XỬ LÝ THÔNG TIN MỜ

TDK

MỞ ĐẦU

- Mục đích môn học: Trình bày các kiến thức cơ bản về lý thuyết tập mờ và ứng dụng xử lý các thông tin không chính xác, không đầy đủ, không chắc chắn.
- Nội dung môn học:

  - Tập mờ, quan hệ mờ, suy diễn mờ

  - Hệ mờ và ứng dụng
- Đánh giá:

  - Điểm giữa kỳ, bài tập lớn

  - Thi kết thúc môn học

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Hồ Thuần, Đặng Thanh Hà, Logic mờ và ứng dụng, Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội
- T.J. Ross, Zimmermann, …, FSS …

CHƯƠNG 1 - NHẬP MÔN

- Thông tin và xử lý thông tin
- Biến ngôn ngữ

THÔNG TIN VÀ XỬ LÝ THÔNG TIN

- Con người tư duy trên ngôn ngữ tự nhiên

  - Học, quy nạp

  - Diễn giải, chuẩn hóa

  - Suy luận
- Cần có các mô hình để biểu diễn và xử lý thông tin
- Thông tin:

  - Các yếu tố mơ hồ, không chính xác, không đầy đủ, không rõ ràng … (khoảng, xấp xỉ, gần, hơn, …)

  Không gian tham chiếu $\longrightarrow X$

  - Các yếu tố không chắc chắn, độ tin cậy, nhiễu …(có thể, hầu hết, ít nhất, …)

  Độ tin cậy (đúng, sai) [0,1] $\longrightarrow \mu$

  Có trường hợp không đúng, không sai

THÔNG TIN VÀ XỬ LÝ THÔNG TIN

- Ví dụ: cơ sở dữ liệu

  (Họtên, Tuổi, Lương)

  t1 = ("Nguyễn Văn A", 26, 3000000)

  t2 = ("Phạm Văn B", *xấp xỉ 25*, *cao*)
- Thêm thuộc tính: Độtincậy

  (Họtên, Tuổi, Lương, Độtincậy)

  t2 = ("Phạm Văn B", *xấp xỉ 25*, *cao*, *0.8*)

BIẾN NGÔN NGỮ

- (V, T_V, X, G, M), trong đó:
  - V là tên của biến ngôn ngữ
  - T_V là tập giá trị của biến ngôn ngữ
  - X là không gian tham chiếu
  - G là cú pháp sản sinh ra các phần tử T_V
  - M là tập các luật ngữ nghĩa

VÍ DỤ BIẾN NGÔN NGỮ

- TUỔI
- {young, old, very old, moreorless young, not old and not young, …}
- [0, 100]
- $T \leftarrow A \mid T$ or A; $A \leftarrow B \mid A$ and B;

  $B \leftarrow C \mid$ not C; $C \leftarrow (T) \mid D \mid E$

  $D \leftarrow$ very $D \mid$ moreorless $D \mid$ young

  $E \leftarrow$ very $E \mid$ moreorless $E \mid$ old
- M_{old}, M_{young}, M_{very}, M_{and}, …

VÍ DỤ BIẾN NGÔN NGỮ

- $M_{old}(u) = $ 0, với $u<50$
  $(u-50) / 10$, với $50 \le u \le 60$
  1, với $u>60$

Hoặc

- $M_{old}(u) = $ 0, với $u \le 50$
  $1/[1+25/(u-50)^2]$, với $u>50$

CHƯƠNG 2 - TẬP MỜ

- Tập mờ
- Các phép toán với tập mờ
- Nguyên lý mở rộng
- Các độ đo mờ

2.1. TẬP MỜ

- **Tập con (rõ)**: Cho không gian X, tập $A \subset X$ được định nghĩa bởi hàm đặc trưng

  $\chi_A: X \to \{0,1\}$, với $\chi_A(u)=1$, nếu $u \in A$, và

  $\chi_A(u)=0$, nếu $u \notin A$

- **Tập (con) mờ**: Cho không gian X, tập $\widetilde{A} \subset X$ được biểu diễn bởi hàm thuộc $\mu_{\widetilde{A}}: X \to [0,1]$, với $\mu_{\widetilde{A}}(u)$ là độ thuộc của phần tử $u \in X$ vào $\widetilde{A}$

