1. Introduction

(a)這份作業的目的是透過手刻深度學習model，來對測資分別做一個分類器

(b)先看main

```
if __name__ == '__main__':
    import numpy as np
    x1, y1 = generate_linear(n=100)
    nn1=NeuralNetwork("Model1",100,1000,"relu","momentum","Convolutional")
    nn1.train("Linear",x1,y1,20000,0.000001,2000)
    pred_y1 = nn1.prediction(x1)
    print("Prediction:",pred_y1)
    show_result(x1,y1,np.where(pred_y1>=0.5,1,0))
    print_acc(y1,np.where(pred_y1>=0.5,1,0))

    x2, y2 = generate_XOR_easy()
    nn2=NeuralNetwork("Model2",21,500,"sigmoid","BGD","Dot")
    nn2.train("XOR_easy",x2,y2,150000,0.001,10000)
    pred_y2 = nn2.prediction(x2)
    print("Prediction:",pred_y2)
    show_result(x2,y2,np.where(pred_y2>=0.5,1,0))
    print_acc(y2,np.where(pred_y2>=0.5,1,0))
```

很清楚看到，本次作業主要能分成建立data，建模型，train和test的部份。

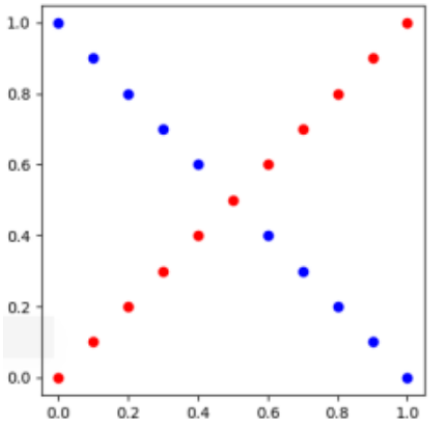
(c)創立data的程式碼

```
def generate_linear(n=100):
    import numpy as np
    pts = np.random.uniform(0, 1, (n,2))
    inputs = []
    labels = []
    for pt in pts:
        inputs.append([pt[0],pt[1]])
        distance = (pt[0]-pt[1])/1.414
        if pt[0] > pt[1]:
            labels.append(0)
        else:
            labels.append(1)
    return np.array(inputs), np.array(labels).reshape(n, 1)
```

第一個測資是隨機生成二維點X，如果x1+x2>0.5算成藍的，反之紅的。

```
#Generate fundamental XOR dataset.

def generate_XOR_easy():
    import numpy as np
    inputs = []
    labels = []

    for i in range(11):
        inputs.append([0.1*i, 0.1*i])
        labels.append(0)

        if 0.1*i == 0.5:
            continue
        inputs.append([0.1*i, 1-0.1*i])
        labels.append(1)

    return np.array(inputs), np.array(labels).reshape(21,1)
```

第二個測資是簡易版XOR 共21個點，紅藍分類如下



(d)Initialize Model

接下來是建模型的部份，我的model算滿自由的。

hidden_layer1固定是dot layer(就高中學的矩陣乘法，我實際上不知道這層layer叫甚麼，因為numpy中是呼叫np.dot，姑且叫他dot layer)

hidden_layer2可選擇要convolution還是dot layer

activation layer1 可選擇要relu還是sigmoid還是都不要

activation layer2 固定sigmoid

optimizer可選擇要BGD(類似SGD，但我的input都是一組測資，所以自然是BGD)或是momentum

然後hidden layer和learning rate部分能自由調整

initialize的東西有點多

詳細可以看我的code。

(e)Training

接下來就是train，主要能分forward，backpropagation和gradiant descent(我把他包在function self.back_propagation裡)，還有順便畫learning curve，後面再提細節。

```
def train(self,data_name,x,y,epoch=10000,learning_rate=0.0005,print_epoch=5000):
    import numpy as np
    print("Training Mode-------------------------")
    print("Data: ", data_name)
    print("Optimizer: ", self.optimizer)
    print("Learning rate: ", learning_rate)
    if self.optimizer == "momentum":
        print("parameter_m: ", self.a)
    print("Total epochs: ", epoch)
    loss_list = []
    for i in range(epoch):
        pred_y = self.feed_forward(x)
        self.back_propogation(x,y,pred_y,(i+1),learning_rate)
        loss = self.binary_cross_entropy(y,pred_y)
        loss_list.append(loss)
        if ((i+1)%print_epoch) == 0 :
            print("epoch=", i+1,"    loss=",loss)
    print_learning_curve(epoch,np.array(loss_list))
```

