INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

UNIDAD PROFESIONAL INTERDISCIPLINARIA EN INGENIERÍA Y TEGNOLOGÍAS AVANZADAS

Trabajo Terminal II

"Diseño y construcción de un brazo robótico didáctico de 6 GDL con bajo costo de manufactura"

Que para obtener el título de:

Ingeniero en mecatrónica

Presentan:

Villanueva Priego Erick

Rivera Belmonte Héctor

Asesores

M. en C. Fonseca Ruiz Leonardo

M. en C. Fonseca Campos Jorge

Dr. Luviano Juárez Alberto

upiita-ipn

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

UNIDAD PROFESIONAL INTERDISCIPLINARIA EN INGENIERÍA Y TEGNOLOGÍAS AVANZADAS

Está tesis fue Auspiciada por la Secretaria de Investigación y Posgrado del Instituto Politécnico Nacional mediante el proyecto:

" Desarrollo de un robot antropomórfico de 4° de libertad imprimible en 3d para fines educativos"

Mediante el registro

SIP 20181509

M. en C. Fonseca Ruiz Leonardo

upiita-ipn

INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL

UNIDAD PROFESIONAL INTERDICIPLINARIA EN INGENIERIA Y TECNOLOGIAS AVANZADAS

UPIITA

TRABAJO TERMINAL II

"Diseño y construcción de un brazo robótico didáctico con 6 GDL con enfoque didáctico"

Que para obtener el título de

"Ingeniero en Mecatrónica"

Presentan

Villanueva Priego Erick

Rivera Belmonte Héctor

Asesores

Dr. Luviano Juárez Alberto

M. en C. Fonseca Ruiz Leonardo

M en C. Fonseca Campos Jorge

Presidente del Jurado

Dr. Salazar Silva Gastón Hugo

Profesor Titular

Dr. Flores Hernández Diego Alonso

upiita·ipn

Autorización de uso de obra

Instituto Politécnico Nacional

P r e s e n t e

Bajo protesta de decir verdad el que suscribe Villanueva Priego Erick (se anexa copia simple de identificación oficial), manifiesto ser autor (a) y titular de los derechos morales y patrimoniales de la obra titulada Diseño y construcción de un brazo robotico con 6 GDL con enfoque didactico _____, en adelante "La Tesis" y de la cual se adjunta copia, por lo que por medio del presente y con fundamento en el artículo 27 fracción II, inciso b) de la Ley Federal del Derecho de Autor, otorgo a el Instituto Politécnico Nacional, en adelante El IPN, autorización no exclusiva para comunicar y exhibir públicamente total o parcialmente en medios digitales, Plataforma de la Dirección de Bibliotecas del IPN y/o consulta directa en la Coordinación de Biblioteca de la UPIITA "La Tesis" por un periodo de 5 años contado a partir de la fecha de la presente autorización, dicho periodo se renovará automáticamente en caso de no dar aviso expreso a "El IPN" de su terminación.

En virtud de lo anterior, "El IPN" deberá reconocer en todo momento mi calidad de autor de "La Tesis". Adicionalmente, y en mi calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales de "La Tesis", manifiesto que la misma es original y que la presente autorización no contraviene ninguna otorgada por el suscrito respecto de "La Tesis", por lo que deslindo de toda responsabilidad a El IPN en caso de que el contenido de "La Tesis" o la autorización concedida afecte o viole derechos autorales, industriales, secretos industriales, convenios o contratos de confidencialidad o en general cualquier derecho de propiedad intelectual de terceros y asumo las consecuencias legales y económicas de cualquier demanda o reclamación que puedan derivarse del caso.

Ciudad de México, a 24 de junio de 2022

Atentamente

_____

upiita·ipn

Autorización de uso de obra

Instituto Politécnico Nacional

P r e s e n t e

Bajo protesta de decir verdad el que suscribe Rivera Belmonte Héctor (se anexa copia simple de identificación oficial), manifiesto ser autor (a) y titular de los derechos morales y patrimoniales de la obra titulada Diseño y Construcción de un brazo robótico con 6 GDL con enfoque didactico, en adelante "La Tesis" y de la cual se adjunta copia, por lo que por medio del presente y con fundamento en el artículo 27 fracción II, inciso b) de la Ley Federal del Derecho de Autor, otorgo a el Instituto Politécnico Nacional, en adelante El IPN, autorización no exclusiva para comunicar y exhibir públicamente total o parcialmente en medios digitales, Plataforma de la Dirección de Bibliotecas del IPN y/o consulta directa en la Coordinación de Biblioteca de la UPIITA "La Tesis" por un periodo de 5 años contado a partir de la fecha de la presente autorización, dicho periodo se renovará automáticamente en caso de no dar aviso expreso a "El IPN" de su terminación.

En virtud de lo anterior, "El IPN" deberá reconocer en todo momento mi calidad de autor de "La Tesis". Adicionalmente, y en mi calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales de "La Tesis", manifiesto que la misma es original y que la presente autorización no contraviene ninguna otorgada por el suscrito respecto de "La Tesis", por lo que deslindo de toda responsabilidad a El IPN en caso de que el contenido de "La Tesis" o la autorización concedida afecte o viole derechos autorales, industriales, secretos industriales, convenios o contratos de confidencialidad o en general cualquier derecho de propiedad intelectual de terceros y asumo las consecuencias legales y económicas de cualquier demanda o reclamación que puedan derivarse del caso.

Ciudad de México, a 24 de Junio de 2022

Atentamente

Dedicatorias

Yo Erick Villanueva quiero dedicarle el siguiente trabajo a mi mamá Zoila Guadalupe Priego Adriano que siempre me a apoyado en seguir mis sueños sin ella nunca hubiera logrado llegar tan lejos, a mi papá Marco Polo Villanueva Cuenca que en paz descansé te prometí que iba a titularme de ingeniero y te e cumplido la promesa, a mis hermanos Edgar y Ananda que siempre me ayudaron seguir adelante con su alegría y forma de ser y a mi novia Marisol que durante todo este tiempo fue un pilar en mi vida gracias a todos a mi padrino Saul Contreras por apoyarme económicamente durante toda carrera.

Agradecimientos

Queremos agradecerle al pueblo de México por fomentar de una forma constante el servicio que ofrecen las escuelas y universidades públicas. A su vez, por crear y desempeñar una función dentro del desarrollo de profesionistas que aspiran a proveer a su sociedad de un avance no solo tecnológico sino también de carácter humano.

Queremos agradecerle al Instituto Politécnico Nacional por haber sido una parte fundamental dentro de nuestra formación académica, por haber proporcionado herramientas que nos permiten tener un desempeño competente no solo a lo largo de la carrera sino en el campo laboral.

Queremos agradecerles a nuestros asesores Leonardo Fonseca Ruiz, Jorge Fonseca Campos, Mauricio Méndez Martínez y Alberto Luviano Juárez por siempre estar para nosotros y apoyarnos de manera incondicional sin importar que tan brillante fuera el día o que tan oscura fuera la noche siempre estuvieron ahí, también queremos agradecerle al presidente del jurado Gastón Hugo Salazar Silva ya que siempre estuvo atento al proyecto y ayudarnos a resolver todas nuestras dudas gracias por ayudarnos de manera incondicional y que la fuerza siempre los acompañe.

RESUMEN

La brecha aparente entre los conocimientos teóricos de los alumnos en robótica y control frente a sus aplicaciones en la industria está vinculada a la falta de acceso a maquinaria robótica adaptada específicamente a la rama educación.

Para aminorar dicha cuestión resulta esencial el desarrollo de un brazo robótico didáctico que se ajuste perfectamente a las necesidades de los estudiantes de nivel superior.

En respuesta a la falta de dicha herramienta didáctica en materias impartidas en UPIITA, el presente trabajo se planteó el desarrollo de un brazo robótico de 6 grados de libertad. Este brazo está montado sobre una estructura metálica rígida tipo estante, es controlado mediante una interfaz gráfica la cual tiene la capacidad de generar trayectorias del brazo acorde a datos previamente ingresados por el alumno en la propia interfaz.

En la parte de diseño nos apoyándonos en la convención de Denavit-Hartenberg para poder encontrar la cinemática directa.

Los actuadores mecánicos del brazo son 6 motores de cd. alimentados mediante 6 fuentes conmutadas a 12 V las cuales se desempeñan de forma independiente para evitar que algún daño en alguno de los lazos se propague al sistema entero.

El control propuesto es un PID ya que este tipo de control es el más usado en las unidades de aprendizaje vistas en la ingeniería, y el material para la elaboración del brazo es ABS este filamento es el más usado en las impresoras 3D, el hecho de usar este material y esta herramienta de manufactura busca que sea de bajo costo y así se puedan construir más brazos como este para el uso de estudiantes.

ABSTRACT

The apparent gap between the theoretical knowledge of students in robotics and control over their applications in the industry is linked to the lack of access to robotic machinery adapted specifically to the education branch.

To reduce this issue, it is essential to develop a didactic robotic arm that perfectly fits the needs of higher level students.

In response to the lack of this didactic tool in subjects taught in UPIITA, the present work considers the development of a robotic arm with 6 degrees of freedom. This arm will be mounted on a rigid metallic structure type shelf, will be controlled by a graphical interface which will have the ability to generate trajectories of the arm according to data previously entered by the student in the interface itself.

In the design part we will start supporting ourselves in the Denavit-Hartenberg convention to be able to find direct kinematics.

The mechanical actuators of the arm will be 6 cd engines. fed by 6 sources switched to 12 V which will perform independently to prevent any damage in any of the loops is spread to the entire system.

The proposed control will be a PID since this type of control is the most used in the learning units seen in engineering, and the material proposed for the elaboration of the arm is ABS. This filament is the most used in 3D printers, the fact to use this material and this manufacturing tool looks for it to be low cost so that more arms like this can be built for student use.

Índice

RESUMEN VIII
ABSTRACT IX
PALABRAS CLAVE ..... **ERROR! BOOKMARK NOT DEFINED.**
OBJETIVOS 19
Objetivo General 19
Objetivos Particulares. 19

CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN AL BRAZO ROBÓTICO DE 6 GDL 20

1.1 INTRODUCCIÓN 20
1.2 MARCO TEÓRICO 21
1.2.2 Principales características de los robots 26
..... 28
1.2.3 Tipos de configuraciones morfológicas 31
1.2.4 Cinemática directa de los manipuladores 31
1.2.5 Cinemática inversa de los manipuladores 32
1.2.6 La Representación de Denavit-Hartenberg 33
1.2.7 Generación de trayectorias 34
1.2.7 Transformada Z 34
1.2.8 Señales de tiempo discreto. 35
1.2.9 Sistemas de control. 36
1.2.10 Función de transferencia. 38
1.2.11 Criterio de estabilidad de Routh. 40
1.2.12. Controladores 42
1.2.13 Reglas de Ziegler-Nichols para sintonizar controladores PID. 44
1.2.14 Protocolo I2C 47
1.2.15Unidad de interfaz de bus 49
1.2.16 Address Match Unit 49
1.2.17 Descripción de registro. 49
1.2.18 Análisis de vigas. 50
1.2.18 Relación entre momento cortante y carga 51
1.3 ESTADO DEL ARTE 53
1.4 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA 55
1.5. JUSTIFICACIÓN 56

CAPÍTULO 2 ANÁLISIS Y DISEÑO 58

2.1 METODOLOGÍA 58
2.2. ANÁLISIS DE FUNCIONES 60
2.2.1 Generación de alternativas 62
2.2.2 Selección del diseño conceptual 64
2.3 DISEÑO DETALLADO 67
2.3.1 Área funcional Estructura 67
2.3.2 Área funcional Actuadores y transmisión 97
2.3.3 99
Área funcional Unidad de procesamiento 99
2.3.4 Área funcional Comunicación y control. 100
2.3.5 Área funcional Potencia 106
2.3.6 Área funcional Adquisición de datos. 107
2.3.7 Área funcional Interfaz 109

2.3.8 Manufactura e implementación 111

3. CONTRUCCION DEL ROBOT 112

3.1. IMPRESIÓN DE LAS PIEZAS 112

3.2 OBTENCIÓN DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DEL MOTOR Y PARÁMETROS DEL CONTROLADOR PID 116

4 ANÁLISIS DE RESULTADOS 129

4.1 ANÁLISIS DE COSTOS 129

5 CONCLUSIONES 130

6 BIBLIOGRAFÍA 131

7 APÉNDICE 132

índice de figuras

Figura 1. Brazo robótico de 6 grados de libertad..... 21
Figura 2. Representación de un brazo robótico como un brazo humano. 21
Figura 3. Partes del manipulador 22
Figura 4. Movimiento lineal de un brazo robótico 22
Figura 5. Movimiento angular de un brazo robótico. 22
Figura 6. Orientación del eslabón de un manipulador. 23
Figura 7. Orientación de la muñeca de un manipulador. 23
Figura 8. Controlador enviando señales a motores y caja de comandos..... 25
Figura 9. Robot Move Master EX 26
Figura 10. Espacio de trabajo de robot cartesiano. 28
Figura 11 Espacio de trabajo de robot cilíndrico. 28
Figura 12 Espacio de trabajo de robot SCARA. 28
Figura 13.Sistema de coordenadas para convencion D-H..... 33
Figura 14 Función de trasferencia lazo abierto y cerrado 39
Figura 15. Entrada de la planta 45
Figura 16. Curva de respuesta del escalón unitario 45
figura 17. Acción del segundo método 46
figura 18. Conexión de bus TWI 47
Figura 19. Cambio de dato 48
Figura 20. Condiciones STOP, START Y REPEATED START 48
Figura 21. Registro TWBR 49
Figura 22. Registro TWAR 50
Figura 23. Fuerzas en vigas 50
Figura 24. Momentos en vigas 51
Figura 25. Viga con carga 51
Figura 26. Viga empotrada en un extremo 51
Figura 27 Armando Bravo Castillo emprendedor egresado del IPN. 57
Figura 28. metodología de diseño 58
Figura 29.funciones a realizar 60
Figura 30. áreas funcionales 61
Figura 31. Diseño del robot 67
Figura 32. Vista isométrica de la base 68
Figura 33. vista frontal del eslabón 2 68
Figura 34. Aceptación del motor en eslabón 2 69
Figura 35. Vista superior del eslabón 3..... 69
Figura 36. Acoplamiento de motor a eslabón 3 69
Figura 37. Vista lateral de eslabón 3..... 70
Figura 38. Acoplamiento del motor a eslabón 3..... 70
Figura 39. Vista isométrica del eslabón 4 70
Figura 40. acoplamiento de motor a eslabón 4 71
Figura 41. Vista isométrica del eslabón 5 71

Figura 42. Acoplamiento del motor al eslabón 5 71
Figura 43. Vista eslabón numero 6 72
Figura 44. Viga en voladiza 73
Figura 45. Análisis de Von-Mises de la base 77
Figura 46. Análisis de desplazamiento de la base 77
Figura 47. Análisis de Von-Mises del eslabón 1 78
Figura 48. Análisis de desplazamiento del eslabón 1 78
Figura 49. Análisis de Von-Mises del eslabón 2 79
Figura 50. Análisis de desplazamiento del eslabón 2 79
Figura 51. Análisis de desplazamiento del eslabón 3 80
Figura 52 . Análisis de Von-Mises del eslabón 3 80
Figura 53.Análisis de desplazamiento del eslabón 4 81
Figura 54. Análisis de Von-Mises del eslabón 4 81
Figura 55. Análisis de Von-Mises del eslabón 5 82
Figura 56. Análisis de desplazamiento del eslabón 5 82
Figura 57. Análisis de Von-Mises del eslabón 6 83
Figura 58. Análisis de desplazamiento del eslabón 6 83
figura 59. Marcos inerciales del brazo robótico 84
Figura 60. Asignación de marcos de referencia 85
Figura 61. cinemática inversa del brazo 90
Figura 62. Motorreductor Pololu 30Dx46L 97
Figura 63. Micro motorreductor polulu HPCB 97
Figura 64. Diagrama de motor de CD 100
Figura 65. Diagrama de control maestro-esclavo 105
Figura 66. Fuente conmutada de 12V a 25A 106
Figura 67. Puentes H 106
Figura 68. enconder de motor 20Dx46L 107
Figura 69. encoder del motor HPCB 108
Figura 70. Interfaz para brazo 109
Figura 71. Menú del programa 109
Figura 72. Parámetros 110
Figura 73. Impresora 3D que se usara para manufactura del brazo 111
Figura 74. Rollo de ABS 112
Figura 75. Base del brazo 112
Figura 76. eslabon 1 113
Figura 77. Primera parte del eslabón 2 113
Figura 78. segunda Parte del eslabón 2 114
Figura 79. Eslabón 3 114
Figura 80. Eslabón 4 115
Figura 81. Eslabón 5 115
Figura 82. Piezas del robot 116
Figura 83. Excitación de motor mediante entrada al escalón con arduino 117
Figura 84. Adquisición de datos de la respuesta al escalón del motor 117

Figura 85. 3Gráfica de la adquisición de datos del motor, tiempo vs RPM..... 118
Figura 86. Método IAE para sintonización de PID 120
Figura 87. sistema para control PID discreto 120
Figura 88. respuesta del control PID a una entrada escalón..... 121
Figura 89. encoder de cuadratura..... 122
Figura 90. División de polos en el imán del encoder..... 123
Figura 91. Sensores de cada canal del encoder 123
Figura 92. Señal de los canales A y B del encoder..... 124
Figura 93. obtención de sentido de giro del encoder 125
Figura 94. Puertos de conexión del encoder..... 126
Figura 95.Declaración del PWM fase correcta..... 126
Figura 96. Funciones para el envío y recepción de datos 126
Figura 97. Timer para el control PID..... 127
Figura 98. Brazo robótico..... 128
Figura 99 Parámetros de Denavit-Hartenberg..... 132
Figura 100 Declaración e inicio del ciclo for 132
Figura 101 Ciclo for para las matrices de transformación homogénea 133
Figura 102 Obtención de la matriz T 133
Figura 103 Distancia del origen a cada eslabón 134
Figura 104 Declaración de variables para centros de masa..... 134
Figura 105 Centros de masa de cada eslabón..... 135
Figura 106 Orígenes y distancias en Z..... 135
Figura 107 Distancias en Z..... 136
Figura 108 Obtención de Jacobianos 136
Figura 109 Jacobianos de velocidad 137
Figura 110 Jacobianos de velocidad angular..... 137
Figura 111 Matrices de inercia para los 6 eslabones 138
Figura 112 Matriz R..... 138
Figura 113 Matriz de inercia 139
Figura 114 Parámetros de Crisoff..... 140
Figura 115 Matriz de Crisoff..... 140
Figura 116 Parámetros para matriz de gravedad 141
Figura 117 Matriz de gravedad..... 141
Figura 118 Posicion deseada 142
Figura 119 Solución para q1, q2 y q3..... 143
Figura 120 Posiciones deseadas para los 3 últimos grados..... 143
Figura 121 Solución para q4,q5 y q6..... 143
Figura 122 Especificaciones de motor..... 148
Figura 123 Dimensiones del motor..... 149
Figura 124 Especificaciones de motor..... 150
Figura 125 Dimensiones de motor..... 150
Figura 126 Puente H Moto Shield VNH2SP30..... 151
Figura 127. Plano base 152

Figura 128. Plano eslabón 1 A 152
Figura 129. Plano eslabón 1 B 152
Figura 130. Plano eslabón 2 152
Figura 131. Plano eslabón 3 152
Figura 132. Plano eslabón 4 152
Figura 133. Plano eslabón 5 152
Figura 134. Cople base 152
Figura 135. Cople eslabón 3 152
Figura 136. Cople eslabón 6 152
Figura 137. Tapa de los eslabones 1 y 3 152
Figura 138. Tapa de eslabones 4 y 5 152

Índice de tablas

Tabla 1. Parámetros Ziegler Nichols 45
Tabla 2. Parámetros del segundo método..... 46
Tabla 3. PDS..... 59
Tabla 4. Opciones de diseño..... 62
Tabla 5. Opciones que considerar para el diseño del brazo robótico 63
Tabla 6. Diseños a considerar..... 64
Tabla 7. Ponderación porcentual para diseño..... 65
Tabla 8. Matriz de ranking 65
Tabla 9. Porcentajes de cada diseño para la elección de este..... 66
Tabla 10. Diseño elegido para el brazo robótico 66
Tabla 11. Datos de los eslabones..... 72
Tabla 12. Masas de componentes del robot 73
Tabla 13. Torques máximos de eslabones del robot..... 75
Tabla 14. Torques aplicado a cada eslabón..... 76
Tabla 15. Parámetros de Denavit-Hartenberg 86
Tabla 16. Resistencia al esfuerzo cortante de diferentes materiales..... 98
Tabla 17. Criterio de Routh..... 104
Tabla 18. Parámetros de sintonización 104
Tabla 19. Parámetros del encoder..... 107
Tabla 20. Parámetros para adquisición de datos del encoder..... 108
Tabla 21. Análisis de costo..... 129

Nomenclatura

Brazo robótico, manipulador, didáctico, GDL, control PID, motor, modelado, microcontrolador.

Simbología

PWM modulación por ancho de pulse

PDS especificaciones de diseño del producto

OBJETIVOS

Objetivo General

- Diseñar y construir el prototipo de un brazo robótico didáctico de 6 Grados de Libertad (GDL) con bajo costo manufactura.

Objetivos Particulares

- Diseñar y desarrollar la estructura mecánica del brazo.
- Determinar la cinemática directa e inversa del mecanismo.
- Realizar la simulación de esfuerzos presentes en cada articulación para poder efectuar modificaciones en el diseño estructural en caso de ser necesario.
- Diseñar y desarrollar el sistema transmisión de movimiento.
- Diseñar y desarrollar interfaz humano maquina orientado al uso didáctico.
- Diseñar la técnica de control que se utilizara.
- Implementar elementos electrónicos para del brazo.
- Integrar los subsistemas del brazo y puesta a punto.

Capítulo 1 INTRODUCCIÓN AL BRAZO ROBÓTICO DE 6 GDL

1.1 INTRODUCCIÓN

La creación de brazos robóticos ha sido de gran ayuda en diversas áreas, tales como la industria, también son utilizados en la parte de medicina, en cada uno de estos tópicos ha generado gran impacto.

La historia de la automatización industrial está caracterizada por periodos de cambios bruscos en los métodos populares. Ya sea como causa o, tal vez, como un efecto, dichos periodos de cambio en las técnicas de automatización parecen estar estrechamente ligados con la economía mundial. El uso del robot industrial, que se identificó como dispositivo único en la década de 1960, junto con los sistemas de diseño asistido por computadora (CAD) y manufactura asistida por computadora (CAM), caracteriza las tendencias más recientes en la automatización del proceso de manufactura. Estas tecnologías están llevando a la automatización industrial hacia otra transición, cuyo alcance se desconoce aún.

En los Estados Unidos hubo mucha adopción de equipo de robótica a principios de la década de 1980, a la cual le siguió un breve retraso a finales de esa misma década. A partir de ese momento el mercado ha estado creciendo, aunque está sujeto a las variaciones económicas, como pasa con todos los mercados.

A medida que los robots se vuelvan más efectivos en cuanto al costo por sus tareas, y a medida que aumente el costo de la mano de obra humana, habrá más trabajos que se conviertan en candidatos para la automatización robótica. Ésta es la tendencia individual más importante que impulsa el crecimiento del mercado de los robots. Una tendencia secundaria es que, haciendo a un lado la economía, a medida que los robots se vuelvan más capaces, podrán hacer más y más tareas que serían peligrosas o imposibles de realizar por los trabajadores humanos. Las aplicaciones que llevan a cabo los robots industriales se están volviendo cada vez más sofisticadas, pero aún se da el caso de que, como en el año 2000, aproximadamente el 78% de los robots instalados en los EE.UU. fueron robots para soldadura o manejo de materiales.

1.2 MARCO TEÓRICO

1.2.1.1 Componentes

Un robot está formado por los siguientes elementos: estructura mecánica, transmisiones, actuadores, sensores, elementos terminales y controlador. Aunque los elementos empleados en los robots no son exclusivos de estos (máquinas herramientas y otras muchas máquinas emplean tecnologías semejantes), las altas prestaciones que se exigen a los robots han motivado que en ellos se empleen elementos con características específicas.

La constitución física de la mayor parte de los robots industriales guarda cierta similitud con la anatomía de las extremidades superiores del cuerpo humano como se muestra en la figura 1, por lo que, en ocasiones, para hacer referencia a los distintos elementos que componen el robot, se usan términos como cintura, hombro, brazo, codo, muñeca, etc. Esto se muestra en la figura 2.

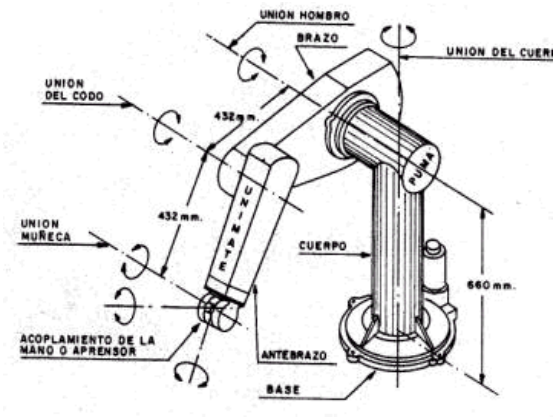


Figura 1. Brazo robótico de 6 grados de libertad

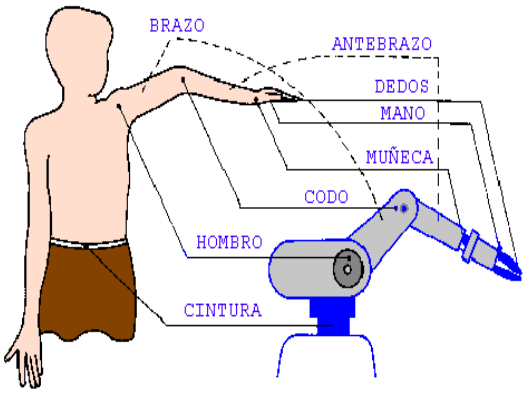


Figura 2. Representación de un brazo robótico como un brazo humano.

Los elementos que forman parte de la totalidad del robot son: manipulador, controlador , dispositivos de entrada y salida de datos, dispositivos especiales

1.2.1.2 Manipulador

El manipulador es el componente principal. Está formado por una serie de elementos estructurales sólidos o eslabones unidos mediante articulaciones que permiten un movimiento relativo entre cada dos eslabones consecutivos.

Las partes que conforman el manipulador reciben, entre otros, los nombres de: cuerpo, brazo, muñeca y actuador final (o elemento terminal). A este último se le conoce habitualmente como aprehensor, garra, pinza o gripper, en la figura 3 podemos ver estas partes claramente.

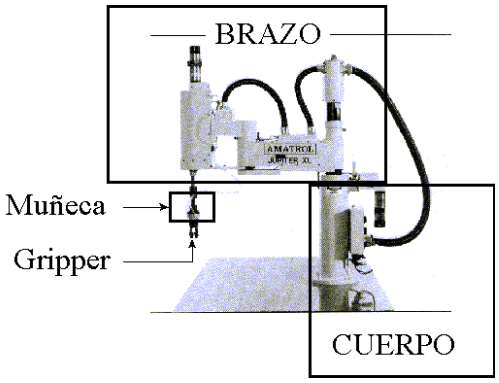


Figura 3. Partes del manipulador

Cada articulación provee al robot de, al menos, un grado de libertad. En otras palabras, las articulaciones permiten al manipulador realizar movimientos: Lineales que pueden ser horizontales o verticales o Angulares (por articulación) estos movimientos se aprecian en las figuras 4 y 5 (En los dos casos la línea roja representa la trayectoria seguida por el robot).

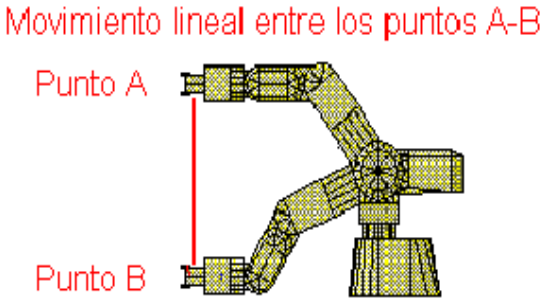


Figura 4. Movimiento lineal de un brazo robótico

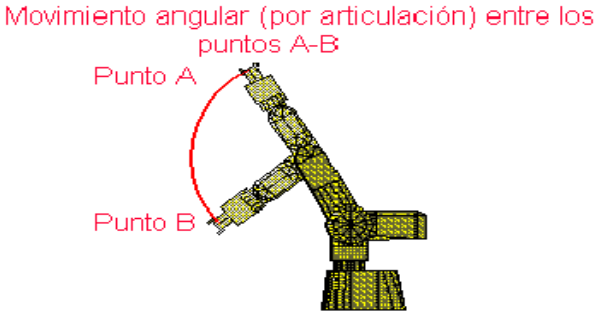


Figura 5. Movimiento angular de un brazo robótico.

Existen dos tipos de articulación utilizados en las juntas del manipulador:

- Prismática /Lineal - junta en la que el eslabón se apoya en un deslizador lineal. Actúa linealmente mediante los tornillos sinfín de los motores, o los cilindros.
- Rotacional - junta giratoria a menudo manejada por los motores eléctricos y las transmisiones, o por los cilindros hidráulicos y palancas.

