机场的出租车问题

摘要

近年来，随着航空运输规模的迅速增长，旅客流量也快速增长，因此，如何采用合理的出租车管理模式，提高出租车泊位的运行效率，满足短时间疏散客流的要求变得日益重要。基于此本文对机场的出租车问题调度和管理进行了解答。

对于问题一中司机的决策问题，本文通过计算司机在两种方案下单位时间的收益，得出司机在单位时间的收益与蓄车池车辆大小，当前时间段旅客流量，与乘车区一次放入车辆多少有着重要关系。由此可建立单目标线性规划模型，通过 0-1 整数规划，可求出当前时间段单位时间的收益的最大值，同时对高峰期和低峰期分情况进行讨论，能给出司机在不同情况下的方案决策。

对于问题二，本文以上海浦东机场为例，采用机场的进出港航班数据以及上海市出租车的收费标准，得到模型与季节、时段的具体线性相关关系。并使用 SPSS 对旺季和淡季进行模型与实际结果的相关性分分析，得出程序与实际情况较为拟合度为 95%，证明了模型合理性合理。在分布分析分析不同季度飞机载客率、乘车区一次进入的出租车数量和不同时间段乘客流量密度等对模型的影响，得出上述模型对三个因素都具有强烈的依赖性。

对于问题三，上车点规划问题。本文针对该问题建立了排队论模型，对于乘客排队等车的情况，对于车排队等乘客的情况,建立了 M/M/C 模型。得到单位时间服务成本与顾客在等待时所消耗的时间成本之和,其进行最优化解答。得当单次放入乘车池出租车数量 8 为时，出租车司机和乘客的效益最高。

对于问题四，优先权策略问题。本文通过对出租车数据分析得出短途出租车的隶属度函数 $A(s)$。得出隶属度越小，说明它越接近与短途。由此我们将 $A(s)<0.75$ 的出租车认定为短途。在短途策略制定上，本文分析得出长途司机和短途司机的收益与路程和等待时间 t_0 的比值有关。具体为对具有优先权的出租车设定一个快速排队通道，有效缩短短途司机的排队时间，使短途司机的收益与长途司机相同。

【关键词】单目标线性规划　排队论模型　机场出租车调度

一、问题重述

大多数乘客下飞机后要去市区（或周边）的目的地，出租车是主要的交通工具之一。国内多数机场都是将送客（出发）与接客（到达）通道分开的。送客到机场的出租车司机都将会面临两个选择：

(A) 前往到达区排队等待载客返回市区。出租车必须到指定的“蓄车池”排队等候，依“先来后到”排队进场载客，等待时间长短取决于排队出租车和乘客的数量多少，需要付出一定的时间成本。

(B) 直接放空返回市区拉客。出租车司机会付出空载费用和可能损失潜在的载客收益。在某时间段抵达的航班数量和“蓄车池”里已有的车辆数是司机可观测到的确定信息。通常司机的决策与其个人的经验判断有关，比如在某个季节与某时间段抵达航班的多少和可能乘客数量的多寡等。如果乘客在下飞机后想“打车”，就要到指定的“乘车区”排队，按先后顺序乘车。机场出租车管理人员负责“分批定量”放行出租车进入“乘车区”，同时安排一定数量的乘客上车。在实际中，还有很多影响出租车司机决策的确定和不确定因素，其关联关系各异，影响效果也不尽相同。请你们团队结合实际情况，建立数学模型研究下列问题：

(1) 建立数学模型，分析研究与出租车司机决策相关因素的影响机理，综合考虑机场乘客数量的变化规律和出租车司机的收益，并给出具体相关影响机理下司机的选择策略。

(2)以国内某个机场为例，对收集到的机场以及出租车数据进行相关分析，用上题提出的模型来分析具体策略，并对合理性和依赖性进行分析。收集国内某一机场及其所在城市出租车的相关数据，给出该机场出租车司机的选择方案，并分析模型的合理性和对相关因素的依赖性。

(3) 在保证车辆和乘客安全的前提下，给定某机场“乘车区”有两条并行车道，试分析在出租车排队载客和乘客排队乘车的两种不同情况下，选择最优上车点方案使出租车司机以及乘客的时间成本消耗的最少。

(4) 机场的出租车收益与行驶里程呈现函数关系。出租车司机不能选择乘客和拒载，但允许出租车多次往返载客。需要拟定安排策略合理安排短途出租车的排队时间，使之长途出租车的排队时间，使得这些出租车的在单位时间内的收益尽量均衡。

二、问题分析

2.1 问题一的分析

问题 1 属于简单优化的决策问题，题目要求替出租车司机做出决策，即使出租车司机的获得收益最大。这样我们需要决策使得直接放空返回市区拉客所造成空载消耗的费用尽量小，同时还要控制运输乘客的次数尽量多（即考虑时间成本），因此我们可以从每小时的净利润入手，比较 A 与 B 两方案在不同情况下，每小时净利润的大小，来列出数学表达式，既可以得出相应决策模型，得出对应最优决策方案。

2.2 问题二的分析

问题 2 属于在问题 1 的基础上，根据一个乘车意愿模型，并且考虑在不同时间段和距离目的地路程的距离不同出租车的收费标准不同，建立模型 2。我们以上海浦东机场为例，查询上海相关数据来对模型 2 进行解决，由此验证了模型 2 的合理性，并对不同时段乘客流量密度、乘车区一次进入车辆的数目、不同季度飞机的载客率等相关因素进行依赖性分析。