(f)Test

test又能分成predict和evaluation

predict就是將train好的model再做一次forward，然後機率>=0.5算藍，<0.5算紅

```
def prediction(self,x):
    print("Testing Mode-------------------------")
    pred_y = self.feed_forward(x)
    return pred_y
```

evaluation的部份，我有輸出acc和ground_truth/predict的比較圖

```
show_result(x1,y1,np.where(pred_y1>=0.5,1,0))
print_acc(y1,np.where(pred_y1>=0.5,1,0))
```

```
show_result(x2,y2,np.where(pred_y2>=0.5,1,0))
print_acc(y2,np.where(pred_y2>=0.5,1,0))
```

2. Experiment setups

(a)sigmoid functions

(1)sigmoid

```
def sigmoid(self,x):
    import numpy as np
    return 1.0/(1.0 + np.exp(-x))

def derivative_sigmoid(self,z,x):
    import numpy as np
    return z * (1.0-z) * x
```

forward就1/1+exp(-x)

back propagation就1*(1-z)，有連鎖率的話就多乘個連鎖率x

(b)Neural network

因為有兩組測資，然後我想順便寫加分題，所以我為兩組測資分別寫了不同的model和training方法。

第一組測資是linear，我使用的網路規格和training規格如下:

```
Initialize Model----------
Model Name:  Model1
First layer:  Dot  layer  Size =  ( 2 , 1000 )
First activation function:  relu
Second layer:  Convolutional  layer  Size =  ( 3 , 1000 )
Second activation function:  sigmoid
Training Mode-------------------------
Data:  Linear
Optimizer:  momentum
Learning rate:  1e-06
parameter_m:  0.99
Total epochs:  10000
```

loss評分標準是用binary cross entropy

input的話每次就是全部測資(100,2)

第二組測資是XOR，我使用的網路規格和training規格如下:

```
Initialize Model----------
Model Name:  Model2
First layer:  Dot  layer  Size =  ( 2 , 500 )
First activation function:  sigmoid
Second layer:  Dot  layer  Size =  ( 500 , 1 )
Second activation function:  sigmoid
Training Mode-------------------------
Data:  XOR_easy
Optimizer:  BGD
Learning rate:  0.001
Total epochs:  150000
```

loss評分標準是用binary cross entropy

input的話每次就是全部測資(21,2)

(C)Back_propagation

(1)sigmoid

```
def sigmoid(self,x):
    import numpy as np
    return 1.0/(1.0 + np.exp(-x))

def derivative_sigmoid(self,z,x):
    import numpy as np
    return z * (1.0-z) * x
```

forward就1/1+exp(-x)

back propagation就1*(1-z)，有連鎖率的話就多乘個x

(2)relu

```
def relu(self,x):
    import numpy as np
    return np.where(x>0 ,x ,0 )

def derivative_relu(self,z,x):
    import numpy as np
    return np.where(z>0 ,x ,0 )
```

relu的forward就是max(x,0)

但back propagation在0時不能微分，但還好只有一個點，所以姑且令back propagation的結果是1 if x>0， 0 if x<=0。然後多一個x是因為連鎖率的關係

(3)Dot layer

假設輸入是X，dot layer是W，輸出就是XW=Y(或WX，但為了實作方便我是用XW)

Dot layer對W的back propagation是transpose(X)乘上前面連鎖率的東西

```
#derivative of dot
#if dot(X,W)=Y
#dY/dW = dot(X^T,previous_chained_rule)
if  self.hidden_layer_name[1] == "Dot":
    self.hidden_layer_gradiant[1] = np.dot(np.transpose(self.activate_func_output[0]),self.hidden_layer_output_gradiant[1])
```

Dot layer對X的back propagation是前面連鎖率的東西乘上transpose(W)

```
#derivative of dot
#if dot(X,W)=Y
#dY/dX = dot(previous_chained_rule,W^T)
if  self.hidden_layer_name[1] == "Dot":
    self.activate_func_output_gradiant[0] = np.dot(self.hidden_layer_output_gradiant[1],np.transpose(self.hidden_layer[1]))
```