Básicamente, la orientación de un eslabón del manipulador se determina mediante los elementos roll, pitch y yaw en la figura 6 se muestra la orientación.

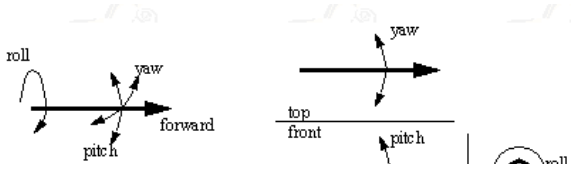


Figura 6. Orientación del eslabón de un manipulador.

A la muñeca de un manipulador le corresponden los siguientes movimientos o grados de libertad: giro (hand rotate), elevación (wrist flex) y desviación (wrist rotate) como lo podemos ver en la figura 7, aunque cabe hacer notar que existen muñecas que no pueden realizar los tres tipos de movimiento.

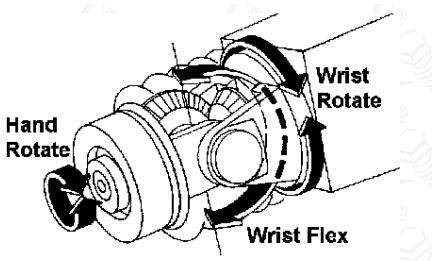


Figura 7. Orientación de la muñeca de un manipulador.

El actuador final (gripper) es un dispositivo que se une a la muñeca del brazo del robot con la finalidad de activarlo para la realización de una tarea específica. La razón por la que existen distintos tipos de elementos terminales es, precisamente, por las funciones que realizan. Los diversos tipos podemos dividirlos en dos grandes categorías: pinzas y herramientas. Se denomina Punto de Centro de Herramienta (TCP, Tool Center Point) al punto focal de la pinza o herramienta. Por ejemplo, el TCP podría estar en la punta de una antorcha de la soldadura.

1.2.1.3 Controlador

El controlador es el que regula cada uno de los movimientos del manipulador, las acciones, cálculos y procesado de la información. El controlador recibe y envía señales a otras máquinas-herramientas (por medio de señales de entrada/salida) y almacena programas.

Existen varios grados de control que son función del tipo de parámetros que se regulan, lo que da lugar a los siguientes tipos de controladores:

- Posición: el controlador interviene únicamente en el control de la posición del elemento terminal;
- Cinemático: en este caso el control se realiza sobre la posición y la velocidad;
- Dinámico: además de regular la velocidad y la posición, controla las propiedades dinámicas del manipulador y de los elementos asociados a él;
- Adaptativo: engloba todas las regulaciones anteriores y, además, se ocupa de controlar la variación de las características del manipulador al variar la posición

Otra clasificación de control es la que distingue entre control en bucle abierto y control en bucle cerrado.

El control en bucle abierto da lugar a muchos errores, y aunque es más simple y económico que el control en bucle cerrado, no se admite en aplicaciones industriales en las que la exactitud es una cualidad imprescindible. La inmensa mayoría de los robots que hoy día se utilizan con fines industriales se controlan mediante un proceso en bucle cerrado, es decir, mediante un bucle de realimentación. Este control se lleva a cabo con el uso de un sensor de la posición real del elemento terminal del manipulador. La información recibida desde el sensor se compara con el valor inicial deseado y se actúa en función del error obtenido de forma tal que la posición real del brazo coincida con la que se había establecido inicialmente

1.2.1.4 Dispositivos de entrada y salida

Los más comunes son: teclado, monitor y caja de comandos (teach pendant).

En la figura 8 se tiene un controlador que envía señales a los motores de cada uno de los ejes del robot y la caja de comandos la cual sirve para enseñarle las posiciones al manipulador del robot.

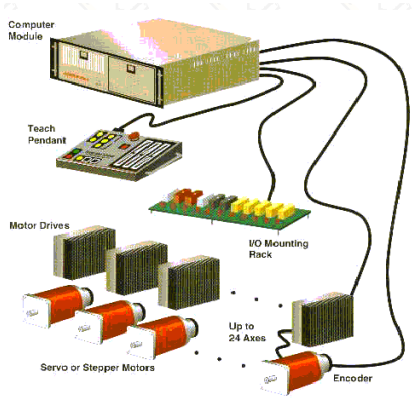


Figura 8. Controlador enviando señales a motores y caja de comandos.

Los dispositivos de entrada y salida permiten introducir y, a su vez, ver los datos del controlador. Para mandar instrucciones al controlador y para dar de alta programas de control, comúnmente se utiliza una computadora adicional. Es necesario aclarar que algunos robots únicamente poseen uno de estos componentes. En estos casos, uno de los componentes de entrada y salida permite la realización de todas las funciones.

Las señales de entrada y salida se obtienen mediante tarjetas electrónicas instaladas en el controlador del robot las cuales le permiten tener comunicación con otras máquinas-herramientas.

Se pueden utilizan estas tarjetas para comunicar al robot, por ejemplo, con las máquinas de control numérico (torno, ...). Estas tarjetas se componen de relevadores, los cuales mandan señales eléctricas que después son interpretadas en un programa de control. Estas señales nos permiten controlar cuándo debe entrar el robot a cargar una pieza a la máquina, cuando deben empezar a funcionar la máquina o el robot, etc.

1.2.1.5 Dispositivos especiales

Entre estos se encuentran los ejes que facilitan el movimiento transversal del manipulador y las estaciones de ensamblaje, que son utilizadas para sujetar las distintas piezas de trabajo.

En la estación del robot Move Master EX (Mitsubishi) representada en la figura 9 se pueden encontrar los siguientes dispositivos especiales:

A. Estación de posición sobre el transportador para la carga/descarga de piezas de trabajo.
B. Eje transversal para aumentar el volumen de trabajo del robot.
C. Estación de inspección por computadora integrada con el robot.
D. Estación de ensamble.**¡Error! Referencia de hipervínculo no válida.**

El robot cuenta con señales de entrada/salida para poder realizar la integración de su función incorporando estos elementos.

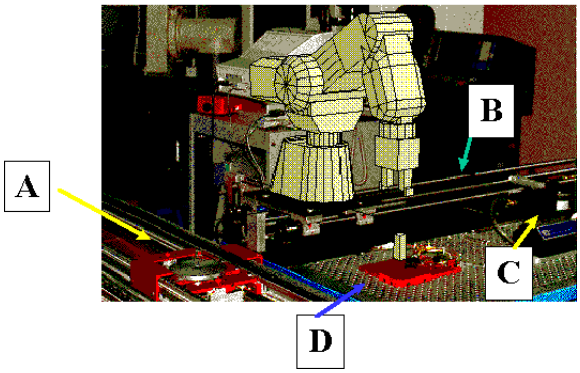


Figura 9. Robot Move Master EX

1.2.2 Principales características de los robots

1.2.2.1 Grados de libertad (GDL)

Cada uno de los movimientos independientes (giros y desplazamientos) que puede realizar cada articulación con respecto a la anterior. Son los parámetros que se precisan para determinar la posición y la orientación del elemento terminal del manipulador. El número de grados de libertad del robot viene dado por la suma de los GDL de las articulaciones que lo componen. Puesto que las articulaciones empleadas suelen ser únicamente de rotación y prismáticas, con un solo grado de libertad cada una, el número de GDL del robot suele coincidir con el número de articulaciones que lo componen.

Puesto que para posicionar y orientar un cuerpo de cualquier manera en el espacio son necesarios seis parámetros, tres para definir la posición y tres para la orientación, si se pretende que un robot posicione y oriente su extremo (y con él la pieza o herramienta manipulada) de cualquier modo en el espacio, se precisará al menos seis grados de libertad.

Un mayor número de grados de libertad conlleva un aumento de la flexibilidad en el posicionamiento del elemento terminal. Aunque la mayoría de las aplicaciones industriales requieren 6 GDL, como las de la soldadura, mecanizado y paletización, otras más complejas requieren un número mayor, tal es el caso en las labores de montaje. Si se trabaja en un entorno con obstáculos, el dotar al robot de grados de libertad adicionales le permitirá acceder a posiciones y orientaciones de su extremo a las que, como consecuencia de los obstáculos, no hubieran llegado con seis grados de libertad. Otra situación frecuente es dotar al robot de un grado de libertad adicional que le permita desplazarse a lo largo de un carril aumentando así el volumen del espacio al que puede acceder.

Cuando el número de grados de libertad del robot es mayor que los necesarios para realizar una determinada tarea se dicen que el robot es redundante.

Observando los movimientos del brazo y de la muñeca, podemos determinar el número de grados de libertad que presenta un robot. Generalmente, tanto en el brazo como en la muñeca, se encuentra un abanico que va desde uno hasta los tres GDL. Los grados de libertad del brazo de un manipulador están directamente relacionados con su anatomía o configuración.

1.2.2.2 Espacio de trabajo

Las dimensiones de los elementos del manipulador, junto a los grados de libertad, definen la zona de trabajo del robot, característica fundamental en las fases de selección e implantación del modelo adecuado.

La zona de trabajo se subdivide en áreas diferenciadas entre sí, por la accesibilidad específica del elemento terminal (aprehensor o herramienta), es diferente a la que permite orientarlo verticalmente o con el determinado ángulo de inclinación.

También queda restringida la zona de trabajo por los límites de giro y desplazamiento que existen en las articulaciones.

El espacio de trabajo de un robot se refiere únicamente al espacio dentro del cual puede desplazarse el extremo de su muñeca. Para determinar el espacio de trabajo no se toma en cuenta el gripper. La razón de ello es que a la muñeca del robot se le pueden adaptar grippers de distintos tamaños.

Para ilustrar lo que se conoce como espacio de trabajo regular y volumen de trabajo irregular, tomaremos como modelos varios

El robot cartesiano y el robot cilíndrico presentan volúmenes de trabajo regulares. El robot cartesiano genera una figura cúbica como lo podemos ver en la figura 10.

El robot de configuración cilíndrica presenta un volumen de trabajo parecido a un cilindro como lo podemos ver en la figura 11.

Por su parte, los robots que poseen una configuración polar, los de brazo articulado y los modelos SCARA presentan un volumen de trabajo irregular como se puede ver en la figura 12.

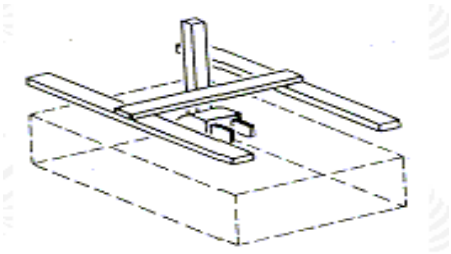


Figura 10. Espacio de trabajo de robot cartesiano.

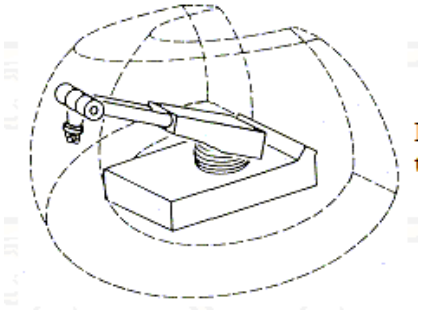


Figura 11 Espacio de trabajo de robot cilíndrico.

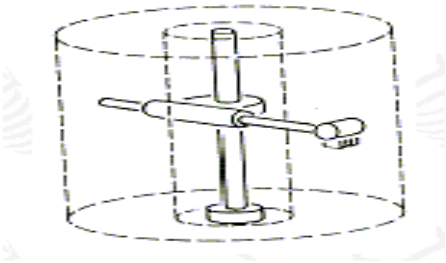


Figura 12 Espacio de trabajo de robot SCARA.

1.2.2.3 Precisión del movimiento

La precisión de movimiento en un robot industrial depende de tres factores:

- Resolución espacial
- Exactitud
- Repetibilidad

1.2.2.3.1 Resolución espacial

La resolución espacial se define como el incremento más pequeño de movimiento en que el robot puede dividir su volumen de trabajo.

La resolución espacial depende de dos factores: los sistemas que controlan la resolución y las inexactitudes mecánicas.

Depende del control del sistema porque éste, precisamente, es el medio para controlar todos los incrementos individuales de una articulación. Los controladores dividen el intervalo total de movimiento para una junta particular en incrementos individuales (resolución de control o de mando). La habilidad de dividir el rango de la junta en incrementos depende de la capacidad de almacenamiento en la memoria de mando. El número de incrementos separados e identificables para un eje particular es: 2n.

Las inexactitudes mecánicas se encuentran estrechamente relacionadas con la calidad de los componentes que conforman las uniones y las articulaciones. Como ejemplos de inexactitudes mecánicas pueden citarse la holgura de los engranajes, las tensiones en las poleas, las fugas de fluidos, etcétera

1.2.2.3.2 Exactitud

Se refiere a la capacidad de un robot para situar el extremo de su muñeca en un punto señalado dentro del volumen de trabajo. Mide la distancia entre la posición especificada, y la posición real del actuador terminal del robot. Mantiene una relación directa con la resolución espacial, es decir, con la capacidad del control del robot de dividir en incrementos muy pequeños el volumen de trabajo.

Un robot presenta una mayor exactitud cuando su brazo opera cerca de la base. A medida que el brazo se aleja de la base, la exactitud se irá haciendo menor. Esto se debe a que las inexactitudes mecánicas se incrementan al ser extendido el brazo. Otro factor que afecta a la exactitud es el peso de la carga; las cargas más pesadas reducen la exactitud (al incrementar las inexactitudes mecánicas). El peso de la carga también afecta la velocidad de los movimientos del brazo y la resistencia mecánica.

Si las inexactitudes mecánicas son despreciables la Exactitud = resolución de mando/2

1.2.3.3.3 Repetibilidad

Se refiere a la capacidad del robot de regresar al punto programado las veces que sean necesarias. Esta magnitud establece el grado de exactitud en la repetición de los movimientos de un manipulador al realizar una tarea programada.

1.2.2.4 Capacidad de carga

El peso, en kilogramos, que puede transportar la garra del manipulador recibe el nombre de capacidad de carga. A veces, este dato lo proporcionan los fabricantes, incluyendo el peso del gripper.

En modelos de robots indústriales, la capacidad de carga del gripper, puede oscilar de entre 205kg. y 0.9Kg. La capacidad de carga es una de las características que más se tienen en cuenta en la selección de un robot, según la tarea a la que se destine. En soldadura y mecanizado es común precisar capacidades de carga superiores a los 50kg.

1.2.2.5 Velocidad

Se refiere a la velocidad máxima alcanzable por el TCP o por las articulaciones. En muchas ocasiones, una velocidad de trabajo elevada aumenta extraordinariamente el rendimiento del robot, por lo que esta magnitud se valora considerablemente en la elección del mismo. En tareas de soldadura y manipulación de piezas es muy aconsejable que la velocidad de trabajo sea alta. En pintura, mecanizado y ensamblaje, la velocidad debe ser media e incluso baja.

1.2.2.6 Tipos de actuadores

Los elementos motrices que generan el movimiento de las articulaciones pueden ser, según la energía que consuman, de tipo olehidráulico, neumático o eléctrico.

Los actuadores de tipo olehidráulico se destinan a tareas que requieren una gran potencia y grandes capacidades de carga. Dado el tipo de energía que emplean, se construyen con mecánica de precisión y su coste es elevado. Los robots hidráulicos se diseñan formando un conjunto compacto la central hidráulica, la cabina electrónica de control y el brazo del manipulador.

La energía neumática dota a sus actuadores de una gran velocidad de respuesta junto a un bajo coste, pero su empleo está siendo sustituido por elementos eléctricos.

Los motores eléctricos, que cubren la gama de media y baja potencia, acaparan el campo de la Robótica, por su gran precisión en el control de su movimiento y las ventajas inherentes a la energía eléctrica que consumen.

1.2.2.7. Programabilidad

La inclusión del controlador de tipo microelectrónica en los robots industriales permite la programación del robot de muy diversas formas.

En general, los modernos sistemas de robots admiten la programación manual, mediante un módulo de programación.

Las programaciones gestual y textual controlan diversos aspectos del funcionamiento del manipulador:

- Control de la velocidad y la aceleración.
- Saltos de programa condicionales.
- Temporizaciones y pausas.
- Edición, modificación, depuración y ampliación de programas.
- Funciones de seguridad.
- Funciones de sincronización con otras máquinas.
- Uso de lenguajes específicos de Robótica.

1.2.3 Tipos de configuraciones morfológicas

La estructura del manipulador y la relación entre sus elementos proporcionan una configuración mecánica, que da origen al establecimiento de los parámetros que hay que conocer para definir la posición y orientación del elemento terminal. Fundamentalmente, existen cuatro estructuras clásicas en los manipuladores, que se relacionan con los correspondientes modelos de coordenadas en el espacio y que se citan a continuación: cartesianas, cilíndricas, esféricas, angulares. Así, el brazo del manipulador puede presentar cuatro configuraciones clásicas:

- Cartesiana
- Cilíndrica
- Esférica
- De brazo articulado

y una no clásica:

- SCARA

El empleo de diferentes combinaciones de articulaciones en un robot da lugar a diferentes configuraciones, con características para tener en cuenta tanto en el diseño y construcción del robot como en su aplicación. Las combinaciones más frecuentes son con tres articulaciones, que son las más importantes a la hora de posicionar su extremo en un punto en el espacio.

1.2.4 Cinemática directa de los manipuladores

La cinemática es la ciencia que trata el movimiento sin considerar las fuerzas que lo ocasionan. Dentro de la cinemática se estudia la posición, velocidad, aceleración y todas las derivadas de mayor orden de las variables de posición. Por ende, el estudio de la cinemática de los manipuladores se refiere a todas las propiedades del movimiento, las geométricas y las basadas en tiempo.

Los manipuladores consisten en vínculos casi rígidos, los cuales están conectados por articulaciones que permiten el movimiento relativo de los vínculos adyacentes. Estas articulaciones generalmente se instrumentan con sensores de posición, los cuales permiten medir la posición relativa de los vínculos adyacentes. En el caso de las articulaciones giratorias o angulares, estos desplazamientos se conocen como ángulos articulados. Algunos manipuladores contienen articulaciones deslizantes (o prismáticas), en las que el desplazamiento relativo entre los vínculos es una traslación, algunas veces llamada desplazamiento de articulación.

El número de grados de libertad que posee un manipulador es el número de variables de posición independientes que tendrían que especificarse para poder localizar todas las piezas del mecanismo. Éste es un término general que se utiliza para cualquier mecanismo. Por ejemplo, un vínculo de 4 barras sólo tiene un grado de libertad. En el caso de los robots industriales comunes, como un manipulador es generalmente una cadena cinemática abierta y como la posición de cada articulación se define generalmente con una sola variable, el número de articulaciones es igual al número de grados de libertad.

En el extremo libre de la cadena de vínculos que conforman el manipulador se encuentra el efector final. Dependiendo de la aplicación que se va a dar al robot, el efector final podría ser una pinza, un soplete de soldadura, un electroimán o cualquier otro dispositivo.

1.2.5 Cinemática inversa de los manipuladores

Este problema se plantea de la siguiente manera: dada la posición y orientación del efector final del manipulador, calcule todos los conjuntos posibles de ángulos articulares que podrían utilizarse para obtener esta posición y orientación dadas.

Éste es un problema geométrico algo complicado, que se resuelve de manera rutinaria miles de veces diariamente en el sistema humano y en otros sistemas biológicos. En el caso de un sistema artificial como un robot, necesitamos crear un algoritmo en la computadora de control que pueda realizar este cálculo. En ciertos casos, la solución de este problema es el elemento más importante en un sistema manipulador.

Podemos pensar en este problema como en una asignación de “ubicaciones” en el espacio cartesiano 3D, a “ubicaciones” en el espacio de articulaciones internas del robot. Esta necesidad surge naturalmente siempre que se especifica un objetivo en coordenadas de espacio 3D externas. Algunos de los primeros robots carecían de este algoritmo; simplemente se desplazaban (algunas veces manualmente) hacia las ubicaciones deseadas, que después se registraban como un conjunto de valores de articulación (es decir, como una ubicación en el espacio de la articulación) para su posterior reproducción. Obviamente, si el robot se utiliza solamente en el modo de registrar y reproducir las ubicaciones y los movimientos de las articulaciones, no es necesario ningún algoritmo que relacione el espacio de la articulación con el espacio cartesiano. No obstante, actualmente es raro encontrar un robot industrial que carezca de este algoritmo básico de cinemática inversa.

1.2.6 La Representación de Denavit-Hartenberg

La representación de D-H, se aplica a robots de cadena cinemática abierta y consiste en una serie de reglas para colocar los sistemas de referencia de cada eslabón del robot. Antes de aplicar el método de D-H es importante tener en cuenta los siguientes puntos:

- Se parte de una configuración cualesquiera del robot, si bien es aconsejable colocarlo en una posición sencilla de analizar.
- Se numeran los eslabones, asignando el 0 para la base y n-1 para el último eslabón, siendo n el número de grados de libertad del robot.
- El sistema de coordenadas ortonormal dextrógiro de la base (x_0, y_0, z_0) se establece con el eje z_0 localizado a lo largo del eje de movimiento de la articulación 1 y apuntando hacia fuera del hombro del brazo del robot.
- El sistema de referencia de cada eslabón se coloca al final del mismo, en el extremo de la articulación a la cual esta conectado el eslabón siguiente.
- El ángulo ó desplazamiento de cada eslabón siempre se mide tomando como base el sistema de referencia del eslabón anterior.
- Al colocar el sistema de referencia del eslabón-i, se deben seguir las siguientes reglas:

1. El eje z_i del sistema de referencia debe quedar alineado a lo largo de la articulación
2. El eje x_i debe colocarse con orientación normal al plano formado por los ejes z_{i-1} y z_i

- Al establecer los sistemas de coordenadas de la mano se debe tener en cuenta el principio de Pieper's en el cual se establece que los tres últimos sistemas de referencia se intercepten en un punto, lo cual permite obtener una solución para el problema cinemático inverso de forma cerrada para estas articulaciones.

Además de las reglas anteriores la convención de D-H establece las siguientes condiciones para los demás parámetros geométricos, de acuerdo con la figura 13.

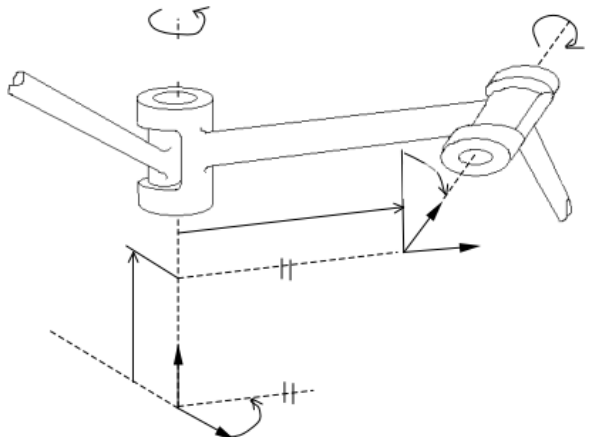


Figura 13.Sistema de coordenadas para convencion D-H

Cada sistema de coordenadas se establece sobre las siguientes reglas.

θ_i: Es el ángulo de la articulación desde el eje x_{i-1} hasta el eje x_i, medido respecto del eje z_{i-1}, usando la regla de la mano derecha.

d_i: Es la distancia medida desde el origen del sistema i-1, a lo largo del eje z_{i-1} hasta la intersección del eje z_{i-1} con el eje x_i.

a_i: Es la distancia de separación entre los orígenes de los sistemas de referencia i-1 e i, medida a lo largo del eje x_i hasta la intersección con el eje z_{i-1}.

α_i: Es el ángulo que separa los ejes z_i y z_{i-1}, medido respecto del eje x_i.

Con base en la figura 13 y de acuerdo con las reglas de D-H, se determina la siguiente matriz de transformación homogénea:

$$A^{i-1}{}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & 0 \\ s\theta_i & c\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha_i & -s\alpha_i & 0 \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^{i-1}{}_i = \begin{bmatrix} c\theta_i & -c\theta_i s\theta_i & s\alpha_i s\theta_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\alpha_i c\theta_i & -s\alpha_i c\theta_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1.2.7 Generación de trayectorias

Una manera común de hacer que un manipulador se mueva de un punto a otro en el espacio de una forma suave y controlada es hacer que cada articulación se mueva según lo especificado por una función continua del tiempo. Comúnmente, cada articulación inicia y termina su movimiento al mismo tiempo, de manera que el movimiento del manipulador parezca coordinado. La manera exacta de calcular estas funciones de movimiento corresponde a la generación de trayectorias.

A menudo una ruta se describe no solamente mediante un destino deseado, sino también mediante algunas ubicaciones intermedias, o puntos vía, a través de los cuales debe pasar el manipulador en su ruta hacia su destino. En dichas instancias se utiliza algunas veces el término trazador para referirse a una función uniforme que pasa por un conjunto de puntos vía.

1.2.7 Transformada Z

Una herramienta matemática muy utilizada en el análisis y la síntesis de sistemas de control en tiempo discreto es la transformada Z. El papel de la transformada Z en sistemas de tiempo discreto es similar al de la transformada de Laplace en sistemas de tiempo continuo.

En un sistema de control de tiempo discreto, una ecuación en diferencias lineal caracteriza la dinámica del sistema. Para determinar la respuesta del sistema a una entrada dada, se debe resolver dicha ecuación en diferencias. Con el método de la transformada Z, las soluciones a las ecuaciones en diferencias se convierten en un problema de naturaleza algebraica.

1.2.8 Señales de tiempo discreto

Las señales en tiempo discreto surgen si el sistema involucra la operación de muestreo de señales en tiempo continuo. La señal muestreada es x(0), x(T), x(2T)…., donde T es el período de muestreo. Dicha secuencia de valores que surge de la operación de muestreo normalmente se escribe como x(kT). Si el sistema incluye un proceso iterativo realizado por una computadora digital, la señal involucrada es una secuencia de números x(0), x(1),x(2)… La secuencia de números normalmente se escribe como x(k), donde el argumento K indica el orden en que se presentan los números en la secuencia, aunque x(k) es una secuencia de números, ésta se puede considerar como una señal muestreada de x(t) cuando el periodo de muestreo T es 1 segundo.

El método de la transformada z es un método operacional muy poderoso cuando se trabaja con sistemas en tiempo discreto. Al considerar la transformada z de una función del tiempo x(t), sólo se toma en cuenta los valores muestreados de x(t), esto es, x(0), x(T), x(2T)…, donde T es el periodo de muestreo. L a transformada z de una función del tiempo x(t), donde t es positivo, o de la secuencia de valores x(kT), donde K adopta valores de cero o de enteros positivos y T es el periodo de muestreo, se define mediante la siguiente ecuación:

$$X(z) = Z[x(t)] = Z[x(kT)] = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)z^{-k} \dots\dots\dots (1)$$

Para una secuencia de números x(K), la transformada se define como:

$$X(z) = Z[x(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} x(k)z^{-k} \dots\dots\dots (2)$$

La transformada z definida mediante las ecuaciones 1 o 2, se conoce como transformada z unilateral.

1.2.9 Sistemas de control

1.2.9.1 Sistemas lineales.

Un sistema se denomina lineal si se aplica el principio de superposición. Este principio establece que la respuesta producida por la aplicación simultánea de dos funciones de entradas diferentes es la suma de las dos respuestas individuales. Por tanto, para el sistema lineal, la respuesta a varias entradas se calcula tratando una entrada cada vez y sumando los resultados. Este principio permite desarrollar soluciones complicadas para la ecuación diferencial lineal a partir de soluciones simples. Si en una investigación experimental de un sistema dinámico son proporcionales la causa y el efecto, lo cual implica que se aplica el principio de superposición, el sistema se considera lineal.

1.2.9.2 Sistemas lineales invariantes y variantes en el tiempo.

Una ecuación diferencial es lineal si sus coeficientes son constantes o son funciones sólo de la variable independiente. Los sistemas dinámicos formados por componentes de parámetros concentrados lineales invariantes con el tiempo se describen mediante ecuaciones diferenciales lineales invariantes en el tiempo de coeficientes constantes. Tales sistemas se denominan sistemas lineales invariantes en el tiempo (o lineales de coeficientes constantes). Los sistemas que se representan mediante ecuaciones diferenciales cuyos coeficientes son funciones del tiempo, se denominan sistemas lineales variantes en el tiempo.

1.2.9.3 Variable controlada y señal de control o variable manipulada.

La variable controlada es la cantidad o condición que se mide y controla. La señal de control o variable manipulada es la cantidad o condición que el controlador modifica para afectar el valor de la variable controlada. Normalmente, la variable controlada es la salida del sistema. Controlar significa medir el valor de la variable controlada del sistema y aplicar la variable manipulada al sistema para corregir o limitar la desviación del valor medido respecto del valor deseado.

1.2.9.4 Plantas

Una planta puede ser una parte de un equipo, tal vez un conjunto de los elementos de una máquina que funcionan juntos, y cuyo objetivo es efectuar una operación particular.

1.2.9.5 Procesos.

Es una operación o un desarrollo natural progresivamente continuo, marcado por una serie de cambios graduales que se suceden unos a otros de una forma relativamente fija y que conducen a un resultado o propósito determinados; o una operación artificial o voluntaria que se hace de forma progresiva y que consta de una serie de acciones o movimientos controlados, sistemáticamente dirigidos hacia un resultado o propósito determinado. En este libro se llamará proceso a cualquier operación que se va a controlar. Algunos ejemplos son los procesos químicos, económicos y biológicos.

