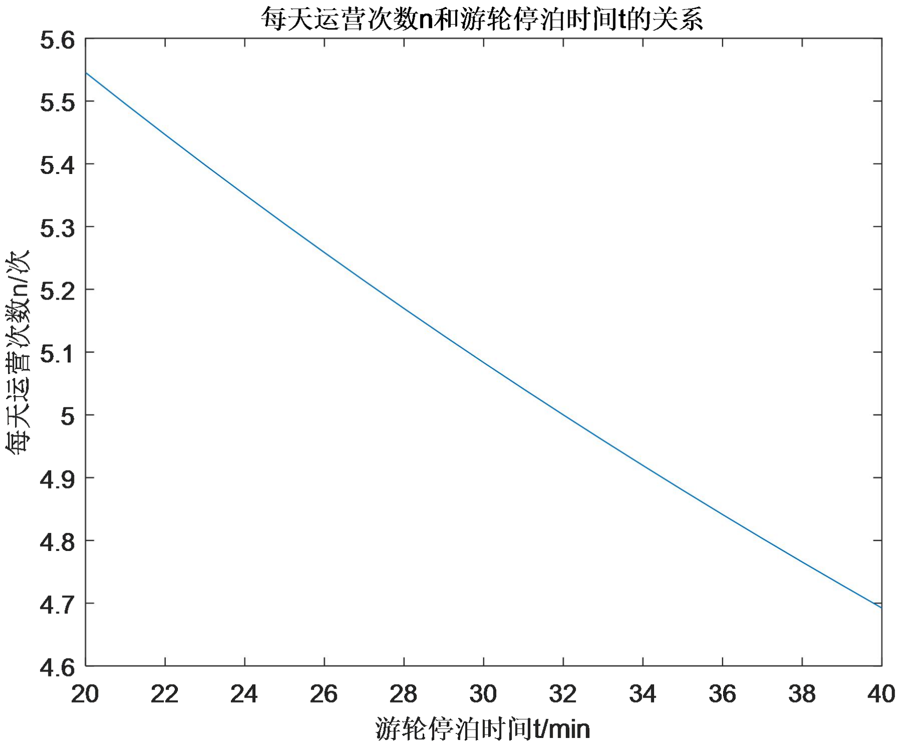


图 5.3-1：每天运营次数 n 和游轮停泊时间 t 的关系图

约束条件中我们可以得到每天运营次数 n 和游轮停泊时间 t 都取整数，我们可以采用穷举法列出所有的可能取值结果代入满足利润的函数中求解利润。（表：采用穷举法计算每天运营利润，详细数据在附件九中给出）

我们采用 Excel 工作表绘制出了 i 组数据对应的每天运营利润折线图（如图 5.3-2）

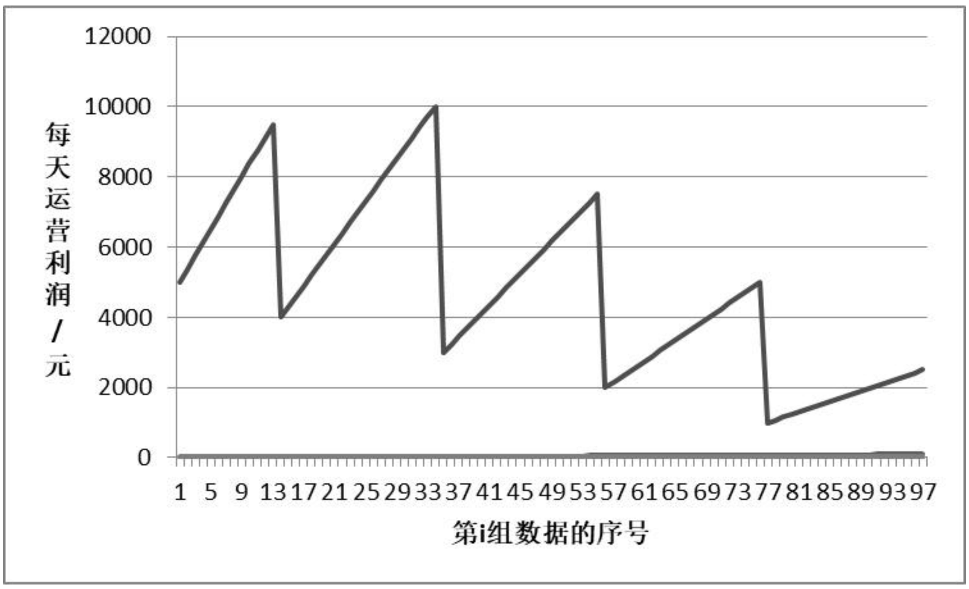


图 5.3-2：i 组数据对应的每天运营利润折线图

结论：根据穷举法求得了当每次运营每艘游轮的油耗和折旧成本 const=500 元时的每天的运营利润，通过分析折线图不难发现：当每天运营次数 n=4 次邮轮停泊时间 t=40min 时的利润最大。

故安排轮船的航程方案如下（见表 5.3-1）：

	出发时间	返航时间
第一次	8:40	10:10
第二次	10:50	12:20

第三次	13:00	14:30
第四次	15:10	16:40

表 5.3-1：在初等模型的背景下建立的轮船航程方案

此时可以计算出每天游轮总的载客量：

$$\begin{cases} \mathrm{n}=4, t=40 \\ \bar{x}=3*(t+10) \\ sum=n*\bar{x} \end{cases}$$