2.3 问题三的分析

问题 3 要求对于机场乘车区为双路并行车道时，对问题进行研究。这里我们采用了排队论的思想，将出租车视为服务台，上车点的数量视为队列数量，分别建立 M/M/c 模型和 M/M/1 模型，对服务台空闲率和排队人员排队时间进行分析比较，即可以选择具体方案。

2.4 问题四的分析

问题 4 要求针对出租车长短途问题，提出管理员应该给短途司机一定的优先权，使得出租车的收益尽量均衡。通过建立出租车的隶属度函数 $A(s)$ 给出合适的短途和长途的判断依据，找到对司机收益的影响因素，通过调节可调节变量使长途出租车和短程出组成的平均收益相同。

三、模型假设

1. 假设不考虑天气因素对航班造成的延误；
2. 假设机场到市区的速度是考虑等待红绿灯但没有意外堵车的平均速度；
3. 假设出机场乘客对出租车的需求情况为定比例；
4. 假设一天当中某轮次航班承载人数为一定值，不考虑不同机型的载客量不同；
5. 出租车的空载消耗不考虑车内空调的消耗；

四、定义与符号说明

符号	表示意义	备注
β	汽车每公里消耗	元
S	行驶的路程	Km
V	机场市区间的单趟收费	元
W_A	A 方案载客一次的利润	元
W_B	B 方案载客一次的利润	元
t_0	出租车排队等待时间	分钟
T	市区与机场间行驶的时间	分钟
v	行驶期间平均速度	Km/分钟
n	前面排队的车的数量	辆
ω	乘客上乘车区车的时间	分钟/批
x	停车区一批车的数量	辆
$H(t)$	排队处乘客到达的速度	人/分钟
$A(s)$	短途里程的隶属度	1

五、模型的建立与求解

5.1 问题一的求解

5.1.1 模型建立

想要使出租车司机的收益最大，即需要控制直接放空返回市区拉客所造成空载消耗的费用尽量小，同时还要控制运输乘客的次数尽量多（即考虑时间成本）。因此我们可以从每小时的净利润入手，

1）出租车司机选择方案 A 载客一次的收费为V_A，选择方案 B 的载客一次的收费V_B，因为载客一次距离相等，故收费相同，所以有下式成立：

$$V_A = V_B = V$$

2）利润等于收入减成本，即一次收费扣除路途中油量等消耗。则有 A、B 方案载客一次的利润分别为：

$$W_A = V - \beta S$$
$$W_B = V - 2\beta S$$

3）同时考虑到等待时间t_0与蓄车池中排队的出租车数量 n、一批 x 辆出租车进入乘车区平均载客时间ω以及排队乘车处乘客到达的速率 $H(t)$有关（在 5.2 节的分析中得出$H(t)$与季节、一天内的具体时间有规律性变化）具体关系如下：

$$\begin{cases} t_0 = \frac{n}{x} \times \omega \ , \ \ \omega H(t) > x \\ t_0 = \ \frac{n}{x} \times \frac{2\times x}{H(t)} \ \ , \ \ \omega H(t) < x \end{cases}$$

其中$\omega H(t) > x$ 当前 t 时刻表示乘客排队的数量大于所需乘车区的车的数量，说明此时乘车区的车不用在乘车区等待乘客的到来，反之，$\omega H(t) < x$ 表示乘车区的车需要在乘车区等待乘客的到来，那么此时的上车消耗时间就与乘客实时到站数量有关。

4）根据张权锋在对机场数据的研究中，可假设所有旅客到达出站口所需时间 X 的概率密度函数：

$$f(x) = \kappa f_1(x) + (1-\kappa) f_2(x)$$

κ为所在机场公务旅客的比例。

我们一$f_1(x)$所对应的概率分布 X_1服从均值为$\mu_1 = 41$，标准差$\sigma_1 = 3.56$ 的正态分布。$f_2(x)$所对应的概率分布 X_2服从均值为$\mu_1 = 54$，标准差$\sigma_1 = 4.52$ 的正态分布。由此可预测一个小时之后到达站台口的人数如下式：

$$H(t) = \sum_{i=0}^{N_L + N_F} H_i \times f(t - T_i)$$

假设过去一小时实际到达航班N_L个，将来一小时预计到达N_F个，每个航班到达时间为T_i，旅客数为H_i。

5）在航班抵达时间不做调整的情况下，对于不同季度，航班的载客率τ，季度与一天之内的乘出租车意愿模型是线性相关的：

$$M(t) = \tau H(t) = \tau \sum_{i=0}^{N_L+N_F} H_i \times f(t - T_i)$$

假设过去一小时实际到达航班N_L个，将来一小时预计到达N_F个，每个航班到达时间为T_i，旅客数为H_i。

6）每小时净利润为单次收益除以时间。若选择 A 方案，则拉客两次消耗的时间为往返于城市与机场之间的路程时间 $2t$ 加上在“蓄车池”排队等候的时间t_0。得出方案 A 的净利润为

$$\eta_A = \frac{2\times W_A}{2\times t+t_0}$$

若选择方案 B，则载客一次消耗时间为往返于城市与机场之间的路程时间 $2t$。得出方案 B 净利润为：

$$\eta_B = \frac{W_B}{2\times t}$$

由此可得到线性规划中 0-1 规划模型：

$$C = \begin{cases} 1, \text{选择} A \text{ 方案} \\ 0, \text{选择} B \text{ 方案} \end{cases}$$