(4)convolution layer

假設輸入是X，Convolution layer是W，輸出就是X conv W=Y(或W conv X，但為了實作方便我是用XW)

Convolution layer對W的back propagation是X conv 前面連鎖率的東西

Convolution layer對X的back propagation是前面連鎖率的東西 conv 轉180度的X矩陣，然後要另外padding，大小才會對

但Convolution layer對X的back propagation實作太麻煩，所以我就另外刻一個演算法一格一格算了，因為自己刻的，所以速度慢了不少。

reference:https://blog.csdn.net/Libo_Learner/article/details/84556017

code有點亂，就不放上來了。

詳細code請看我的source code。

(5)binary cross entropy

一個在binary classification情況下，好的loss計算方法。

公式如下:

$$J(\hat{y}) = \frac{-1}{m}\sum_{i=1}^{m} y_i \log(\hat{y}_i) + (1-y_i)(\log(1-\hat{y})$$

back propagation公式如下:

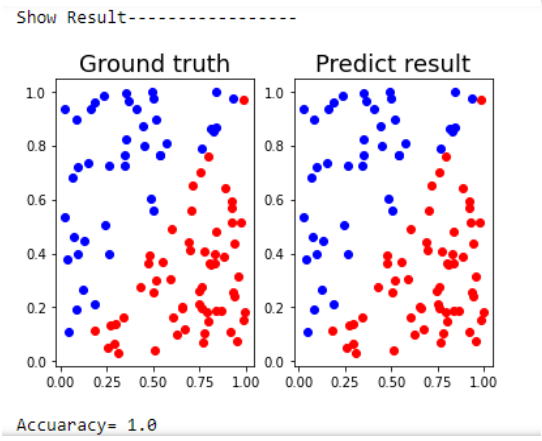
$$\frac{dJ}{d\hat{y}_i} = -1(\frac{y_i}{\hat{y}_i} - \frac{1-y_i}{1-\hat{y}_i})$$

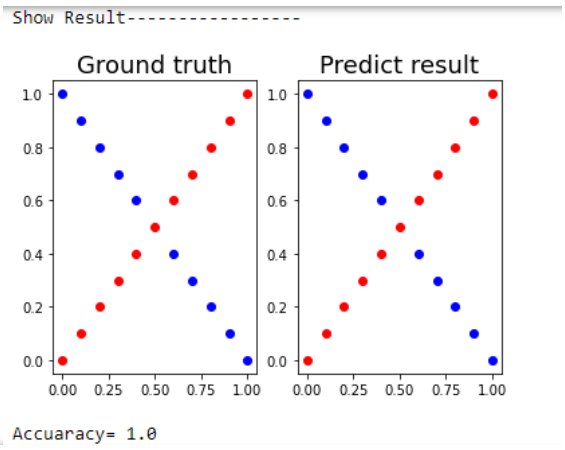
```
def derivative_binary_cross_entropy(self,y,pred_y):
    import numpy as np
    pred_y=np.where(pred_y==1 ,0.999999999, pred_y)
    pred_y=np.where(pred_y==0 ,0.000000001, pred_y)
    return (pred_y-y)/(pred_y*(1-pred_y))
```