联立以上各式可求得游轮每天总的载客量是 600 人。

(3) 误差分析的理论估计。

我们将游轮的油耗和折旧成本设定为 500 元，但是油耗和折旧成本属于常变量，我们只给出假定的 500 元会使得结果出现片面性。

3.初等模型的数值模拟

第一组数据：const=250 元时，每天运营次数 n=4 人，游轮停泊时间 t=50min；

第二组数据：const=500 元时，每天运营次数 n=4 人，游轮停泊时间 t=50min；

第三组数据：const=1000 元时，每天运营次数 n=4 人，游轮停泊时间 t=50min。

（图表内容和数据处理详见附件九，附件十）

5.4 问题（3.2）的一个模型（初等模型）

1. 该种模型的一般数学表达式，意义，和式中各种参数的意义。在问题（2）方案 b）中已经给出，这里不再赘述。

2.模型的建立和求解

2.模型 I 的建立和求解

(1) 问题（3.2）采用初等模型解决的原因主要包括：

a)问题（3.2）要求解的利润满足函函数：

$\max mnz=25*n*3t*m-const*n*m$；

c)问题(3.2)的约束条件为：

对运营次数 n 的限制：$0 \le n \le \dfrac{(10*60+10)-t(m-1)}{1.5*60+t}$

对时间的限制：$20 \le \mathrm{t} \le 40$

对 m 的限制：$m \ge 1$

d）问题（3.2）中的变量 n，t，m 都要取整数。

综上所述，问题（3.2）适合采用初等模型的穷举法来解答。

(3) 综上所述，问题（3.2）的表达式为：

$$\max mnz=25*n*3t*m-const*n*m$$

$$\begin{cases} 0 \le n \le \dfrac{(10*60+10)-t(m-1)}{1.5*60+t} \\ 20 \le \mathrm{t} \le 40 \\ m \ge 1 \\ n, m\text{取整} \end{cases}$$