可得出目标函数为选择哪个方案可以使得在所得单位时间收益最大，即：

$$\mathrm{MAX}\ \eta = k\,\eta_A +（1-k）\eta_B$$

7）综上所述，在高峰期时$\omega H(t) > x$，模型为：

$$MAX\ \eta = C\eta_A +（1-C）\eta_B$$

$$S.t.\ \begin{cases} f(x) = \kappa f_1(x) + (1-\kappa) f_2(x) \\ H(t) = \sum_{i=0}^{N_L+N_F} H_i \times f(t-T_i) \\ \eta_A = \frac{2\times W_A}{2\times t+t_0} \\ \eta_B = \frac{W_B}{2\times t} \\ M(t) = \tau H(t) \\ W_A = V - \beta s \\ W_B = V - 2\beta s \\ \omega H(t) > x \\ C = 0\ or\ 1 \\ \tau\text{为季度影响系数} \\ T_i\text{为整数} \end{cases}$$

低峰期时$\omega H(t) < x$，模型为：

$$MAX\ \eta = C\eta_A + (1-C)\eta_B$$

$$S.t.\begin{cases} f(x) = \kappa f_1(x) + (1-\kappa)f_2(x) \\ H(t) = \sum_{i=0}^{N_L+N_F} H_i \times f(t-T_i) \\ \eta_A = \frac{2\times W_A}{2\times t+t_0} \\ \eta_B = \frac{W_B}{2\times t} \\ M(t) = \tau H(t) \\ W_A = V - \beta s \\ W_B = V - 2\beta s \\ \omega H(t) < x \\ C = 0\ or\ 1 \\ \tau 为季度影响系数 \\ T_i 为整数 \end{cases}$$

5.1.2 模型分析

通过 5.1.1 的分析，我们可以得出只需给定N_L,N_F,κ，ω，x的值借助程序（见 5.2 分析）即可求解出此时的单目标规划模型，根据最优解各个参数取值就可得到 C 的值，由此就可判断选择哪个方案。也由此可知，司机决策方案的影响因素为最近一段时间航班数量（即乘车点乘客数目），机场调度中每批放入车辆的间隔时间，每批放入车辆数目。

5.2 问题二的求解

5.2.1 数据分析

在中国民航 APP“航旅纵横”收集到某一天内抵达的航班数量（见附录 1:表 2），变化趋势如下图：

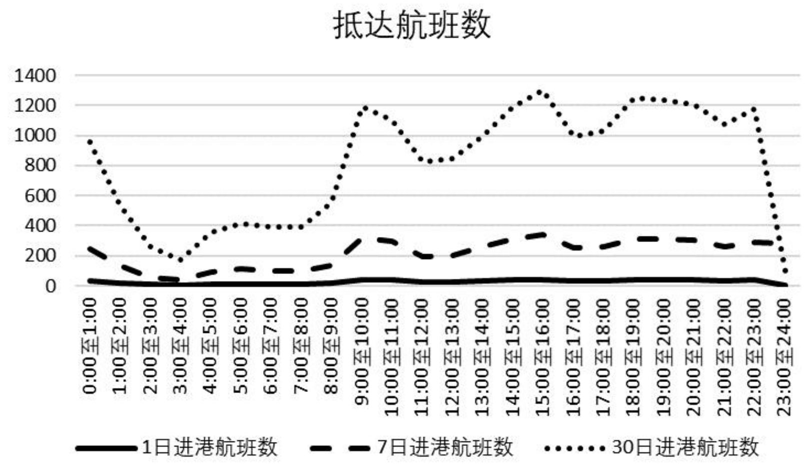

图 1 单日每小时抵达航班数趋势图

2016 至 2018 年的每个月份的乘客数量（附录 2），乘客数量随月份变化趋势如图：

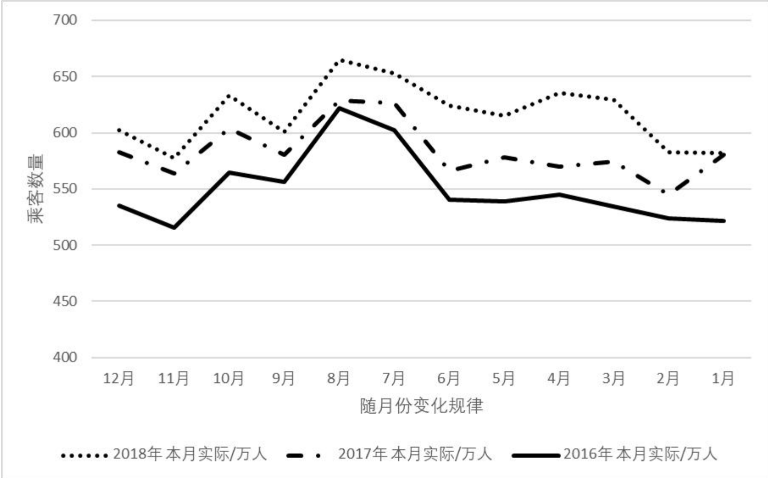

图 2 乘客数量随月份变化

由图并查询相关论文[5]得知乘客数量服从季节性、周期性变化

5.2.2 出租车收费标准

根据乘客的目的地不同，出租车有不同的收费标准，并且司机在白天和晚上采取不同的收费方式，我们在上海机场官方网站可以查到，2019 年上海出租车收费规则(见附录 1)，所以在模型 1 的基础上建立如下规则：

白天收费:

$$V=\begin{cases}14\text{，} & S\le 3\\ 2.5\,S\text{，} & 3<S\le 15\\ 3.6\,S\text{，} & 15<S\end{cases}$$

晚上收费:

$$V=\begin{cases}18\text{，} & S\le 3\\ 3.1\,S\text{，} & 3<S\le 15\\ 4.7\,S\text{，} & 15<S\end{cases}$$