1.2.9.6 Perturbaciones

Una perturbación es una señal que tiende a afectar negativamente el valor de la salida de un sistema. Si la perturbación se genera dentro del sistema se denomina interna, mientras que una perturbación externa se genera fuera del sistema y es una entrada.

1.2.9.7 Control realimentado

El control realimentado se refiere a una operación que, en presencia de perturbaciones, tiende a reducir la diferencia entre la salida de un sistema y alguna entrada de referencia, y lo realiza tomando en cuenta esta diferencia.

1.2.9.8 Sistemas de control realimentados.

Un sistema que mantiene una relación determinada entre la salida y la entrada de referencia, comparándolas y usando la diferencia como medio de control, se denomina sistema de control realimentado. Un ejemplo sería el sistema de control de temperatura de una habitación. Midiendo la temperatura real y comparándola con la temperatura de referencia (temperatura deseada), el termostato activa o desactiva el equipo de calefacción o de enfriamiento para asegurar que la temperatura de la habitación se mantiene en un nivel confortable independientemente de las condiciones externas.

Los sistemas de control realimentados no se limitan a la ingeniería, sino que también se encuentran en diversos campos ajenos a ella. Por ejemplo, el cuerpo humano es un sistema de control realimentado muy avanzado. Tanto la temperatura corporal como la presión sanguínea se conservan constantes mediante una realimentación fisiológica. De hecho, la realimentación realiza una función vital: hace que el cuerpo humano sea relativamente insensible a las perturbaciones externas, permitiendo que funcione de forma adecuada en un entorno cambiante.

1.2.9.9 Sistemas de control en lazo cerrado

Los sistemas de control realimentados se denominan también sistemas de control en lazo cerrado. En la práctica, los términos control realimentado y control en lazo cerrado se usan indistintamente. En un sistema de control en lazo cerrado, se alimenta al controlador la señal de error de actuación, que es la diferencia entre la señal de entrada y la señal de realimentación (que puede ser la propia señal de salida o una función de la señal de salida y sus derivadas y/o integrales), con el fin de reducir el error y llevar la salida del sistema a un valor deseado. El término control en lazo cerrado siempre implica el uso de una acción de control realimentado para reducir el error del sistema.

1.2.9.10 Sistemas de control en lazo abierto

Los sistemas en los cuales la salida no tiene efecto sobre la acción de control se denominan sistemas de control en lazo abierto. En otras palabras, en un sistema de control en lazo abierto no se mide la salida ni se realimenta para compararla con la entrada. Un ejemplo práctico es una lavadora. El remojo, el lavado y el centrifugado en la lavadora operan con una base de tiempo. La máquina no mide la señal de salida, que es la limpieza de la ropa.

En cualquier sistema de control en lazo abierto, la salida no se compara con la entrada de referencia. Así, a cada entrada de referencia le corresponde una condición de operación fija; como resultado de ello, la precisión del sistema depende de la calibración. Ante la presencia de perturbaciones, un sistema de control en lazo abierto no realiza la tarea deseada. En la práctica, el control en lazo abierto sólo se usa si se conoce la relación entre la entrada y la salida y si no hay perturbaciones internas ni externas. Es evidente que estos sistemas no son de control realimentado.

Obsérvese que cualquier sistema de control que opere con una base de tiempo está en lazo abierto. Por ejemplo, el control de tráfico mediante señales operadas con una base de tiempo es otro ejemplo de control en lazo abierto.

1.2.10 Función de transferencia.

La función de transferencia de un sistema descrito mediante una ecuación diferencial lineal e invariante en el tiempo se define como el cociente entre la transformada de Laplace de la salida (función de respuesta) y la transformada de Laplace de la entrada (función de excitación) bajo la suposición de que todas las condiciones iniciales son cero.
Considérese el sistema lineal e invariante en el tiempo descrito mediante la siguiente ecuación diferencial:

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + .. + a_{n-1}\dot{y} + a_n y = b_0 x^{(m)} + b_1 x^{(m-1)} + .. + b_{n-1}\dot{x} + b_m x \quad (n \geq m)$$

donde *y* es la salida del sistema y *x* es la entrada. La función de transferencia de este sistema es el cociente de la transformada de Laplace de la salida y la transformada de Laplace de la entrada cuando todas las condiciones iniciales son cero, o

Función de transferencia

$$G(s) = \frac{\mathcal{L}[salida]}{\mathcal{L}[entrada]} = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + .. + b_{n-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + .. + a_{n-1} s + a_n} \ldots\ldots\ldots (3)$$

A partir del concepto de función de transferencia, es posible representar la dinámica de un sistema mediante ecuaciones algebraicas en *s*. Si la potencia más alta de *s* en el denominador de la función de transferencia es igual a *n*, el sistema se denomina *sistema de orden n-ésimo*.

1.2.10.1 Función de transferencia en lazo abierto y función de transferencia de la trayectoria directa.

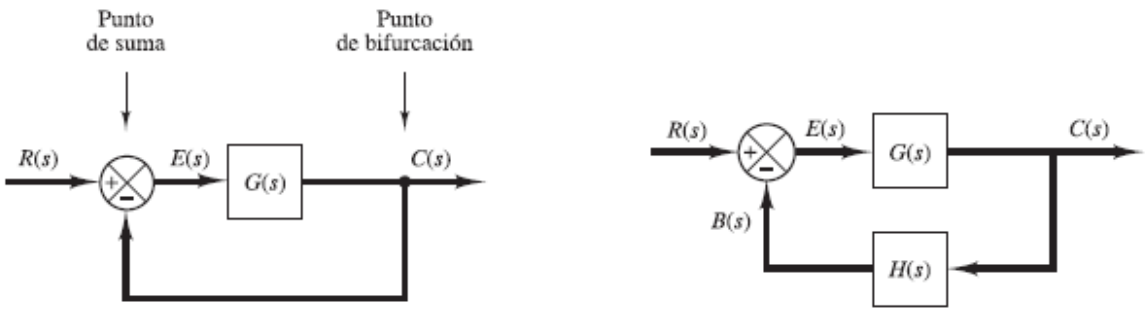


Figura 14 Función de trasferencia lazo abierto y cerrado

Remitiéndose a la figura 14 el cociente de la señal de realimentación $B(s)$ entre la señal de error $E(s)$ se denomina *función de transferencia en lazo abierto*. Es decir,

Función de transferencia en lazo abierto $= \frac{B(s)}{E(s)} = G(s)H(s)$

El cociente entre la salida $C(s)$ y la señal de error $E(s)$ se denomina *función de transferencia de la trayectoria directa*, por lo que,

Función de transferencia de la trayectoria directa $\frac{C(s)}{E(s)} = G(s)$

Si la función de transferencia de la trayectoria de realimentación $H(s)$ es la unidad, la función de transferencia en lazo abierto y la función de transferencia de la trayectoria directa son iguales.

1.2.10.2 Función de transferencia en lazo cerrado.

Para el sistema que aparece en la Figura 14 la salida *C*(*s*) y la entrada *R*(*s*) se relacionan del modo siguiente:

$$C(s) = G(s)E(s)$$
$$E(s) = R(s) - B(s)$$
$$= R(s) - H(s)C(s)$$

Si se elimina *E*(*s*) de estas ecuaciones, se obtiene:

$$C(s) = G(s)[R(s) - H(s)C(s)]$$

o bien,

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 - G(s)H(s)} \dots\dots\dots (4)$$

La función de transferencia que relaciona C(s) con R(s) se denomina función de transferencia en lazo cerrado. Esta función de transferencia relaciona la dinámica del sistema en lazo cerrado con la dinámica de los elementos de las trayectorias directa y de realimentación.

1.2.11 Criterio de estabilidad de Routh.

El criterio de estabilidad de Routh dice si existen o no raíces inestables en una ecuación polinomial, sin tener que obtenerlas en realidad. Este criterio de estabilidad sólo se aplica a los polinomios con una cantidad finita de términos. Cuando se aplica el criterio a un sistema de control, la información sobre la estabilidad absoluta se obtiene directamente de los coeficientes de la ecuación característica.

El procedimiento en el criterio de estabilidad de Routh es:

1. Se escribe el polinomio en *s* de la forma siguiente:

   $$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + .. + a_{n-1} s + a_n = 0 \dots\dots\dots (5)$$

   donde los coeficientes son cantidades reales. Se supone que $a_n \neq 0$ es decir, se elimina cualquier raíz cero.

2. Si alguno de los coeficientes es cero o negativo, ante la presencia de al menos un coeficiente positivo, hay una raíz o raíces imaginarias o que tienen partes reales positivas. En tal caso, el sistema no es estable. Si sólo interesa la estabilidad absoluta, no es necesario continuar con el procedimiento. Obsérvese que todos los coeficientes deben ser positivos.

   Esta es una condición necesaria, como se aprecia a partir del argumento siguiente. Un polinomio en *s* con coeficientes reales siempre puede factorizarse en factores lineales y cuadráticos tales como $(s + a)$ y $(s^2 + bs + c)$, donde a, b y c son números reales. Los factores lineales producen las raíces reales y los factores cuadráticos producen las raíces complejas del polinomio. El factor $(s^2 + bs + c)$,

produce las raíces con partes reales negativas sólo si *b* y *c* son ambas positivas. Para todas las raíces que tienen partes reales negativas, las constantes *a*, *b*, *c*, ... deben ser positivas en todos los factores. El producto de cualquier cantidad de factores lineales y cuadráticos que contengan sólo coeficientes positivos siempre produce un polinomio con coeficientes positivos. Es importante señalar que la condición de que todos los coeficientes sean positivos no es suficiente para asegurar la estabilidad. La condición necesaria, pero no suficiente, para la estabilidad es que todos los coeficientes de la Ecuación 3 estén presentes y tengan un signo positivo. (Si todas las *a* son negativas, se hacen positivas multiplicando ambos miembros de la ecuación por -1.)

3. Si todos los coeficientes son positivos, se ordenan los coeficientes del polinomio en filas y columnas de acuerdo con el patrón siguiente:

$$
\begin{array}{lllll}
s^n & a_0 & a_2 & a_4 & a_{6\ldots\ldots} \\
s^{n-1} & a_1 & a_3 & a_5 & a_{7\ldots\ldots} \\
s^{n-2} & b_1 & b_2 & b_3 & b_{4\ldots\ldots} \\
s^{n-3} & C_1 & C_2 & C_3 & C_{4\ldots\ldots} \\
s^{n-3} & d_1 & d_2 & d_3 & d_{4\ldots\ldots} \\
. & . & & & \\
. & . & & & \\
. & . & & & \\
s^2 & e1 & e2 & & \\
s^1 & f1 & & & \\
s^0 & g1 & & &
\end{array}
$$

El proceso de formar filas continúa hasta que no quedan más elementos. (El número total de filas es *n*+1.) Los coeficientes *b*1, *b*2, *b*3, etc., se evalúan del modo siguiente:

$$
b1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}
$$

$$
b2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_3}{a_1}
$$

$$
b3 = \frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1}
$$

$$
\begin{array}{c}
. \\
. \\
.
\end{array}
$$

La evaluación de las *b* continúa hasta que todas las restantes son cero. Se sigue el mismo patrón de multiplicación cruzada de los coeficientes de las dos filas anteriores al evaluar las *c*, las *d*, las *e*, etc. Es decir,

$$c1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1}$$
$$c2 = \frac{b_1 a_5 - a_1 b_3}{b_1}$$
$$c3 = \frac{b_1 a_7 - a_1 b_4}{b_1}$$
$$\vdots$$

Y:

$$d1 = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{c_1}$$
$$d2 = \frac{c_1 b_3 - b_1 c_3}{c_1}$$
$$\vdots$$

Este proceso continúa hasta que se completa la *n*-ésima fila. El array completo de los coeficientes es triangular.

1.2.12. Controladores

1.2.12.1 Acción de control proporcional.

Para un controlador con acción de control proporcional, la relación entre la salida del controlador $u(t)$ y la señal de error $e(t)$ es:

$$u(t) = k_p e(t) \ldots \ldots \ldots (6)$$

o bien, en cantidades transformadas por el método de Laplace,

$$\frac{U(s)}{E(s)} = k_p$$

donde *Kp* se considera la ganancia proporcional. Cualquiera que sea el mecanismo real y la forma de la potencia de operación, el controlador proporcional es, en esencia, un amplificador con una ganancia ajustable.

1.2.12.2 Acción de control integral

En un controlador con acción de control integral, el valor de la salida del controlador $u(t)$ se cambia a una razón proporcional a la señal de error $e(t)$. Es decir,

$$\frac{du(t)}{dt} = k_i e(t)$$

O bien

$$u(t) = k_i \int_0^t e(t)dt \ldots\ldots\ldots (7)$$

donde *Ki* es una constante ajustable. La función de transferencia del controlador integral es

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{k_i}{s}$$

1.2.12.3 Acción de control proporcional-integral.

La acción de control de un controlador proporcional-integral (PI) se define mediante

$$u(t) = k_p e(t) + \frac{K_P}{T_i} \int_0^t e(t)dt \ldots\ldots\ldots (8)$$

o la función de transferencia del controlador es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = k_p(1 + \frac{1}{T_i s})$$

donde Ti se denomina tiempo integral.

1.2.12.4 Acción de control proporcional-derivativa.

La acción de control de un controlador proporcional-derivativa (PD) se define mediante:

$$u(t) = k_p e(t) + k_p T_p \frac{de(t)}{dt} \ldots\ldots\ldots (9)$$

y la función de transferencia es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = k_p(1 + k_d s)$$

donde Td es el tiempo derivativo.

1.2.12.5 Acción de control proporcional-integral-derivativa.

La combinación de la acción de control proporcional, la acción de control integral y la acción de control derivativa se denomina acción de control proporcional-integral-derivativa. Esta acción combinada tiene las ventajas de cada una de las tres acciones de control individuales. La ecuación de un controlador con esta acción combinada está dada por:

$$u(t) = k_p e(t) + \frac{K_P}{T_i}\int_0^t e(t)dt + k_p T_p \frac{de(t)}{dt} \ldots\ldots\ldots (10)$$

La función de transferencia es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = k_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_p s)$$

donde *Kp* es la ganancia proporcional, *Ti* es el tiempo integral y *Td* es el tiempo derivativo.

1.2.13 Reglas de Ziegler-Nichols para sintonizar controladores PID.

Ziegler y Nichols propusieron reglas para determinar los valores de la ganancia proporcional *Kp*, del tiempo integral *Ti* y del tiempo derivativo *Td*, basándose en las características de respuesta transitoria de una planta dada. Tal determinación de los parámetros de los controladores PID o sintonía de controladores PID la pueden realizar los ingenieros mediante experimentos sobre la planta. (Después de la propuesta inicial de Ziegler-Nichols han aparecido numerosas reglas de sintonía de controladores PID. Estas reglas están disponibles tanto en publicaciones técnicas como de los fabricantes de estos controladores.) Hay dos métodos denominados reglas de sintonía de Ziegler-Nichols: el primero y el segundo método

1.2.13.1 Primer método.

En el primer método, la respuesta de la planta a una entrada escalón unitario se obtiene de manera experimental, tal como se muestra en la Figura 15. Si la planta no contiene integradores ni polos dominantes complejos conjugados, la curva de respuesta escalón unitario puede tener forma de S, como se observa en la Figura 16. Este método se puede aplicar

si la respuesta muestra una curva con forma de S. Tales curvas de respuesta escalón se pueden generar experimentalmente o a partir de una simulación dinámica de la planta. La curva con forma de S se caracteriza por dos parámetros: el tiempo de retardo *L* y la constante de tiempo *T*. El tiempo de retardo y la constante de tiempo se determinan dibujando una recta tangente en el punto de inflexión de la curva con forma de S y determinando las intersecciones de esta tangente con el eje del tiempo y con la línea *c*(*t*)=*K*, tal como se muestra en la Figura 16.

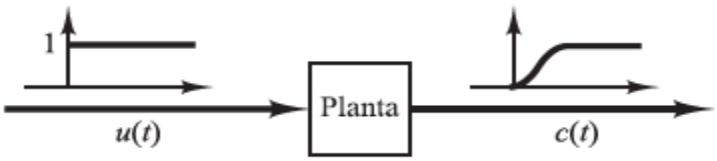


Figura 15. Entrada de la planta

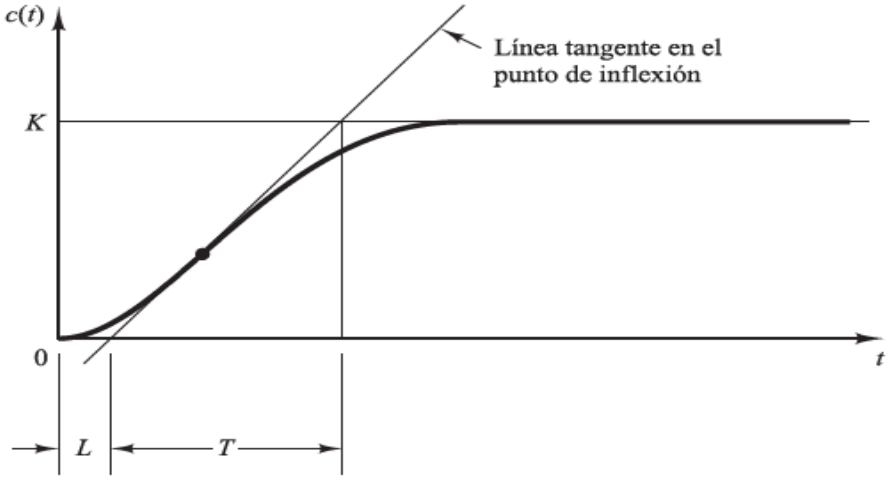


Figura 16. Curva de respuesta del escalón unitario

En este caso, la función de transferencia $C(s)/U(s)$ se aproxima mediante un sistema de primer orden con un retardo del modo siguiente:

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-Ls}}{Ts+1} \dots\dots\dots (11)$$

Ziegler y Nichols sugirieron establecer los valores de *Kp*, *Ti* y *Td* de acuerdo con la fórmula que se muestra en la Tabla 1.

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0.9\frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2\frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

Tabla 1. Parámetros Ziegler Nichols

1.2.13.2 Segundo método.

En el segundo método, primero se fija Ti=∞ y Td=0. Usando sólo la acción de control proporcional, se incrementa Kp desde 0 hasta un valor crítico Kcr, en donde la salida presente oscilaciones sostenidas. (Si la salida no presenta oscilaciones sostenidas para cualquier valor que pueda tomar Kp, entonces este método no se puede aplicar.) Así, la ganancia crítica Kcr y el periodo Pcr correspondiente se determinan experimentalmente (véase la Figura 17). Ziegler-Nichols sugirieron que se establecieran los valores de los parámetros *Kp*, *Ti* y *Td* de acuerdo con la fórmula que se muestra en la Tabla 2.

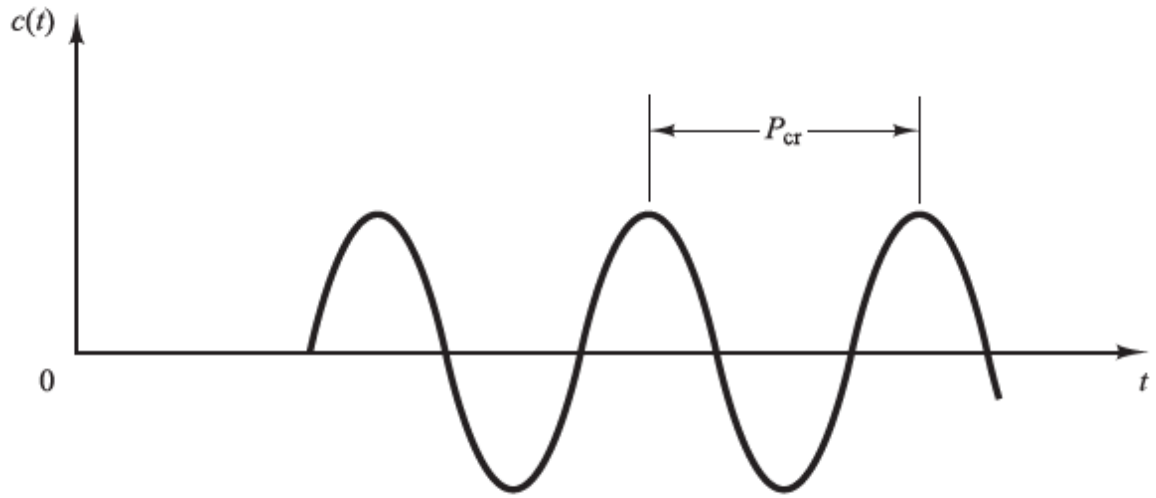


figura 17. Acción del segundo método

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{cr}$	∞	0
PI	$0.45K_{cr}$	$\frac{1}{1.2}P_{cr}$	0
PID	$0.6K_{cr}$	$0.5P_{cr}$	$0.125P_{cr}$

Tabla 2. Parámetros del segundo método

1.2.14 Protocolo I2C

I2C es un puerto y protocolo de comunicación serial, define la trama de datos y las conexiones físicas para transferir bits entre 2 dispositivos digitales. Además, el protocolo permite conectar hasta 127 dispositivos esclavos con esas dos líneas, con hasta velocidades de 100, 400 y 1000 kbits/s. También es conocido como IIC ó TWI – Two Wire Interface.

El protocolo I2C es uno de los más utilizados para comunicarse con sensores digitales, ya que a diferencia del puerto Serial, su arquitectura permite tener una confirmación de los datos recibidos, dentro de la misma trama, entre otras ventajas.

La conexión de tantos dispositivos al mismo bus es una de las principales ventajas, el diagrama típico de conexión se muestra en la figura 18. Además, si comparamos a I2C con otro protocolo serial, como Serial TTL, este incluye más bits en su trama de comunicación que permite enviar mensajes más completos y detallados.

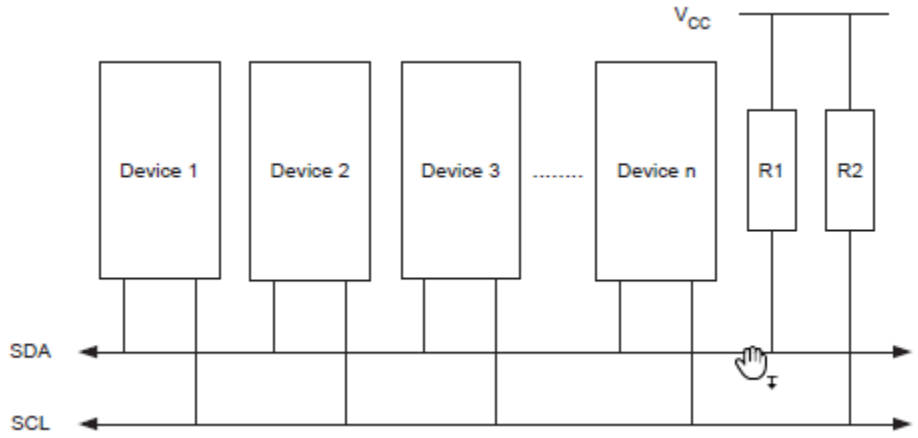


figura 18. Conexión de bus TWI

Los mensajes que se envían mediante un puerto I2C, incluye además del byte de información, una dirección tanto del registro como del sensor. Para la información que se envía siempre existe una confirmación de recepción por parte del dispositivo utiliza dos líneas de bus bidireccionales, una para reloj (SCL) y otra para datos (SDA). El único hardware externo necesario para implementar el bus es una resistencia de pull-up individual para cada una de las líneas de bus. Todos los dispositivos conectados al bus tienen direcciones individuales y mecanismos para resolver el bus.

Ambas líneas de bus están conectadas a la tensión de alimentación positiva a través de resistencias de pull-up. Los controladores de bus de todos los dispositivos que cumplen con TWI son de drenaje abierto o colector abierto. Esto implementa una función AND cableada que es esencial para el funcionamiento de la interfaz. Un bajo nivel en una línea de bus TWI se genera cuando uno o más dispositivos TWI generan un cero. Un alto nivel se emite cuando todos los dispositivos TWI tri-establecen sus salidas, permitiendo que las resistencias pull-up tiren de la línea alto.

Cada bit de datos transferido en el bus TWI va acompañado de un pulso en la línea del reloj como se muestra en la figura 19. El nivel de la línea de datos debe ser estable cuando la línea de reloj es alta. La única excepción a esta regla es para generando condiciones de inicio y parada.

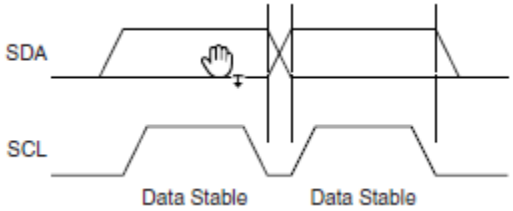


Figura 19. Cambio de dato

Al tener varios dispositivos conectados, se designa en dos categorías, maestro y esclavos. El maestro inicia y termina una transmisión de datos. La transmisión se inicia cuando el maestro emite una condición de START en el bus, y finaliza cuando el maestro emite una condición de STOP. Entre una condición START y STOP, el bus se considera ocupado, y otro maestro no debe intentar tomar el control del bus. Un caso especial ocurre cuando una nueva condición de START se emite entre una condición de START y STOP. Esto se conoce como condición de REPEATED START, y se usa cuando el maestro desea iniciar una nueva transferencia sin liberar control del bus después de un REPEATED START, el bus se considera ocupado hasta el próximo STOP. Esto es idéntico al comportamiento START y por lo tanto START se usa para describir ambos START y REPEATED START las condiciones START y STOP se señalan cambiando el nivel de la línea SDA cuando la línea SCL es alta, como se muestra en la figura 20.

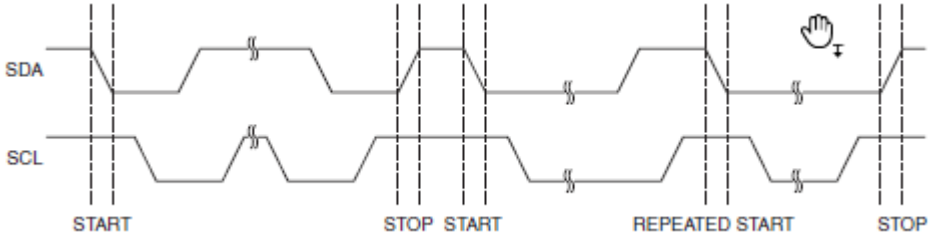


Figura 20. Condiciones STOP, START Y REPEATED START

1.2.15Unidad de interfaz de bus

El TWDR contiene la dirección o los bytes de datos a transmitir, o la dirección o los bytes de datos recibidos. Además del TWDR de 8 bits, la unidad de interfaz de bus también contiene un registro que contiene el (N) bit ACK a transmitir o recibir. Este (N) Registro de ACK no es directamente accesible por el software de la aplicación. Sin embargo, cuando se recibe, se puede configurar o borrado al manipular el TWI Control Register (TWCR). Cuando está en modo Transmisor, el valor del bit ACK recibido (N) puede determinarse por el valor en el TWSR. El controlador START / STOP es responsable de la generación y detección de las condiciones START, REPEATED START, y STOP. Si el TWI ha iniciado una transmisión como maestro, el hardware de detección de arbitraje continuamente supervisa la transmisión tratando de determinar si el arbitraje está en proceso. Si el TWI ha perdido un arbitraje, se informa a la Unidad de Control. Entonces se puede tomar la acción correcta y apropiada.

1.2.16 Address Match Unit

La Address Match Unit comprueba si los bytes de dirección recibidos concuerdan con la dirección de 7 bits en el TWI Registro de dirección (TWAR). Si el bit TWI General Call Recognition Enable (TWGCE) en el TWAR está escrito en uno, todos los bits de direcciones entrantes también se compararán con la dirección de llamada general. Tras una coincidencia de dirección, se informa a la Unidad de Control, lo que permite tomar la acción correcta. TWI puede o no reconocer su dirección, dependiendo de la configuración en TWCR. La unidad de coincidencia de direcciones puede comparar direcciones incluso cuando la MCU AVR está en modo reposo, lo que permite que la MCU se active si está dirigida por un maestro.

1.2.17 Descripción de registro

1.2.17.1 Registro TWBR

TWBR selecciona el factor de división para el generador de tasa de bits. El generador de tasa de bits es un divisor de frecuencia que genera la frecuencia de reloj SCL en los modos maestros.

Bit	7	6	5	4	3	2	1	0	
	TWBR7	TWBR6	TWBR5	TWBR4	TWBR3	TWBR2	TWBR1	TWBR0	TWBR
Read/Write	R/W	R/W	R/W	R/W	R/W	R/W	R/W	R/W	
Initial Value	0	0	0	0	0	0	0	0	

Figura 21. Registro TWBR

El TWCR se usa para habilitar el TWI, para iniciar un acceso maestro aplicando una condición de START al bus, para generar un reconocimiento del receptor, generar una condición de parada y controlar la detención del bus mientras los datos que se escriben en el bus se escriben en el TWDR. También indica una colisión de escritura si los datos se intentan escribir en TWDR mientras el registro es inaccesible.