3.Results of your testing

(a) Screenshot and comparison figure

(b) Show the accuracy of your prediction

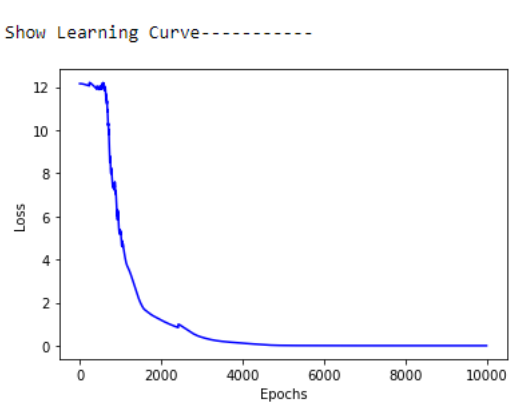


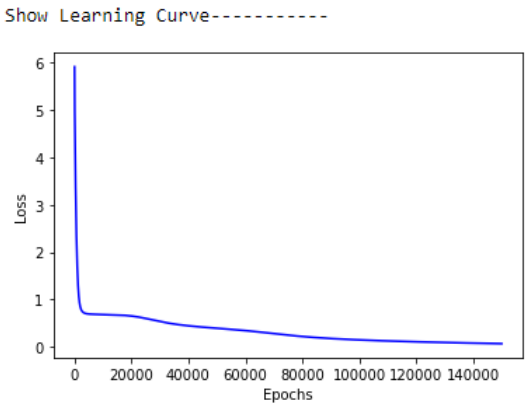


(a)(b)圖片連在一起，只好一起寫了

(c)Learning curve (loss, epoch curve)

linear:(optimizer=momentum)　　XOR:(optimizer=BGD)



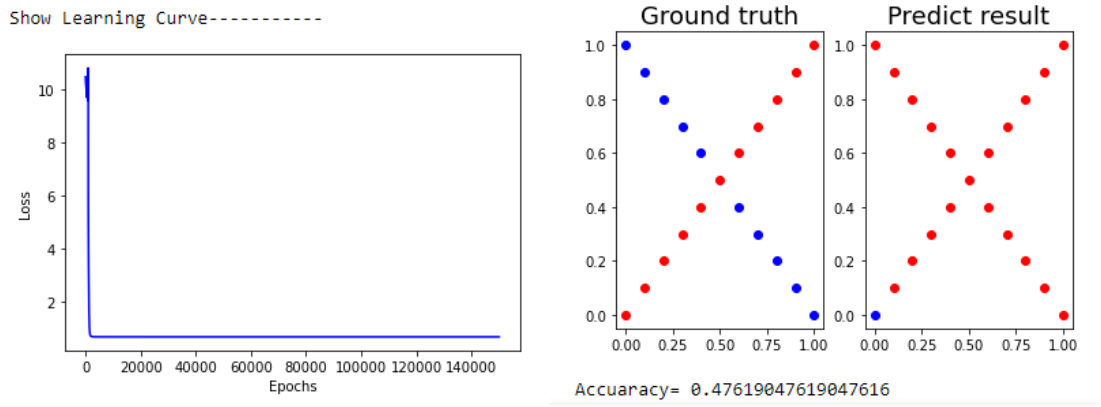


(d)anything you want to present
從3.(c)的learning curve可以看出一些東西
就是optimizer用momentum在初期因為劇烈震盪，所以loss初期會在一個高值，而且learning rate很容易沒調好就很容易train爆(我目前train爆的機率大概1~5% 但為了加分題只能這樣了...)，而BGD比較沒這問題。但是momentum的好處顯現在後期，基本上training的時間夠久，表現通常都比XOR好。

4.Discussion
(a)Try different learning rates
這部分我想分享momentum的learning rates，因為momentum除了learning rates外，還有一個hyperparameter_m，而learning rate取決於hyperparameter_m的衰退速度。
為了展現momentum與BGD的不同，還有為了展現learning rates的重要性，我故意將hyperparameter_m設到0.99，learning rate設到10^-6。
其實我有想要克服3(c)圖中 momentum在初期的劇烈震盪，所以我有直接將momentum調到10^-7，會發現收斂速度變很慢，而且容易收斂在local minimum，這完全與momentum的動機相悖。
當然我也試著將learning rate設大一點(10^-5)，結果就是gradiant太高，loss劇烈震盪卡在高值。
結論是learning rate太大太小都不行。

(b)Try different numbers of hidden units
這份作業一開始我也不知道hidden units要用多大才好，所以我就照著我的XOR的那個model寫(dot layer -sigmoid - dot layer -sigmoid)。然後dot layer分別用過2*4,4*1(因為教授講義例題這樣寫) 和2*10000,10000*1，最後發現都train不太起來，loss降不下來，還以為是我back propagation刻錯。
現在想了想滿合理的，參數太少的話，model含有的資訊量太少，當然訓練不起來。
參數太多的話，我猜是因為內含太多重複，無用的資訊，導致網路無法有效整理資訊。

