|  |  |
| --- | --- |
| **BÀI TOÁN** | **LỜI GIẢI** |
| **Elip** | |
| Cho elip. Tìm những điểm M trên elip sao cho :   1. , ở đây F1 và F2 lần lượt là các tiêu điểm của elip 2. Sao cho MF1 = 2 MF2   (Loại bài xác định điểm trên elip  Sách: Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng và không gian tập 4, ví dụ 1 trang 141) | 1. Xét elip (1)   Ta có : a = 3, b = 1 =>  Gọi M() là điểm trên elip sao cho :  Vì F1 = () và F2 = () nên ta có:  Để ta cần có: (2)  Mặt khác vì M() nằm trên elip (1) nên ta có: (3)  Thay (3) vào (2) ta có :  (4)  Từ đó suy ra: (5)  Từ (4) và (5) suy ra trên elip(1) có 4 điểm M cần tìm là:  ; ; ;   1. Gọi M() là điểm trên elip sao cho : MF1 = 2 MF2 (6)   Áp dụng công thức tính bán kính qua tieeu ta có:  (ở đây ta có : a = 3, b = 1 => )  Từ đó ta có: (7)  Mặt khác do M() nằm trên elip (1) nên ta có: (8)  Từ (7), (8) suy ra :    Vậy trên elip có 2 điểm M thõa (6) là: |
| Cho elip (E) và đường thẳng (d): 2x+15y-10=0   1. Chứng minh (d) cắt (E) tại 2 điểm phân biệt A,B. Trong đó A nằm trên trục hoành. Tìm độ dài AB 2. Xác định điểm C trên (E) sao cho tam giác ABC cân đỉnh A   (Loại bài toán về sự tương giao của elip với đường thẳng, đường cong khác.  Sách … trang 146) | 1. Xét hệ phương trình:   Số giao điểm của (E) với (d) là số nghiệm của hệ phương trình trên  Giải hệ trên ta có nghiệm:    Vì A nằm trên trục hoành nên A(5;0) và B()  Ta có : AB =   1. Do A thuộc trục hoành Ox nên ABC là tam giác cân đỉnh A khi và chỉ khi C là điểm đối xứng của B qua Ox. Do đó C=() |
| Trên mặt phẳng tọa độ cho elip với phương trình , có 2 tiêu điểm F1, F2. A và B là 2 điểm nằm trên elip sao cho AF1 + BF2 = 8. Tính AF2 + BF1.  (Loại bài toán liên quan đến định nghĩa của elip.  Sách … trang 149  ) | Từ suy ra a=5; b=4.  Do A và B đều thuộc elip nên theo định nghĩa ta có:  Từ đó ta có :  (AF1 + BF2) + (AF2 + BF1) = 20  Do AF1 + BF2 = 8 nên AF2 + BF1 = 12 |
| Cho 2 điểm F1(-4;0) và F2(4;0) và điểm A(0;3)   1. Lập phương trình cính tắc của elip E qua A và có 2 tiêu điểm F1, F2 2. Tìm tọa độ điểm M trên (E) sao cho MF1 = 2MF2   (Loại bài toán lập phương trình chính tắc của elip  Sách Phương pháp giải toán hình học giải tích trong mặt phẳng, ví dụ 3, trang 187) | 1. Vì 2 tiêu điểu F1, F2 thuộc Ox và đối xứng qua Oy nên elip có dạng   (E) : (a>b)  Tiêu cự c = 4 => (1)  Điểm A(0;3) thuộc (E) nên (2)  Từ (1) và (2) suy ra  Vậy phương trình (E) :   1. Gọi M() là điểm trên elip sao cho : MF1 = 2 MF2   **Cách 1: Áp dụng công thức**  ⬄  Vì MF1 = 2 MF2 nên ⬄ x0 = => y0 =  Vậy tồn tại 2 điểm M thõa đề bài bài:  và  **Cách 2:**  Từ MF1 = 2 MF2 và MF1+MF2 = 2a suy ra 3MF1 = 2a =>  <=> (3)  Mặt khác M thuộc E nên (4)  Giải hệ tạo bởi (3) và (4) ta được và |
| Cho elip có phương trình . Cho M(1;1). Lập phương trình đường thẳng qua M và cắt elip tại 2 điểm A, B sao cho MA = MB  (Loại bài toán vị trí tương đối của điểm, đường thẳng, elip  Sách .. 2… ví dụ 4 trang 211) |  |
