Naam: Daniël Martoredjo & Kevin Oei
Klas: EQ2
Practicumgroep: EQ2.a
Datum van inlevering: 2015.04.03

Beoordeling:

Datum beoordeling:

Paraaf docent:

PROEF 4: TWEEDE ORDE SYSTEEM

Inhoud:

In deze practicumopdracht worden van een tweede orde systeem de eigenschappen doorschot, settling time en opslingering gemeten.

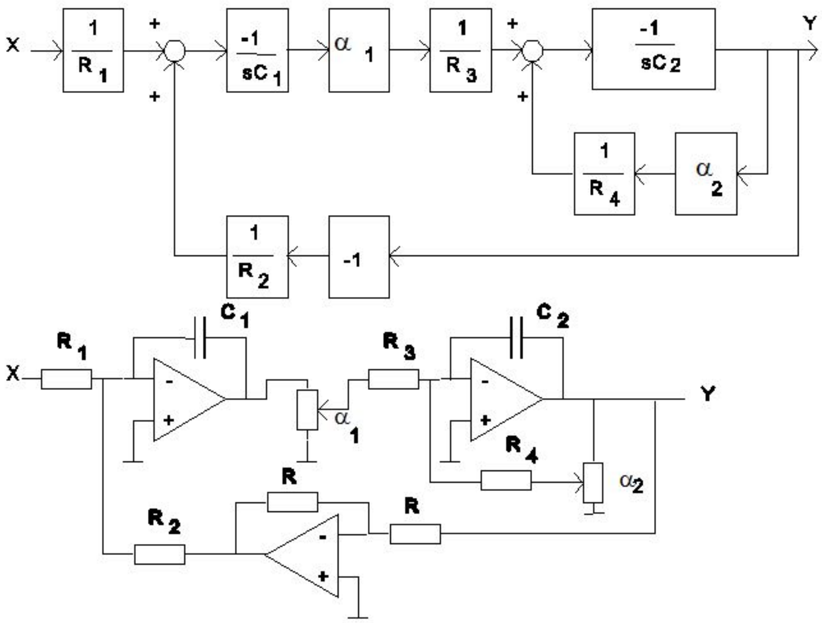
Tweede orde systeem:

De overdracht H(s) van een tweede orde systeem is:

$H(s) = \frac{K\omega_0^2}{s^2+2\beta\omega_0 s+\omega_0^2}$

Deze overdracht H(s) kan worden herschreven naar opamp's, weerstanden en condensatoren, zoals te zien is in Figuur 1.
$\omega_0$is de eigenfrequentie. Deze wordt ingesteld met α_1.
β is de relatieve dempingsfactor. Hij wordt ingesteld met α_2. In de proef laten we de eigenfrequentie constant ($\alpha_1 = 0,576$) en bekijken we de responsie $y(t)$ voor meerdere waarden van de dempingsfactor.

Figure 1: Elektronische equivalentieschakeling

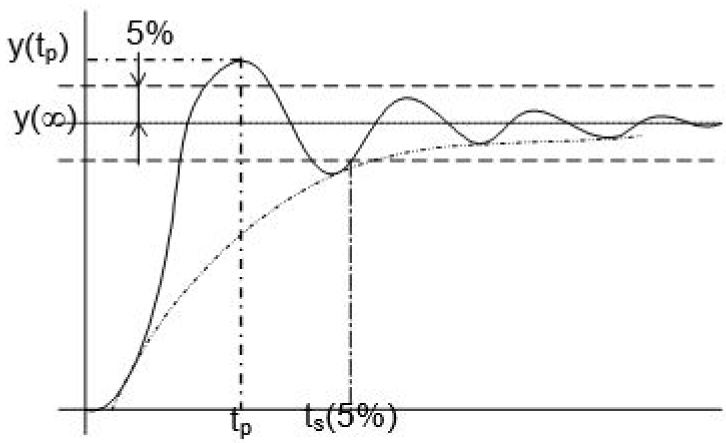


Van dit systeem zullen we een aantal eigenschappen meten: de doorschot, settling-time en opslingering tengevolgen van resonantie.