5.2.3 模型求解

根据模型 2，在决策过程中需要判断的是前面排队的车辆数目与临界值之间的大小关系，大于临界值时空车返回，选择方案 B，否则选择方案 A。模型 1 中所给出的 x 是乘车区的车的数目、β是空载单位消耗、ω是在客流量大于车数时乘车区一批出租车离开的时间，这些都可看作常量，ωH(t)是客流量小于车数时乘车区一批出租车离开的时间，与到达乘车点的乘客数量分布模型有关。

编写一个 Java 程序，给出一天 24 小时内平均每小时的航班抵达数目，乘车区一批进入的车的数量、载客率等常量根据上海实际情况进行取值，根据乘客数量随月份变化趋势可知每年的七八月份为旺季。

对于旺季，当测试数据前面排队的出租车的数量 n = 50 时,只有司机在 3:00 和 4:00 期间到达机场时选择方案 B,其他时段选择方案 A；对于淡季，当测试数据前面排队的出租车的数量 n = 50 时我们测得机在 2:00 至 8:00 期间到达机场时选择方案 B，其他时间选择方案 A。

淡季		旺季	
时间段	决策	时间段	决策
00:00-01:00	决策 A	00:00-01:00	决策 A
01:00-02:00	决策 A	01:00-02:00	决策 A
02:00-03:00	决策 A	02:00-03:00	决策 B
03:00-04:00	决策 B	03:00-04:00	决策 B
04:00-05:00	决策 B	04:00-05:00	决策 B
05:00-06:00	决策 A	05:00-06:00	决策 B
06:00-07:00	决策 A	06:00-07:00	决策 B
07:00-08:00	决策 A	07:00-08:00	决策 B
08:00-09:00	决策 A	08:00-09:00	决策 B
09:00-10:00	决策 A	09:00-10:00	决策 A
10:00-11:00	决策 A	10:00-11:00	决策 A
11:00-12:00	决策 A	11:00-12:00	决策 A
12:00-13:00	决策 A	12:00-13:00	决策 A
13:00-14:00	决策 A	13:00-14:00	决策 A
14:00-15:00	决策 A	14:00-15:00	决策 A
15:00-16:00	决策 A	15:00-16:00	决策 A
16:00-17:00	决策 A	16:00-17:00	决策 A
17:00-18:00	决策 A	17:00-18:00	决策 A
18:00-19:00	决策 A	18:00-19:00	决策 A
19:00-20:00	决策 A	19:00-20:00	决策 A
20:00-21:00	决策 A	20:00-21:00	决策 A

21:00-22:00	决策 A	21:00-22:00	决策 A
22:00-23:00	决策 A	22:00-23:00	决策 A
23:00-24:00	决策 A	23:00-24:00	决策 A
24:00-00:00	决策 A	24:00-00:00	决策 B

图 3 程序运行结果图

5.2.4 合理性分析

将模型 2 进行数值计算，理论上，司机到达机场时，蓄车池内的车数量是一定的情况下，排队处乘客到达的速度越快，则选择方案 A 排队候车的可能性越大。根据建立的模型 2，在淡季的时候假设蓄车池内出租车数量为 n=10 的情况下，给出 24 小时的计算数据进行拟合，仅有 3:00-4:00 和 4:00-5:00 的时间段内选择方案 B，其他都选择了方案 A；相同条件下，在旺季，2:00 到 7：00 之间是选择决策 B。与抵港航班数的图示中所示一致。所以模型是合理的。

我们采用 SPSS 对旺季和淡季的预测决策和实际推断决策（见附录 4)进行相关分析，采用皮尔逊检测法得到下表：

表 1 旺季预测决策与实际推断决策的相关性

相关性			
		预测出的决策	实际推断出的决策
预测出的决策	皮尔逊相关性	1	.430*
	Sig. （双尾）		.032
	个案数	25	25
实际推断出的决策	皮尔逊相关性	.430*	1
	Sig. （双尾）	.032	
	个案数	25	25
*. 在 0.05 级别（双尾），相关性显著。			

根据皮尔逊检验法：P<0.05，按 $\alpha < 0.05$ 的检验水平，可以认为预测出的决策和实际推断的决策是显著相关的。

表 2 淡季季预测决策与实际推断决策的相关性

相关性			
		预测出的决策	实际推断出的决策
预测出的决策	皮尔逊相关性	1	.484*
	Sig. （双尾）		.014

	个案数	25	25
实际推断出的决策	皮尔逊相关性	.484*	1
	Sig.（双尾）	.014	
	个案数	25	25
*. 在 0.05 级别（双尾），相关性显著。			

根据皮尔逊检验法：P<0.05，按$\alpha < 0.05$的检验水平，可以认为预测出的决策和实际推断的决策是显著相关的。

综上所述，我们认为问题一的模型是拟合度约为 95%，所以模型合理。

5.2.5 相关因素的依赖性分析

1）不同时间段乘客流量密度。乘客流量密度由当前时间段内航班抵达的总人数以及选择乘出租车的意愿得出，根据乘客流量密度的不同，在模型 1 中，乘车区的一批车离开所需要的时间不同，进而排队等车所花费的时间不同，所以对于模型 1 来说，对于不同时间段乘客流量密度具有依赖性。

2）乘车区一次进入车辆的数目。在乘客流量密度一定的情况下，也就是每批车进入乘车区到离开乘车区的时间一定的情况下，蓄车池排队的出租车的数量 n、乘车区一次进入的出租车的数量 x 与等待时间t_0具有如下关系：

$$t_0 = n/x$$

所以模型 2 对乘车区一次进入车辆的数目具有依赖性。

3）不同季度飞机的载客率。不同季度飞机的载客率影响的是在某一时间段内到达机场的总客流量，在不同的季度，与不同时间段乘客流量密度有线性关系：

$$M(t) = \tau H(t)$$

所以模型 2 对不同季度飞机的载客率具有依赖性。

5.3 问题三

5.3.1 排队论模型

针对问题三，我们将其归类为排队论模型[1]。如图。既是排队论基本模型。各个顾客由顾客源总体出发，到达服务机构前排队等候接受服务，服务完成后就离开。排队结构系统由三个基本过程组成：