  Biểu diễn: $A = \{ (u, \mu_A(u)) \mid u \in X$ và $\mu_A: X \to [0,1] \}$

  Ví dụ: X = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10},

nhỏ = {(1,1.0), (2,0.6), (3,0.2), (4,0.0), …, (10,0.0) }

BIỂU DIỄN TẬP MỜ

- X hữu hạn

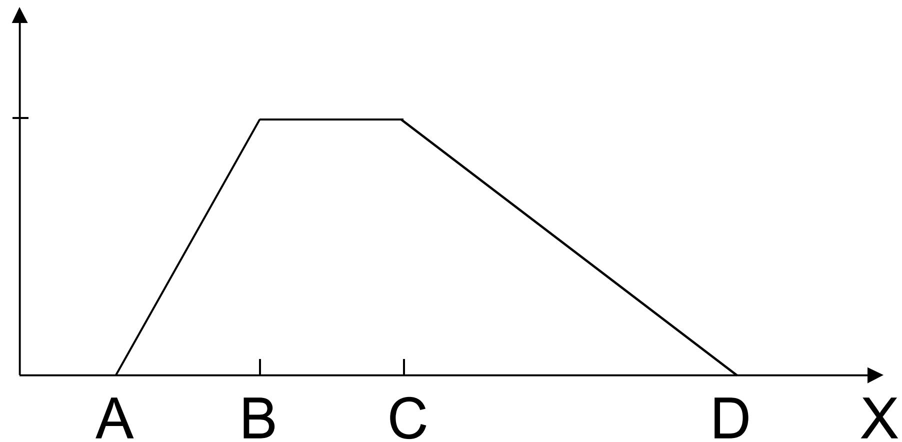
$$A = \frac{\mu_A(u_1)}{u_1} + \frac{\mu_A(u_2)}{u_2} + \ldots + \frac{\mu_A(u_n)}{u_n} = \sum_{u_i \in X} \frac{\mu_A(u_i)}{u_i}$$

- X không hữu hạn

$$A = \int_X \mu_A(u)/u$$

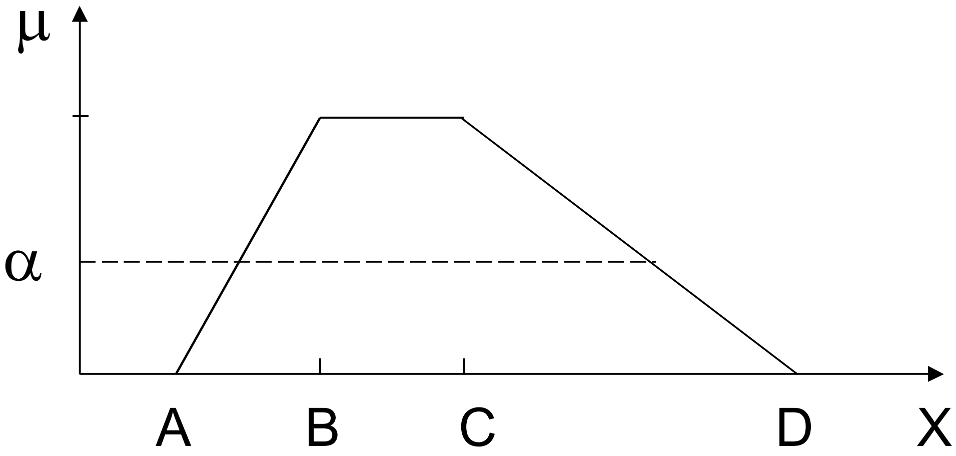
CÁC ĐẶC TRƯNG CỦA TẬP MỜ

- *Giá đỡ*: Supp(A) = $\{u \in X \mid \mu_A(u) > 0\}$
- *Chiều cao*: h(A) = $\sup_{u \in X} \mu_A(u)$
- *Tập mờ chuẩn*: nếu chiều cao =1
- *Nhân*: ker(A) = $\{u \in X \mid \mu_A(u) = 1\}$
- *Lực lượng*: $|A| = \Sigma_{u \in X} \mu_A(u)$