Opdracht 1:

Doorschot:

Een tweede orde systeem kan uitslingeren voordat het uiteindelijk op zijn eindwaarde tot rust komt. Dit wordt doorschot genoemd. De doorschot van een systeem is de maximale waarde van die uitslingering $y(t_p)$, waarde van de uitgang op de piektijd t_p t.o.v. de Steady State van het uitgangssignaal $y(\infty)$.



Deze doorschot van een tweede orde systeem is alleen afhankelijk van de dempingfactor β en kan worden berekend met de formule:

$D = \frac{y(t_p)-y(\infty)}{y(\infty)} = e^{-\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}\pi}$

De schakeling is al opgebouwd met op-amp's op het paneel volgens het schema in Figuur 1. Zet op de ingang een stap (blok met een voldoende lange periode).

Meet de doorschot met behulp van de cursor op de scoop voor ß is $0,1$; $0,2$; $0,4$; $1/2\sqrt{2}$; $1,0$ en 2. β kan worden ingesteld met potmeter α_2 (zie Figuur 1 en tabel 1). Vul tabel 1 in met je metingen en de theoretische waarden van $D = f(\beta)$ en vergelijk deze met elkaar en geef een conclusie. Meet voor elke responsie ook de settling time.

Settling time t_s(5:

Bepaal de tijd waarop de responsie (definitief) binnen een bandje van 5% van de eindwaarde komt. Dit is de settlingtime $t_{s,5\%}$. De settling time is een maat

voor de snelheid van een systeem.
Meet de settling-time en zet je metingen in tabel 1. Zet daarvoor de cursor op $1,05y(\infty)$ en op $0,95y(\infty)$ en meet de tijd waarop de responsie voor het laatst binnen die band van 5% blijft.

β	α_2	D (V)		$t_s(5\%)$ (ms)
		gemeten	berekend	
0,1	0,048	$\frac{6.88-4}{4} = 0.72$	0.729	1160
0,2	0,096	$\frac{6.0-4}{4} = 0.5$	0.527	500
0,4	0,192	$\frac{4.84-4}{4} = 0.21$	0.254	240
0,707	0,339	$\frac{4.08-4}{4} = 0.02$	0.043	160
1	0,480	$\frac{4-4}{4} = 0$	0	260
2	0,960	$\frac{4-4}{4} = 0$	N.G.	280

Table 1: (x = 4V 0.3Hz blokgolf, amplitude is $2V_{pp}$, 50% offset):

Conclusie over de doorschot:

De doorshot (D) wordt kleiner naarmate de dempingsfactor (β) toeneemt.

Wat valt je op wat betreft de settling-time:

De settling-time wordt kleiner naarmate de doorschot afneemt tot ongeveer D = 1,05 * y(∞). Als de doorschot lager wordt dan 1,05 * y(∞), neemt de settling time weer toe.

Opdracht 2:

Als op de ingang van een systeem een sinus wordt aangesloten zal deze sinus worden versterkt en in fase worden verschoven. Als de demping gering is ($\beta < \frac{1}{2}\sqrt{2}$) dan wordt de amplitude van het uitgangssignaal groter dan het ingangssignaal. Men spreekt dan van opslingering, dit is een resonantieverschijnsel. Denk daarbij aan een LC-kring.

Stel α_2 in op een waarde waarbij $\beta = 0,2$. Zet op de ingang een sinus met een hoekfrequentie van 23 rad/sec (in te stellen op de generator in Hz., dus eerst omrekenen). Meet de amplitude en de faseverschuiving van het uitgangssignaal en bereken daaruit de versterking:

(Frequentie van 12,66 Hz gebruikt)
Amplitude uitgangssignaal = 4,4 V
Amplitude ingangssignaal = 2,08 V
Versterking = 2,12

Faseverschuiving = 90 graden

Thuisopgaven

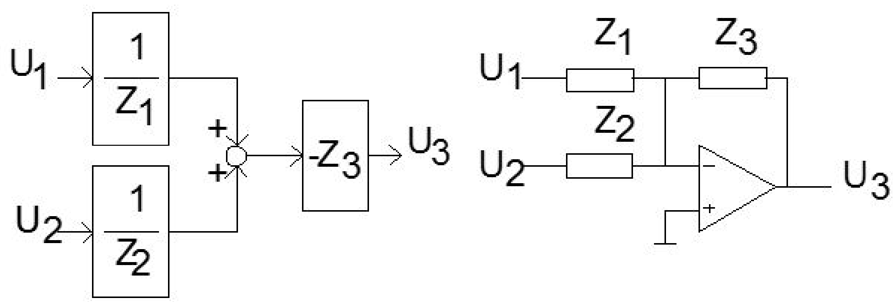
Tweede orde systeem opgebouwd met op-amp's