①输入过程　　②排队规范　　③服务机构

若为人等车的情况，我们将输入过程视为单个到来的乘客按照泊松分布来到乘车区，且顾客到达互相之间相互独立。将排队规则设定为先到先服务，队列数目分为两种一种为单列一种为多列。服务机构这里为单或多服务台情况，将出租车数量视作服务台。

若为车等人的情况，我们将输入过程视为等量汽车按照泊松分布来到乘车区，且汽车之间相互独立，这样上车点即可当作为队列.

因此我们建立了 M/M/C 和 M/M/1 模型（其中 C 为单次放入车位数量）。

5.3.2 机场双并行车道同行策略

在考虑乘客与出租车安全的情况下，查询基于排队论的航空枢纽陆侧旅客服务资源建模与仿真[3]得知有如下两种调度方案。

方案一：矩阵式出租车泊车区。两通道同时用载客出租车在泊位停稳后，乘客依次从上客点进入泊位区，乘客上车后，各个车道的车辆依次驶出，当每个车道中最后一辆车驶离泊位时，后续车辆驶入该列，在该列的各个泊位依次停泊，见图 3。

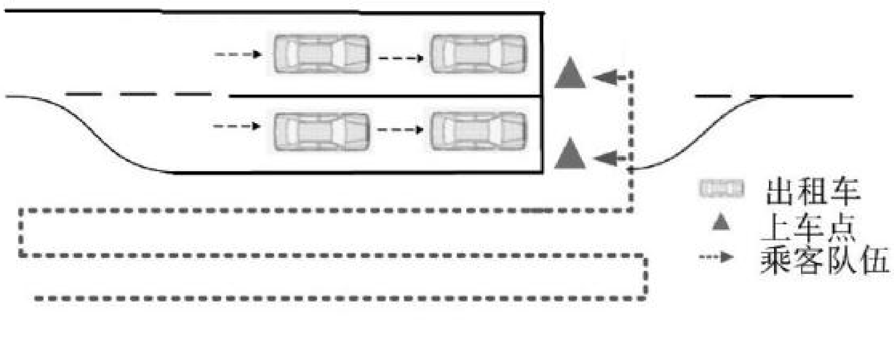

图 3 矩阵式出租车泊车区

方案二：直线式出租车泊客。用载客出租车在泊位停稳后，每辆车载客为独立的个体，乘客上车后，出租车即可从另外一个并行车道离开，即可以互相超车，　见图 4。

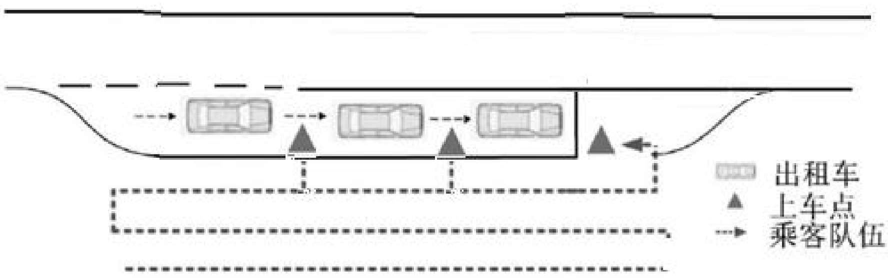

图 4 直线式出租车泊客

5.3.4 建立高峰期模型

人等车的情况，在人在排队等车的情况下，人数是无限的，则可以以此建立 M/M/C 模型。

则假设为发车数为 C，每辆车平均服务 2 个人。排队系统的繁忙程度可以用服务机构的繁忙率ρ表示，ρ为系统中顾客到达率与服务率之比。ρ越大排队系统越繁忙，当ρ大于 1 时，系统将处于顾客无限排队的繁忙状态。其中系统的排队系统的繁忙率ρ，可由以下公式计算得到：

$$\rho=\frac{\lambda}{\mu C}$$

其中λ为出租车乘客的平均到达率，即单位时间内进入排队系统的乘客人数; μ为单个上车点的平均服务率，即单个服务台单位时间内完成服务离开系统的乘客人数

由此可得出概率：

状态概率：
$$\begin{cases} P_0=\left[\sum_{k=0}^{c-1}\frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k+\frac{1}{c!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^c\frac{1}{1-\rho}\right]^{-1} \\ P_n=\begin{cases} \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0,\ n\le c \\ \frac{1}{c!c^{n-c}}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0,\ n>c \end{cases} \end{cases}$$

乘客平均队长：
$$\begin{cases} L_{s1}=L_q+\frac{\lambda}{\mu} \\ L_{q1}=\sum_{n=n-c}^{\infty}P_n \end{cases}$$

乘客平均排队时间： $$W_{q1}=\frac{L_q}{\lambda}$$

乘客平均逗留时间： $$W_{s1}=\frac{L_s}{\lambda}$$

选择具体μ，λ，C。带入上述方程可得在乘车区的平均乘客数L_{s1}，队列长度期望值L_{q1}，在乘车区游客平均时长的期望W_{s1}，在队列中顾客等待平均时长W_{q1}。