α-CUT

- Lát cắt α: $A_\alpha = \{u \in X \mid \mu_A(u) \geq \alpha,\ \alpha \in [0,1]\}$ còn gọi là tập rõ mức α của A



- Định lý: $\forall u \in X : \mu_A(u) = \sup_{\alpha \in [0,1]} \alpha . \chi_{A\alpha}(u)$

VÍ DỤ

- $X = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

$$A = \frac{0.2}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.8}{4} + \frac{1}{5} + \frac{0.8}{6} + \frac{0.5}{7} + \frac{0.2}{8}$$

- $A_{0.2} = \{2,3,4,5,6,7,8\}$
- $A_{0.5} = \{3,4,5,6,7\}$
- $A_{0.8} = \{4,5,6\}$
- $A_{1.0} = \{5\}$

2.2. CÁC PHÉP TOÁN VỚI TẬP MỜ

- Tập mờ là sự mở rộng của tập rõ, thêm 1 chiều biểu diễn độ thuộc --> cần xét hàm thuộc
- Các tập mờ trên cùng không gian tham chiếu
- Các tập mờ khác không gian tham chiếu

SO SÁNH CÁC TẬP MỜ

- Cho 2 tập mờ A, B xác định trên cùng không gian X, ta có A=B, nếu $\forall u \in X$: $\mu_A(u) = \mu_B(u)$
- Cho 2 tập mờ A, B xác định trên cùng không gian X, ta có A bao hàm trong B, nếu $\forall u \in X$: $\mu_A(u) \leq \mu_B(u)$, ký hiệu $A \subset B$
  (*có thể viết* $A \subset X$*, cho "A xác định trên không gian X"*)

BIẾN ĐỔI TẬP MỜ

- very A = A^{β}, với $\beta>1$, thường lấy $\beta=2$

  Ta có very A $\subset$ A
- mol A = A^{β}, với $1>\beta>0$, thường lấy $\beta=0.5$

  Ta có A $\subset$ mol A
- Họ M = {A^{β}, $\beta>0$} = {A, very A, mol A, very very A, very mol A, mol mol A, mol very A, …}

MỜ HOÁ VÀ KHỬ MỜ

- Mờ hoá: giá trị u$\in$X tương ứng tập mờ đơn trị
- Từ một nhãn ngôn ngữ, có thể biểu diễn bằng các dạng tập mờ khác nhau: khoảng, tam giác, hình thang, hình chuông, …
- Khử mờ: chuyển tập mờ về một giá trị rõ

$$x^* = \frac{\sum_{u \in X} \mu_A(u)^\beta . u}{\sum_{u \in X} \mu_A(u)^\beta}$$

Nếu $\beta \to \infty$: cực đại, β=1: trung bình

CÁC PHÉP TOÁN VỚI TẬP MỜ

- Cho $A \subset X$, $B \subset X$ (A, B trên cùng không gian)
- Hợp: $A \cup B = \{(u, \max\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}) \mid u \in X\}$

$$\mu_{A \cup B}(u) = \max\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$$

- Giao: $A \cap B = \{(u, \min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}) \mid u \in X\}$

$$\mu_{A \cap B}(u) = \min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$$