Er wordt alleen gebruik gemaakt van (ideaal verondersteIde) op-amp's, weerstanden en condensatoren. In Figuur 2 is een algemene opamp-schakeling gegeven. De uitgang voldoet aan de volgende vergelijking (ga dit zelf na):

$U_3 = -\frac{Z_3}{Z_1} \cdot U_1 - \frac{Z_3}{Z_2} \cdot U_2$

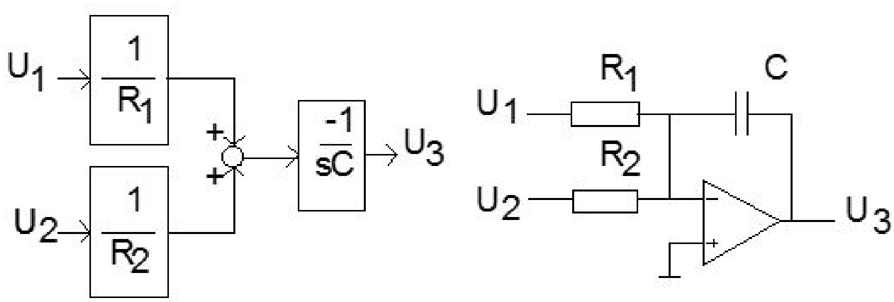
Deze schakeling geeft het daarnaast getekende blokschema. 3

Figure 2: overdracht op-amp



In het geval dat Z_3 een condensator is, kan een zuivere integrator worden verkregen, zie Figuur 3.

Figure 3: zuivere integrator

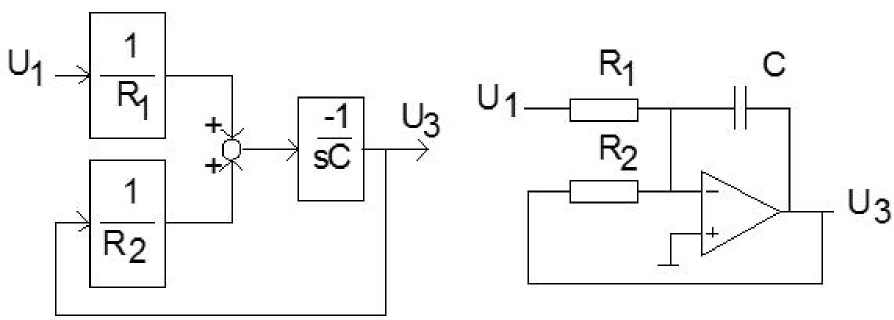


Uit het blokschema volgt voor het uitgangssignaal van de integrator:

$U_3(s) = (\frac{1}{R_1}U_1 + \frac{1}{R_2}U_2) \cdot \frac{-1}{sC}$

Een zuivere integrator welke wordt tegengekoppeld geeft een eerste orde overdracht (Figuur 4).

Figure 4: eerste orde overdracht



De overdracht van het eerste orde systeem wordt dan:

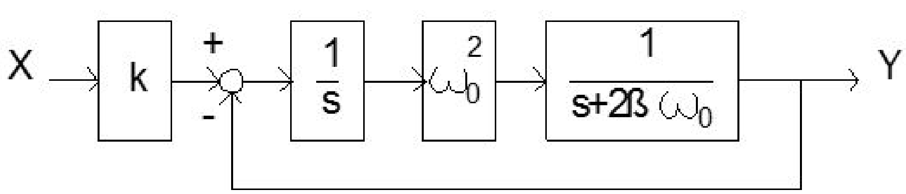
$H(s) = \frac{\frac{1}{R_1}\cdot\frac{-1}{sC}}{1\cdot\frac{-1}{sC}\cdot\frac{1}{R_2}} = -\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{1}{R_2Cs+1} = \frac{-1}{R_1C}\cdot\frac{1}{s+\frac{1}{R_2C}}$

Hiermee is aangegeven dat het mogelijk is om optelpunten, inverterende versterkers, zuivere integrators en eerste orde systemen te realiseren m.b.v. de opamp's.