根据表达式可以绘制 m 艘船每天运营次数 n 和游轮停泊时间 t 的关系图

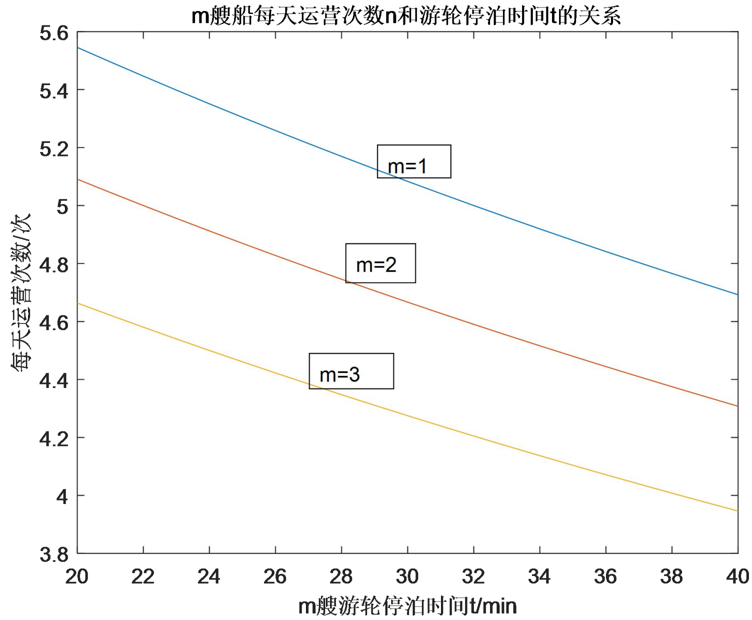


图 5.4-1：m 艘游轮每天运营次数 n 和游轮停泊时间 t 的关系

约束条件中我们可以得到每天运营次数 n、游轮停泊时间 t 和游轮数目 m 都取整数，我们可以采用穷举法列出所有的可能取值结果代入满足利润的函数中求解利润。

我们采用 Excel 工作表绘制出了 i 组数据对应的 m 艘游轮每天运营利润折线图 const=500（如下图）

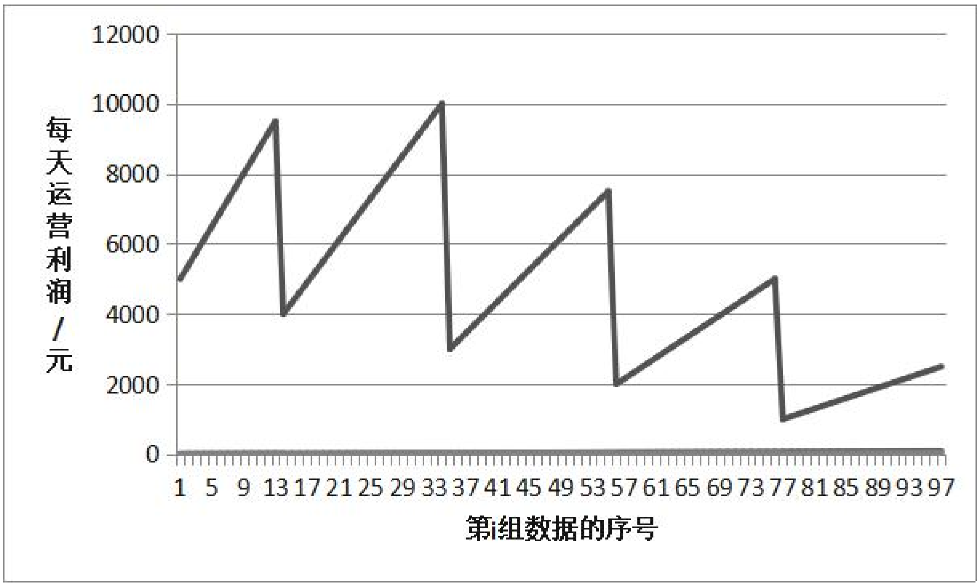


图 5.4-2：第一艘游轮每天运营利润折线图

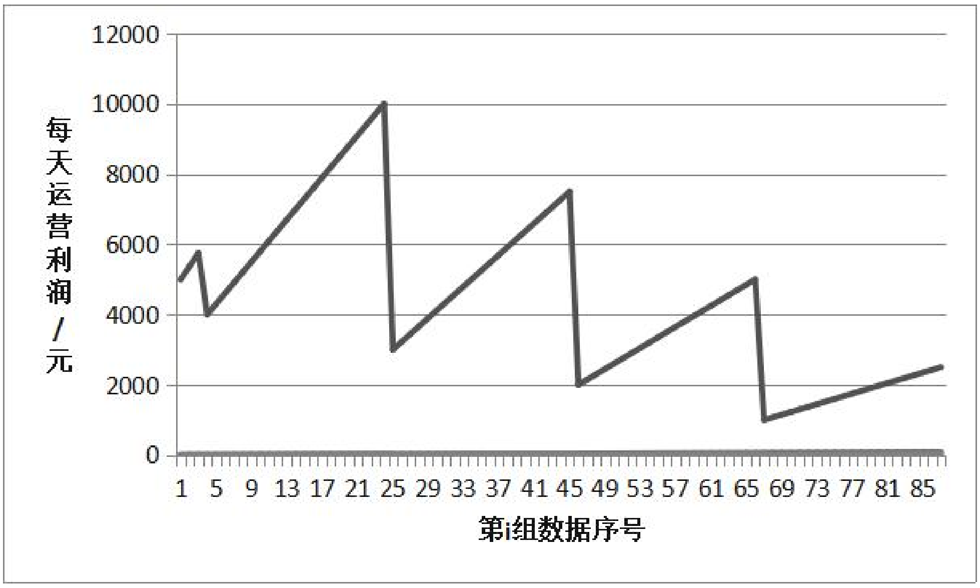


图 5.4-3：第二艘游轮每天运营利润折线图

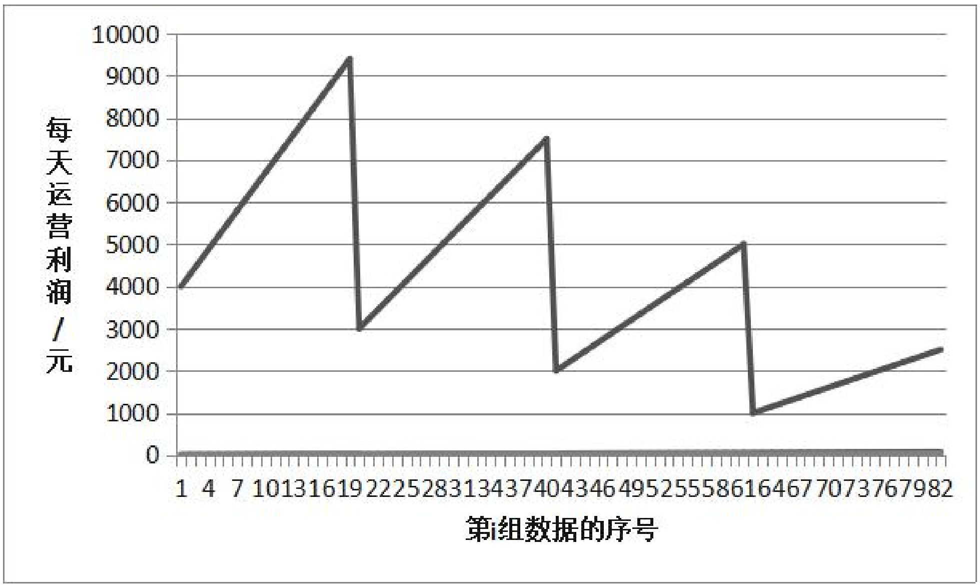


图 5.4-4：第三艘游轮每天运营利润折线图

结论：根据穷举法求得了当每次运营每艘游轮的油耗和折旧成本 const=500 元时的每天的运营利润，通过分析折线图不难发现：

第一艘游轮每天运营次数 n=4 次，游轮停泊时间 t=40min；

第二艘游轮每天运营次数 n=4 次，游轮停泊时间 t=40min；

第三艘游轮每天运营次数 n=4 次，游轮停泊时间 t=38min；

当满足上述条件时游轮公司的利润将最大化。

故安排航程的方案如下表：

第一艘游轮	出发时间	返航时间	第二艘游轮	出发时间	返航时间	第三艘游轮	出发时间	返航时间
第一次	8:40	10:10	第一次	9:00	10:30	第一次	8:38	10:08
第二次	10:50	12:20	第二次	11:10	12:40	第二次	10:46	12:16
第三次	13:00	14:30	第三次	13:20	14:50	第三次	12:54	14:24
第四次	15:10	16:40	第四次	15:30	17:00	第四次	15:02	16:32