5.3.4 低峰期模型

若车等人，则在这种情况下建立 M/M/C 模型，即上车点视为服务台，设数量为 D，出租车视为排队顾客。此时的繁忙程度为 5.3.4 中的空闲程度为$\rho_1 = 1 - \rho$。一批车中最后一辆车离开，因此才能平均服务率上题中的 1/D 为μ/D。可以获得一下几个表达式：

状态概率：
$$\begin{cases} P_0 = \left[\sum_{k=0}^{c-1} \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k + \frac{1}{c!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^c \frac{1}{1-\rho}\right]^{-1} \\ P_n = \begin{cases} \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0,\ n \le c \\ \frac{1}{c!c^{n-c}}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0,\ n > c \end{cases} \end{cases}$$

出租车平均队长：
$$\begin{cases} L_{s2} = L_{q2} + \frac{\lambda}{\mu} \\ L_{q2} = \sum_{n=n-c}^{\infty} P_n \end{cases}$$

出租车平均排队时间： $W_{q2} = \frac{L_{q2}}{\lambda}$

出租车平均逗留时间： $W_{s2} = \frac{L_{s2}}{\lambda}$

由此可得出此时的等人出租车平均数L_{s2}，排队出租车平均数L_{q2}，排队出租车平均排队时间W_{s2}，出租车平均接客时间W_{q2}的具体值。

5.3.5 问题三模型求解

由 5.3.4 及 5.3.3 中W_{q1}，W_{q2}表达式可知，当高峰期人等车时W_{q1}与 C 的大小成负相关，故此时应该选用方案 A。当低峰期车等人时W_{q2}与 C 的成正相关，此时选用方案 B 更为合适。

若每次高低峰期放入车的数辆为定值，故出租车总服务成本即高峰期排队时间和低峰期接客时间的期望为$Z_1 = W_{s2}(C) + W_{q1}(C)$，

顾客在等待时所消耗的时间成本为：

$$Z_2 = W_{s1}(C) + W_{q2}(C)$$

总服务成本为 $Z(C) = Z_1 + Z_2$，需要计算 Z 的最小值。

$$\min Z(C) = Z_1 + Z_2 = W_{s2}(C) + W_{q1}(C) + W_{s1}(C) + W_{q2}(C)$$

求出$\frac{dZ}{dC}$，并使之为 0，即可求出判断找出极小值点，就可求出对应情况下的 C。

在该情况下我们取$\lambda = 6$，$\mu = 4$，取旅客时间成本为出租车时间成本的 1/3。即可

求出当 C=7.6836 时 $\frac{dZ}{dC}=0$，由于 C 为整数且 C 的值为偶数，故取 C 为 8。所以高峰期上车点应设置成方案一的样式，即矩阵式出租车泊车区。且每批放行 8 辆车时，使得总的乘车效率最高。

5.4 问题四

为了区别长短途出租车的优先权，首先需要是确立区分长短途的路程的模型，通过城市的出租车 GPS 数据以及出租车收费标准，我们选取隶属度函数来建立不同地区的区分里程的隶属度函数：我们用 $A(s)$ 来表示短途里程的隶属度，选取：

$s \in U = \{$起步价，短途里程计步价，长途里程计步价$\}$ 为 s 的论域 U 。

综上所述：我们可以用 $A(s)$ 来表示短途里程的隶属度。$A(s)$ 越小，说明它越接近与短途。由此我们将 $A(s) < 0.75$ 时认定为短途。

在 5.1 对问题一的解答中，我们得出回来载客的出租车平均收益

$$\eta_A = \frac{2 \times W_A}{2 \times t + t_0}$$

$$W_A = V - \beta S$$

在实际情况中 V 为出租车分段收费后的收益，在本题解答中，我们默认为收益于路程呈正比即

$$V = \alpha S$$

故平均收益为

$$\eta = \frac{2 \times （\alpha - \beta）v}{2 + \frac{v t_0}{S}}$$

由此可见当，长短途出租车同时排队时，平均收益与路程和等待时间t_0的比值呈反比。因此，我们通过改变短途汽车排队时间即可使长途短途效益基本相等。

综上，机场出租车调度机构需要上述隶属度认定为短途的出租车设置一定优先权，实际策略为具有优先回机场的短途出租车安排一个排队快速通道，有效使得短途出租车排队时间减少，这样就可以使长短途出租车的效益基本相等。

六、模型评价与推广

6.1 模型的优点：

1、模型建立更多基于理性分析和合理推导，并且对于部分重要原则给出了有效的推到，对求解的线性规划约束条件进行了全面的分析和讨论，使得模型具有较多的理论支持；

2、模型评价公正客观，评价指标建立有理有据，对模型求解质量以及系统的整体性能评价准确、到位；

6.2 模型的缺点及改进方向：

1、规划模型较为繁琐，不易理解；因此，寻找更加简洁的规划刻画各个调度关系，是模型改进的方向。在制定衡量标准的时候主观因素较多，可能会对结果造成误差；

2、由于采集到的数据量有限，对数据分析所得结果不具有普遍性，可能具有特殊性。因此后期可以扩大数据量在对模型进行分析可得出更优解。

3、排队论模型中，由于推导关系过于复杂，且乘客分布默认为泊松分布，在给定乘客数据下所用计算仅能采用穷举法进行求解。实际通过算法可以随机乘客数量，对模型结果进行聚类分析，得出最优解。

七、参考文献

[1]钱颂迪，运筹学[M].北京:清华大学出版社，1994

[2]魏中华,基于排队论的枢纽内出租车上客区服务台优[J].北京：北京工业大学 ，2017

[3]孙健,基于排队论的航空枢纽陆侧旅客服务资源建模与仿真[D].北京：中国矿业大学，2017

[4]张泉峰,首都机场接续运输协调保障技术研究与实现[D].成都：电子科技大学，2015

[5]陈玉宝，曾 刚，基于组合预测方法的民航旅客吞吐量预测研究[j].中国民航大学学报，2014

[6]贾婷. 基于乘客需求及分布的出租车调度方法技术研究 [D]. 成都成都理工大学，2013.