1.2.17.2 TWI (esclavo) Dirección de registro TWAR

El TWAR debe cargarse con la dirección esclava de 7 bits (en los siete bits más significativos de TWAR) a la que responderá el TWI cuando se programe como transmisor o receptor esclavo. En sistemas multimaestro, TWAR debe configurarse en maestro que otros maestros pueden direccionar como esclavos. El LSB de TWAR se utiliza para permitir el reconocimiento de la dirección de llamada general. Hay un comparador de direcciones asociado que busca la dirección del esclavo (o la dirección general de la llamada, si está habilitada) en la dirección serial recibida. Si se encuentra una coincidencia, se genera una solicitud de interrupción.

Bit	7	6	5	4	3	2	1	0	
	TWA6	TWA5	TWA4	TWA3	TWA2	TWA1	TWA0	TWGCE	TWAR
Read/Write	R/W	R/W	R/W	R/W	R/W	R/W	R/W	R/W	
Initial Value	1	1	1	1	1	1	1	0	

Figura 22. Registro TWAR

1.2.18 Análisis de vigas

Se sabe que en los elementos tipo viga las fuerzas internas involucran tres incógnitas: una fuerza axial, una fuerza cortante y un momento, por lo tanto, conociendo las fuerzas de extremo y aplicando el método de las secciones en cualquier punto de la viga nos daría como resultado un tramo de viga estáticamente determinado con tres ecuaciones estáticas disponibles y tres incógnitas por determinar. Observemos que la clave es conocer las fuerzas de extremo de elemento, es decir, aquellas que se ejercen en las uniones con otros elementos pertenecientes al sistema estructural y de ahí proceder a determinar las fuerzas internas por la estática. Podemos concluir que el elemento a analizar es estáticamente determinado así pertenezca a un sistema indeterminado.

Esto explica porque la metodología y el objetivo de los métodos de análisis es determinar las fuerzas de unión y de ahí seguir con el análisis independiente de cada elemento.

Teniendo en cuenta estas consideraciones se puede aislar un elemento tipo viga, considerarlo con sus fuerzas extremas como fuerzas de reacción y analizarlo hasta encontrar las fuerzas internas:

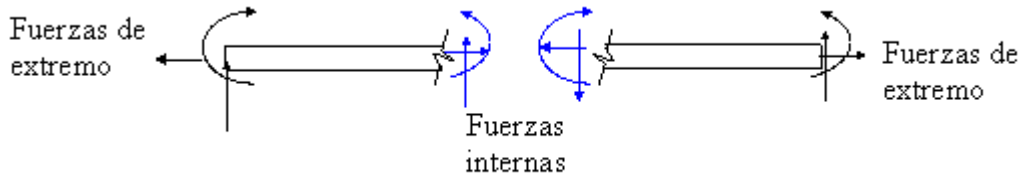


Figura 23. Fuerzas en vigas

Momento: Los momentos positivos son aquellos que producen concavidad hacía arriba en el elemento horizontal o tracciones en la fibra inferior. Para elementos verticales esta convención se puede complicar un poco por lo tanto regirá el criterio de dibujar el diagrama de momentos para la cara traccionada.

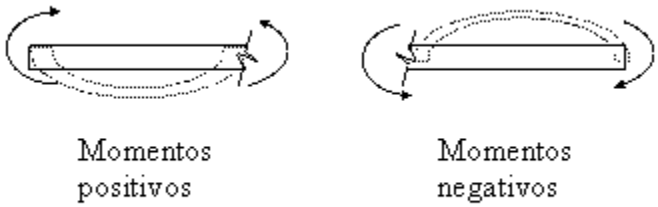


Figura 24. Momentos en vigas

1.2.18 Relación entre momento cortante y carga

En el caso de cargas distribuidas actuando perpendicular al elemento se puede encontrar una relación con las fuerzas internas de cortante y momento por medio del siguiente análisis de una sección infinitesimal del elemento.

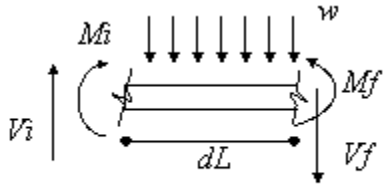


Figura 25. Viga con carga

Viga empotrada en un extremo

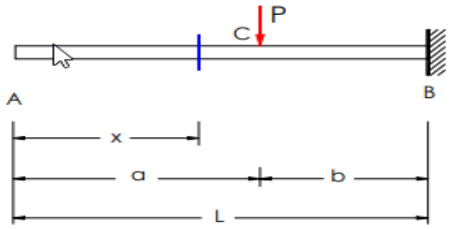


Figura 26. Viga empotrada en un extremo

Formulas:

Reacciones:

$$R_B = P \ldots\ldots\ldots (22)$$

Esfuerzos cortantes:

$$Q_{AC} = 0;\ Q_{CB} = -P = cte \ldots\ldots\ldots (23)$$

Momentos flectores

$$M_{AC} = 0;\ M_{CB} = -P * (x - a);\ M_B = -P * b; \ldots\ldots\ldots (24)$$

1.3 ESTADO DEL ARTE

Brazo manipulador para aplicaciones didácticas realizado en Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Aplicadas, presentado por: Noé Martínez Rodríguez, Oscar Murillo Ramírez y Juan Carlos Pineda Pérez.

Este trabajo comprende la realización de un brazo manipulador de 3 grados de libertad el cual tiene como finalidad el seguimiento de trayectorias programadas, su uso será totalmente didáctico.

Diseño, construcción y control del prototipo de un robot de 3 GDL de arquitectura semi-abierta, realizado en Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Aplicadas, presentado por: Becerril Martínez Álvaro Fernando, Gómez Rosal Dulce Adriana, Peña Romo Mario Alberto, Rodríguez Esquivel Juan Carlos.

Este trabajo se realiza un robot de 3 grados de libertad de geometría antropomórfica y arquitectura semi-abierta, esto es que el robot será manipulado por diversos esquemas de control.

Diseño, construcción e integración de un brazo manipulador vertical de 4 GDL con compensación activa de los pares gravitacionales, realizado en Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Aplicadas, presentado por: Marisol Pilón Sánchez y Oscar Marín Rueda.

Este trabajo presenta el desarrollo en el diseño y construcción de un brazo de 4 grados de libertad rotacionales, el cual está provisto de 3 masas deslizantes para anular los efectos gravitacionales. Se utilizan diversas leyes de control, que van desde algoritmos sencillos hasta control avanzado.

Arquitectura de control para robots autónomos móviles didácticos basadas en sistemas embebidos realizado en Red de Universidades con Carreras en Informática (RedUNCI), elaborado por: Azcurra, D., Rojo, S., Rodríguez, D.

Este trabajo comienza la línea de trabajo en aplicaciones de sistemas embebidos y robótica, consta de la caracterización de arquitecturas de control, basadas en sistemas embebidos para que una RAM pueda desplazarse de forma autónoma evitando colisiones.

Se propone que desde un punto de vista superficial se podría concluir que la enseñanza de la robótica tiene como objetivo la adaptación de los alumnos a los procesos productivos actuales, donde la automatización juega un rol desatacado.

Busca desarrollar y sistematizar el cuerpo de conocimiento de las arquitecturas de control de robots autónomos móviles (RAM) didácticas basadas en sistemas embebidos.

Diseño, modelado y construcción de un brazo robótico antropomórfico didáctico de 6 grados de libertad, realizado en Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Aplicadas, presentado por: Vega Espino Karla.

En este trabajo se muestra el diseño, modelo y manufactura de un brazo robótico antropomórfico de 6 grados de libertad, con fines didácticos para ser empleado en el proceso de enseñanza aprendizaje de diversas asignaturas vinculadas con la ingeniería mecatrónica.

Las diferencias de los trabajos presentados anteriormente con el que se propone en este documento, principalmente al trabajo de Karla Vega Espino ya que es el más parecido a nuestro proyecto son:

- La implementación de la cinemática inversa completa para el seguimiento de trayectoria.
- Simulación del comportamiento del brazo previo al envío de datos al mismo.
- La impresión de los eslabones en material ABS para reducción de costos.

1.4 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la actualidad la Unidad Profesional de Ingeniería y Tecnologías Avanzada no cuenta con ningún tipo de robot didáctico ya que los existentes dentro de la unidad que pudieran tener un uso didáctico se encuentran dañados, esto genera un problema ya que solo se hace énfasis en el estudio de la parte teórica y no se aplica el conocimiento con ninguna practica o ejercicio con algún robot, el hecho de que no se encuentre este tipo de herramienta para el aprendizaje se debe a diferentes razones tales como que este tipo de tecnología es de alto costo y esto hace difícil que las universidades puedan adquirirlas o que las que son accesibles no cuenta con una interfaz amigable con el usuario tal que puede generar más problemas que soluciones, es por ello que un robot didáctico de bajo costo y que se pueda producir en las mismas instalaciones de la universidad es un proyecto de gran importancia.

Si bien es importante la teoría a la hora de estudiar una carrera, lo que la complementa es la práctica, para poder entender por completo los aspectos que se involucran cuando un trabajo pasa del estado teórico al practico, es necesario realizarlo físicamente, este proceso es el que ayuda a los alumnos a tener una idea mejor de los temas vistos, sin embargo en los casos teóricos no siempre se involucran las problemáticas que se generan al realizar físicamente un proyecto, como por ejemplo los trabajos de control, se calcula una ganancia y cuando se realiza físicamente, esa ganancia no es válida ya que existen variables que teóricamente no consideramos.

Ante todo, esto se ve una clara necesidad de crear un robot el cual pueda ser usado en las aulas de los estudiantes para su crecimiento como ingenieros, con el cual podrán reforzar sus conocimientos en robótica, control, maquinas eléctricas, sistemas embebidos, etc.

1.5. JUSTIFICACIÓN

En la mayoría de las industrias automatizadas cuentan con robots manipuladores para complementar tareas y en algunos casos sustituir al trabajador en los trabajos peligrosos o de alta dificultad.

A diferencia de un empleado, un robot no necesita de un sueldo ni prestaciones o seguro médico o sindicato, un brazo robótico solo necesita de mantenimiento preventivo y correctivo para su funcionamiento adecuado, es por ello que la mayoría de empresas de manufactura en especial empresas automotrices como la VW están diseñando sus líneas de producción basadas en uso de brazos robóticos, esta creciente tendencia de inclusión de este tipo de máquinas en la industria nos exige como ingenieros tener una mayor comprensión y experiencia tanto teórica como práctica en relación a la robótica.

Según cifras del informe 2016 de la Federación Internacional de Robótica (IFR en inglés), para el año 2019 el número de robots industriales instalados en el mundo se incrementará a unos 2.6 millones de unidades, es decir, cerca de un millón de unidades más de las que había en 2015, un año récord para esa industria.

Sin embargo, este incremento en el uso global de robots manufactureros acarrea algunos problemas para las pequeñas y medianas empresas mexicanas entre ellos está el elevado precio que las compañías extranjeras dan a sus máquinas el cual se eleva aún más agregándole el costo de importación y aun sin considerar los costos del mantenimiento preventivo y correctivo que la empresa cobra anualmente a los propietarios.

Cabe mencionar que, aunque una pyme logre la compra de una de estas máquinas esta será generalmente como ya lo mencionamos de procedencia extranjera lo cual producirá una salida de dinero del país generando un deterioro en la economía nacional.

Que mejor si ingenieros mexicanos son capaces de fabricar brazos robóticos, así como implementar y realizar mantenimiento a los mismos, reduciendo el precio de adquisición con el fin de que estos sean accesibles a las pymes y contribuyendo así al desarrollo del país.

Teniendo como claro ejemplo a Armando Bravo Castillo, emprendedor egresado del Instituto Politécnico Nacional quién creo un brazo robótico (prótesis) 90% más barata en comparación con nuestro país vecino Estados Unidos, reduciendo así los costos de producción de $2,000,000.00 a tan

solo $180,000.00, con esto logró incrementar la capacidad de adquisición de una herramienta de tal naturaleza a las personas de recursos limitados, en la figura 27 podemos ver a armando con su diseño de prótesis.

Figura 27 Armando Bravo Castillo emprendedor egresado del IPN.

Actualmente en nuestra materia de autómatas industriales no se cuenta con un robot orientado específicamente a la docencia.

Para obtener más logros como el de Armando [2] tenemos que fomentar como institución el desarrollo integral en dichas áreas de estudio al complementarlas con la correcta herramienta de trabajo.

Lo que se pretende obtener al final de este trabajo es obtener una herramienta que sea capaz de aplicar el estudio teórico con un enfoque experimental en las materias de autómatas industriales y control de sistemas robóticos para que los conocimientos impartidos en nuestras aulas relacionados a la robótica sean más prácticos.

Ante el alto costo de este tipo de herramientas se busca crear que el robot sea lo más económico posible y también que sea de fácil manufactura para como se había mencionado antes, este pueda ser manufacturado en las instalaciones de las universidades esto ofrecerá un gran atractivo a las mismas.

CAPÍTULO 2 ANÁLISIS Y DISEÑO

2.1 Metodología

Se propuso emplear la siguiente metodologia , esta metodología se propuso ya que se tiene que fabricar el modelo aproximado al diseño final que se requiere en la figura 28 se muestra dicha metodología.

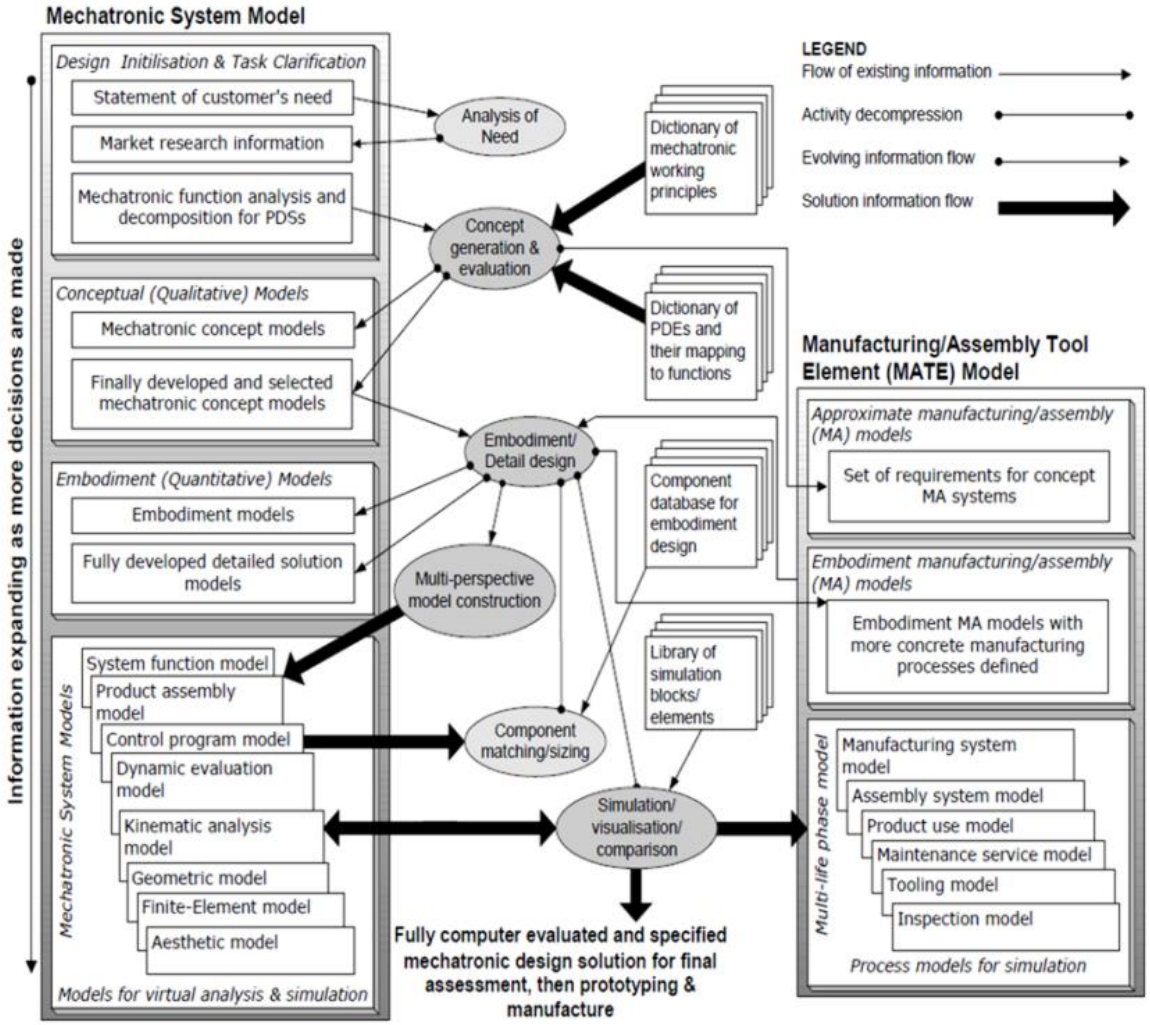


Figura 28. metodología de diseño

Como primer paso necesitamos obtener las necesidades del proyecto, la metodología dice que se tienen que distinguir las necesidades que se requieren y las que se desean estas se enlistan en la siguiente tabla

Para el diseño conceptual del robot se ocupó la herramienta de diseño PDS el cual se muestra en la tabla 3.

Requerimiento	composición	Demanda	Deseo
material	El brazo robótico tiene que ser hecho de material ABS. Esto tipo de material es un polímero el cual se ocupa en las impresoras 3D	X	
precio	Se busca que el brazo robótico cueste menos de $5000 MXN.		X
seguridad	Puesto a que será usado en la UPIITA tendrá que tener un diseño seguro para los estudiantes por esto se pide que el robot tenga un factor de seguridad del 30%	X	
mantenimiento	se busca que el robot no tenga que tener mantenimiento más de una vez por año		X
peso	Se busca que la estructura del motor pese menos de 3kg		X
Tamaño	Se busca que el robot tenga por dimensiones mayores a 20x20x20 y menor a 50x50x50.		X
refacciones	Se busca que las refacciones del robot sean fáciles de conseguir o hacer		X
ergonómico	Se busca que el diseño del robot sea ergonómico.		X
funcional	Se busca que el robot sea fácil de usar para el usuario y que sea de ayuda para el desarrollo estudiantil del usuario.	X	
alimentación	El sistema debe contar con su propia fuente de alimentación.	X	

Tabla 3. PDS

2.2. Análisis de funciones

Como siguiente paso en esta metodología de diseño se utiliza la herramienta de caja transparente para visualizar las funciones que el sistema debe realizar y las conexiones de las mismas en la figura 29 se muestran estas tareas

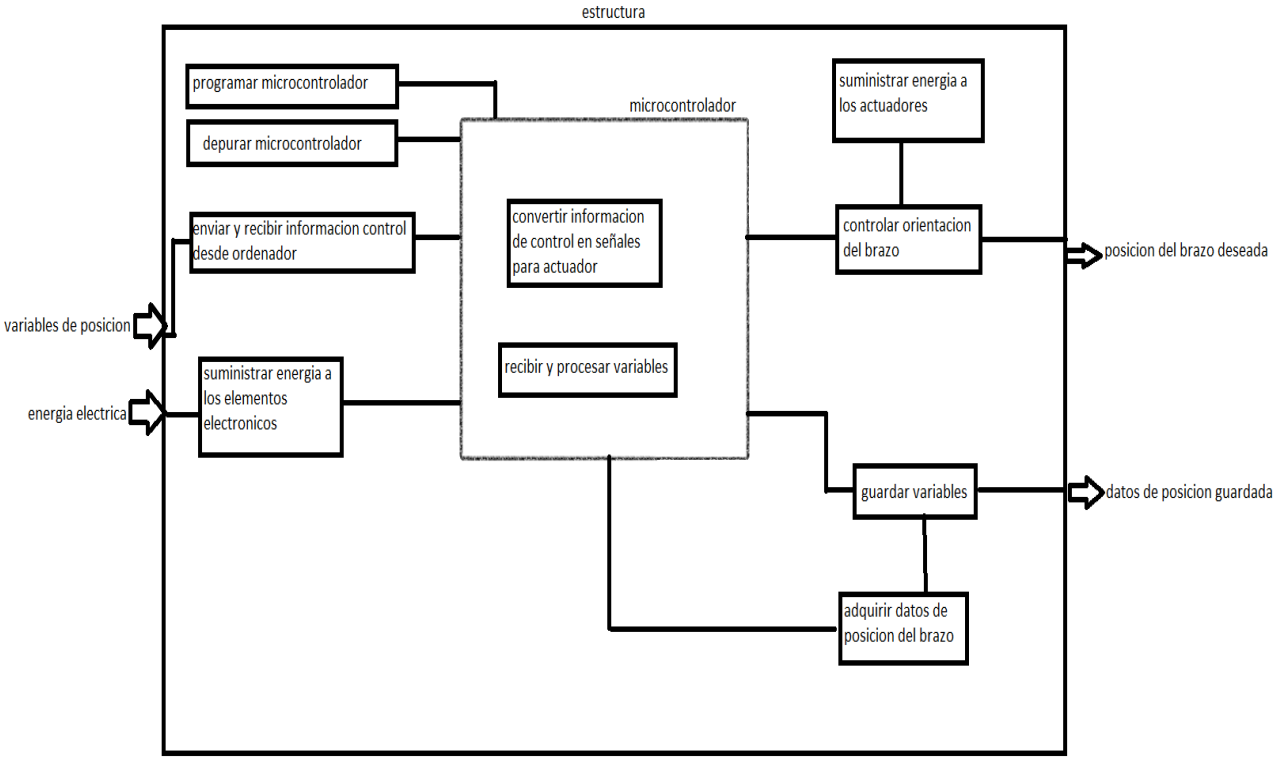


Figura 29.funciones a realizar

Una vez definidas las funciones se deben determinar las áreas funcionales que llevara a cabo estas tares a continuación se muestras las áreas funcionales que se propusieron esto se muestra en la figura 30.

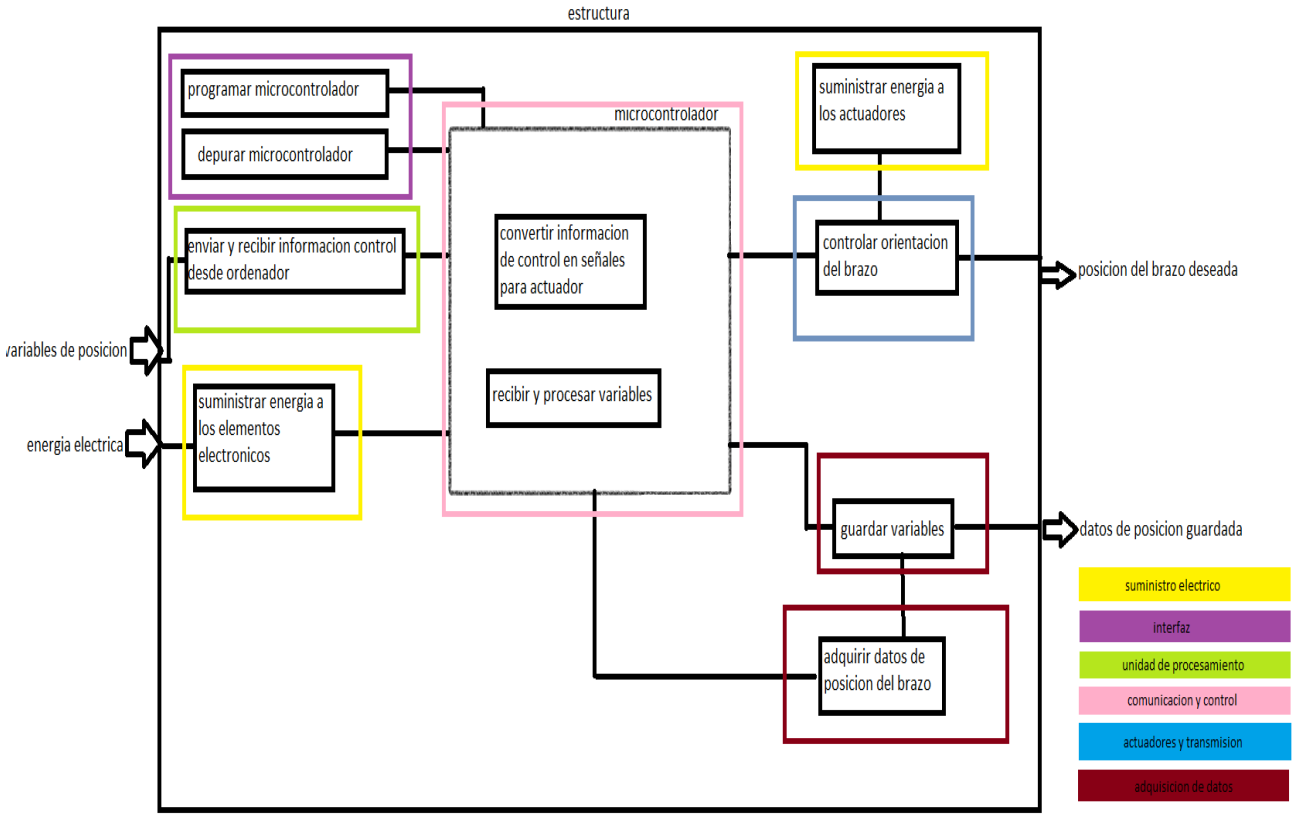
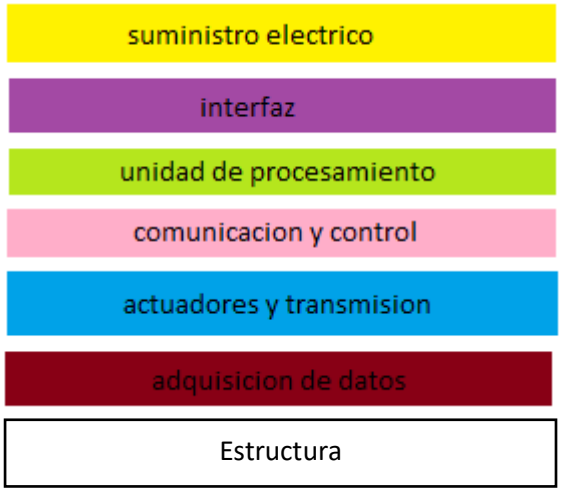


Figura 30. áreas funcionales



2.2.1 Generación de alternativas

En la tabla 4 se muestra las diferentes variaciones a considerar en el diseño del brazo robótico. Algunas de ellas no se tomaron en cuenta porque no afectan en la forma del dispositivo

Tabla 4. Opciones de diseño

Área funcional	característica
Interfaz	• Software para la interfaz • Datos por ingresar
Unidad de procesamiento	• Tipo de entrada de información • Cuál es la unidad de procesamiento • Ubicación de unidad de procesamiento
Suministro electrico	• Alimentación • Circuito de potencia • Ubicación del circuito
Comunicación	• Tipo de microcontrolador a usar • Tipo de control • Ubicación del microcontrolador
Sistema de adquisición	• Que se usara para la adquisición de datos
Actuador	• Ubicación del actuador • Tipo de actuador
Estructura	• Geometría del brazo • Tipo de transmisión de movimiento

Con base a la tabla anterior se llegaron a posibles soluciones para los detalles que se consideraron en el brazo robótico estos se presentan en la tabla 5.

Tabla 5. Opciones que considerar para el diseño del brazo robótico

diseño	Opción 1
Interfaz	• Joystick • Pc • Teach pendal
Comunicación	• Avr • Arduino • Nexys 3
Lenguaje de programación	• Matlab • Phyton • Labview
Gripper	• Neumático • Electromecánico
Encoder	• Absoluto • Incremental
Transmisión 1 GDL	• Engranes • Rodamiento axial • Rodamiento de bolas
Transmisión 2,3,4,5 GDL	• Rodamiento • Bandas • Engrane • Directo
Transmisión 6 GDL	• Banda • Directo • Engranes
Actuadores	• Servomotor • Motorreductor • Motor a pasos • Motor cd
Control	• Difuso • PI • PID
Alimentación	• CA • CD

Con base a la tabla 5 se llegó a 4 diseños, los cuales se muestran en la tabla 6

Tabla 6. Diseños a considerar

diseño	Opción 1	Opción 2	Opción 3	Opción 4
Interfaz	Joystick	PC	Teach Pendal	pc
Comunicación	AVR	Arduino	Arduino	Nexys 3
Lenguaje de programación	Matlab	Matlab	Phyton	Labview
Gripper	Neumático	Electromecánico	Magnético	Electromecánico
Encoder	Absoluto	Incremental	Incremental	Absoluto
Transmisión 1 GDL	Engranes	Directo	Engranes	Rodamiento de bolas
Transmisión 2,3,4,5 GDL	Rodamiento	Directo	Engranes	Directo
Transmisión 6 GDL	Banda	Directo	Engranes	Engranes
Actuadores	Servomotor	Motorreductor	Motor a pasos	Motor cd
Control	Difuso	PID	PI	PI
Alimentación	CA	CA	CD	CD

2.2.2 Selección del diseño conceptual

Para la selección del diseño conceptual se usó el método de la matriz de ranking para la selección de diseño que se ocupara para el brazo robótico, estos son los siguientes:

- Costo
- Facilidad de reemplazo
- Facilidad de operación
- Buen control de posición
- Movimiento sin fricción
- Seguridad
- Plataforma de programación amigable con el usuario
- Buena comunicación
- Concentrador de esfuerzos

En la tabla 7 se muestra la ponderación porcentual en base a objetivos para darles un valor a los mismo.