表 5.4-1：多艘游轮航程安排方案

可以由问题(2)中的方法算出总载客量为 1776 人

（4） 给出误差分析的理论估计。

我们将游轮的油耗和折旧成本设定为500元，但是油耗和折旧成本属于常变量，我们只给出假定的500元会使得结果出现片面性。

3.模型Ⅰ的数值模拟

第一组数据：const=250元时，

第一艘游轮每天运营次数n=4次，游轮停泊时间t=40min；

第二艘游轮每天运营次数n=4次，游轮停泊时间t=40min；

第三艘游轮每天运营次数n=4次，游轮停泊时间t=38min；

第二组数据：const=500元时，

第一艘游轮每天运营次数n=4次，游轮停泊时间t=40min；

第二艘游轮每天运营次数n=4次，游轮停泊时间t=40min；

第三艘游轮每天运营次数n=4次，游轮停泊时间t=38min；

第三组数据：const=1000元时，

第一艘游轮每天运营次数n=4次，游轮停泊时间t=40min；

第二艘游轮每天运营次数n=4次，游轮停泊时间t=40min；

第三艘游轮每天运营次数n=4次，游轮停泊时间t=38min；

三组数据一致，总的载客量不会发生改变，均为1776人。

。

六、模型评价与推广

模型评价：

初等模型：

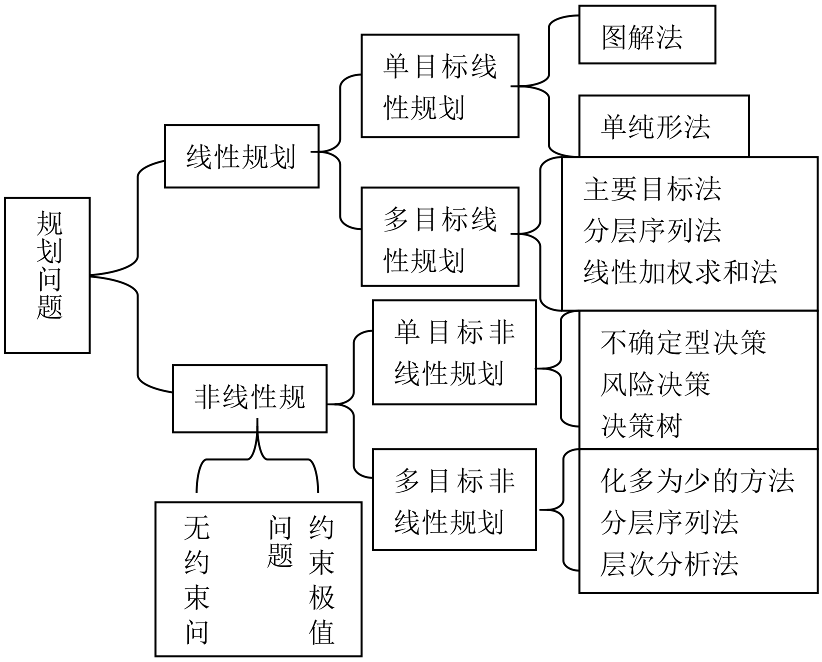
本文中建立的初等模型便于理解，适用数据数量较小且精度要求不高的模型中，可以图表结合给出直观的解。初等模型的弊端是只能处理离散的数据。

最优化模型：

本文建立的最优化模型更加直观，可以求得精度较高且数据较多情况下的解，适用范围更加广泛。最优化模型的弊端是求解方法难以理解，给解答增加了难度。

模型推广：

优化问题出现在生活的方方面面，我们能根据实际情况对目标进行相应的约束建立出优化模型，可以采用本文提到的解优化问题的方法进行求解，已达到目标。解决优化问题的方法多种多样，选取合理的方法会大大节省解决问题的时间。



对于 相应的分类可以采取相应的解法，这将在企业的决策过程中发挥重要作用，也将会达到我们预期的目标。最优化使用范围非常广泛，如企业利润最大化问题、消费者支出最小化问题、资源分配最合理问题等。

七、参考文献

(书写格式如下)
[1]约束极值问题（规划问题）_百度百科
https://baike.baidu.com/item/约束极值/19096929
2019-5-2
[2] zoutendijk 可行方向法的 Python 实现_CSDN
https://blog.csdn.net/IqqIqqIqqIqq/article/details/537616022019-5-2
[3]非线性多目标决策及解决方法_百度文库
https://wenku.baidu.com/view/78bf18cd6137ee06eff918be.html
2019-5-2
[4]最优化模型_百度百科
https://baike.baidu.com/item/最优化模型/9116053?fr=aladdin
2019-5-2
[5]姜启源,谢金星,叶俊.数学建模(第四版),高等教育出版社.2011-1
[6]钱颂迪,陈秉正,胡运权,顾基发等.运筹学(第四版),清华大学出版社.2012-9
[7]艾冬梅,李艳晴,张丽静,刘琳.MATLAB 与数学实验(第二版),机械工业出版社.2015-10

八、附件

附件一：

问题(1)中采用初等模型实现的每天运营次数 n 和游轮停泊时间 t 的关系图（用 MATLAB 实现）

具体代码如下:

```
>> t=30:1:50;
>> n=600./(90+t);
```

```
>> plot(t,n);
>> n<=600./(90+t);
>> plot(t,n);
```