| Trong mặt phẳng với hệ toạn độ Oxy, cho điểm C(2;0) và elip (E) . Tìm tọa độ các điểm A,B thuộc (E) biết rằng :   1. A, B đối xứng nhau qua trục hoành và tam giác ABC đều 2. A, B có hoành độ dương sao cho tam giác OAB cân tại O có diện tích lớn nhất   (Đề thi đại học khối A năm 2011 – sách 3 trang 284) | (chỉ giải câu a)  Gọi A() là điểm trên elip. Vì A, B đối xứng nhau qua trục hoành nên B()  Ta có :  Vì A thuộc (E) nên ⬄ (1)  Vì tam giác ABC đều nên AB = AC ⬄ (2)  Từ (1) và (2) suy ra  Với => => A trùng C (loại).  Vậy A(), B() hoặc A(), B() |
|  |  |
| **Hyperbol** | |
| Cho (H) , trong đó F1, F2 là tiêu điểm trái và phải của hypebol. Tìm M thuộc (H) sao cho MF2 = 2MF1  (Loại bài toán xác định điểm trên Hypebol  Sách 1, ví dụ 4 trang 178) | Gọi M() là điểm trên (H) sao cho : MF2 = 2 MF1  Ở đây a = 2;  Ta có (1) ⬄ ⬄ ⬄  Do M() thuộc (H) nên || ≥ 2  Vậy tọa độ M cần tìm là M() |
| Cho (H): .   1. Viết phương trình các đường chuẩn của (H) 2. Viết phương trình các đường tiệm cận của (H) 3. Gọi M là điểm bất kỳ trên (H), vẽ MI và MJ vuông góc với 2 tiệm cận. Chứng minh MI.MJ không đổi   (Loại bài toán về đường tiệm cận của Hypebol  Bài 1 trang 349 sách 4) | 1. (H): ⬄ (H):   Suy ra (H) có tâm O, trục thực trên Ox  Ta có :  Phương trình các đường chuẩn   1. Phương trình các đường tiệm cận   ⬄ 3x ± 4y = 0   1. Cho M() thuộc (H)   Vẽ MI vuông góc với (d) 3x - 4y =0;  Vẽ MJ vuông góc với (d’) 3x + 4y =0;  Ta có  Do đó =  Mà M thuộc (H) nên : ⬄  Vậy MI.MJ = 144/25 |
| Cho (H) và đường thẳng (d) x – y – 2 =0   1. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (H) 2. Viết phương trình tiếp tuyến của (H) tại các giao điểm trên 3. Viết phương trình tiếp tuyến của (H) vuông góc với (d) | 1. Tọa độ giao điểm của (H) và (d) là nghiệm của hệ phương trình   ⬄  Vậy (d) cắt (H) tại 2 điểm : A(2;0) và B()   1. Tiếp tuyến của (H) tại A và B   Phương trình tiếp tuyến của (H) có dạng:  Tiếp tuyến tại A(2;0) : 2x – 4 = 0 ⬄ x-2 = 0;  Tiếp tuyến tại B(): ⬄ 5x – 8y =6   1. Tiếp tuyến của (H) vuông góc với (d)   Tiếp tuyến (d1) vuông góc với (d) có phương trình là x+y+C=0;  Để (d1) tiếp xúc với (H) thì  ⬄ ⬄  Vậy (H) có 2 tiếp tuyến vuông góc với (d) có phương trình là |
| Cho đường thẳng (Δ) và hyperbol (H) có phương trình  (Δ):  (H):  Lập phương trình tiếp tuyến của (H) song song với (d)  (<http://toan.hoctainha.vn/Thu-Vien/Bai-Tap/112314/bai-112313>) | Ta có: Tiếp tuyến (d)//(Δ) có phương trình: (d):x−y+C=0 Đường thẳng (d) là tiếp tuyến của (H) :  ⇔8.1−4.1=C2 ⇔ C1,2=±2 + Với C1=2, ta được tiếp tuyến (d1):x−y+2=0 + Với C2=−2, ta được tiếp tuyến (d2):x−y−2=0 Vậy tồn tại hai tiếp tuyến (d1),(d2) tới (H) thỏa mãn điều kiện đề bài |
|  |  |
|  |  |
| **Parabol** | |
| Lập phương trình của (P) biết đỉnh S thuộc (d): x – 1 = 0, trục cùng phương với Ox, đi qua A(2; -3) và B(5; 3)  (<http://idoc.vn/tai-lieu/bai-tap-parabol.html> ) | Vì S thuộc (d) và (P) có trục // với Ox nên  S(1, m) (m thuộc R) => Đỉnh S(-a; 0)  Suy ra (P) có dạng  (P) đi qua A và B nên  ⬄ ⬄ ⬄  Vậy có 2 phương trình (P) thõa yêu cầu là:  (P1):  (P1): |
| Cho (P) có tiêu điểm F   1. Tìm M trên (P) biết FM = 25/6 2. Tìm N trên (P) để khoảng cách từ đó đến đường thẳng (d) : 2x – 2y + 15 = 0 nhỏ nhất |  |
| Cho (P) . Viết phương trình tiếp tuyến của (P)   1. Song song với đường thẳng 2x – y + 5 = 0 2. Vuông góc với đường thẳng y = x 3. Đi qua điểm B(0;2) |  |