Tabla 7. Ponderación porcentual para diseño

especificación	%	%	%	%
Costo	80%	60%	40%	20%
Facilidad de reemplazo	60%	80%	40%	40%
Facilidad de operación	40%	80%	40%	60%
Buen control de posición	60%	80%	60%	60%
Movimiento sin fricción	40%	60%	80%	80%
Seguridad	60%	80%	60%	60%
Plataforma de programación amigable con el usuario	60%	60%	60%	60%
Buena comunicación	40%	40%	40%	40%
Concentrador de esfuerzos	60%	80%	60%	40%

Luego se ocupó la matriz de ranking (tabla 8) la cual nos da la relación entre objetivos de diseño.

Tabla 8. Matriz de ranking

Column1	a	b	c	d	e	f	g	h	I	Column2	Column3
a	x	1	0	0	0	1	1	1	0	4	0.15
b	1	x	1	0	0	1	0	1	0	4	0.15
c	0	1	x	0	0	0	1	1	0	3	0.11
d	0	0	0	x	0	0	0	1	0	1	0.03
e	0	0	0	0	x	1	0	0	0	1	0.03
f	1	1	0	0	1	x	0	0	0	3	0.11
g	1	0	1	0	0	0	x	1	0	3	0.11
h	1	1	1	1	0	0	1	x	0	5	0.19
I	0	0	0	0	1	1	0	0	X	2	0.07
										26	

Al final el porcentaje que arrojo la matriz del ranking se multiplica por los porcentajes, al hacer la suma se obtiene el diseño que conviene utilizar, los porcentajes se muestran en la tabla 9

Tabla 9. Porcentajes de cada diseño para la elección de este

especificación	%1	%2	%3	%4
Costo	12.30	9.23	6.15	3.07
Facilidad de reemplazo	9.23	12.3	6.15	6.15
Facilidad de operación	4.61	9.23	4.61	6.92
Buen control de posición	2.30	3.07	2.30	2.30
Movimiento sin fricción	1.53	2.30	3.07	3.07
Seguridad	6.92	9.23	6.92	6.92
Plataforma de programación amigable con el usuario	6.92	6.92	6.92	6.92
Buena comunicación	7.69	7.69	7.69	7.69
Concentrador de esfuerzos	4.61	6.15	4.61	3.07
	56.15	66.15	48.46	46.15

Como podemos ver en la tabla 9, de los 4 diseños que se tienen el que tiene el mayor porcentaje al cumplimiento de los criterios de selección es el diseño numero 2 este se presenta en la tabla 10.

Tabla 10. Diseño elegido para el brazo robótico

diseño	Opción 1
Interfaz	PC
Comunicación	Arduino
Lenguaje de programación	Matlab
Gripper	Electromecánico
Encoder	Incremental
Transmisión 1 gdl	Directo
Transmisión 2,3,4,5 gdl	Directo
Transmisión 6 gdl	Directo
Actuadores	Motorreductor
Control	PID
Alimentación	CA

2.3 DISEÑO DETALLADO

2.3.1 Área funcional Estructura

2.3.1.1 Morfología del robot

La morfología propuesta es la que se muestra en la figura 31 donde tenemos ya la división por eslabones.

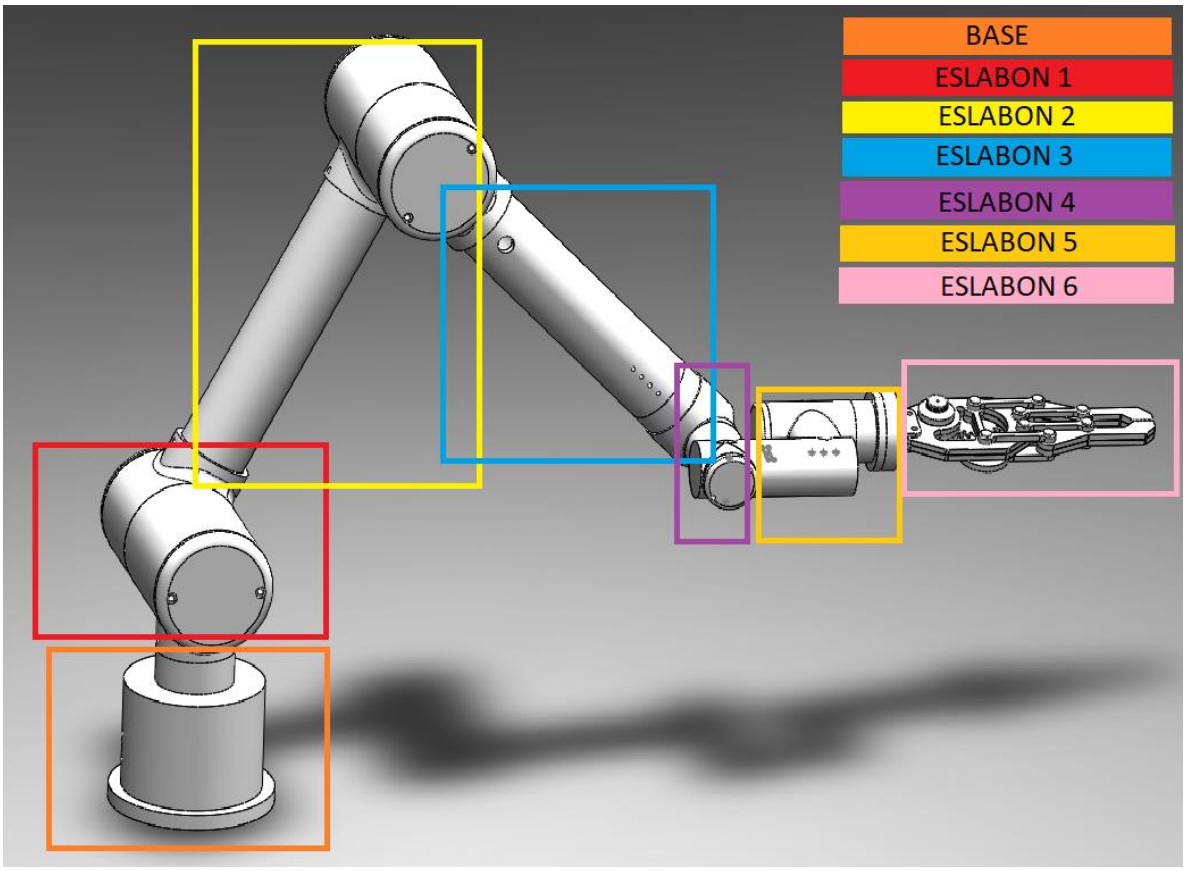


Figura 31. Diseño del robot

2.3.1.2 Propiedades físicas de los eslabones

El conocimiento de estos datos es relevante ya que se utilizarán posteriormente para calcular los esfuerzos a los que estarán sometidos los motores y la propia estructura del brazo, también ayuda a el conocimiento de la cantidad de material de plástico ABS necesario para la construcción, nos dirá la cantidad de rollos de material que se requerirán.

2.3.1.2.1 Base

En las figuras 32 podemos ver la morfología de la base y en donde ira acoplado el motor número 1.

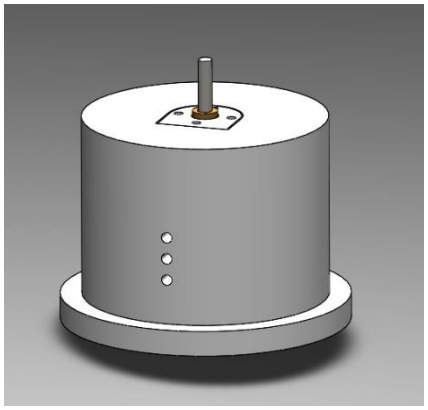


Figura 32. Vista isométrica de la base

2.3.1.2.2 Eslabón 1

En la figura 33 podemos ver la morfología del eslabón 1 y en donde ira acoplado el motor numero 2 como se ve en la figura 34.

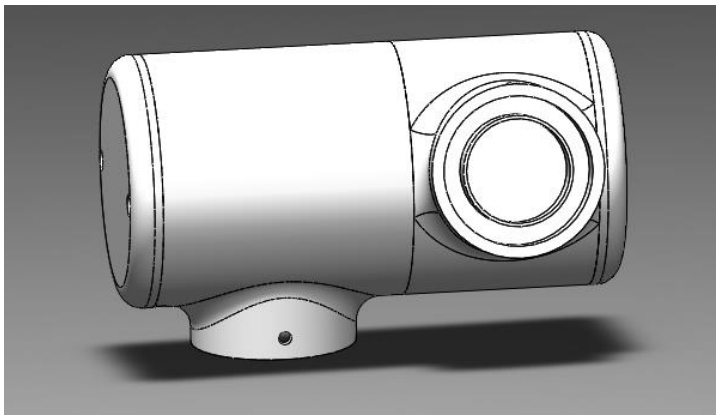


Figura 33. vista frontal del eslabón 2

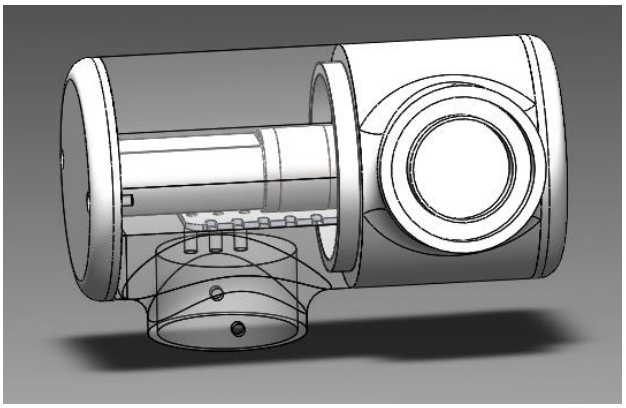


Figura 34. Aceptación del motor en eslabón 2

2.3.1.2.3 Eslabón 2

En la figura 35 podemos ver la morfología del eslabón 2 y en donde ira acoplado el motor número 3 como se ve en la figura 36.

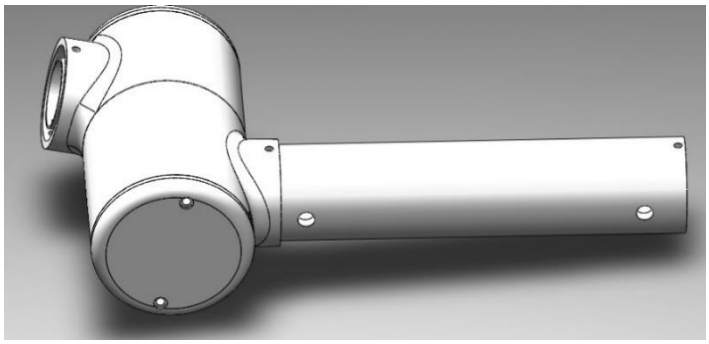


Figura 35. Vista superior del eslabón 3

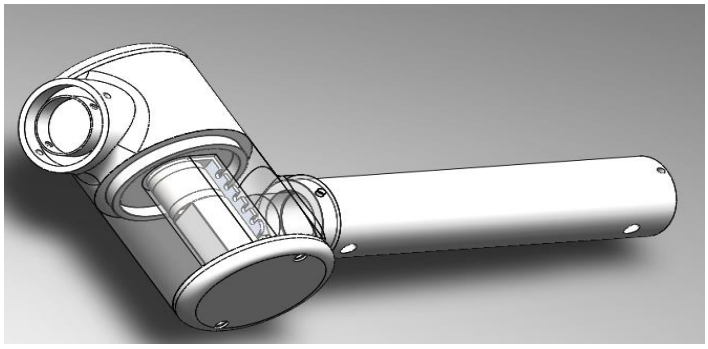


Figura 36. Acoplamiento de motor a eslabón 3

2.3.1.3.4 Eslabón 3

En la figura 37 podemos ver la morfología del eslabón 3 y en donde ira acoplado el motor número 4 como se aprecia en la figura 38.

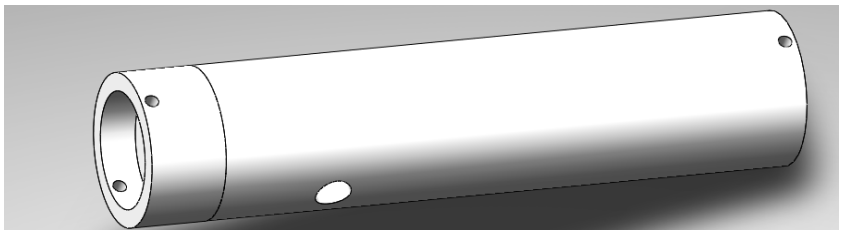


Figura 37. Vista lateral de eslabón 3

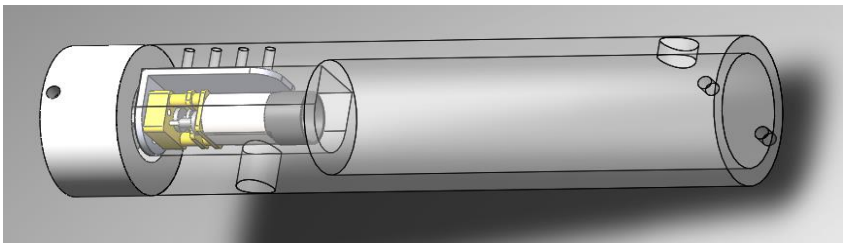


Figura 38. Acoplamiento del motor a eslabón 3

2.3.1.3.5 Eslabón 4

En la figura 39 podemos ver la morfología del eslabón 4 y en donde ira acoplado el motor número 5 como se aprecia en la figura 40.

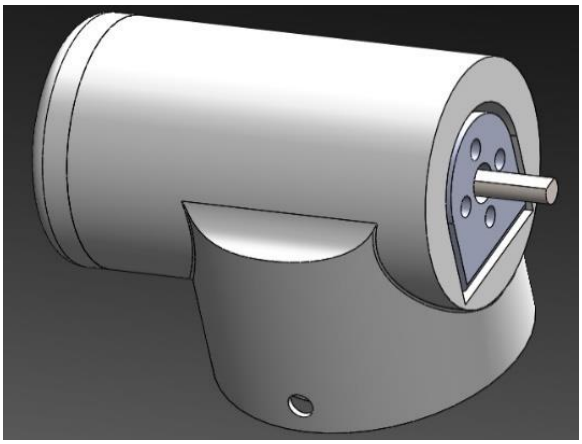


Figura 39. Vista isométrica del eslabón 4

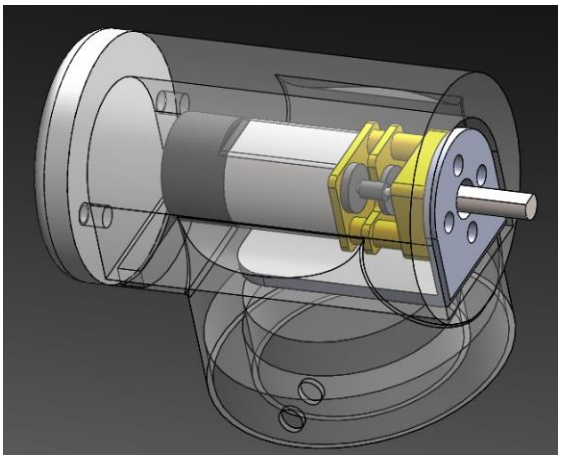


Figura 40. acoplamiento de motor a eslabón 4

2.3.1.3.6 Eslabón 5

En la figura 41 podemos ver la morfología del eslabón 5 y en donde ira acoplado el motor número 6 como se aprecia en la figura 42.

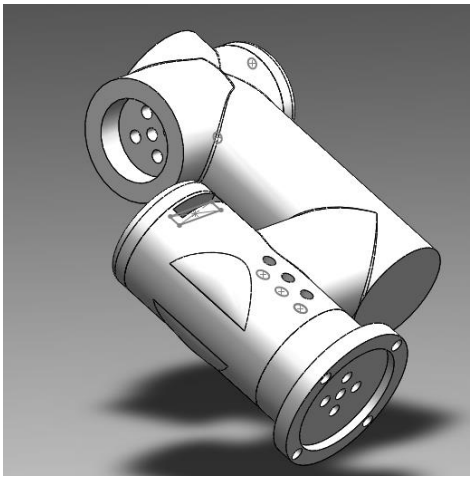


Figura 41. Vista isométrica del eslabón 5

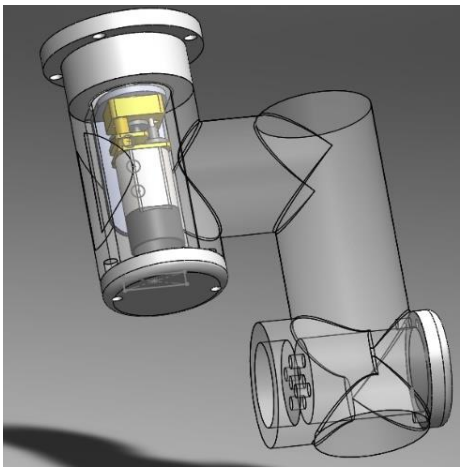


Figura 42. Acoplamiento del motor al eslabón 5

2.3.1.3.7 Eslabón 6

En la figura 43 podemos ver la morfología del eslabón 6 que como se puede apreciar es el gripper.

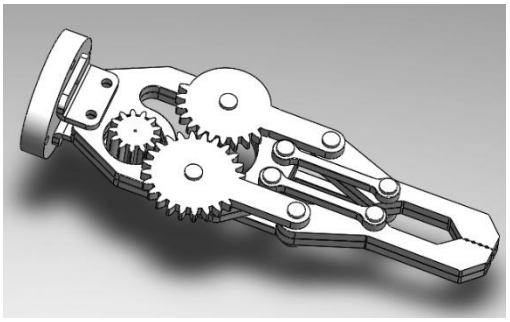


Figura 43. Vista eslabón numero 6

En la tabla 11 se presentan los datos de masa volumen y área superficial de todos los elementos del sistema

Tabla 11. Datos de los eslabones

	masa	volumen	Área superficial
Base	196.51 g	192.66 cm^3	266.46 cm^2
Eslabón 1	48.75 g	259.80 cm^3	590.86 cm^2
Eslabón 2	70.12 g	318.70 cm^3	889.42 cm^2
Eslabón 3	21.37 g	69.91 cm^3	306.18 cm^2
Eslabón 4	13.07 g	22.62 cm^3	127.13 cm^2
Eslabón 5	23.36 g	73.89 cm^3	257.38 cm^2
Eslabón 6	21.70 g	37.81 cm^3	327.09 cm^2

2.3.1.4 Cálculo de par para motores

Puesto que para la selección de motores se necesita saber el par que ocuparan los mismo e igual ocuparemos estos pares para el análisis de esfuerzos se procede con el cálculo del par en cada grado de libertad del robot, esto se hace mediante el análisis de viga en voladiza, como se muestra en la figura 44, se calcularan las fuerzas generadas por el peso del robot y de los motores (para esto se tomaran en cuenta pesos de motorreductor pololu 30Dx46L esto para poder comprobar si tienen el par necesario para cumplir las funcionalidades del robot) y luego con eso se calculara el par necesario. A continuación, se muestra en la tabla 12 los pesos de los eslabones y del gripper para el cálculo del par.

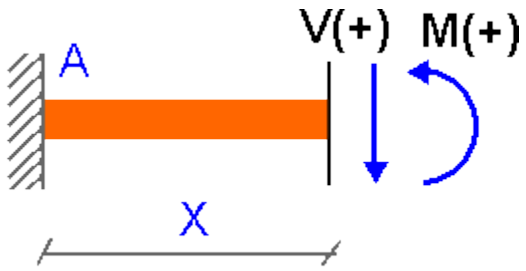


Figura 44. Viga en voladiza

Tabla 12. Masas de componentes del robot

Elementos	masa
Eslabón 1 y motor 2	93.75 g
Eslabón 2 y motor 3	115.12 g
Eslabón 3 y motor 4	31.37 g
Eslabón 4 y motor 5	23.07 g
Eslabón 5 y motor 6	33.36 g
Gripper	21.7 g

Para el torque del primer motor se tomará en cuenta el peso de los eslabones, motores y toda la estructura de la parte superior del robot y como brazo de palanca se tendrá la distancia hasta el punto de la carga, teniendo la fórmula de la siguiente manera:

$$\tau_{m1} = M_T * D_T \dots\dots\dots (28)$$

Sustituyendo en 28, se tiene la siguiente expresión:

$$\tau_{m1} = .318kg * 60cm$$

$$\tau_{m1} = 19.08\ kg \cdot cm$$

Tomando en cuenta el factor de seguridad del 30% tenemos que el torque es:

$$\tau_{m1} = 24.8k\ kg \cdot cm$$

Para el motor 2 se procede a calcular la distancia del motor a los centros de masa, para con estas poder calcular el par total con la siguiente formula.

$$\tau_{m2} = (m_{E2} + m_{M3})D_1 + (m_{E3} + m_{M4})D_2 + (m_{E4} + m_{M5})D_3 + (m_{E5} + m_{M6})D_4 + m_{E6}D_5 + (m_G + m_c)D_6 \dots\dots\dots (29)$$

Sustituyendo datos en 29, se tiene la siguiente expresión:

$\tau_{m2} = .093kg * 21.56cm +$
$.115kg$ *36.23cm+.031kg*39.23cm+.023kg*43.21cm+.033kg*49.21cm+.021kg*60cm

$$\tau_{m2} = 11.26\ kg \cdot cm$$

Tomando en cuenta el factor de seguridad del 30% el torque es:

$$\tau_{m2} = 14.63\ kg \cdot cm$$

Ahora se procede de la misma manera para el motor 3:

$$\tau_{m3} = (m_{E3} + m_{M4})(D_2 - D_1) + (m_{E4} + m_{M5})(D_3 - D_1) + (m_{E5} + m_{M6})(D_4 - D_1) + m_{E6}(D_5 - D_1) + (m_G + m_c)(D_6 - D_1) \ldots\ldots\ldots (30)$$

Sustituyendo datos en 30, se obtiene la siguiente expresión:

$\tau_{m3} = .115kg$ *36.23cm+.031kg*39.23cm+.023kg*43.21cm+.033kg*49.21cm+.021kg*60cm

$$\tau_{m3} = 9.26\ kg \cdot cm$$

Tomando en cuenta el factor de seguridad del 30% el torque es:

$$\tau_{m3} = 12.03\ kg \cdot cm$$

Ahora se hace lo mismo para el motor 4:

$$\tau_{m4} = (m_{E4} + m_{M5})(D_3 - D_2) + (m_{E5} + m_{M6})(D_4 - D_2) + +m_{E6}(D_5 - D_2) + (m_G + m_c)(D_6 - D_2) \ldots\ldots\ldots (31)$$

Sustituyendo datos en 31, se tiene la siguiente expresión:

τ_{m4}.031kg*39.23cm+.023kg*43.21cm+.033kg*49.21cm+.021kg*60cm

$$\tau_{m4} = 5.09\ kg \cdot cm$$

Tomando en cuenta el factor de seguridad del 30% el torque es:

$$\tau_{m4} = 6.61\ kg \cdot cm$$

Para el motor 5 se procede de la misma manera:

$$\tau_{m5} = (m_{E5} + m_{M6})(D_4 - D_3) + m_{E6}(D_5 - D_3) + (m_G + m_c)(D_6 - D_3) \ldots\ldots\ldots (32)$$

Sustituyendo datos en 32, se tiene la siguiente expresión:

$$\tau_{m5} = .023\text{kg} * 43.21\text{cm} + .033\text{kg} * 49.21\text{cm} + .021\text{kg} * 60\text{cm}$$

$$\tau_{m5} = 3.87\ kg \cdot cm$$

Tomando en cuenta el factor de seguridad del 30% el torque es:

$$\tau_{m5} = 5.037\ kg \cdot cm$$

Ahora se hace lo mismo para el motor 6:

$$\tau_{m6} = m_{E6}(D_5 - D_4) + (m_G + m_c)(D_6 - D_4) \ldots\ldots\ldots (33)$$

Sustituyendo datos en 33, se obtiene la siguiente expresión:

$$\tau_{m6} = .075\text{kg} * 49.21\text{cm} + .037\text{kg} * 60.05\text{cm}$$

$$\tau_{m6} = 2.88\ kg \cdot cm$$

Tomando en cuenta el factor de seguridad del 30% el torque es:

$$\tau_{m6} = 3.77\ kg \cdot cm$$

Con esto se obtiene los torques necesarios para los motores, los cuales se muestran en la tabla 13

Tabla 13. Torques máximos de eslabones del robot

Motor	Torque requerido
1	$24.8k\ kg \cdot cm$
2	$14.63\ kg \cdot cm$
3	$12.03\ kg \cdot cm$
4	$6.61\ kg \cdot cm$
5	$5.037\ kg \cdot cm$
6	$3.77\ kg \cdot cm$

2.3.1.5 Análisis de esfuerzos y deformaciones presentes en los eslabones

Una vez obtenidos los torques necesarios en cada una de las juntas podemos continuar con el análisis de esfuerzos para cada eslabón. Para simular los esfuerzos se procede a calcular la fuerza necesaria aplicada en el final de cada eslabón como se muestra a continuación:

$$Fuerza = \frac{Brazo\ de\ palanca}{Distancia} \ldots\ldots\ldots (27)$$

A continuación, se muestra en la tabla 14 en donde se representan los torques aplicados a cada eslabón y la distancia de aplicación de la fuerza al eje anterior:

Tabla 14. Torques aplicado a cada eslabón

Eslabón	Torque aplicado (kg-cm)	Distancia (cm)	Fuerza a simular (kg)
1	24.8	7.56	3.28
2	14.63	14.67	0.99
3	12.03	3	4.01
4	6.61	3.98	1.66
5	5.037	6	0.89
6	3.77	10.79	.34

En las siguientes páginas se muestran los análisis realizados en el software de SOLIDWORKS contemplando análisis de esfuerzos de Von-Mises desplazamientos las propiedades del material que se simuló dentro de este software fueron proporcionadas por la empresa Ultimaker y consiste en valores obtenidos por medio de resultados en ensayos que se pueden consultar en el anexo(F)y acorde a estos valores se creó un nuevo material plástico dentro de la librería de SOLIDWORKS.

2.3.1.5.1 Base

En la figura 45 se muestra el análisis de esfuerzo de Von-Mises, en la figura 46 desplazamiento de la base del brazo.

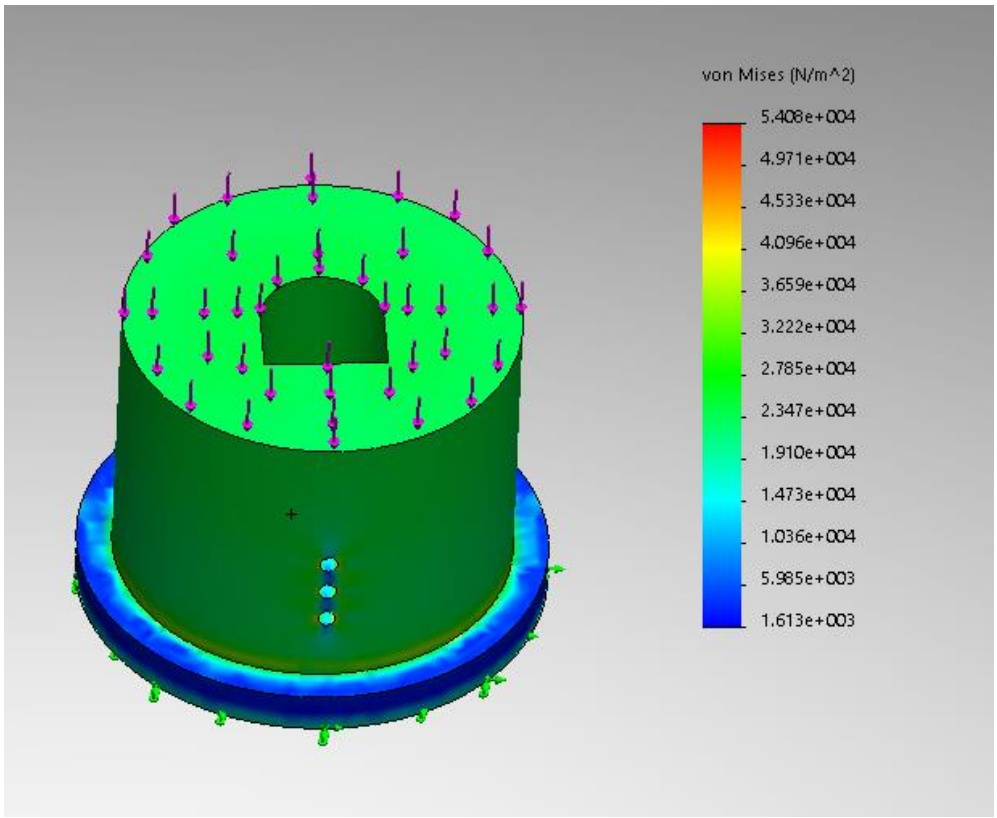


Figura 45. Análisis de Von-Mises de la base

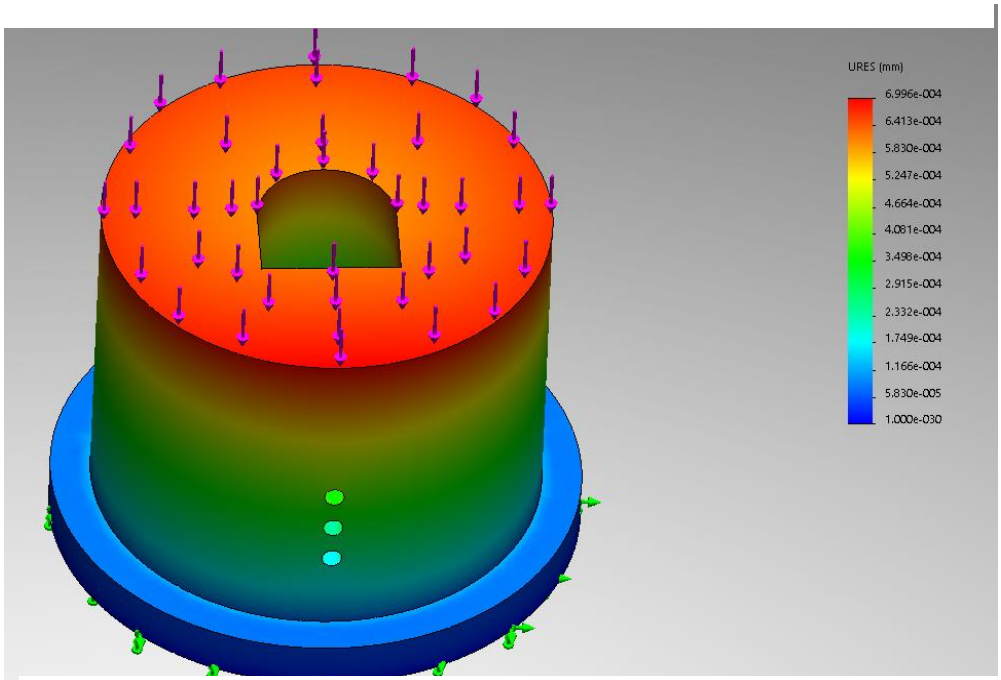


Figura 46. Análisis de desplazamiento de la base

2.3.1.5.2 Eslabón 1

En la figura 47 se muestra el análisis de esfuerzo de Von-Mises, en la figura 48 desplazamiento del eslabón 1.