问题(1)中采用最优化模型中的约束极值问题中每天运营次数 x1 和游轮停泊时间 x2 的关系图（用 MATLAB 实现）

具体代码如下：

```
>> x1=1:1:5;
>> x2=600./x1-90;
>> x3=1:1:5;
>> x4=0*x3+50;
>> x5=1:1:5;
>> x6=0*x5+30;
>> plot(x1,x2,x3,x4,x5,x6)
```

附件二：

表 1：采用穷举法计算每天运营利润。

注：表达式中的 const 设定为 500 元

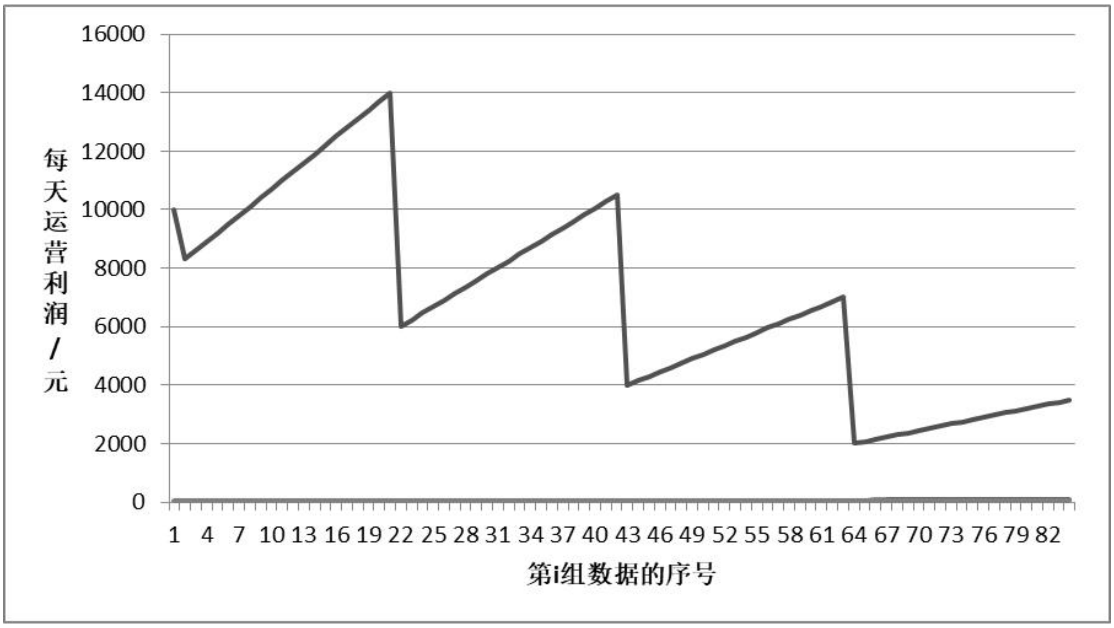
序号	每天运营次数 n/次	游轮停泊时间 t/min	每天运营利润 nz/元
1	5	30	8750
2	4	31	7300
3	4	50	13000
4	3	30	5250
5	3	50	9750
6	2	30	3500
7	2	50	6500
8	1	30	1750
9	1	50	3250