Met deze overdrachten is een tweede orde systeem te realiseren.

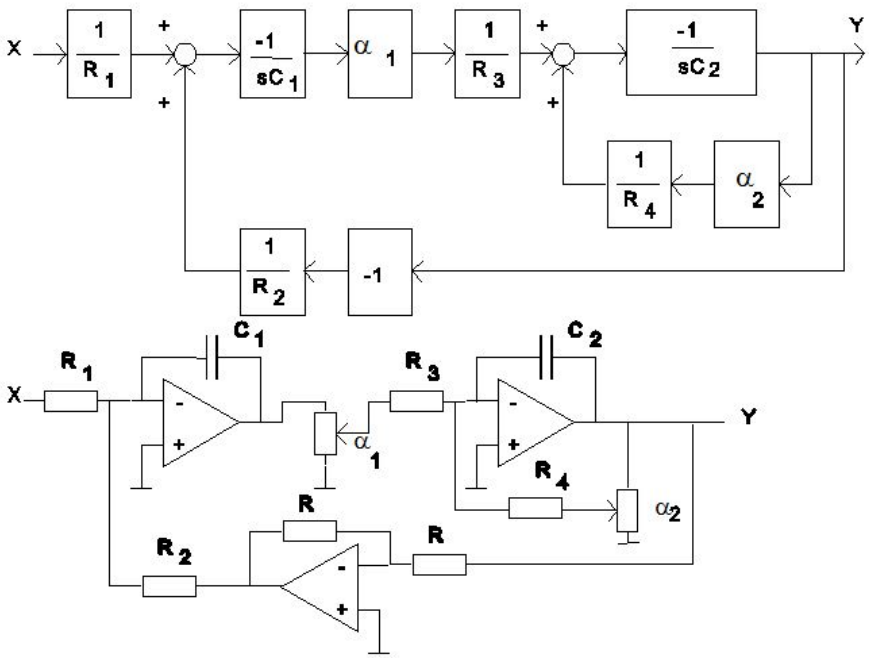
De overdracht H(s) van een tweede orde overdracht is gegeven in Figuur 5:

Figure 5: tweede orde systeem



Deze overdracht H(s) kan worden herschreven naar opamp's, weerstanden en condensatoren, zoals in Figuur 6 stapsgewijs wordt uitgevoerd.

Figure 6: elektronische equivalentieschakeling



Opgave:

Bestudeer uit het studieboek par.2.4 t/m blz. 32.

Geef de overdracht van de bovenstaande schakeling (geef de afleiding hieronder, waarbij je de overdracht in een teller en een noemer polynoom schrijft):

$$H(s) = \frac{\frac{R_4C_2\alpha_1}{R_1C_1R_3C_2R_4C_2s^2+R_1C_1R_3C_2\alpha_2 s}}{1+\frac{R_4C_2\alpha_1}{R_1C_1R_3C_2R_4C_2s^2+R_2C_1R_3C_2\alpha_2 s}}$$

Voor de RC-waarden worden gekozen: R1*C1 = R2*C1 = 0,1 en R3*C2 = R4*C2 = 0,01, dus R1= R2 en R3= R4.

Vul dit nu in en normeer de coëfficiënt voor s2 op 1 (deel de coefficient voor s2 eruit zodat deze 1 wordt) zodat hij gelijk is aan de coëfficiënt van het standaard tweede orde systeem:

$H(s) = \frac{k\omega_0^2}{s^2+2\beta\omega_0 s+\omega_0^2} = \frac{1000\alpha_1}{s^2+100\alpha_2 s+1000\alpha_1}$ (Zie bijlage A voor uitwerking)

De overdrachten van afbeelding 4 en 5 zijn gelijk. Stel de coëfficiënten van de standaard tweede orde overdracht en de door jouw afgeleide overdracht aan elkaar gelijk en leidt daaruit een uitdrukking af voor α_1 en α_2:

$2\beta\omega_0 = 100\alpha_2$

$\omega_0^2 = 1000\alpha_1$

$\alpha_1 = \frac{\omega_0^2}{1000}$

$\alpha_2 = \frac{\beta\omega_0}{50}$

Bereken α_1 en α_2 voor een dempingfactor van ß $= 0,1;\ 0,2;\ 0,4;\ \frac{1}{2}\sqrt{2};\ 1,0$ en 2, waarbij de eigenfrequentie $\omega_0 = 24\,rad/s$ is:

Table 2: Berekenen van $\alpha_1$en α_2

β	α_1	α_2
0,1	0,576	0,048
0,2	0,576	0,096
0,4	0,576	0,192
0,707	0,576	0,339
1	0,576	0,48
2	0,576	0,96

Bijlage A: Uitwerking Overdracht functie H(s)

Figure 7: Uitwerking H(s)

$$Y(s) = X(s)\left(\frac{1}{R_1} \cdot \frac{-1}{sC_1} \cdot \alpha_1 \cdot \frac{1}{R_3} \cdot \frac{\frac{-1}{sC_2}}{1 - \frac{-1}{sC_2} \cdot \frac{\alpha_2}{R_4}}\right) + Y(s)\left(-1 \cdot \frac{1}{R_2} \cdot \frac{-1}{sC_1} \cdot \alpha_1 \cdot \frac{1}{R_3} \cdot \frac{\frac{-1}{sC_2}}{1 - \frac{-1}{sC_2} \cdot \frac{\alpha_2}{R_4}}\right)$$

$$Y(s)\left(1 - \frac{\frac{-\alpha_1}{sC_2}}{R_2 \cdot s \cdot C_1 \cdot R_3\left(1 - \frac{-1}{sC_2} \cdot \frac{\alpha_2}{R_4}\right)}\right) = X(s)\left(\frac{\frac{\alpha_1}{sC_2}}{R_1 \cdot sC_1 \cdot R_3\left(1 - \frac{-\alpha_2}{s \cdot C_2 \cdot R_4}\right)}\right) \Leftrightarrow$$

$$Y(s)\left(1 - \frac{-\alpha_1}{R_2 \cdot C_1 \cdot R_3 \cdot C_2 \cdot s^2 + \frac{R_2C_1R_3C_2 \cdot \alpha_2 \cdot s}{R_4 \cdot C_2}}\right) = X(s)\left(\frac{\alpha_1}{R_1C_1R_3C_2 \cdot s^2 + \frac{R_1C_1R_3C_2 \cdot \alpha_2 \cdot s}{R_4C_2}}\right)$$

$$Y(s)\left(1 + \frac{R_4 \cdot C_2 \cdot \alpha_1}{R_2 \cdot C_1 \cdot R_3 \cdot C_2 \cdot R_4 \cdot C_2 \cdot s^2 + R_2 \cdot C_1 \cdot R_3 \cdot C_2 \, \alpha_2 \cdot s}\right) = X(s)\left(\frac{R_4 \cdot C_2 \cdot \alpha_1}{R_1C_1R_3C_2R_4C_2 s^2 + R_1C_1R_3C_2\alpha_2 \cdot s}\right)$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\frac{R_4C_2 \cdot \alpha_1}{R_1C_1R_3C_2R_4C_2 \cdot s^2 + R_1C_1R_3C_2 \cdot \alpha_2 \cdot s}}{1 + \frac{R_4C_2 \cdot \alpha_1}{R_1C_1R_3C_2R_4C_2 \cdot s^2 + R_2C_1 \cdot R_3C_2 \cdot \alpha_2 s}}$$

$$R_1C_1 = R_2C_1 = 0{,}1$$
$$R_3C_2 = R_4C_2 = 0{,}01$$

$$H(s) = \frac{\frac{0{,}01\,\alpha_1}{0{,}1 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}01\, s^2 + 0{,}1 \cdot 0{,}01 \cdot \alpha_2 \cdot s}}{1 + \frac{0{,}01\,\alpha_1}{0{,}1 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}01 \cdot s^2 + 0{,}1 \cdot 0{,}01 \cdot \alpha_2 \cdot s}} = \frac{\frac{\alpha_1}{0{,}001\, s^2 + 0{,}1 \cdot \alpha_2 \cdot s}}{1 + \frac{\alpha_1}{0{,}001\, s^2 + 0{,}1\, \alpha_2 \cdot s}}$$

$$H(s) = \frac{\alpha_1}{0{,}001\, s^2 + 0{,}1\alpha_2 s + \alpha_1} = \frac{1000\,\alpha_1}{s^2 + 100\,\alpha_2 s + 1000\,\alpha_1}$$