Sách tham khảo

1. Bài tập cơ bản và nâng cao theo chuyên đề tập 4 – Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng và không gian
2. Phương pháp giải toán hình học giải tích trong mặt phẳng
3. Luyện thi cấp tốc môm toán
4. Phương pháp và bài giải toán tự luận trắc nghiệm Hình học giải tích tập 1

Sách 4: PHƯƠNG PHÁP & BÀI GIẢI TOÁN TỰ LUẬN TRẮC NGHIỆM HÌNH HỌC GIẢI TÍCH - TẬP 1

ĐƯỜNG TRÒN

1. Định tâm và bán kính của đường tròn có phường trình cho trước
2. Điều kiện để đường (C) là đường tròn
3. Tìm phương trình đường tròn đường kính AB
   1. Phương trình đường tròn qua hai điểm A, B có tâm ở trên đường thằng (d)
   2. Phương trình đường tròn qua hai điểm A, B tiếp xúc đường thằng (d)
   3. Phương trình đường tròn qua hai điểm A và tiếp xúc đường thằng (d) tại B
   4. Phương trình đường tròn qua hai điểm A và tiếp xúc đường thằng (d), (d')
   5. Phương trình đường tròn tiếp xúc với 2 đường thằng (d) , (d') và có tâm trên đường thằng d1)
   6. Phương trình đường tròn qua ba điểm A, B, C
   7. Phương trình đường tròn nội tiếp tam giác ABC biết phương trình 3 cạnh
4. Quỹ tích tâm đường tròn
5. Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn
6. Vị trí tương đối của hai đường tròn
7. Tập hợp là đường tròn
8. Tiếp tuyến đường tròn

ELIP

1. Định các phần tử chính của Elip
2. Thiết lập phương trình của Elip
3. Tính bán kính qua tiêu điểm. Tìm trên Elip thõa điều kiện về các bán kính qua tiêu điểm
4. Tìm điểm trên elip nhìn hai tiêu điểm dưới một góc vuông
5. Tìm điểm trên elip nhìn hai tiêu điểm dưới một góc khác vuông
6. Tập hợp là elip
7. Tiếp tuyến của elip

HYPERBOL

1. Xác định các phần tử của hyperbol
2. Phương trình của hyperbol
3. Đường chuẩn của elip và hyperbol
4. Đường tiệm cận của hyperbol
5. Vị trí tương đối của hyperbol và đường thẳng
6. Tìm những điểm trên hyperbol thõa các điều kiện về bán kính qua tieu điểm
7. Tìm những điểm trên hyperbol nhìn hai tiêu điểm dưới một góc vuông
8. Tìm những điểm trên hyperbol nhìn hai tiêu điểm dưới một góc khác vuông
9. Tập hợp là hyperbol
10. Tiếp tuyến của hyperbol