- Phần bù: $A^C = \{(u, 1-\mu_A(u)) \mid u \in X\}$

VÍ DỤ

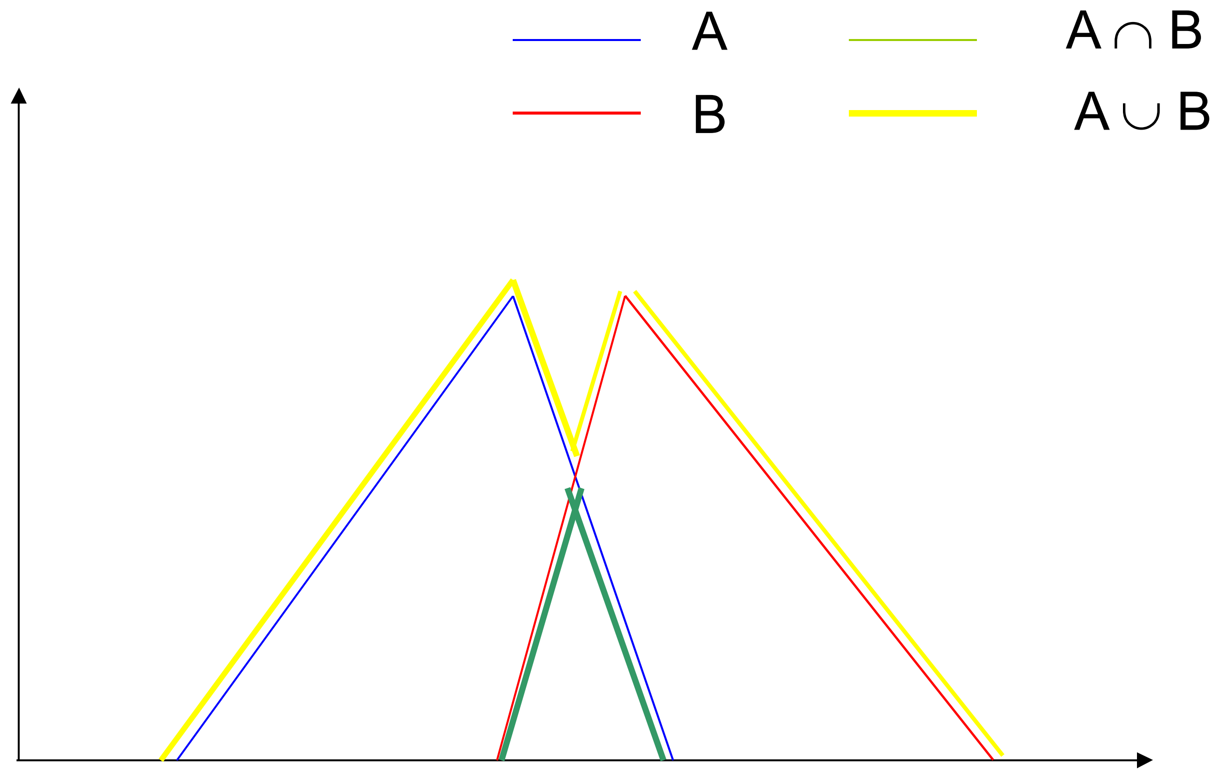
$$A = \frac{0.5}{x_1} + \frac{0.7}{x_2} + \frac{0.8}{x_3} + \frac{0.1}{x_4} \qquad B = \frac{0.4}{x_1} + \frac{1.0}{x_2} + \frac{0.3}{x_3} + \frac{0.3}{x_4}$$

$$A \cup B = \frac{0.5}{x_1} + \frac{1.0}{x_2} + \frac{0.8}{x_3} + \frac{0.3}{x_4}$$

$$A \cap B = \frac{0.4}{x_1} + \frac{0.7}{x_2} + \frac{0.3}{x_3} + \frac{0.1}{x_4}$$

$$B^C = \frac{0.6}{x_1} + \frac{0.7}{x_3} + \frac{0.7}{x_4}$$

HÌNH VẼ



AND, OR, NOT CỦA CÁC TẬP MỜ

- Tổng quát hoá: các hàm f,g: $[0,1]\times[0,1]\rightarrow[0,1]$

$\mu_{A \text{ and } B}(u)=f(\mu_A(u),\mu_B(u))$, $\mu_{A \text{ or } B}(u)=g(\mu_A(u),\mu_B(u))$

- Các tiêu chuẩn cho f, g (Bellman, Giertz):