八、附件

附录 1：

表 1 2019 年上海出租车收费规则

里程	日间	夜间
0~3 公里 3~15 公里 15 公里以上	14 元 2.5 元/公里 3.6 元/公里	18 元 3.1 元/公里 4.7 元/公里
加价部分	1、乘距超 15 公里单价加计 50%； 2、夜间（23 时至次日 5 时）上浮 30%；	

表 2 2019 年某一天上海机场的进港信息

当天时间	1 日进港航班数	7 日进港航班数	30 日进港航班数
0:00 至 1:00	32	247	958
1:00 至 2:00	18	132	537
2:00 至 3:00	8	54	259
3:00 至 4:00	6	39	175
4:00 至 5:00	12	89	353
5:00 至 6:00	14	110	417
6:00 至 7:00	13	99	392
7:00 至 8:00	13	101	391
8:00 至 9:00	18	138	553
9:00 至 10:00	40	322	1188
10:00 至 11:00	37	297	1105
11:00 至 12:00	27	196	823
12:00 至 13:00	28	203	847
13:00 至 14:00	33	257	993
14:00 至 15:00	39	315	1188
15:00 至 16:00	43	341	1305
16:00 至 17:00	33	252	997

17:00 至 18:00	32	257	1030
18:00 至 19:00	42	314	1253
19:00 至 20:00	41	310	1232
20:00 至 21:00	40	302	1208
21:00 至 22:00	36	260	1074
22:00 至 23:00	39	292	1176
23:00 至 24:00	4	283	101

附录 2：

表 3 2016 年 2 月-2019 年 1 月航班实际人数和同比增长比率

时间/月	本月实际/人	同比增长
2019 年 2 月	612.46	5.12%
2019 年 1 月	633.47	8.80%
2018 年 12 月	602.2	3.33%
2018 年 11 月	577.58	2.43%
2018 年 10 月	633.25	4.83%
2018 年 9 月	601.16	3.64%
2018 年 8 月	664.54	5.69%
2018 年 7 月	652.63	4.13%
2018 年 6 月	624.06	10.27%
2018 年 5 月	615.36	6.38%
2018 年 4 月	635.78	11.63%
2018 年 3 月	629.24	9.58%
2018 年 2 月	582.62	6.88%
2018 年 1 月	582.23	0.29%
2017 年 12 月	582.82	8.84%
2017 年 11 月	563.88	9.44%
2017 年 10 月	604.08	6.93%
2017 年 9 月	580.06	4.24%

2017 年 8 月	628.76	1.16%
2017 年 7 月	626.72	4.06%
2017 年 6 月	565.92	4.72%
2017 年 5 月	578.44	7.34%
2017 年 4 月	569.53	4.52%
2017 年 3 月	574.25	7.39%
2017 年 2 月	545.14	4.08%
2017 年 1 月	580.53	11.33%
2016 年 12 月	535.5	11.68%
2016 年 11 月	515.26	8.88%
2016 年 10 月	564.94	8.37%
2016 年 9 月	556.45	9.77%
2016 年 8 月	621.58	6.31%
2016 年 7 月	602.27	11.39%
2016 年 6 月	540.4	13.44%
2016 年 5 月	538.91	6.68%
2016 年 4 月	544.92	8.17%
2016 年 3 月	534.73	6.69%
2016 年 2 月	523.79	9.19%
2016 年 1 月	521.47	20.50%

附录 3：

表 3 淡季和旺季 00:00-24:00 时间段的决策

淡季		旺季	
时间段	决策	时间段	决策

00:00-01:00	决策 A	00:00-01:00	决策 A
01:00-02:00	决策 A	01:00-02:00	决策 A
02:00-03:00	决策 A	02:00-03:00	决策 B
03:00-04:00	决策 B	03:00-04:00	决策 B
04:00-05:00	决策 B	04:00-05:00	决策 B
05:00-06:00	决策 A	05:00-06:00	决策 B
06:00-07:00	决策 A	06:00-07:00	决策 B
07:00-08:00	决策 A	07:00-08:00	决策 B
08:00-09:00	决策 A	08:00-09:00	决策 B
09:00-10:00	决策 A	09:00-10:00	决策 A
10:00-11:00	决策 A	10:00-11:00	决策 A
11:00-12:00	决策 A	11:00-12:00	决策 A
12:00-13:00	决策 A	12:00-13:00	决策 A
13:00-14:00	决策 A	13:00-14:00	决策 A
14:00-15:00	决策 A	14:00-15:00	决策 A
15:00-16:00	决策 A	15:00-16:00	决策 A
16:00-17:00	决策 A	16:00-17:00	决策 A
17:00-18:00	决策 A	17:00-18:00	决策 A
18:00-19:00	决策 A	18:00-19:00	决策 A
19:00-20:00	决策 A	19:00-20:00	决策 A
20:00-21:00	决策 A	20:00-21:00	决策 A
21:00-22:00	决策 A	21:00-22:00	决策 A
22:00-23:00	决策 A	22:00-23:00	决策 A
23:00-24:00	决策 A	23:00-24:00	决策 A
24:00-00:00	决策 A	24:00-00:00	决策 B