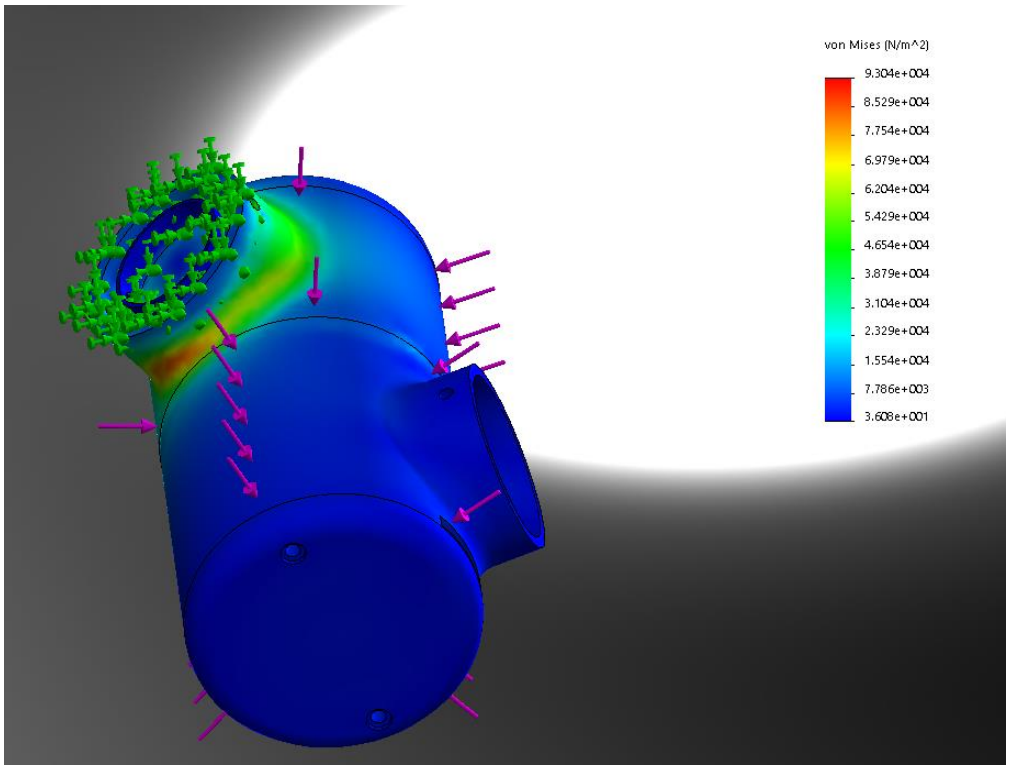


Figura 47. Análisis de Von-Mises del eslabón 1

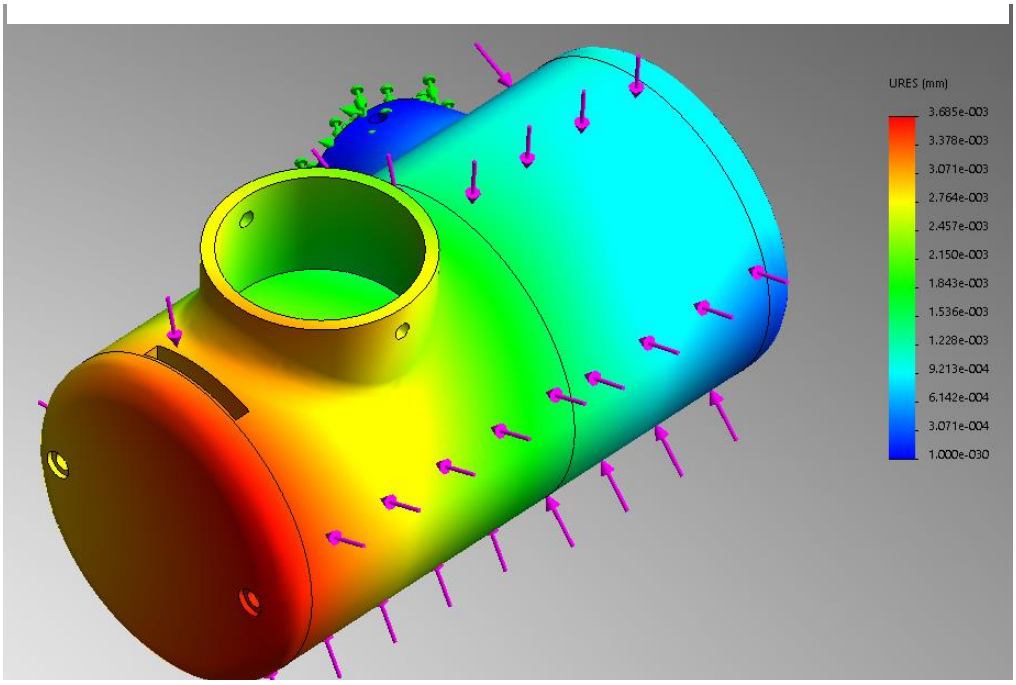


Figura 48. Análisis de desplazamiento del eslabón 1

2.3.1.5.3 Eslabón 2

En la figura 49 se muestra el análisis de esfuerzo de Von-Mises, en la figura 50 desplazamiento del eslabón 2.

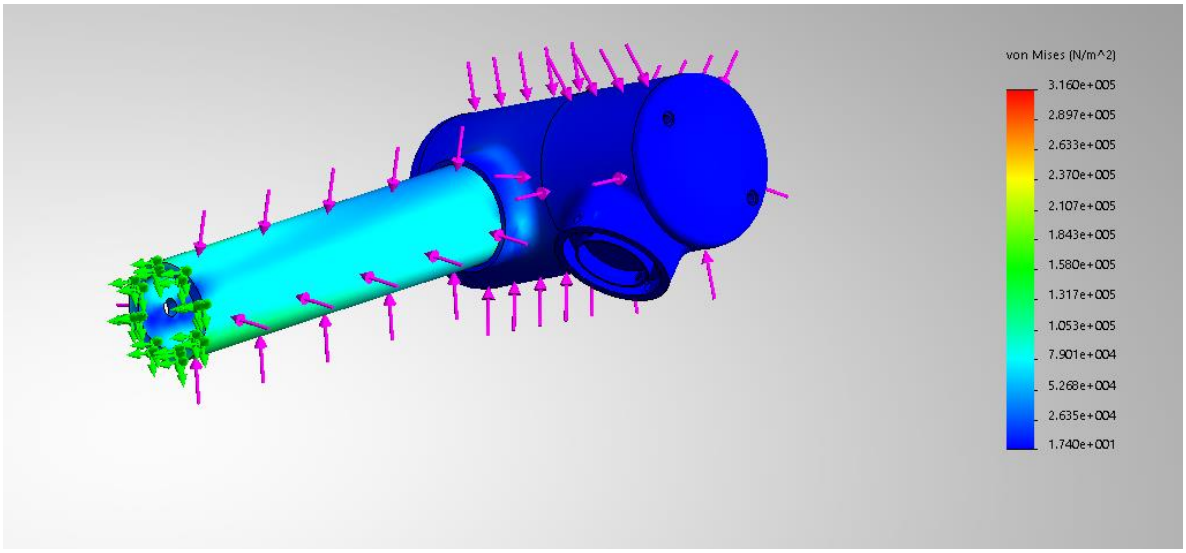


Figura 49. Análisis de Von-Mises del eslabón 2

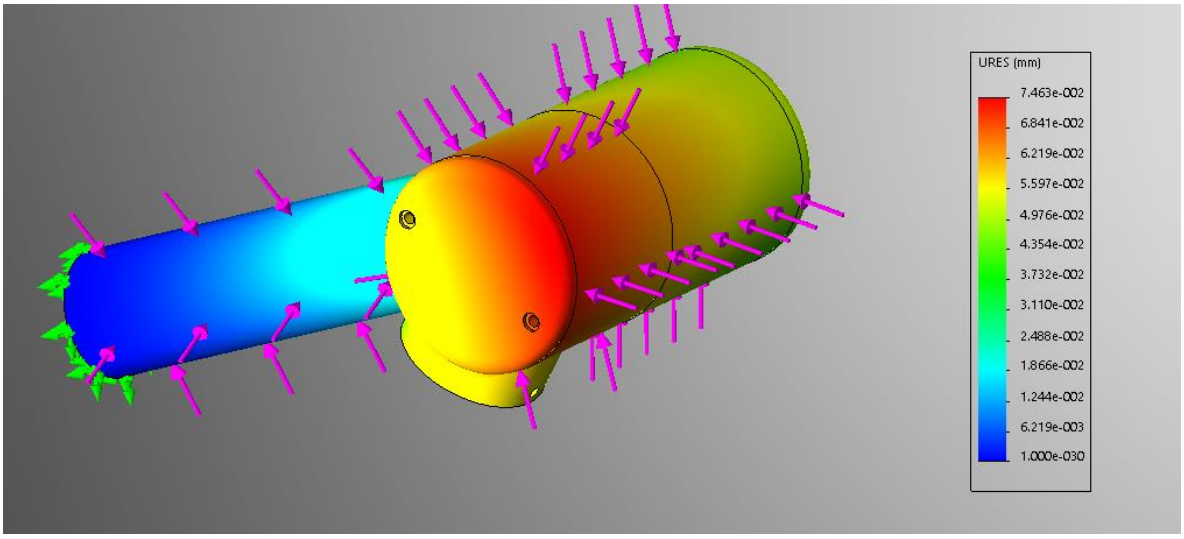


Figura 50. Análisis de desplazamiento del eslabón 2

2.3.1.5.4 Eslabón 3

En la figura 51 se muestra el análisis de esfuerzo de Von-Mises, en la figura 52 desplazamiento del eslabón 3.

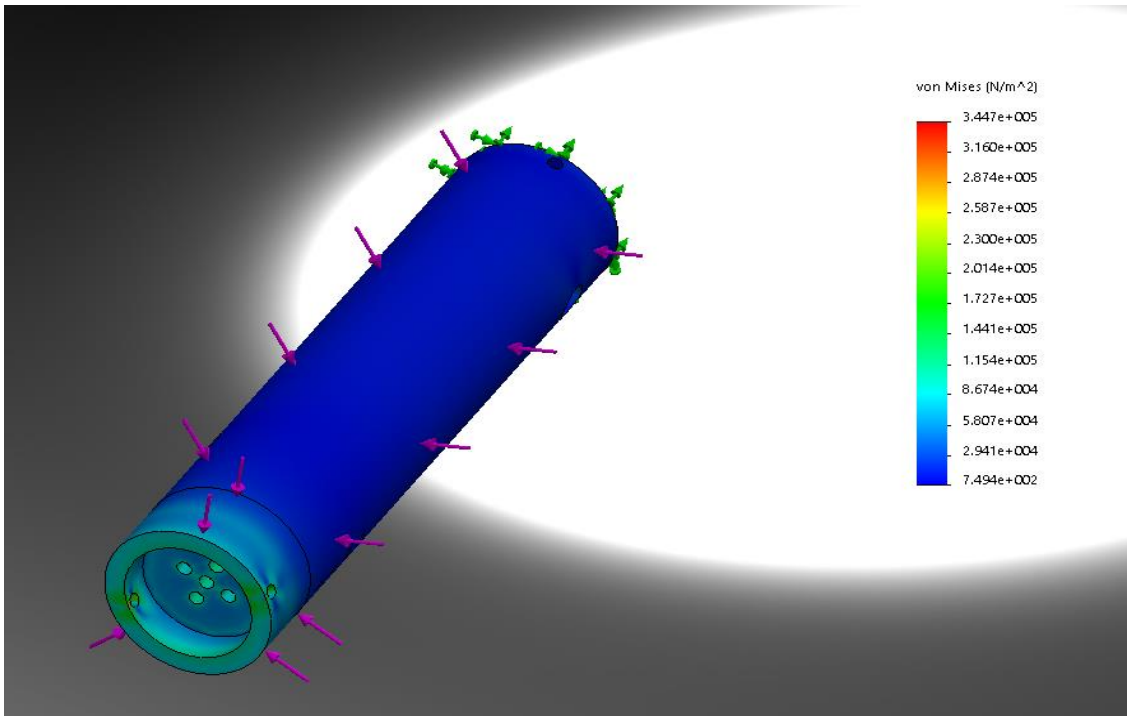


Figura 52 . Análisis de Von-Mises del eslabón 3

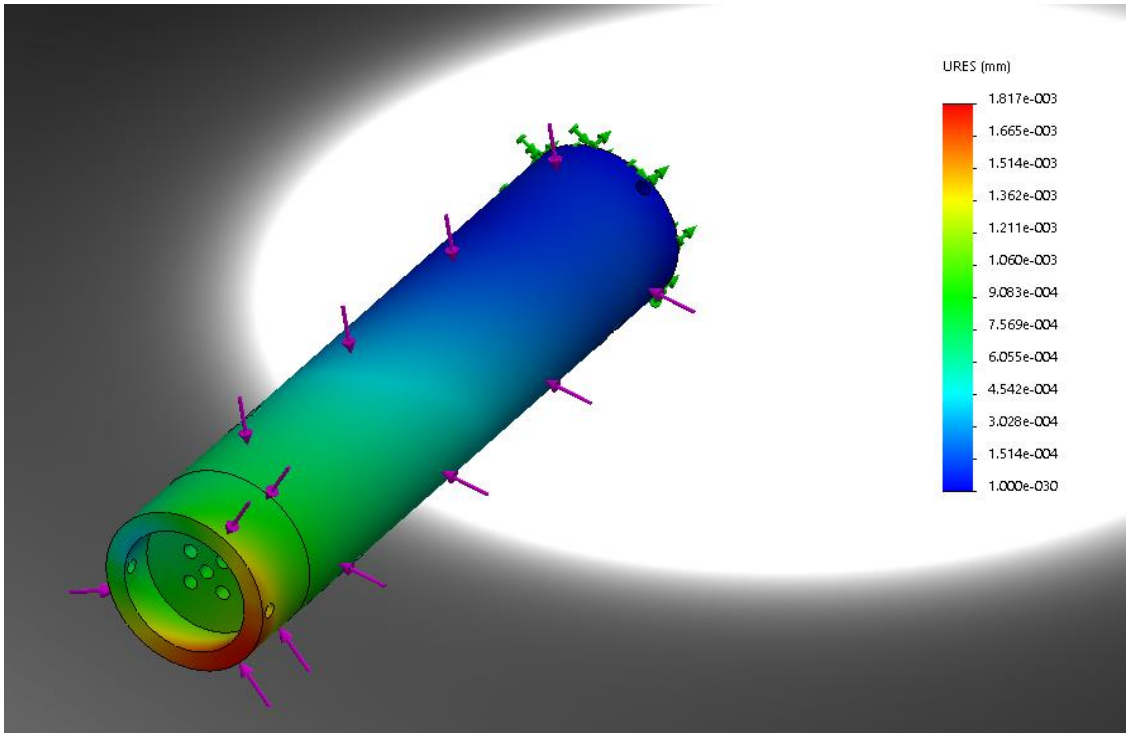


Figura 51. Análisis de desplazamiento del eslabón 3

2.3.1.5.5 Eslabón 4

En la figura 53 se muestra el análisis de esfuerzo de Von-Mises, en la figura 54 desplazamiento del eslabón 4.

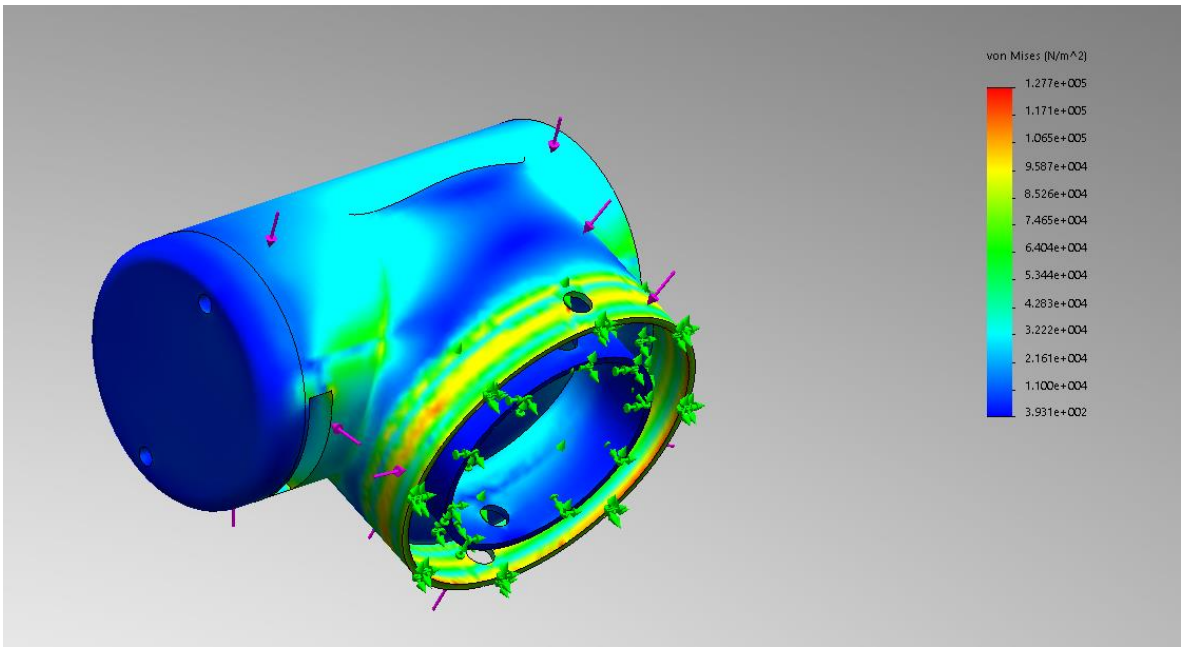


Figura 54. Análisis de Von-Mises del eslabón 4

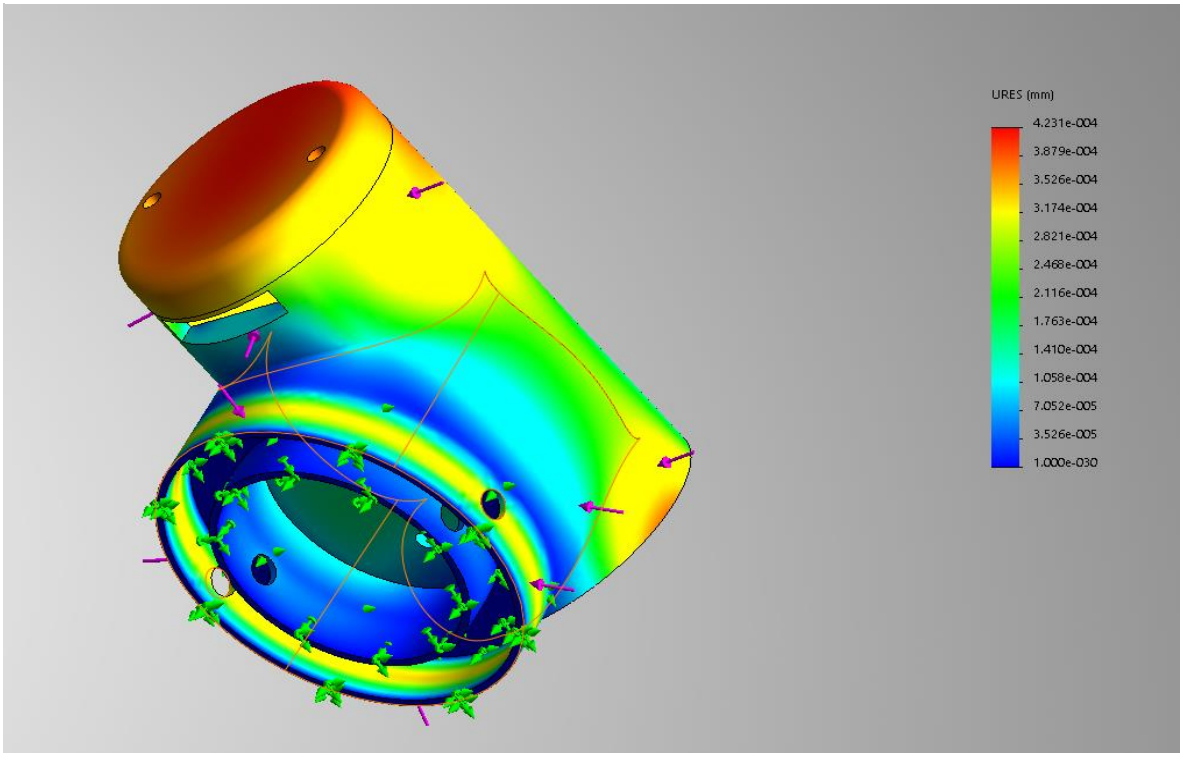


Figura 53.Análisis de desplazamiento del eslabón 4

2.3.1.5.6 Eslabón 5

En la figura 55 se muestra el análisis de esfuerzo de Von-Mises, en la figura 56 desplazamiento del eslabón 5.

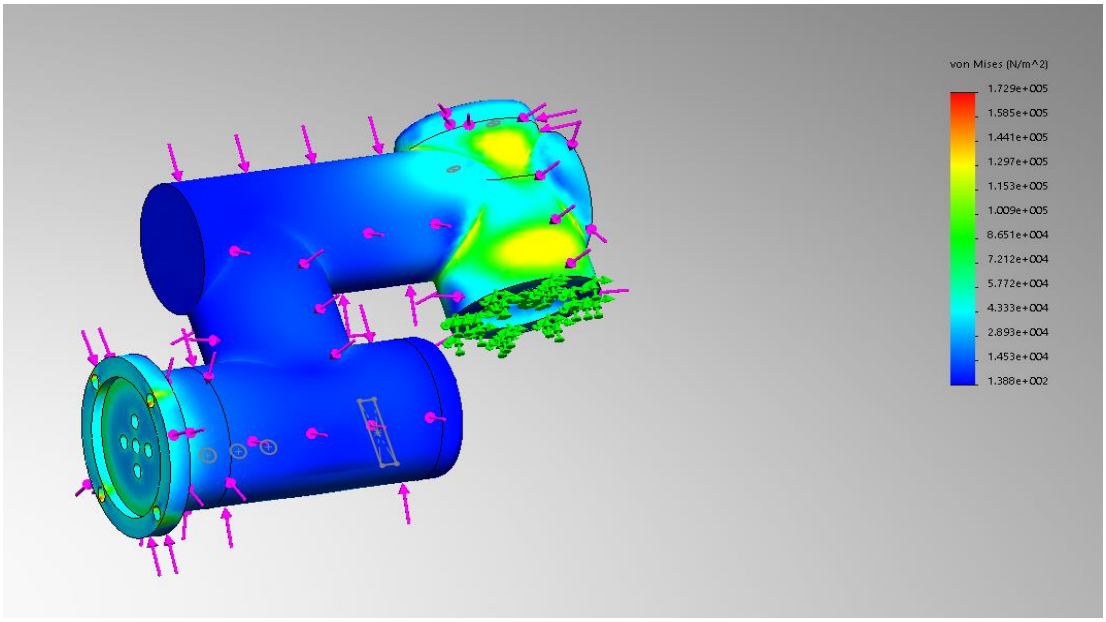


Figura 55. Análisis de Von-Mises del eslabón 5

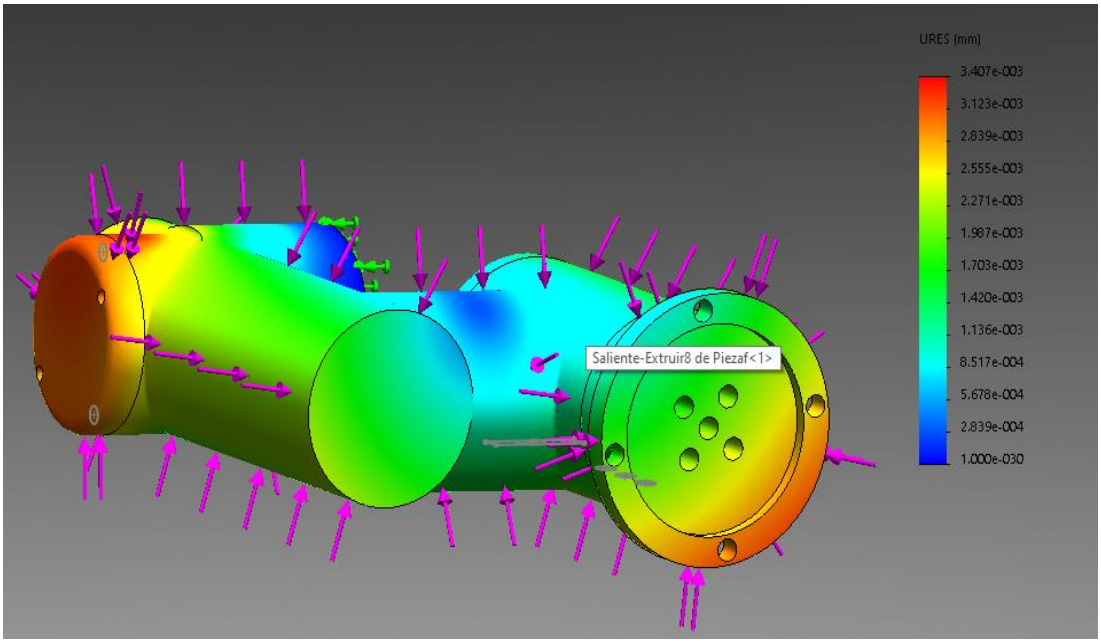


Figura 56. Análisis de desplazamiento del eslabón 5

2.3.1.5.7 Eslabón 6

En la figura 57 se muestra el análisis de esfuerzo de Von-Mises, en la figura 58 desplazamiento del eslabón 6.