(i) $f(a,b) \le \min(a,b)$, $g(a,b) \ge \max(a,b)$

(ii) $f(1,1)=1$, $g(0,0)=0$

(iii) f(a,a), g(a,a) đơn điệu tăng theo a

(iv) Giao hoán: $f(a,b)=f(b,a)$, $g(a,b)=g(b,a)$

(v) f(a,b), g(a,b) không giảm và liên tục theo các đối số a,b

CÁC VÍ DỤ CHO AND, OR

- Zadeh: min(a,b), max(a,b)
- Giles: algebraic product a.b, sum a+b-ab
- Bonissone, Decker: drastic product, sum

(b=1: a, a=1: b, else 0), (b=0: a, a=0: b, else 1)

- Lukasiewicz: bounded difference, sum
  max(a+b-1,0), min(a+b,1)
- Einstein product, sum:
  ab / [2-(a+b-ab)], (a+b) / (1+ab)
- Hamacher: ab / (a+b-ab), (a+b-2ab) / (1-ab)

CHUẨN VÀ ĐỐI CHUẨN TAM GIÁC

- Chuẩn tam giác t: $[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ thoả:

  giao hoán: t(a,b)=t(b,a), *kết hợp*: t(t(a,b),c) = t(a,t(b,c)), *đơn điệu*: t(a,c)≤t(b,d), nếu a≤b, c≤d, *phần tử trung hoà =1*: t(a,1)=a
- Đối chuẩn tam giác s: $[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ thoả:

  giao hoán, kết hợp, đơn điệu, phần tử trung hoà = 0
- Phủ định: n: $[0,1] \rightarrow [0,1]$ thoả: n(0)=1, n(1)=0, n(a)≤n(b), nếu a≥b
- Tính đối ngẫu: n(t(a,b)) = s(n(a),n(b))

VÍ DỤ

- Zadeh (t_3,s_3): min(a,b), max(a,b), 1-a
- Hamacher $(t_{2.5},s_{2.5})$: ab / (a+b-ab), (a+b-2ab) / (1-ab), 1-a
- Algebraic (t_2,s_2): a.b, a+b-a.b, 1-a
- Bounded (t_1,s_1): max(a+b-1,0), min(a+b,1), 1-a
- Einstein $(t_{1.5},s_{1.5})$: ab / [2-(a+b-ab)], (a+b) / (1+ab), 1-a
- Cực biên (t_0,s_0): (b=1: a, a=1: b, else 0), (b=0: a, a=0: b, else 1), 1-u

MỘT SỐ HỌ t-CHUẨN, s-ĐỐI CHUẨN

- Họ Hamacher: $ab / [\gamma + (1-\gamma)(a+b-ab)]$
  $[(\gamma'-1)ab + a + b] / [1 + \gamma' ab]$, với $\gamma \geq 0$, $\gamma' \geq -1$
- Họ Yager: $1 - \min(1, [(1-a)^p+1-b)^p]^{1/p})$
  $\min(1, [a^p + b^p]^{1/p})$, với $p \geq 1$
- Họ Dubois: $ab / \max(a,b,\alpha)$
  $[a+b-ab - \min(a,b,1-\alpha)] / \max(1-a,1-b,\alpha)$,
  với $\alpha \in [0,1]$

PHÉP TÍCH ĐỀ CÁC

- Giả sử có nhiều không gian tham chiếu X_1, X_2, …, X_r, không có tác động lẫn nhau, cho $A_1 \subset X_1$, $A_2 \subset X_2$, …, $A_r \subset X_r$, thì Tích đề các $A = A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_r$ là tập mờ xác định trên không gian $X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_r$ với hàm thuộc

$$\mu_A(u_1, u_2, \ldots, u_r) =$$

$$= \min\{\mu_{A1}(u_1), \mu_{A2}(u_2), \ldots, \mu_{Ar}(u_r)\}$$

- Hình chiếu trên X_1 của tập mờ $A \subset X_1 \times X_2$ là:

với $u_1 \in X_1$: $\mu_{\,\mathrm{Proj}X_1(A)}(u_1) = \sup_{u_2 \in X_2} \mu_A(u_1, u_2)$