附录 4：

表 5 旺季预测决策与实际推断决策

时间段	预测出的决策	实际推断出的决策

00:00-01:00	1	1
01:00-02:00	1	1
02:00-03:00	1	1
03:00-04:00	0	0
04:00-05:00	0	0
05:00-06:00	1	1
06:00-07:00	1	1
07:00-08:00	1	1
08:00-09:00	1	0
09:00-10:00	1	1
10:00-11:00	1	0
11:00-12:00	1	1
12:00-13:00	1	1
13:00-14:00	1	1
14:00-15:00	1	1
15:00-16:00	1	0
16:00-17:00	1	0
17:00-18:00	1	1
18:00-19:00	1	1
19:00-20:00	1	1
20:00-21:00	1	0
21:00-22:00	1	1
22:00-23:00	1	1
23:00-24:00	1	1
24:00-次日 00:00	1	0

表 6 淡季预测决策与实际推断决策

时间段	预测出的决策	实际推断出的决策
00:00-01:00	1	1

01:00-02:00	1	1
02:00-03:00	0	0
03:00-04:00	0	0
04:00-05:00	0	0
05:00-06:00	0	1
06:00-07:00	0	0
07:00-08:00	0	1
08:00-09:00	1	1
09:00-10:00	1	1
10:00-11:00	1	0
11:00-12:00	1	1
12:00-13:00	1	1
13:00-14:00	1	1
14:00-15:00	1	1
15:00-16:00	1	0
16:00-17:00	1	1
17:00-18:00	1	1
18:00-19:00	1	1
19:00-20:00	1	1
20:00-21:00	1	0
21:00-22:00	1	1
22:00-23:00	1	1
23:00-24:00	1	1
24:00-次日 00:00	1	1

附录 4：以浦东机场为例对决策的求解（Java 程序）

```
    import java.util.Scanner;
public class taxiText {
    public static void main(String[] args) {
```

```
        Scanner sc = new Scanner(System.in);
        System.out.println("请输入此刻时间：");
        int time = sc.nextInt();//输入 0 代表 0:00 到 1：00 之间，输入 2 表示 1:00
到 2:00 之间
        if(time >= 24){
            System.out.println("输入时间有误");
        }
        int[] arr =
{32,18,8,6,12,14,13,13,18,40,37,27,28,33,39,43,33,32,42,41,40,36,39,4};
        double avg;
        if(time == 0){
            avg = 50*arr[time]*0.3;
        }else {
            avg = 50 * (arr[time] + arr[time - 1]) * 0.3;
        }
        //将到达时间前后的两小时内航班数相加*每趟航班 500 人*60%的人有意愿来
乘出租车
        System.out.println("请输入前面已有排队的车的数量：");
        int n = sc.nextInt();//n 表示前面排队的车辆数
        System.out.println("请输入上车乘客的路程：");
        double s = sc.nextInt();//输入乘客到达目的地的路程
        double Exp = avg/120;//乘客来乘车处的平均速度
        double w = 5;//假设客流量比较大的时候总共用 5 分钟上车
        while(n > 9){
            avg = avg - 9;//实时还剩要乘出租的人
            Exp = 120/avg;
            n = n -9;
        }
        if(Exp * w > 9) {//w 时间内乘客数量大于乘车区车的数量
            decision(time, n, s,w);
```

```
        }else{
            solution(time,n,s,Exp);
        }
    }

    //乘客数量供大于求时
    private static void decision(int time, int n,double s,double w) {
        double v;
        double t = (s/50)*60;//行驶的时间,速度是常量平均值，所以程序中假设速
度为 1
        double a = 9;//乘车区车的数量，根据实际令它为 9 好了，反正常数
        if(time > 6 && time <= 18){//白天的收费标准
            if(s <= 3){//起步价
                v = 14;
            }else if(s > 3 && s <= 15){//短程
                v = 2.5*s;
            }else{//长途
                v = 3.6*s;
            }
        }else{//夜间收费标准
            if(s <= 3){//起步价
                v = 18;
            }else if(s > 3 && s <= 15){//短程
                v = 3.1*s;
            }else{//长途
                v = 4.7*s;
            }
        }
        //因为在模型中很多字符表示的都是常量，所以直接将常量值带进去，不影响
结果的常量给取值为 1
```

```
        double num = a*(2*t*(v-0.4*s)-t*(v-2*0.4*s))/(w*(v-2*0.4*s));
        if(num > n){//排队的 n 辆车数量小于临界值,等待
            System.out.println("决策 A");
        }else{
            System.out.println("决策 B");
        }
    }

    //乘客数量小于车数量，车需要在乘客区以大于 w 的时间等着，时间是 1/H = 120/avg = Exp
    private static void solution(int time, int n, double s,double Exp) {
        double v;
        double t = s/50;//行驶的时间,速度是常量平均值，所以程序中假设速度为 1
        double a = 9;//乘车区车的数量，根据实际令它为 9 好了，反正常数
        if(time > 6 && time <= 18){//白天的收费标准
            if(s <= 3){//起步价
                v = 14;
            }else if(s > 3 && s <= 15){//短程
                v = 2.5*s;
            }else{//长途
                v = 3.6*s;
            }
        }else{//夜间收费标准
            if(s <= 3){//起步价
                v = 18;
            }else if(s > 3 && s <= 15){//短程
                v = 3.1*s;
            }else{//长途
                v = 4.7*s;
            }
```

```
        }
        double num = a*Exp*(2*t*(v-0.4*s)-t*(v-2*0.4*s))/(v-2*0.4*s);//求等
车的临界值
        if(num > n){//排队的n辆车数量小于临界值,等待
            System.out.println("决策A");
        }else{
            System.out.println("决策B");
        }
    }
}
```