Sách 2: PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN HÌNH HỌC GIẢI TÍCH TRONG MẶT PHẲNG

ĐƯỜNG TRÒN

1. Phương trình đường tròn
2. Đường tròn tiếp xúc với đường thẳng
3. Đường tròn ngoại tiếp tam giác
4. Đường tròn nội tiếp tam giác
5. Lập phương trình đường tròn bằng phương pháp chunmf
6. Đường tròn đối xứng qua một điểm và qua một đường thẳng
7. Vị trí tương đối của điểm và đường tròn
8. Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn
9. Vị trí tương đối của hai đường tròn
10. Tiếp tuyến của đường tròn
11. Tiếp tuyến chung của 2 đường tròn
12. Họ tiếp tuyến của đường tròn
13. Điểm và đường tròn
14. Tam giác nội tiếp đường tròn
15. Quỹ tích điểm

ELIP

1. Phương trình elip
2. Elip có trục đối xứng song song hoặc nghiêng với các trục tọa độ
3. Phép co, mối liên hệ giữa elip và đường tròn
4. Vị trí tương đối của điểm, đường thẳng, elip
5. Tiếp tuyến của Elip
6. Hình chữa nhật ngoại tiếp elip
7. Tiếp tuyến chung
8. Họ tiếp tuyến của Elip
9. Tính chất hình học của elip
10. Điểm và elip
11. Tam giác nội tiếp elip
12. Quỹ tích điểm

HYPERBOL

1. Phương trình hyperbol
2. Hyperbol có trục đối xứng song song hoặc nghiêng với các trục tọa độ
3. Vị trí tương đối
4. Tiếp tuyến của Hyperbol
5. Tiếp tuyến chung
6. Tính chất hình học của Hyperbol
7. Điểm và hyperbol
8. Tam giác nội tiếp hyperbol
9. Quỹ tích điểm

PARABOL

1. Phương trình parabol
2. Parabol có trục đối xứng song song hoặc nghiêng với các trục tọa độ
3. Lập phương trình parabol bằng phương pháp chùm
4. Vị trí tương đối của điểm, đường thẳng và parabol
5. Tiếp tuyến của parabol
6. Tiếp tuyến chung
7. Tính chất hình học của parabol
8. Điểm và parabol
9. Tam giác nội tiếp parabol
10. Quỹ tích điểm
11. Diện tích hình cong

Các dạng toán theo COKB

1. Xác định các thành phần cơ bản của đối tượng từ phương trình chính tắc
2. Xác định đối tượng (tìm phương trình chính tắc)
3. Vị trí tương đối giữa các đối tượng
4. Tiếp tuyến chung