VÍ DỤ

$$A = \frac{0.5}{x_1} + \frac{0.7}{x_2} \qquad B = \frac{0.4}{y_1} + \frac{1.0}{y_2} + \frac{0.3}{y_3}$$

$$A \times B = \frac{0.4}{(x_1, y_1)} + \frac{0.5}{(x_1, y_2)} + \frac{0.3}{(x_1, y_3)} + \frac{0.4}{(x_2, y_1)} + \frac{0.7}{(x_2, y_2)} + \frac{0.3}{(x_2, y_3)}$$

$$\Pr oj_X(A \times B) = \frac{\sup\{0.4, 0.5, 0.3\}}{x_1} + \frac{\sup\{0.4, 0.7, 0.3\}}{x_2}$$

2.3. NGUYÊN LÝ MỞ RỘNG

- Cho tập mờ $A \subset X$ và ánh xạ $\varphi: X \rightarrow Y$, thì có thể định nghĩa tập mờ $B \subset Y$ thông qua A và φ như sau:
- Với $y \in Y$,

$$\mu_B(y) = \sup_{\{x \in X \text{ và } y=\varphi(x)\}} \mu_A(x), \text{ nếu } \varphi^{-1}(y) \neq \emptyset$$

$$\mu_B(y) = 0, \text{ nếu } \varphi^{-1}(y) = \emptyset$$

- Ví dụ: A = {(2, 0.4), (3, 0.7), (4, 0.2)},

$\varphi(2)$=nâu, $\varphi(3)$=nâu, $\varphi(4)$=đỏ

➔ B = { (nâu, 0.7), (đỏ, 0.2) }

! Ý nghĩa: dẫn xuất thông tin

SỐ MỜ

- Số mờ M là một tập mờ lồi, chuẩn trên R, thoả mãn: Tồn tại x_0, với $\mu_M(x_0)=1$ và $\mu_M(x)$ liên tục
- Bằng nguyên lý mở rộng, có thể định nghĩa các phép toán đại số trên số mờ
  $\mu_{M\otimes N}(z) = \sup_{z=x\times y} \min \{\mu_M(x), \mu_N(y)\}$
- M dương, âm, $\mu_{-M}(x)=\mu_M(-x)$, $\mu_{\lambda M}(x)=\mu_M(\lambda x)$, $\mu_{M-1}(x)=\mu_M(1/x)$, …

TẬP MỜ KIỂU LR

- Số mờ M có kiểu LR nếu tồn tại hàm L (trái), R (phải), $\alpha>0$ và $\beta>0$, với

  $\mu_M(x) = L((m-x)/\alpha)$ với $x \le m$

  $\qquad\qquad R((x-m)/\beta)$ với $x \ge m$

- Ví dụ: $L(x)=1/(1+x^2)$, $R(x)=1/(1+2|x|)$, $\alpha=2$, $\beta=3$, $m=5$

KHOẢNG MỜ

- Với khoảng $[m_1, m_2]$ ta có khoảng mờ
  $\mu_M(x) =$ $L((m_1\text{-}x)/\alpha)$ với $x \leq m$
  $R((x\text{-}m_2)/\beta)$ với $x \geq m$
- Có thể dùng nguyên lý mở rộng để định nghĩa các phép toán trên khoảng mờ
- Các dạng tập mờ thường gặp: tập mờ tam giác, tập mờ hình thang, tập mờ Gauss, …

2.4. ĐỘ ĐO MỜ

- Cho F(X) là tập các tập mờ trên X, độ đo mờ g: $F(X) \rightarrow [0,1]$, thỏa mãn:

  $g(\emptyset)=0$, $g(X)=1$, nếu $A \subset B$ thì $g(A) \leq g(B)$, nếu $A_1 \subset A_2 \subset \ldots \subset A_n$ thì $\lim_{n\to\infty} g(A_n) = g(\lim_{n\to\infty} A_n)$
- Độ đo khả năng: Cho P(X) là tập các tập con của X, $\Pi: P(X) \rightarrow [0,1]$, thỏa mãn