表 5.1.1-1：采用穷举法计算每天运营利润。

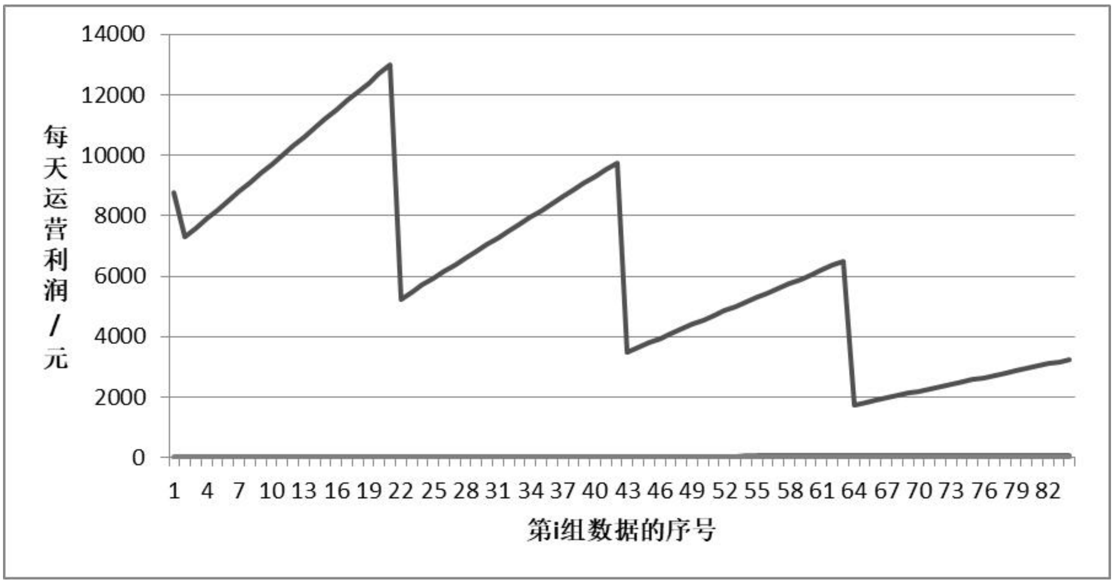
附件三：

模型 I 的数值模拟图表

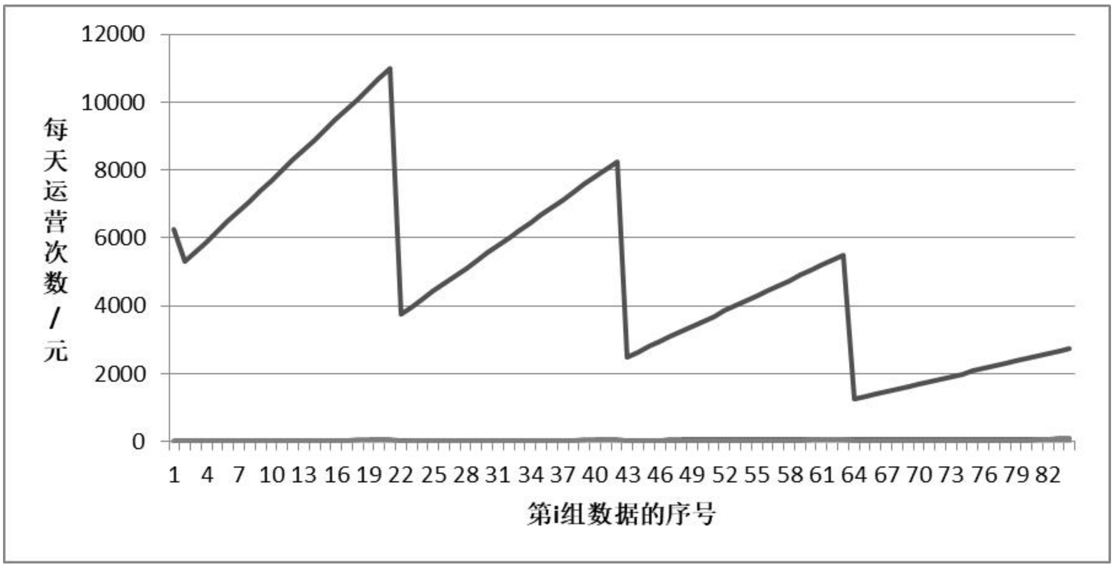
1.const=250 元时



2.const=500 元时



3.const=1000 元时



附件四：

zoutendijk 可行方向法的 Python 实现

源代码如下：

```
#目标函数
def targetfun(x):
    f_d = fgrend(x)
    return numpy.dot(f_d,x)
#梯度函数
def fgrend(x):
    f_d                                                          =
numpy.array([2*x[0]+x[1]-2*x[2]-4,4*x[1]+x[0]+x[2]-6,6*x[2]-2*x[0]+x[
1]])
    return f_d
#Zoutendijk 算法
def zoutendik(k,x,A,b):
    A_effect = zeros(3)
    b_effect = zeros(1)
```

```
    A_effect2 = zeros(3)
    b_effect2 = zeros(1)
    for i in range(len(A)):
        if numpy.dot(A[i],x)==b[i]:
            if len(b_effect)==1:
                A_effect = A[i]
                b_effect = b[i]
            else:
                A_effect = numpy.row_stack((A_effect,A[i]))
                b_effect = numpy.row_stack((b_effect,b[i]))
        else:
            if len(b_effect2)==1:
                A_effect2 = A[i]
                b_effect2 = b[i]
            else:
                A_effect2 = numpy.row_stack((A_effect2,A[i]))
                b_effect2 = numpy.row_stack((b_effect2,b[i]))
    # 先求搜索方向 d
    f_d = fgrend(x)
    Q =  lambda d:  numpy.dot(f_d , d)
    cons = ({'type': 'ineq', 'fun': lambda x:  numpy.dot(A_effect[0], x)},
            {'type': 'ineq', 'fun': lambda x:  numpy.dot(A_effect[1], x)},
            {'type': 'ineq', 'fun': lambda x:  numpy.dot(A_effect[2], x)},
            )
    bnds = ((-1, 1), (-1, 1), (-1, 1))
    res = minimize(Q, (0, 0,0),   bounds=bnds, constraints=cons)
    dvalue = res['x']
    z = numpy.dot(f_d,dvalue)
    #再求步长 lambda
    lamb   =     lambda   l:     (x+   dvalue*l)[0]**2+2*(x+dvalue *l)[1]**2+3*(x+dvalue          *l)[2]**2+(x+dvalue          *l)[0]*(x+dvalue*l)[1]-2*(x+dvalue     *l)[0]*(x+dvalue     *l)[2]+(x+dvalue *l)[1]*(x+dvalue *l)[2]-4*(x+dvalue *l)[0]-6*(x+dvalue *l)[1]
    des = numpy.dot(A_effect2,dvalue)
    bes = b_effect2-numpy.dot(A_effect2,x)
    lambdaset = []
    des = numpy.array(des)
    bes = numpy.array(bes)
    mlambda = bes/des
    #for i in  range(1):
    if des<0:
        #lambdaset.append(float(bes[i])/float(des[i]))#一般情形下需要计算比值
```

```
        max_lambda = mlambda
    else:
        max_lambda = 1000000
    cons = ({'type': 'ineq', 'fun': lambda x: x}
            )
    bnds = ((0, max_lambda),)#注意，此处如果不加','长度为2
    xinit = numpy.array([0])
    reslam = minimize(lamb, xinit,   bounds=bnds, constraints=cons)
    lambdavalue = reslam['x']
    f  = targetfun(x)
    print  "  第  %s  轮  迭  代  :   x=%s,d=%s,lambda=%s  ,
z=%s,f=%s"%(k,x,dvalue,lambdavalue,z,f)
    return (z,lambdavalue,dvalue)
def controller():
    j = 0
    x0 = numpy.array([0,0,0])
    f_d = fgrend(x0)
    A = numpy.array([[-1,-2,-1],[1,0,0],[0,1,0],[0,0,1]])
    b = numpy.array([[-4],[0],[0],[0]])
    x = x0
    zou = zoutendik(j,x0,A,b)
    z,lambd,d = zou
    for i in range(1,500):
        x = x+ lambd*d
        zu = zoutendik(i,x,A,b)
        z = zu[0]
        if z:
            zu1 = zoutendik(i,x,A,b)
            z,lambd,d = zu1
```