Bài tập

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài tập** | **Lời giải** |
| Đường tròn | |
| Lập phương trình đường tròn biết   * 1. Tâm I(2;2) và bán kính r = 3.   2. Đi qua điểm A(3;1) và tâm I(1;2).   3. Đi qua điểm A(3;1), B(5;5) và tâm I nằm trên trục hoành.   4. Đi qua điểm A(0;1), B(1;0) và tâm I nằm trên đường thẳng (d) : x + y + 2 = 0.   Sách 4/ 94 | 1. Đường tròn (C) có tâm I(2;2) và bán kính r = 3 nên   (C) :   1. Đường tròn (C) có tâm I(1;2) nên pt có dạng   (C) :  Vì (C) đi qua điểm A(3;1) nên A thõa pt đường tròn      Vậy pt đường tròn (C) là   1. Đường tròn (C) có tâm nằm trên trục hoành nên pt có dạng   Vì (C) đi qua A(3;1), B(5;5) nên  Vậy pt đường tròn (C) là   1. Giả sử pt đường tròn (C) có dạng :   Vì A(0;1) (C) nên : (1)  Vì B(1;0) (C) nên : (2)  Vì I(a;b) (d) nên : (3)  Giải hệ pt gồm (1),(2),(3) ta được : a = -1; b = -1; c= -3;  Và a,b,c thõa :  Vậy pt đường tròn (C) là |
| Lập phương trình đường tròn (C) biết   1. Đi qua điểm A(-1;-2) và tiếp xúc với đường thẳng (d) 7x – y – 5 = 0 tại điểm M(1;2) 2. Tiếp xúc với đường thẳng (d): x – y – 2 = 0 tại M(3;1) và tâm I thuộc đường thẳng (d1): 2x – y – 2 = 0   Sách 4/ 98 | 1. Ta có   (C) tiếp xúc với (d) tại điểm M suy ra tâm I của (C) thuộc đường thẳng (d’) vuông góc với (d) tại M  Vì (d’) (d) nên (d’): x+7y + C = 0;  Vì M(1;2) (d’) nên: 1 + 7.2 + C = 0 => C =-15   * (d’): x + 7y -15 = 0;   Vì I(a;b) (d’) nên: a + 7b – 15 = 0 (1)  Vì A(-1; -2) (C) : (2)  Vì M(1; 2) (C) : (3)  Giải hệ pt gồm (1), (2), (3) ta được a= -6 và b= 3 => I(-6; 3)  Ta có :  Vậy pt đường tròn (C) là:   1. Vì (C) tiếp xúc với (d) tại M nên I nằm trên đường thẳng (d2) vuông góc với (d) tại M có dạng   (d2) : x + y + c =0  M(3;1) (d2) => 3 + 1 + c = 0 => c= -4  Suy ra (d2) : x + y – 4 = 0  Mà I nên I là giao điểm của (d1) và (d2) hay tọa độ I là nghiệm của hệ phương trình sau:  ⟺  Ta có :  Vậy pt đường tròn (C) là: |
| Lập phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác có 3 cạnh nằm trên 3 đường thẳng sau  5y = x- 2  y = x + 2  y = 8 – x  Sách 4/ 104 | Gọi tọa độ đỉnh A là nghiệm của hệ phương trình  ⟺ ⟺ A(-3;-1)  Gọi tọa độ đỉnh A là nghiệm của hệ phương trình  ⟺ ⟺ B(7;1)  Gọi tọa độ đỉnh A là nghiệm của hệ phương trình  ⟺ ⟺ C(3;5)  Giả sử phương trình đường tròn (C) có dạng :  Vì A (C) nên : (1)  Vì B (C) nên : (2)  Vì C (C) nên : (3)  Giải hệ gồm (1), (2), (3) ta được: a = 2; b = 0; c = -22 thõa điều kiện  Vậy pt đường tròn (C) là: |
| Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, xét hai điểm A(4; 0) và B(0; 3). Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB  Sách 4/ 109 | Giả sử đường tròn (C) có tâm I(a;b) và bán kính r  **Cách 1**  Tâm I thuộc phân giác trong của góc AOB và cũng thuộc phân giác trong của góc BAO  Phương trình phân giác trong của là : x – y = 0  Phương trình (AB) :  Phương trình các đường phân giác của của được cho bởi    (∆2) là phân giác trong của  Khi đó tọa độ I là nghiệm của hệ phương trình sau:  Bán kính đường tròn (C): r=d(O;A) = 1  Vậy phương trình đường tròn (C) là : |
| Cho đường tròn (C) . Viết phương trình đường tròn (C’) đối xứng với (C) qua (d) biết   1. (d): x – y – 3 = 0 2. (d): x – 2 = 0 3. (d): y – 1 = 0 |  |
| Xác định phương trình tiếp tuyến của (C): , biết:   1. Tiếp tuyến đi qua M(4;0) 2. Tiếp tuyến đi qua A(-4; -6)   Sách 4/ 144 | 1. Ta có phương tích của M với đường tròn (C) là:   Vì M thuộc tiếp tuyến của (C) nên theo phương pháp phân chia tọa độ ta có   1. Ta có phương tích của A với đường tròn (C) là:   Do đó qua A có 2 tiếp tuyến tới C  Giả sử M(x0; y0) là tiếp điểm, khi đó phương trình tiếp tuyến (d) có dạng  Vì A thuộc (d) nên : -4  Vì M thuộc (C) nên: ): (2)  Giải hệ gồm (1) và (2) ta được: |

Parabol