  $\Pi(\emptyset)=0$, $\Pi(X)=1$, nếu $A \subset B$ thì $\Pi(A) \leq \Pi(B)$, $\Pi(\cup A_i) = \sup_i \Pi(A_i)$ với $i \in I$ là một tập chỉ số

VÍ DỤ – ĐỘ ĐO KHẢ NĂNG

- Cho $X = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$, có $\Pi(\{8\})=1$, $\Pi(\{7\})=\Pi(\{9\})=0.8$, $\Pi(\{5\})=0.1$, $\Pi(\{6\})=\Pi(\{10\})=0.5$, $\Pi(\{1\})=\ldots=\Pi(\{4\})=0$,
- Với $A = \{2,5,9\}$ thì $\Pi(A) = \sup\{0,0.1,0.8\} = 0.8$

ĐỘ ĐO TÍNH MỜ

- Cho các tập mờ A, B trên không gian X, độ đo tính mờ thường thỏa mãn:

  (i) d(A)=0, nếu A là tập rõ

  (ii) d(A) đạt cực đại, nếu $\mu_A(x)=0.5$, $\forall x \in X$

  (iii) $d(B) \leq d(A)$ nếu B "rõ" hơn A, nghĩa là $\mu_B(x) \leq \mu_A(x) \leq 0.5$ hoặc $\mu_B(x) \geq \mu_A(x) \geq 0.5$

  (iv) $d(A) = d(\overline{A})$ với $\overline{A}$ là phần bù của A

ĐỊNH NGHĨA CỦA deLuca,Termini

- Cho tập mờ A trên không gian X, thì $d(A) = H(A) + H(\overline{A})$ với $H(A) = -k \sum_i \mu_A(x_i).\ln(\mu_A(x_i))$, $k>0$
- Ngắn gọn, gọi $S(x) = -x.\ln(x) - (1-x).\ln(1-x)$ thì $d(A) = k \sum_i S(\mu_A(x_i))$

VÍ DỤ

- Cho

A = {(2,0.1), (3,0.5), (4,0.8), (5,1), (6,0.8), (7,0.5), (8,0.1)}   số nguyên gần 5

B = {(1,0.1), (2,0.3), (3,0.4), (4,0.7), (5,1), (6,0.8), (7,0.5), (8,0.3), (9,0.1)}

- Với k=1, có d(A)=0.325+0.693+0.501+0+ 0.501+0.693+0.325 = 3.308

  d(B)=0.325+0.611+0.673+0.611+0+0.501 +0.693+0.611+0.325 = 4.35

ĐỊNH NGHĨA CỦA Yager

- Khoảng cách giữa A và Phần bù của A càng lớn thì càng rõ, càng nhỏ thì càng mờ
- Cho $D_p(A,\overline{A}) = [\, \sum_i |2\mu_A(x_i)-1|^p \,]^{1/p}$, p=1,2,3,… $\|supp(A)\|$ là lực lượng của giá đỡ của A mũ 1/p, thì

  $f_p(A) = 1 - D_p(A,\overline{A}) \,/\, \|supp(A)\|$
- Ví dụ: Với A, B như ở ví dụ trước, có

$f_1(A)=1- 3.8/7 = 0.457$, $f_1(B)=1- 4.6/9 = 0.489$,
$f_2(A)=1- 1.73/2.65 = 0.347$, $f_2(B)= 0.407$

TỔNG KẾT CHƯƠNG

- Thông tin rõ x - thông tin mờ (x, .)
- Biến rõ (V,X,u) - biến ngôn ngữ (V,X,U, ., .)
- Rõ -> mờ : tập mờ đơn trị; nguyên lý mở rộng

  Mờ -> rõ : khử mờ; lát cắt α
- Các phép toán với tập mờ :

  - phép toán tập hợp: hội, tuyển, phủ định, tích đề các ...