附件五：

问题(2)方案 b）中采用初等模型实现的 m 艘游轮每天运营次数 n 和游轮停泊时间 t 的关系图（用 MATLAB 实现）

```
>> clear
>> t1=30:1:50;
>> n1=600./(90+t1);
>> t2=30:1:50;
>> n2=550./(90+t2);
>> t3=30:1:50;
>> n3=503./(90+t3);
>> plot(t1,n1,t2,n2,t3,n3);
```

问题(2)方案 b）中采用最优化模型实现的 m 艘游轮每天运营次数 n 和游轮停泊时间 t 的关系图（用 MATLAB 实现）

```
>> clear;
>> n=1:1:5;
>> t=30:1:50;
>> [n,t]=meshgrid(n,t);
```

```
>> m=1+600./t-90*n./t-n;
>> mesh(n,t,m)
```

附件六：

采用穷举法计算每艘游轮每天运营利润。

注：表达式中的 const 设定分别为 250 元，500 元，1000 元

序号	每天运营次数 n/次	游轮停泊时间 t/min	每天运营利润 nz/元	序号	每天运营次数 n/次	游轮停泊时间 t/min	每天运营利润 nz/元	序号	每天运营次数 n/次	游轮停泊时间 t/min	每天运营利润 nz/元
1	5	30	10000	1	5	30	8750	1	5	30	6250
2	4	31	8300	2	4	31	7300	2	4	31	5300
3	4	50	14000	3	4	50	13000	3	4	50	11000
4	3	30	6000	4	3	30	5250	4	3	30	3750
5	3	50	10500	5	3	50	9750	5	3	50	8250
6	2	30	4000	6	2	30	3500	6	2	30	2500
7	2	50	7000	7	2	50	6500	7	2	50	5500
8	1	30	2000	8	1	30	1750	8	1	30	1250
9	1	50	3500	9	1	50	3250	9	1	50	2750

表 5.2.1-1：采用穷举法计算每艘游轮每天运营利润。

附件七：

问题(3.1)中采用初等模型实现的每天运营次数 n 和游轮停泊时间 t 的关系图(用 MATLAB 实现）

具体代码如下:

```
>> t=20:1:40;
>> n=610./(90+t);
>> plot(t,n);
```

问题(3.2)中采用最优化模型实现的 m 艘游轮每天运营次数 n 和游轮停泊时间 t 的关系图(用 MATLAB 实现)

具体代码如下:

```
>> clear
>> t1=20:1:40;
>> n1=610./(90+t1);
>> t2=20:1:40;
>> n2=560./(90+t2);
>> t3=20:1:40;
>> n3=513./(90+t3);
>> plot(t1,n1,t2,n2,t3,n3);
```

附件八：

表：采用穷举法计算每天运营利润。

序号	每天运营次数 n/次	游轮停泊时间 t/min	每天运营利润 nz/元
1	5	20	2500
2	5	22	3250
3	4	20	2000
4	4	40	8000
5	3	20	1500
6	3	40	6000

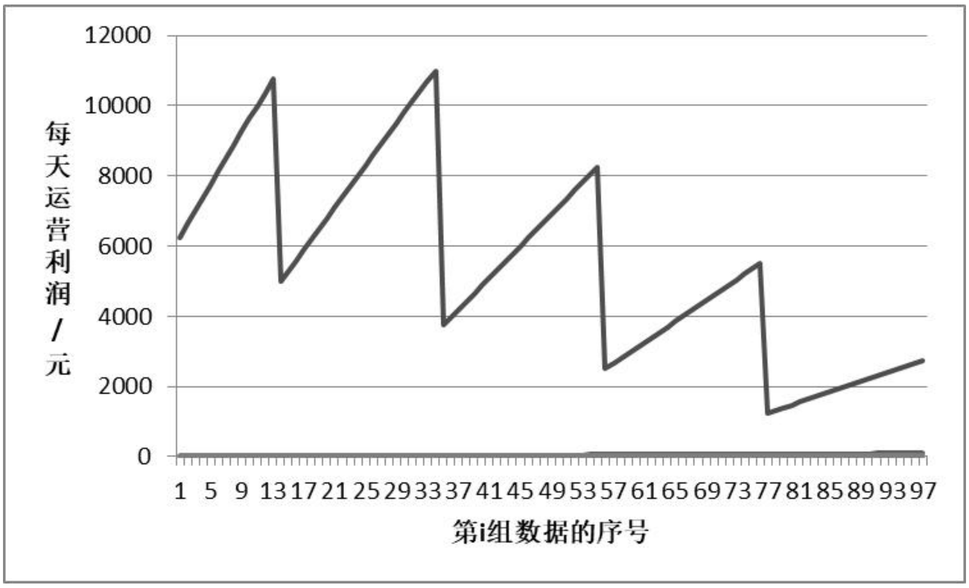
7	2	20	1000
8	2	40	4000
9	1	20	500
10	1	40	2000