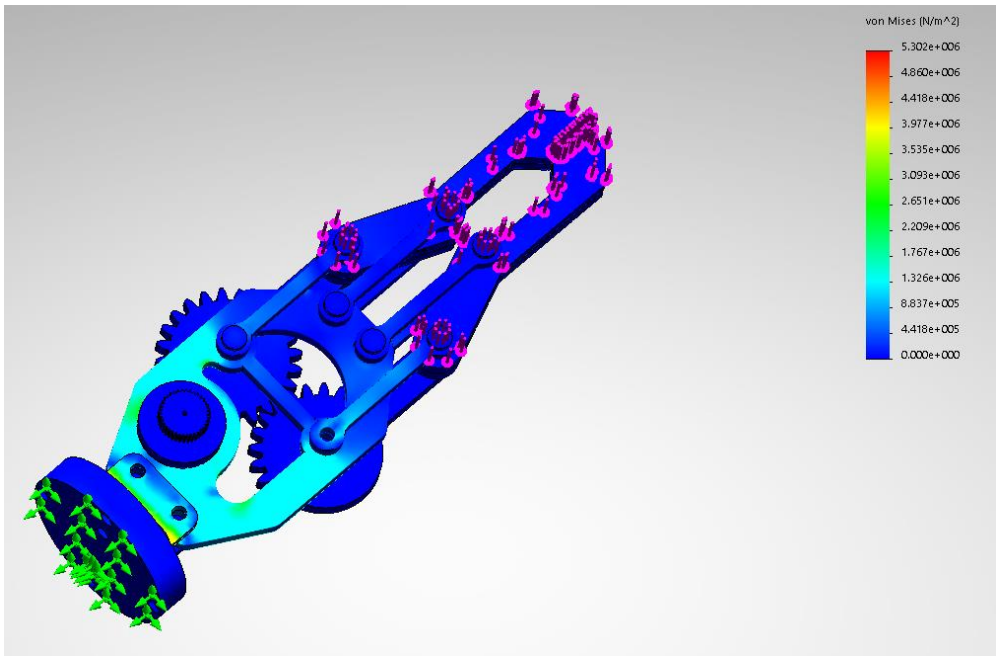


Figura 57. Análisis de Von-Mises del eslabón 6

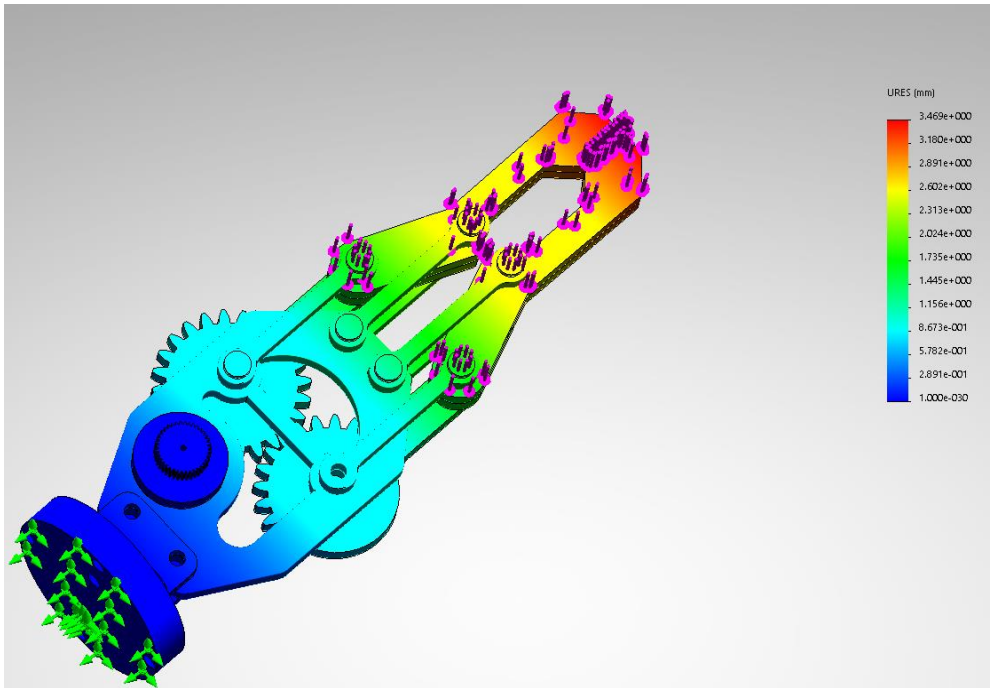


Figura 58. Análisis de desplazamiento del eslabón 6

2.3.1.2 Cinemática directa

2.3.1.2.1 Identificar juntas

Para poder obtener el modelo de cinemática directa del brazo, se usara la metodología de Denavit-Hartenberg ,en combinación con matrices de rotación y traslación que no siguen con esta metodología, debido a que del marco 2 al 3, no se cumple con la perpendicularidad entre el eje x y z-i, identificándolos por la notación (X0,X1,X2,X3,X4,X5,X6) como se observa en la figura 59.

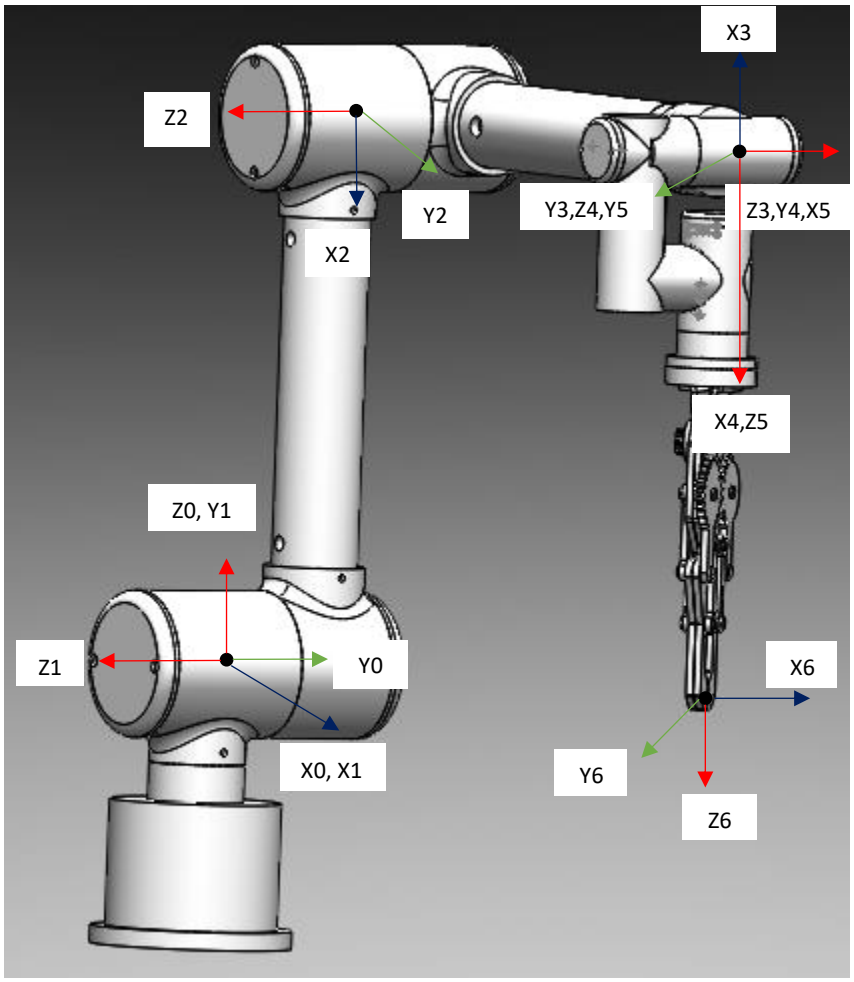


figura 59. Marcos inerciales del brazo robótico

2.3.1.2.2Asignación de marcos mediante Denavit-Hartenberg

Para asignar los marcos, la convención indica que se deben seguir las siguientes dos reglas (esto se muestra en la figura 60):

- El eje z_i debe cumplir la regla de la mano derecha para el sentido de giro del eslabón.
- El eje x_i debe de ser perpendicular e interceptar al eje z_{i-1}

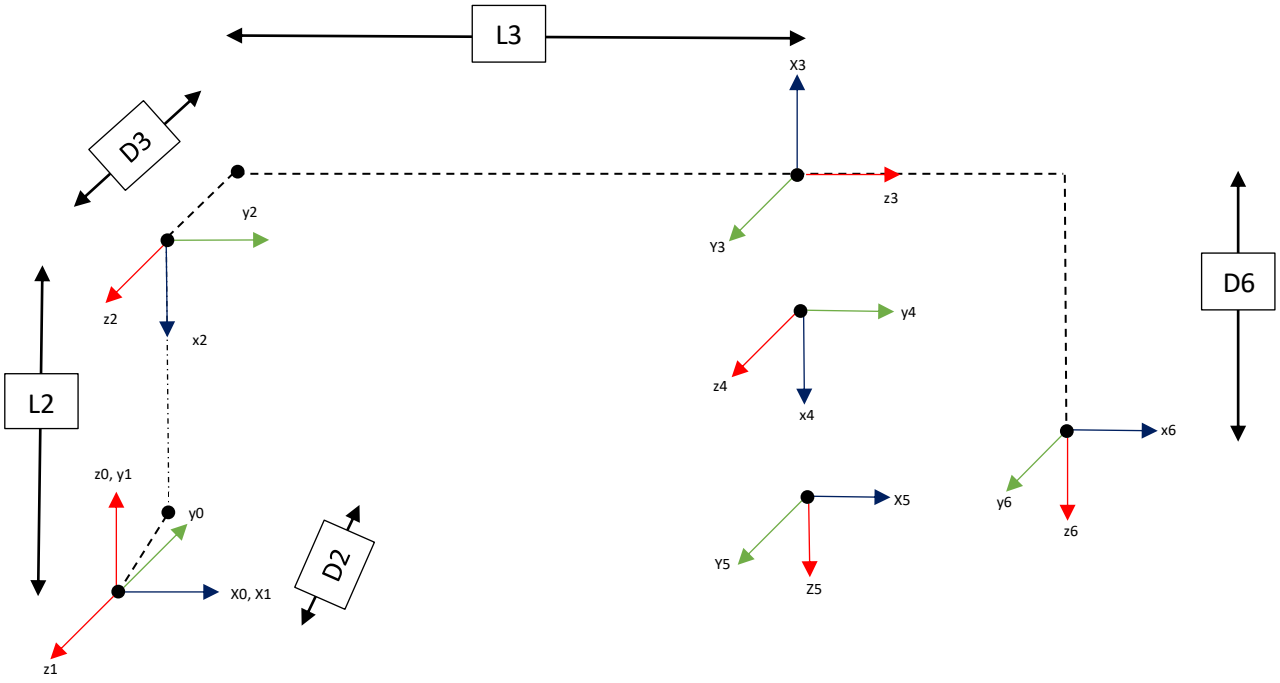


Figura 60. Asignación de marcos de referencia

Posteriormente se llena una tabla, la cual contiene los siguientes parámetros:

$$a_i = distancia\ sobre\ x_i\ hasta\ la\ intersección\ con\ z_{i-1}$$

$$\alpha_i = ángulo\ alrededor\ de\ x_i\ \ para\ llevar\ z_{i-1}\ a\ z_i$$

$$d_i = distancia\ medida\ sobre\ z_{i-1}\ hasta\ la\ intersección\ con\ x_i$$

$$\Theta_i = \ ángulo\ alrededor\ de\ z_{i-1}\ \ para\ llevar\ x_{i-1}\ a\ x_i\ sumado\ con\ el\ ángulo\ actual$$

Tabla 15. Parámetros de Denavit-Hartenberg

Eslabón/Parámetro	a_i	α_i	d_i	Θ_i
$T_1^0 - -1$	0	$\frac{\pi}{2}$	0	$q1$
$T_2^1 - -2$	$L2$	0	$D2$	$q2 + \frac{\pi}{2}$
$T_3^2 - -3$	$L3$	$\frac{\pi}{2}$	$D3$	$q3$
$T_4^3 - -4$	0	$-\frac{\pi}{2}$	0	$q4$
$T_5^4 - -5$	0	$\frac{\pi}{2}$	0	$q5 - \frac{\pi}{2}$
$T_6^5 - -6$	0	0	$D6$	$q6$

Una vez obtenida la tabla de parámetros, se procede a obtener la matriz de trasformación homogénea, la cual tiene la siguiente forma:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \textbf{matriz de rotación} & \textbf{vector de posición} \\ \mathbf{f}_{1x3} & \textbf{escalado} \end{bmatrix},$$

$$T_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_i C\alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Calculando cada una de las transformaciones se obtienen las siguientes matrices:

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} \cos(q1) & 0 & \sin(q1) & 0 \\ \sin(q1) & 0 & -\cos(q1) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} -\sin(q2) & -\cos(q2) & 0 & -L2 * \sin(q2) \\ \cos(q2) & -\sin(q2) & 0 & L2 * \cos(q2) \\ 0 & 0 & 1 & D2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} \cos(q3) & 0 & \sin(q3) & L3 * \sin(q3) \\ \sin(q3) & 0 & -\cos(q3) & L2 * \cos(q3) \\ 0 & 1 & 0 & D3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_4^3 = \begin{bmatrix} \cos(q4) & 0 & -\sin(q4) & 0 \\ \sin(q4) & 0 & \cos(q4) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_5^4 = \begin{bmatrix} \sin(q5) & 0 & -\cos(q5) & 0 \\ -\cos(q5) & 0 & -\sin(q5) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_6^5 = \begin{bmatrix} \cos(q6) & -\sin(q6) & 0 & 0 \\ \sin(q6) & \cos(q6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & D6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Se procede a la obtención de la matriz T, la cual se obtiene al multiplicar las seis matrices de transformación homogénea.

$$T_6^0 = (T_1^0)(T_2^1)(T_3^2)(T_4^3)(T_5^4)(T_6^5)$$

$$T_6^0 = \begin{bmatrix} T_6^0(1,1) & T_6^0(1,2) & T_6^0(1,3) & T_6^0(1,4) \\ T_6^0(2,1) & T_6^0(2,2) & T_6^0(2,3) & T_6^0(2,3) \\ T_6^0(3,1) & T_6^0(3,2) & T_6^0(3,3) & T_6^0(3,3) \\ T_6^0(4,1) & T_6^0(4,2) & T_6^0(4,3) & T_6^0(4,3) \end{bmatrix}$$

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cc} \text{Orientación del efector final} & \text{Posición} \end{array} \\
T_6^0 = & \begin{bmatrix} T_6^0(1,1) & T_6^0(1,2) & T_6^0(1,3) & T_6^0(1,4) \\ T_6^0(2,1) & T_6^0(2,2) & T_6^0(2,3) & T_6^0(2,3) \\ T_6^0(3,1) & T_6^0(3,2) & T_6^0(3,3) & T_6^0(3,3) \\ T_6^0(4,1) & T_6^0(4,2) & T_6^0(4,3) & T_6^0(4,3) \end{bmatrix}
\end{array}
$$

Se desplegaron por separado cada uno de los elementos de la matriz y se redujeron los términos de seno a (S) y coseno a (C) seguidos del número del ángulo a evaluar, como se muestra a continuación.

$$
\begin{aligned}
T_6^0(1,1) = {} & sin(t6) * (cos(t4) * sin(t1) + sin(t4) * (cos(t1) * cos(t2) * sin(t3) + cos(t1) \\
& * cos(t3) * sin(t2))) + cos(t6) * (sin(t5) * (sin(t1) * sin(t4) - cos(t4) \\
& * (cos(t1) * cos(t2) * sin(t3) + cos(t1) * cos(t3) * sin(t2))) - cos(t5) \\
& * (cos(t1) * sin(t2) * sin(t3) - cos(t1) * cos(t2) * cos(t3)))
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_6^0(1,2) = {} & cos(t6) * (cos(t4) * sin(t1) + sin(t4) * (cos(t1) * cos(t2) * sin(t3) + cos(t1) \\
& * cos(t3) * sin(t2))) - sin(t6) * (sin(t5) * (sin(t1) * sin(t4) - cos(t4) \\
& * (cos(t1) * cos(t2) * sin(t3) + cos(t1) * cos(t3) * sin(t2))) - cos(t5) \\
& * (cos(t1) * sin(t2) * sin(t3) - cos(t1) * cos(t2) * cos(t3)))
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_6^0(1,3) = {} & -cos(t5) * (sin(t1) * sin(t4) - cos(t4) * (cos(t1) * cos(t2) * sin(t3) \\
& + cos(t1) * cos(t3) * sin(t2))) - sin(t5) * (cos(t1) * sin(t2) * sin(t3) \\
& - cos(t1) * cos(t2) * cos(t3))
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_6^0(1,4) = {} & d2 * sin(t1) + d3 * sin(t1) - d6 * (cos(t5) * (sin(t1) * sin(t4) - cos(t4) \\
& * (cos(t1) * cos(t2) * sin(t3) + cos(t1) * cos(t3) * sin(t2))) + sin(t5) \\
& * (cos(t1) * sin(t2) * sin(t3) - cos(t1) * cos(t2) * cos(t3))) - l1 * cos(t1) \\
& * sin(t2) - l2 * cos(t1) * cos(t2) * cos(t3) - l2 * cos(t1) * sin(t2) \\
& * sin(t3)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_6^0(2,1) = {} & -sin(t6) * (cos(t1) * cos(t4) - sin(t4) * (cos(t2) * sin(t1) * sin(t3) + cos(t3) \\
& * sin(t1) * sin(t2))) - cos(t6) * (sin(t5) * (cos(t1) * sin(t4) + cos(t4) \\
& * (cos(t2) * sin(t1) * sin(t3) + cos(t3) * sin(t1) * sin(t2))) + cos(t5) \\
& * (sin(t1) * sin(t2) * sin(t3) - cos(t2) * cos(t3) * sin(t1)))
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_6^0(2,2) = {} & sin(t6) * (sin(t5) * (cos(t1) * sin(t4) + cos(t4) * (cos(t2) * sin(t1) * sin(t3) \\
& + cos(t3) * sin(t1) * sin(t2))) + cos(t5) * (sin(t1) * sin(t2) * sin(t3) \\
& - cos(t2) * cos(t3) * sin(t1))) - cos(t6) * (cos(t1) * cos(t4) - sin(t4) \\
& * (cos(t2) * sin(t1) * sin(t3) + cos(t3) * sin(t1) * sin(t2)))
\end{aligned}
$$

$$T_6^0(2,3) = cos(t5) * (cos(t1) * sin(t4) + cos(t4) * (cos(t2) * sin(t1) * sin(t3) + cos(t3) * sin(t1) * sin(t2))) - sin(t5) * (sin(t1) * sin(t2) * sin(t3) - cos(t2) * cos(t3) * sin(t1))$$

$$T_6^0(2,4) = d6 * (cos(t5) * (cos(t1) * sin(t4) + cos(t4) * (cos(t2) * sin(t1) * sin(t3) + cos(t3) * sin(t1) * sin(t2))) - sin(t5) * (sin(t1) * sin(t2) * sin(t3) - cos(t2) * cos(t3) * sin(t1))) - d2 * cos(t1) - d3 * cos(t1) - l1 * sin(t1) * sin(t2) - l2 * cos(t2) * cos(t3) * sin(t1) - l2 * sin(t1) * sin(t2) * sin(t3)$$

$$T_6^0(3,1) = cos(t6) * (cos(t5) * (cos(t2) * sin(t3) + cos(t3) * sin(t2)) + cos(t4) * sin(t5) * (cos(t2) * cos(t3) - sin(t2) * sin(t3))) - sin(t4) * sin(t6) * (cos(t2) * cos(t3) - sin(t2) * sin(t3))$$

$$T_6^0(3,2) = - sin(t6) * (cos(t5) * (cos(t2) * sin(t3) + cos(t3) * sin(t2)) + cos(t4) * sin(t5) * (cos(t2) * cos(t3) - sin(t2) * sin(t3))) - cos(t6) * sin(t4) * (cos(t2) * cos(t3) - sin(t2) * sin(t3))$$

$$T_6^0(3,3) = sin(t5) * (cos(t2) * sin(t3) + cos(t3) * sin(t2)) - cos(t4) * cos(t5) * (cos(t2) * cos(t3) - sin(t2) * sin(t3))$$

$$T_6^0(3,4) = l1 * cos(t2) + d6 * (sin(t5) * (cos(t2) * sin(t3) + cos(t3) * sin(t2)) - cos(t4) * cos(t5) * (cos(t2) * cos(t3) - sin(t2) * sin(t3))) + l2 * cos(t2) * sin(t3) - l2 * cos(t3) * sin(t2)$$

$$T_6^0(4,1) = 0$$

$$T_6^0(4,2) = 0$$

$$T_6^0(4,3) = 0$$

$$T_6^0(4,4) = 1$$

2.3.1.3 Cinemática inversa

Debido a que el brazo cuenta con 6 grados de libertad se complica significativamente la solución su cinemática inversa, para simplificar este problema se requiere de aplicar el método de desacoplamiento cinemático, el cual consiste en dividir el modelo cinemático total del brazo en 2 partes, la primera parte costa de la solución de los 3 primeros grados de libertad los cuales representan al brazo del robot, para la segunda parte se realiza el análisis y solución de los últimos 3 grados de libertad los cuales representan a la muñeca del brazo

2.3.1.3.1 Obtención por desacoplo cinemático

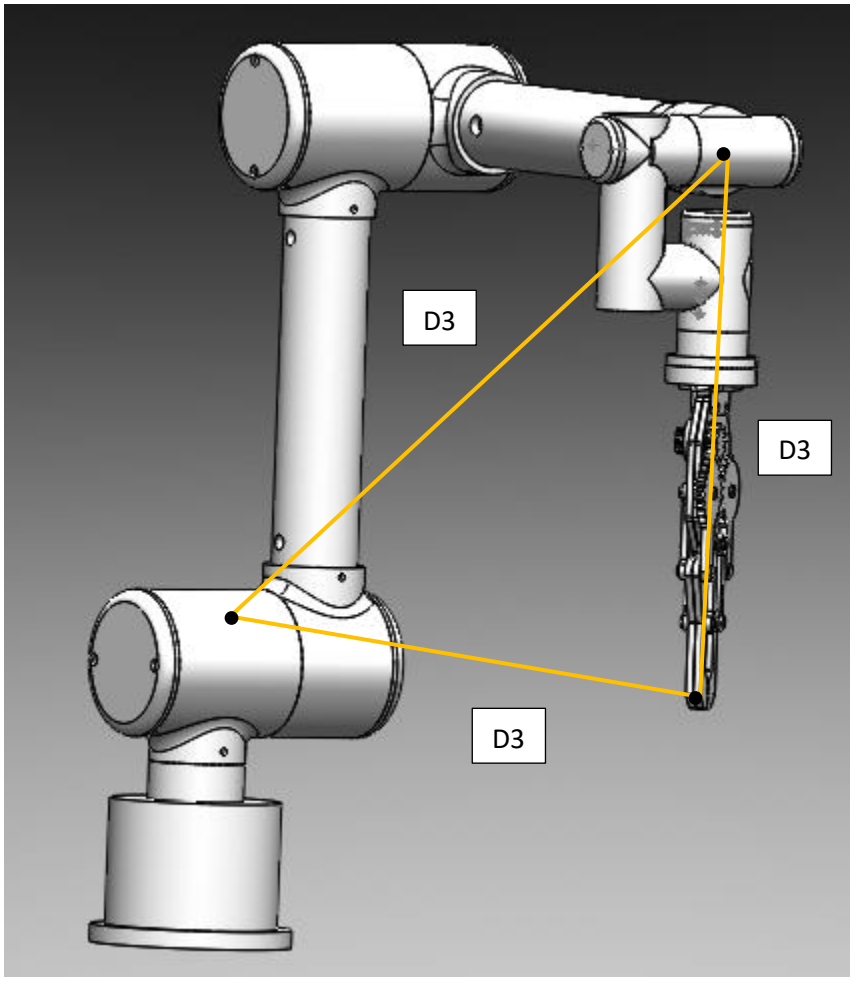


Figura 61. cinemática inversa del brazo

los pasos que seguir para lograr la solución total de nuestro problema cinemático inverso se muestran enumerados en la siguiente lista:

1. Obtener la cinemática directa

2. Plantear d_6^0 y R_6^0
   El punto final que el brazo alcanzará estará definido por la siguiente configuración, en dónde d_6^0 representa el punto a alcanzar por la extremidad del brazo, mientras R_6^0 representa la orientación del marco del gripper tendrá referenciado a la orientación del marco base o también llamado marco fijo, como se muestra a continuación:

$$d_6^0 = \begin{bmatrix} xf \\ yf \\ zf \end{bmatrix}$$

$$R_6^0 = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \\ u_{32} & u_{32} & u_{33} \end{bmatrix}$$

3. Obtener $d_3^0(conocida) = d_6^0 - R_6^0 k(l4 + l5 + l6)$:
   Dado que d_6^0 representa el punto final de la muñeca y esta misma está unida geométricamente a la parte de brazo por el marco 4 se pueden realizar operaciones para obtener el punto final del brazo, esto se hace mediante el traslado de R_6^0 al marco 4 trasladándolo una distancia $(l4 + l5 + l6)$a lo largo del eje z,y de esta forma obteniendo $d_3^0\ comocida$ la cual representa el punto final de la parte del brazo, a continuación se puede ver como se llega a esta $d_3^0\ comocida$:

$$d_3^0(conocida) = d_6^0 - R_6^0 k(l4 + l5 + l6):$$

$$d_3^0 conocida = \begin{bmatrix} xf \\ yf \\ zf \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \\ u_{32} & u_{32} & u_{33} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l4 + l5 + l6 \end{bmatrix}$$

$$d_3^0 conocida = \begin{bmatrix} xf - u13 * (l4 + l5 + l6) \\ yf - u23 * (l4 + l5 + l6) \\ zf - u33 * (l4 + l5 + l6) \end{bmatrix}$$

   Para efectos de practicidad tomaremos el punto final dela parte de brazo como Pbx, Pby, Pbz:

$$\begin{bmatrix} Pbx \\ Pby \\ Pbz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xf - u13 * (l4 + l5 + l6) \\ yf - u23 * (l4 + l5 + l6) \\ zf - u33 * (l4 + l5 + l6) \end{bmatrix}$$

4. Igualar $d_3^0(conocida) = d_3^0(simbolica)$
   Una vez obtenida $d_3^0(conocida)$ se procede a resolver al igualarla a $d_3^0(simbolica)$ en dónde $d_3^0(simbolica)$ se obtiene de la sección de cinemática directa y la cual es el resultado de multiplicar las transformaciones homogéneas 1, 2 y 3, los resultados de la solución son los siguientes:
   q1=
   $\frac{\text{atan Pby}}{\text{Pbx}}$

q2=

$$\left(2\,\mathrm{atan}\left(\sqrt{\left(\left(-l1^2+2\,l1\,Pbz+l2^2+2\,l2\,l3+l3^2-Pbx^2-Pby^2-Pbz^2\right)\left(l1^2-2\,l1\,Pbz-l2^2+2\,l2\,l3-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2\right)\right)-2\,l2\,Pbx\sqrt{\frac{Pbx^2+Pby^2}{Pbx^2}}\right)\right)\Big/\left(l1^2-2\,l1\,l2-2\,l1\,Pbz+l2^2+2\,l2\,Pbz-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2\right)$$

q3=

$$\left(2\,\mathrm{atan}\left(2\,l2\,l3-\sqrt{\left(\left(-l1^2+2\,l1\,Pbz+l2^2+2\,l2\,l3+l3^2-Pbx^2-Pby^2-Pbz^2\right)\left(l1^2-2\,l1\,Pbz-l2^2+2\,l2\,l3-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2\right)\right)}\right)\right)\Big/\left(l1^2-2\,l1\,Pbz-l2^2-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2\right)$$