(c)Try without activation functions
因為輸出想弄在[0,1]間，所以能移除的activation function只能是兩層hidden layer中間的那個activation funciton。
於是我將XOR那組model的第一個activation function移除，結果就是收斂到一定程度後降不下去。
其實這還滿合理的，因為兩個線性矩陣相乘還是線性矩陣，還不如只疊一層。而有人實驗證明，至少兩層hidden layer+activation function才能應付大多簡單分類情形。



(d)Anything you want to share

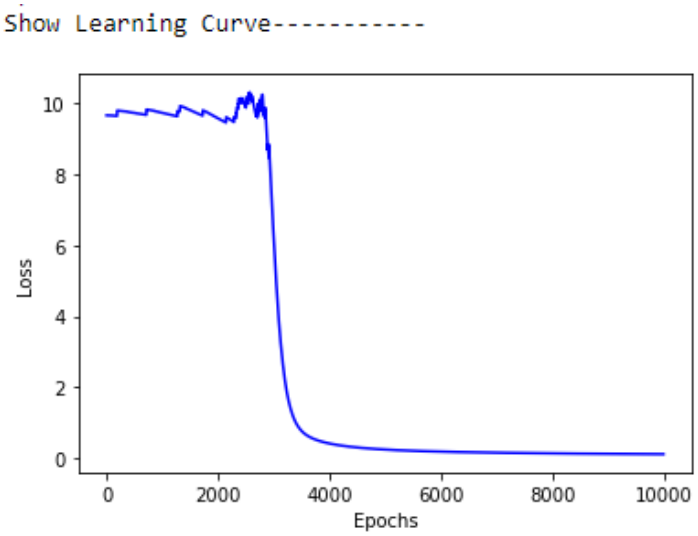
(1) relu真的好用

就算真的沒在loss上看出和sigmoid的差異，他的運算量非常小，要不是convolution手刻算太慢，不然linear的model早就能train個100000epochs了。

(2)convolution layer搭配momentum的效果

從3(c)的linear的loss圖，已經看過convolution配momentum的效果。

接著看下面這張loss圖，把linear的model換成兩層dot layer。



可以很清楚發現，沒有convolution layer的loss curve容易初期更容易在高值徘徊，還有不少次在epoch=30000,40000才開始收斂。換言之，convolution可以有效減少momentum初期在高值徘徊的問題，我認為這是因為convolution同時收取了不同排data的資訊，更能幫助模型統整資料的特性。

但也有個小缺點，就是convolution在收斂時偶爾會跳起來，不過目前沒看到有甚麼不良影響。

5.

(a)Implement different optimizers.

Momentum

BGD的壞處就是容易收斂到local minimum，而momentum靈感來自現實生活中的物理世界，可以翻過local minimum，去到更低的地方。

所以我在XOR的模型使用BGD外，我又在我Linear的模型另外寫了Momentum。

公式:

算法 8.2 使用动量的随机梯度下降（SGD）

Require: 学习率 ϵ，动量参数 α

Require: 初始参数 θ，初始速度 v

while 没有达到停止准则 **do**

从训练集中采包含 m 个样本 $\{x^{(1)}, \ldots, x^{(m)}\}$ 的小批量，对应目标为 $y^{(i)}$。

计算梯度估计：$g \leftarrow \frac{1}{m} \nabla_\theta \sum_i L(f(x^{(i)}; \theta), y^{(i)})$

计算速度更新：$v \leftarrow \alpha v - \epsilon g$

指数衰减平均，以alpha为衰减力度，alpha越大，之前梯度对现在方向的影响也越大

应用更新：$\theta \leftarrow \theta + v$

end while


```
if self.optimizer == "momentum":
    self.layer1_v = self.a * self.layer1_v - learning_rate * self.hidden_layer_gradiant[0]
    self.hidden_layer[0] += self.layer1_v
    self.layer2_v = self.a * self.layer2_v - learning_rate * self.hidden_layer_gradiant[1]
    self.hidden_layer[1] += self.layer2_v
```

(b)Implement different activation functions.

我在Linear的模型加了一層relu，發現速度比sigmoid快上很多。

Forward，Back propagation和實作在2.(c)已經提過。

(c)Implement convolutional layers.

我在Linear的模型加了一層convolution，發現因為同時吸收多格的資訊，可以幫助momentum早期快速收斂。

Forward，Back propagation在2.(c)