表 5.3-1：采用穷举法计算每天运营利润。

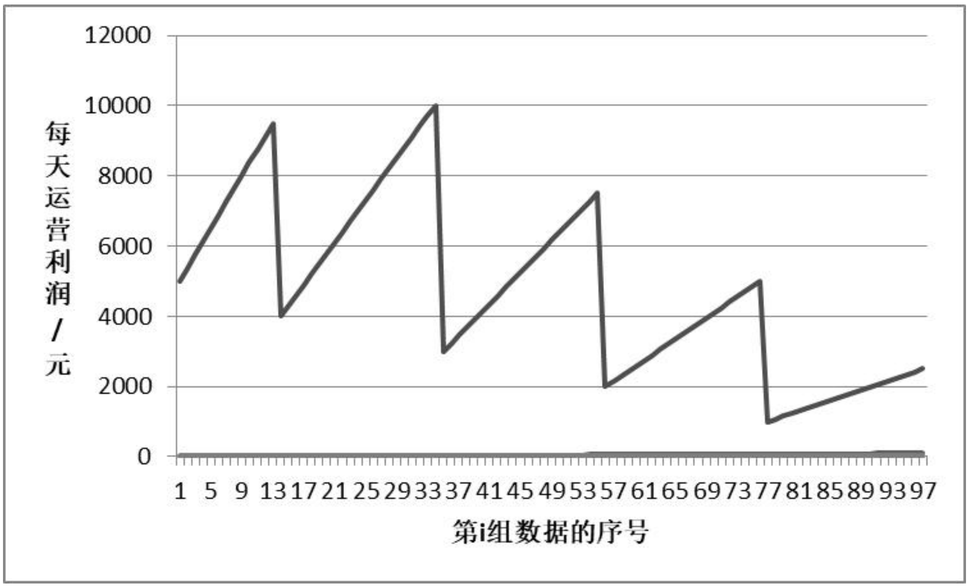
附件九：

问题（3.1）的数值模拟：

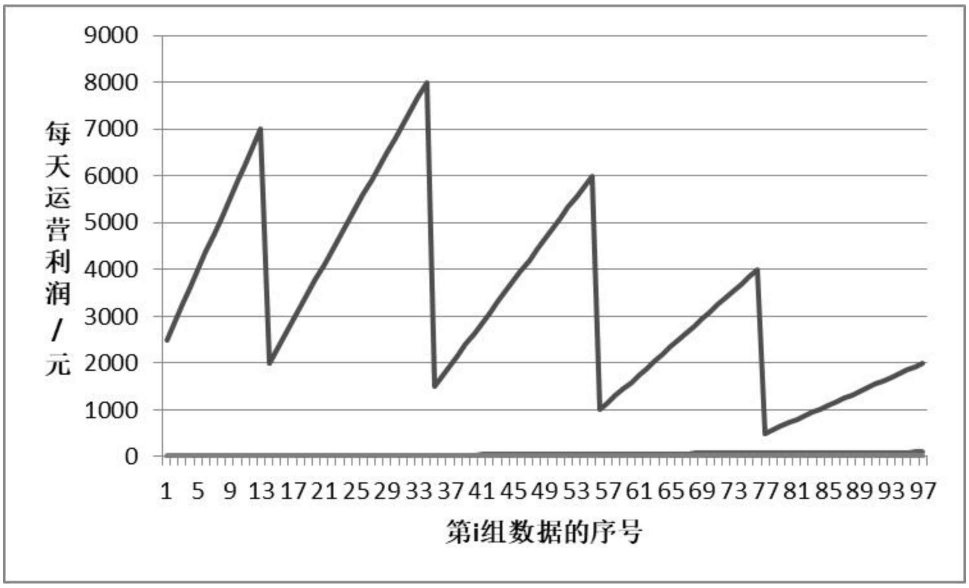
1. const=250 元时



2. const=500 元时



3. const=1000 元时



附件十:

采用穷举法计算每艘每天运营利润。

注：表达式中的 const 设定分别为 250 元，500 元，1000 元

序号	每天运营次数 n/次	游轮停泊时间 t/min	每天运营利润 nz/元	序号	每天运营次数 n/次	游轮停泊时间 t/min	每天运营利润 nz/元	序号	每天运营次数 n/次	游轮停泊时间 t/min	每天运营利润 nz/元
1	5	20	2500	1	5	20	2500	1	4	20	2000
2	5	32	7000	2	5	22	3250	1	4	38	7400
3	4	20	2000	3	4	20	2000	1	3	20	1500
4	4	40	8000	4	4	40	8000	1	3	40	6000
5	3	20	1500	5	3	20	1500	1	2	20	1000
6	3	40	6000	6	3	40	6000	1	2	40	4000
7	2	20	1000	7	2	20	1000	1	1	20	500
8	2	40	4000	8	2	40	4000	1	1	40	2000
9	1	20	500	9	1	20	500				
10	1	40	2000	10	1	40	2000				

表 5.4-1：采用穷举法计算每艘每天运营利润。