  - phép toán đại số: dùng nguyên lý mở rộng

CHƯƠNG 3 – QUAN HỆ MỜ

- Quan hệ mờ
- Phép hợp thành

QUAN HỆ MỜ

- Cho các không gian X, Y, quan hệ mờ trên $X \times Y$ là $R = \{((x,y), \mu_R(x,y)) \mid (x,y) \in X \times Y\}$
- Ví dụ:

$$\mu_R(x,y) = \begin{cases} 0, & \text{với } x \le y; \\ 1, & \text{với } x > 11y \\ (x-y)/10y, & \text{với } y < x \le 11y \end{cases}$$

- Ví dụ:

$$\mu_R(x,y) = \begin{cases} 0, & \text{với } x \le y \\ 1 / (1+(x-y)^{-2}), & \text{với } x > y \end{cases}$$

VÍ DỤ

R	y1	y2	y3	y4
x1	0.8	1	0.1	0.7
x2	0	0.8	0	0
x3	0.9	1	0.7	0.8

Z	y1	y2	y3	y4
x1	0.4	0	0.9	0.6
x2	0.9	0.4	0.5	0.7
x3	0.3	0	0.8	0.5

CÁC PHÉP TOÁN

- Phép $\cup$, $\cap$, … giống như với tập mờ
- Phép chiếu

  $R^{(1)} = \{(x, \max_y \mu_R(x,y)) \mid (x,y) \in X \times Y\} \subseteq X$

  $R^{(2)} = \{(y, \max_x \mu_R(x,y)) \mid (x,y) \in X \times Y\} \subseteq Y$
- Lưu ý:

  - Có thể có nhiều quan hệ khác nhau nhưng có kết quả phép chiếu giống nhau

  - Có thể mở rộng quan hệ n-ngôi

PHÉP HỢP THÀNH

- Cho $R \subseteq X \times Y$, $S \subseteq Y \times Z$, có thể kết hợp R và S tạo thành quan hệ $T = R \circ S \subseteq X \times Z$

  $\mu_T(x,z) = \max_{y \in Y} \min \{\mu_R(x,y), \mu_S(y,z)\}$
- Lưu ý:

  - Có thể thay min bằng các t-chuẩn khác

  - Có thể giải thích bằng nguyên lý mở rộng

VÍ DỤ

R	y1	y2	y3	y4	y5
x1	0.1	0.2	0	1	0.7
x2	0.3	0.5	0	0.2	1
x3	0.8	0	1	0.4	0.3

S	z1	z2	z3	z4
y1	0.9	0	0.3	0.4
y2	0.2	1	0.8	0
y3	0.8	0	0.7	1
y4	0.4	0.2	0.3	0
y5	0	1	0	0.8

R∘S	y1	y2	y3	y4
x1	0.4	0.7	0.3	0.7
x2	0.3	1	0.5	0.8
x3	0.8	0.3	0.7	1

TÍNH CHẤT PHÉP HỢP THÀNH

- Phép hợp thành max-min thoả tính chất kết hợp $(R1 \circ R2) \circ R3 = R1 \circ (R2 \circ R3)$
- Quan hệ mờ trên $X \times X$

  - Phản xạ: $\mu_R(x,x)=1 \ \forall x \in X$
  Nếu R, S phản xạ thì $R \circ S$ cũng phản xạ

  - Đối xứng: $\mu_R(x,y)=\mu_R(y,x) \ \forall x,y \in X$
  Nếu R, S đối xứng và $R \circ S = S \circ R$ thì $R \circ S$ cũng đối xứng

  - Phản đối xứng: nếu $\mu_R(x,y)>0$ và $x \neq y$ thì $\mu_R(y,x)=0$ (Zadeh, *còn có các định nghĩa khác*)

TÍNH CHẤT PHÉP HỢP THÀNH

- Quan hệ mờ trên $X \times X$ (tiếp)

  \- Bắc cầu: R bắc cầu, nếu $R \circ R \subset R$

  Nếu R phản xạ và bắc cầu thì $R \circ R = R$

  Nếu R và S bắc cầu, $R \circ S = S \circ R$ thì $R \circ S$ cũng bắc cầu
- Các quan hệ đặc biệt trên $X \times X$: quan hệ xấp xỉ, quan hệ tương tự, quan hệ ưu tiên, …