5. Se sustituyen q1 q2 y q3 en R_3^0 para así calcular $R_6^3(simbolica) = (R_6^3)^T(R_6^0)(conocida)$
   Una vez obtenidas q1 q2 q3 se procede de igual manera para la obtención de las siguientes y ultimas 3 variables igualando las matrices conocida con las simbólicas y resolviendo mediante el software MATLAB
6. Igualar $R_6^3(conocida) = R_6^3(simbolica)$
7. Resolver las ecuaciones para obtener q4 q5 y q6

q4=

$$\mathrm{Pby\ u23}\ \sin\left(\left(2\ \mathrm{atan}\left(2\ \mathrm{l2\ l3} - \sqrt{\left(\left(-\mathrm{l1}^2 + 2\ \mathrm{l1\ Pbz} + \mathrm{l2}^2 + 2\ \mathrm{l2\ l3} + \mathrm{l3}^2 - \mathrm{Pbx}^2 - \mathrm{Pby}^2 - \mathrm{Pbz}^2\right)\left(\mathrm{l1}^2 - 2\ \mathrm{l1\ Pbz} - \mathrm{l2}^2 + 2\ \mathrm{l2\ l3} - \mathrm{l3}^2 + \mathrm{Pbx}^2 + \mathrm{Pby}^2 + \mathrm{Pbz}^2\right)}\right)\right)\Big/\right.$$

$$\left(\mathrm{l1}^2 - 2\ \mathrm{l1\ Pbz} - \mathrm{l2}^2 - \mathrm{l3}^2 + \mathrm{Pbx}^2 + \mathrm{Pby}^2 + \mathrm{Pbz}^2\right) +$$

$$\left(2\ \mathrm{atan}\left(\sqrt{\left(\left(-\mathrm{l1}^2 + 2\ \mathrm{l1\ Pbz} + \mathrm{l2}^2 + 2\ \mathrm{l2\ l3} + \mathrm{l3}^2 - \mathrm{Pbx}^2 - \mathrm{Pby}^2 - \mathrm{Pbz}^2\right)\left(\mathrm{l1}^2 - 2\ \mathrm{l1\ Pbz} - \mathrm{l2}^2 + 2\ \mathrm{l2\ l3} - \mathrm{l3}^2 + \mathrm{Pbx}^2 + \mathrm{Pby}^2 + \mathrm{Pbz}^2\right)}\right) -\right.$$

$$\left.\left.2\ \mathrm{l2\ Pbx}\sqrt{\frac{\mathrm{Pbx}^2 + \mathrm{Pby}^2}{\mathrm{Pbx}^2}}\right)\Big/\left(\mathrm{l1}^2 - 2\ \mathrm{l1\ l2} - 2\ \mathrm{l1\ Pbz} + \mathrm{l2}^2 + 2\ \mathrm{l2\ Pbz} - \mathrm{l3}^2 + \mathrm{Pbx}^2 + \mathrm{Pby}^2 + \mathrm{Pbz}^2\right)\right) - \mathrm{Pbx\ u33}\ \cos\sqrt{\frac{\mathrm{Pbx}^2 + \mathrm{Pby}^2}{\mathrm{Pbx}^2}}$$

$$\left(\left(2\ \mathrm{atan}\left(2\ \mathrm{l2\ l3} - \sqrt{\left(\left(-\mathrm{l1}^2 + 2\ \mathrm{l1\ Pbz} + \mathrm{l2}^2 + 2\ \mathrm{l2\ l3} + \mathrm{l3}^2 - \mathrm{Pbx}^2 - \mathrm{Pby}^2 - \mathrm{Pbz}^2\right)\left(\mathrm{l1}^2 - 2\ \mathrm{l1\ Pbz} - \mathrm{l2}^2 + 2\ \mathrm{l2\ l3} - \mathrm{l3}^2 + \mathrm{Pbx}^2 + \mathrm{Pby}^2 + \mathrm{Pbz}^2\right)}\right)\right)\Big/\right.$$

$$\left(\mathrm{l1}^2 - 2\ \mathrm{l1\ Pbz} - \mathrm{l2}^2 - \mathrm{l3}^2 + \mathrm{Pbx}^2 + \mathrm{Pby}^2 + \mathrm{Pbz}^2\right) +$$

$$\left(2\ \mathrm{atan}\left(\sqrt{\left(\left(-\mathrm{l1}^2 + 2\ \mathrm{l1\ Pbz} + \mathrm{l2}^2 + 2\ \mathrm{l2\ l3} + \mathrm{l3}^2 - \mathrm{Pbx}^2 - \mathrm{Pby}^2 - \mathrm{Pbz}^2\right)\left(\mathrm{l1}^2 - 2\ \mathrm{l1\ Pbz} - \mathrm{l2}^2 + 2\ \mathrm{l2\ l3} - \mathrm{l3}^2 + \mathrm{Pbx}^2 + \mathrm{Pby}^2 + \mathrm{Pbz}^2\right)}\right) -\right.$$

$$\left(\mathrm{atan}\left(\mathrm{Pbx\ u23} - \mathrm{Pby\ u13}\right)\right)\Big/$$

$$\left(\mathrm{Pbx\ u13}\ \sin\left(\left(2\ \mathrm{atan}\left(2\ \mathrm{l2\ l3} - \sqrt{\left(\left(-\mathrm{l1}^2 + 2\ \mathrm{l1\ Pbz} + \mathrm{l2}^2 + 2\ \mathrm{l2\ l3} + \mathrm{l3}^2 - \mathrm{Pbx}^2 - \mathrm{Pby}^2 - \mathrm{Pbz}^2\right)\left(\mathrm{l1}^2 - 2\ \mathrm{l1\ Pbz} - \mathrm{l2}^2 + 2\ \mathrm{l2\ l3} - \mathrm{l3}^2 + \mathrm{Pbx}^2 + \mathrm{Pby}^2 + \mathrm{Pbz}^2\right)}\right)\right)\Big/\right.$$

$$\left(\mathrm{l1}^2 - 2\ \mathrm{l1\ Pbz} - \mathrm{l2}^2 - \mathrm{l3}^2 + \mathrm{Pbx}^2 + \mathrm{Pby}^2 + \mathrm{Pbz}^2\right) +$$

$$\left(2\ \mathrm{atan}\left(\sqrt{\left(\left(-\mathrm{l1}^2 + 2\ \mathrm{l1\ Pbz} + \mathrm{l2}^2 + 2\ \mathrm{l2\ l3} + \mathrm{l3}^2 - \mathrm{Pbx}^2 - \mathrm{Pby}^2 - \mathrm{Pbz}^2\right)\left(\mathrm{l1}^2 - 2\ \mathrm{l1\ Pbz} - \mathrm{l2}^2 + 2\ \mathrm{l2\ l3} - \mathrm{l3}^2 + \mathrm{Pbx}^2 + \mathrm{Pby}^2 + \mathrm{Pbz}^2\right)}\right) -\right.$$

$$\left.\left.2\ \mathrm{l2\ Pbx}\sqrt{\frac{\mathrm{Pbx}^2 + \mathrm{Pby}^2}{\mathrm{Pbx}^2}}\right)\Big/\left(\mathrm{l1}^2 - 2\ \mathrm{l1\ l2} - 2\ \mathrm{l1\ Pbz} + \mathrm{l2}^2 + 2\ \mathrm{l2\ Pbz} - \mathrm{l3}^2 + \mathrm{Pbx}^2 + \mathrm{Pby}^2 + \mathrm{Pbz}^2\right)\right) +$$

$$\left.\left.2\ \mathrm{l2\ Pbx}\sqrt{\frac{\mathrm{Pbx}^2 + \mathrm{Pby}^2}{\mathrm{Pbx}^2}}\right)\Big/\left(\mathrm{l1}^2 - 2\ \mathrm{l1\ l2} - 2\ \mathrm{l1\ Pbz} + \mathrm{l2}^2 + 2\ \mathrm{l2\ Pbz} - \mathrm{l3}^2 + \mathrm{Pbx}^2 + \mathrm{Pby}^2 + \mathrm{Pbz}^2\right)\right)$$

q5=

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{acos}\Bigg(\frac{1}{\sqrt{\frac{Pby^2}{Pbx^2}+1}}\,u13\cos\Bigg(\Big(2\,\mathrm{atan}\Big(2\,l2\,l3-\sqrt{\big((-l1^2+2\,l1\,Pbz+l2^2+2\,l2\,l3+l3^2-Pbx^2-Pby^2-Pbz^2)\,(l1^2-2\,l1\,Pbz-l2^2+2\,l2\,l3-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2)\big)}\Big)\Big)\Big/\\
&\qquad(l1^2-2\,l1\,Pbz-l2^2-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2)+\\
&\qquad\Bigg(2\,\mathrm{atan}\Bigg(\sqrt{\big((-l1^2+2\,l1\,Pbz+l2^2+2\,l2\,l3+l3^2-Pbx^2-Pby^2-Pbz^2)\,(l1^2-2\,l1\,Pbz-l2^2+2\,l2\,l3-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2)\big)}-\\
&\qquad\qquad 2\,l2\,Pbx\sqrt{\frac{Pbx^2+Pby^2}{Pbx^2}}\Bigg)\Big/(l1^2-2\,l1\,l2-2\,l1\,Pbz+l2^2+2\,l2\,Pbz-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2)\Bigg)+\frac{1}{Pbx\sqrt{\frac{Pby^2}{Pbx^2}+1}}\\
&\quad Pby\,u23\cos\Bigg(\Big(2\,\mathrm{atan}\Big(2\,l2\,l3-\sqrt{\big((-l1^2+2\,l1\,Pbz+l2^2+2\,l2\,l3+l3^2-Pbx^2-Pby^2-Pbz^2)\,(l1^2-2\,l1\,Pbz-l2^2+2\,l2\,l3-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2)\big)}\Big)\Big)\Big/\\
&\qquad(l1^2-2\,l1\,Pbz-l2^2-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2)+\\
&\qquad\Bigg(2\,\mathrm{atan}\Bigg(\sqrt{\big((-l1^2+2\,l1\,Pbz+l2^2+2\,l2\,l3+l3^2-Pbx^2-Pby^2-Pbz^2)\,(l1^2-2\,l1\,Pbz-l2^2+2\,l2\,l3-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2)\big)}-\\
&\qquad\qquad 2\,l2\,Pbx\sqrt{\frac{Pbx^2+Pby^2}{Pbx^2}}\Bigg)\Big/(l1^2-2\,l1\,l2-2\,l1\,Pbz+l2^2+2\,l2\,Pbz-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2)\Bigg)+\\
&\quad u33\sin\Bigg(\Big(2\,\mathrm{atan}\Big(2\,l2\,l3-\sqrt{\big((-l1^2+2\,l1\,Pbz+l2^2+2\,l2\,l3+l3^2-Pbx^2-Pby^2-Pbz^2)\,(l1^2-2\,l1\,Pbz-l2^2+2\,l2\,l3-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2)\big)}\Big)\Big)\Big/\\
&\qquad(l1^2-2\,l1\,Pbz-l2^2-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2)+\\
&\qquad\Bigg(2\,\mathrm{atan}\Bigg(\sqrt{\big((-l1^2+2\,l1\,Pbz+l2^2+2\,l2\,l3+l3^2-Pbx^2-Pby^2-Pbz^2)\,(l1^2-2\,l1\,Pbz-l2^2+2\,l2\,l3-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2)\big)}-\\
&\qquad\qquad 2\,l2\,Pbx\sqrt{\frac{Pbx^2+Pby^2}{Pbx^2}}\Bigg)\Big/(l1^2-2\,l1\,l2-2\,l1\,Pbz+l2^2+2\,l2\,Pbz-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2)\Bigg)\Bigg)
\end{aligned}
$$

q6=

$$\frac{1}{\sin}\operatorname{acos}\operatorname{asin}\left(\left(\left(2\operatorname{atan}\left(2\,l2\,l3-\sqrt{\left(\left(-l1^2+2\,Pbz\,l1+l2^2+l3^2-Pbx^2-Pby^2-Pbz^2+2\,l2\,l3\right)\left(l1^2-2\,Pbz\,l1-l2^2-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2+2\,l2\,l3\right)\right)}\right)\right)\Big/\right.\right.$$

$$\left(l1^2-2\,Pbz\,l1-l2^2-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2\right)+$$

$$\left(2\operatorname{atan}\left(\sqrt{\left(\left(-l1^2+2\,Pbz\,l1+l2^2+l3^2-Pbx^2-Pby^2-Pbz^2+2\,l2\,l3\right)\left(l1^2-2\,Pbz\,l1-l2^2-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2+2\,l2\,l3\right)\right)}-\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.2\,l2\,Pbx\sqrt{\frac{Pbx^2+Pby^2}{Pbx^2}}\right)\right)\Big/\left(l1^2-2\,l2\,l1-2\,Pbz\,l1+l2^2-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2+2\,l2\,Pbz\right)\right)\sin u32+\frac{1}{\sqrt{\frac{Pby^2}{Pbx^2}+1}}$$

$$\cos\left(\left(2\operatorname{atan}\left(2\,l2\,l3-\sqrt{\left(\left(-l1^2+2\,Pbz\,l1+l2^2+l3^2-Pbx^2-Pby^2-Pbz^2+2\,l2\,l3\right)\left(l1^2-2\,Pbz\,l1-l2^2-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2+2\,l2\,l3\right)\right)}\right)\right)\Big/\right.$$

$$\left(l1^2-2\,Pbz\,l1-l2^2-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2\right)+$$

$$\left(2\operatorname{atan}\left(\sqrt{\left(\left(-l1^2+2\,Pbz\,l1+l2^2+l3^2-Pbx^2-Pby^2-Pbz^2+2\,l2\,l3\right)\left(l1^2-2\,Pbz\,l1-l2^2-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2+2\,l2\,l3\right)\right)}-\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.2\,l2\,Pbx\sqrt{\frac{Pbx^2+Pby^2}{Pbx^2}}\right)\right)\Big/\left(l1^2-2\,l2\,l1-2\,Pbz\,l1+l2^2-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2+2\,l2\,Pbz\right)\right)u12+\frac{1}{Pbx\sqrt{\frac{Pby^2}{Pbx^2}+1}}$$

$$\cos Pby\left(\left(2\operatorname{atan}\left(2\,l2\,l3-\sqrt{\left(\left(-l1^2+2\,Pbz\,l1+l2^2+l3^2-Pbx^2-Pby^2-Pbz^2+2\,l2\,l3\right)\left(l1^2-2\,Pbz\,l1-l2^2-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2+2\,l2\,l3\right)\right)}\right)\right)\Big/\right.$$

$$\left(l1^2-2\,Pbz\,l1-l2^2-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2\right)+$$

$$\left(2\operatorname{atan}\left(\sqrt{\left(\left(-l1^2+2\,Pbz\,l1+l2^2+l3^2-Pbx^2-Pby^2-Pbz^2+2\,l2\,l3\right)\left(l1^2-2\,Pbz\,l1-l2^2-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2+2\,l2\,l3\right)\right)}-\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.\left.2\,l2\,Pbx\sqrt{\frac{Pbx^2+Pby^2}{Pbx^2}}\right)\right)\Big/\left(l1^2-2\,l2\,l1-2\,Pbz\,l1+l2^2-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2+2\,l2\,Pbz\right)\right)u22\right)$$

$$\left(\left(\left(2\operatorname{atan}\left(2\,l2\,l3-\sqrt{\left(\left(-l1^2+2\,Pbz\,l1+l2^2+l3^2-Pbx^2-Pby^2-Pbz^2+2\,l2\,l3\right)\left(l1^2-2\,Pbz\,l1-l2^2-l3^2+Pbx^2+Pby^2+Pbz^2+2\,l2\,l3\right)\right)}\right)\right)\Big/\right.\right.$$

$$
\left(l1^2 - 2\,Pbz\,l1 - l2^2 - l3^2 + Pbx^2 + Pby^2 + Pbz^2\right) +
$$

$$
\left(2\,\mathrm{atan}\left(\sqrt{\left(\left(-l1^2 + 2\,Pbz\,l1 + l2^2 + l3^2 - Pbx^2 - Pby^2 - Pbz^2 + 2\,l2\,l3\right)\left(l1^2 - 2\,Pbz\,l1 - l2^2 - l3^2 + Pbx^2 + Pby^2 + Pbz^2 + 2\,l2\,l3\right)\right)} - 2\,l2\,Pbx\sqrt{\frac{Pbx^2 + Pby^2}{Pbx^2}}\right)\Big/\left(l1^2 - 2\,l2\,l1 - 2\,Pbz\,l1 + l2^2 - l3^2 + Pbx^2 + Pby^2 + Pbz^2 + 2\,l2\,Pbz\right)\right)\sin u33 + \frac{1}{\sqrt{\frac{Pby^2}{Pbx^2} + 1}}
$$

$$
\cos\left(\left(2\,\mathrm{atan}\left(2\,l2\,l3 - \sqrt{\left(\left(-l1^2 + 2\,Pbz\,l1 + l2^2 + l3^2 - Pbx^2 - Pby^2 - Pbz^2 + 2\,l2\,l3\right)\left(l1^2 - 2\,Pbz\,l1 - l2^2 - l3^2 + Pbx^2 + Pby^2 + Pbz^2 + 2\,l2\,l3\right)\right)}\right)\right)\Big/
$$

$$
\left(l1^2 - 2\,Pbz\,l1 - l2^2 - l3^2 + Pbx^2 + Pby^2 + Pbz^2\right) +
$$

$$
\left(2\,\mathrm{atan}\left(\sqrt{\left(\left(-l1^2 + 2\,Pbz\,l1 + l2^2 + l3^2 - Pbx^2 - Pby^2 - Pbz^2 + 2\,l2\,l3\right)\left(l1^2 - 2\,Pbz\,l1 - l2^2 - l3^2 + Pbx^2 + Pby^2 + Pbz^2 + 2\,l2\,l3\right)\right)} - 2\,l2\,Pbx\sqrt{\frac{Pbx^2 + Pby^2}{Pbx^2}}\right)\Big/\left(l1^2 - 2\,l2\,l1 - 2\,Pbz\,l1 + l2^2 - l3^2 + Pbx^2 + Pby^2 + Pbz^2 + 2\,l2\,Pbz\right)\right)u13 + \frac{1}{Pbx\sqrt{\frac{Pby^2}{Pbx^2} + 1}}
$$

$$
\cos Pby\left(\left(2\,\mathrm{atan}\left(2\,l2\,l3 - \sqrt{\left(\left(-l1^2 + 2\,Pbz\,l1 + l2^2 + l3^2 - Pbx^2 - Pby^2 - Pbz^2 + 2\,l2\,l3\right)\left(l1^2 - 2\,Pbz\,l1 - l2^2 - l3^2 + Pbx^2 + Pby^2 + Pbz^2 + 2\,l2\,l3\right)\right)}\right)\right)\Big/
$$

$$
\left(l1^2 - 2\,Pbz\,l1 - l2^2 - l3^2 + Pbx^2 + Pby^2 + Pbz^2\right) +
$$

$$
\left(2\,\mathrm{atan}\left(\sqrt{\left(\left(-l1^2 + 2\,Pbz\,l1 + l2^2 + l3^2 - Pbx^2 - Pby^2 - Pbz^2 + 2\,l2\,l3\right)\left(l1^2 - 2\,Pbz\,l1 - l2^2 - l3^2 + Pbx^2 + Pby^2 + Pbz^2 + 2\,l2\,l3\right)\right)} - 2\,l2\,Pbx\sqrt{\frac{Pbx^2 + Pby^2}{Pbx^2}}\right)\Big/\left(l1^2 - 2\,l2\,l1 - 2\,Pbz\,l1 + l2^2 - l3^2 + Pbx^2 + Pby^2 + Pbz^2 + 2\,l2\,Pbz\right)\right)u23\Bigg)
$$

Para la obtención de los parámetros de la cinemática inversa se usó el código que está en el anexo (C).

2.3.2 Área funcional Actuadores y transmisión

2.3.2.2 Selección de motores

Sabiendo cuáles serán los torques requeridos se procede a la selección de motores, para los motores 1, 2 y 3 se usaran los motorreductores pololu 30Dx46L este se muestra en la figura 62 , se seleccionó este motor ya que proporciona $25.2\ kg \cdot cm$ de par y 29 RPM y trabaja a 12V, posee un encoder incremental cuadrático que provee 20 CPR y cuenta con un eje de diámetro 4mm con esto .

Figura 62. Motorreductor Pololu 30Dx46L

Para los motores 4, 5 y 6 se usarán los micro motorreductores pololu HPCB este se muestra en la figura 63 este proporciona $9\ kg \cdot cm$ de par y 32 RPM además de trabajar a 12V y posee un encoder cuadrático incremental que provee 12 CPR y cuenta con un eje de 3 mm.

Figura 63. Micro motorreductor polulu HPCB

2.3.2.5 Diseño de eje

Para los ejes que lleva el brazo robótico, se propone sean de 6 mm de diámetro además que estuvieran hechos de acero esto porque por la formula del esfuerzo cortante tenemos que:

$$\zeta = \frac{16\,T}{\pi d^3} \ldots\ldots\ldots (36)$$

Con esto calculamos que

$$\zeta = \frac{16 * 26.6kg \cdot cm}{\pi(0.06cm)^3} = 0.62\,{}^{kg}/_{cm^2}$$

Ya que los $26.6kg \cdot cm$ es el máximo torque que encontramos en los ejes podemos ver que el diámetro de 6 mm no causa problema de diseño con respecto al máximo esfuerzo cortante soportado por el acero, esto se puede ver en la tabla 16.

Tabla 16. Resistencia al esfuerzo cortante de diferentes materiales

Material	GPa	Kg/cm²	Lb/pulg²
Acero	77	0.77×10^6	11×10^6
Aluminio	28	0.28×10^6	4×10^6
Bronce	36-44	0.31×10^6 - 0.44×10^6	5.2×10^6 - 6.3×10^6
Cobre	40-47	0.41×10^6 - 0.48×10^6	5.8×10^6 - 6.8×10^6

2.3.3
Área funcional Unidad de procesamiento

2.3.3.1 PC

La unidad que se usara para el procesamiento de los datos será un pc de escritorio o en su defecto una laptop esta tendrá que tener como requerimiento Matlab para poder correr la interfaz que se explicara más adelante.

Cabe recalcar que la comunicación entre el microcontrolador y el pc será vía bluetooth y por el protocolo I^2C para poder controlar todos los motores a la vez esto se explicará en la siguiente área funcional.

2.3.4 Área funcional Comunicación y control

2.3.4.1 Modelado de motor

En la figura 64 se muestra el diagrama simplificado de un motor de corriente directa, al relacionar las ecuaciones mecánicas y eléctricas del sistema, se puede obtener el modelo de la planta.

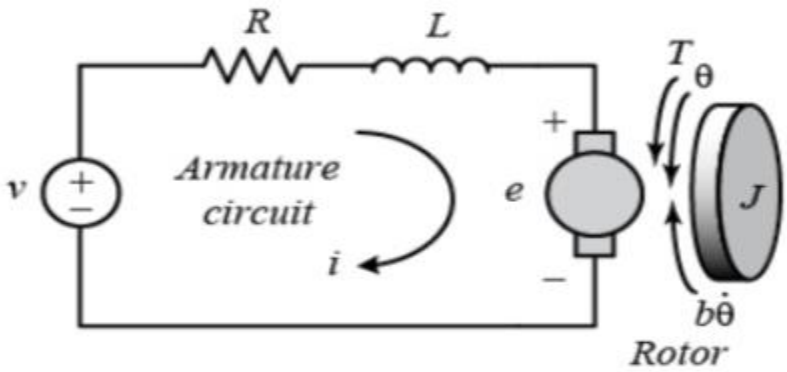


Figura 64. Diagrama de motor de CD

Primero se realiza el modelo eléctrico, aplicando ley de tensiones de Kirchhoff, queda la siguiente ecuación:

$$L\frac{di}{dt} + Ri + e = V \ldots\ldots\ldots (37)$$

Donde:

$$e = Fuerza\ contraelectromotríz = K_e\dot{\theta}$$

$$R = Resistencia$$

$$L = Inductancia\ del\ motor$$

$$V = Voltaje\ de\ alimentación$$

$$i = Corriente$$

$$K_e = Constante\ de\ la\ fuerza\ contraelectromotríz$$

Posteriormente se realiza el modelo mecánico, el cual queda de la siguiente manera:

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} + B\frac{d\theta}{dt} + Tc = T \ldots\ldots\ldots (38)$$

Donde:

$$J = Inercia\ del\ motor$$

$$B = Coeficiente\ de\ fricción\ viscosa$$

$$\theta = Desplazamiento\ angular$$

$$T = Par\ de\ rotación\ del\ motor = K_t i(s)$$

$$Tc = Par\ de\ la\ carga$$

Se realiza la transformada de Laplace de cada una de las ecuaciones, considerando condiciones iniciales igual a cero:

$$SL\ i(s) + R\ i(s) + K_e S\ \theta(s) = V(s) \ldots\ldots\ldots (39)$$

$$JS^2\theta(s) + BS\theta(s) + Tc(s) = K_t i(s) \ldots\ldots\ldots (40)$$

Se busca la relación $\frac{\theta(s)}{V(s)}$, manipulando las ecuaciones 39 y 40 para obtener dicha relación, primero se despeja $i(s)$ de la ecuación 39:

$$i(s)[SL + R] = V(s) - K_e S\ \theta(s)$$

$$i(s) = \frac{V(s) - K_e S\ \theta(s)}{[SL + R]} \ldots\ldots\ldots (41)$$

Sustituyendo la ecuación 41 en la ecuación 40:

$$JS^2\theta(s) + BS\theta(s) + Tc(s) = K_t * \frac{V(s) - K_e S\ \theta(s)}{[SL + R]}$$

$$JS^2\theta(s) + BS\theta(s) = K_t * \frac{V(s) - K_e S\ \theta(s)}{[SL + R]} - Tc(s)$$

$$[JS^2 + BS]\theta(s) = K_t * \frac{V(s) - K_e S\ \theta(s)}{[SL + R]} - Tc(s)$$

$$[JS^2 + BS]\theta(s) = \frac{K_t V(s)}{[SL + R]} - \frac{K_t K_e S\ \theta(s)}{[SL + R]} - Tc(s)$$

$$[JS^2 + BS]\theta(s) + \frac{K_t K_e S\ \theta(s)}{[SL + R]} = \frac{K_t V(s)}{[SL + R]} - Tc(s)$$

$$[JS^2 + BS + \frac{K_t K_e S}{[SL + R]}]\theta(s) = \frac{K_t V(s)}{[SL + R]} - Tc(s)$$

$$[JS^2 * [SL + R] + BS * [SL + R] + K_t K_e S]\theta(s) = K_t V(s) - Tc(s) * [SL + R]$$

$$\theta(s) = \frac{K_t V(s)}{[JS^2 * [SL + R] + BS * [SL + R] + K_t K_e S]} - \frac{Tc(s) * [SL + R]}{[JS^2 * [SL + R] + BS * [SL + R] + K_t K_e S]}$$

$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{K_t}{[[JS^2 + BS] * [SL + R] + K_t K_e S]} - \frac{Tc(s) * [SL + R]}{[[JS^2 + BS] * [SL + R] + K_t K_e S] * V(s)}$$

$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{K_t}{[[JS^2 + BS] * [SL + R] + K_t K_e S]} - \frac{Tc(s) * [SL + R]}{\left[[JS^2 + BS] * [SL + R] + K_t K_e S\right]} * \frac{1}{V(s)}$$

$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{V(s)K_t - Tc(s) * [SL + R]}{[[JS^2 + BS] * [SL + R] + K_t K_e S] * V(s)}$$

$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{V(s)K_t - Tc(s) * [SL + R]}{[[JS^2 + BS] * [SL + R] + K_t K_e S] * V(s)}$$

$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{V(s)K_t - Tc(s) * [SL + R]}{[[JS^2 + BS] * [SL + R] + K_t K_e S] * V(s)}$$

$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{V(s)K_t - Tc(s) * [SL + R]}{(V(s)JL)S^3 + V(s)(JR + BL)S^2 + V(s)(BR + K_t K_e)S}$$

$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{V(s)K_t - Tc(s) * [SL + R]}{[(V(s)JL)S^2 + V(s)(JR + BL)S + V(s)(BR + K_t K_e)]S}$$

$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{V(s)K_t - Tc(s) * [SL + R]}{(V(s)JL)S^2 + V(s)(JR + BL)S + V(s)(BR + K_t K_e)} \ldots\ldots\ldots (42)$$

La ecuación 42 es la que define al motor, a continuación, se realiza el control PID, el modelo de dicho controlador es el siguiente:

$$PID = Kp + Kd\, S + \frac{Ki}{S} \ldots\ldots\ldots (43)$$

El controlador será PID en lazo cerrado, la función que define dicho sistema es la siguiente:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \ldots\ldots\ldots (44)$$

Donde:

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{V(s)} * PID \ldots\ldots\ldots (45)$$

$$H(s) = 1$$

Tomando el modelo anterior y aplicando a las ecuaciones 42 y 43, se tiene la siguiente ecuación:

$$G(s) = \frac{\left(Kp + Kd\, S + \frac{Ki}{S}\right) * \frac{V(s)K_t - Tc(s) * [SL + R]}{(V(s)JL)S^2 + V(s)(JR + BL)S + V(s)(BR + K_t K_e)}}{1 + \left(Kp + Kd\, S + \frac{Ki}{S}\right) * \frac{V(s)K_t - Tc(s) * [SL + R]}{(V(s)JL)S^2 + V(s)(JR + BL)S + V(s)(BR + K_t K_e)}} \ldots\ldots\ldots (46)$$

Multiplicando la ecuación 46 por $(V(s)JL)S^2 + V(s)(JR + BL)S + V(s)(BR + K_t K_e)$ se obtiene la siguiente expresión:

$$G(s) = \frac{\left(Kp + Kd\, S + \frac{Ki}{S}\right) * V(s)K_t - Tc(s) * [SL + R]}{(V(s)JL)S^2 + V(s)(JR + BL)S + V(s)(BR + K_t K_e) + \left(Kp + Kd\, S + \frac{Ki}{S}\right) * V(s)K_t - Tc(s) * [SL + R]}$$

Simplificando y factorizando términos:

$$G(s) = \frac{\left(Kp + Kd\,S + \frac{Ki}{S}\right) * [V(s)K_t - Tc(s) * [SL + R]]}{(V(s)JL)S^2 + V(s)(JR + BL)S + V(s)(BR + K_tK_e) + \left(Kp + Kd\,S + \frac{Ki}{S}\right) * V(s)K_t - Tc(s)LS - Tc(s)R}$$

Multiplicando por S:

$$G(s) = \frac{(KpS + KdS^2 + Ki) * [V(s)K_t - Tc(s) * [SL + R]]}{(V(s)JL)S^3 + V(s)(JR + BL)S^2 + V(s)(BR + K_tK_e)S + (KpS + KdS^2 + Ki) * V(s)K_t - Tc(s)LS - Tc(s)R}$$

Desarrollando

$$G(s) = \frac{(KpS + KdS^2 + Ki) * [V(s)K_t - Tc(s) * [SL + R]]}{\begin{gathered}(V(s)JL)S^3 + V(s)(JR + BL)S^2 + V(s)(BR + K_tK_e)S + K_pV(s)K_tS - K_pTc(s)LS^2 - K_pTc(s)RS \\ +K_dV(s)K_tS^2 - K_dTc(s)LS^3 - K_dTc(s)RS^2 + K_iV(s)K_t - K_iTc(s)LS - K_iTc(s)R\end{gathered}}$$

$$G(s) = \frac{(KpS + KdS^2 + Ki) * [V(s)K_t - Tc(s) * [SL + R]]}{\begin{gathered}(V(s)JL - K_dTc(s)L)S^3 + V(s)\big(JR + BL - K_pTc(s)L + K_dV(s)K_t - K_dTc(s)R\big)S^2 \\ +V(s)\big(BR + K_tK_e + K_pV(s)K_t - K_pTc(s)R - K_iTc(s)L\big)S + K_iV(s)K_t - K_iTc(s)R\end{gathered}}$$

La ecuación característica es la siguiente:

$$\begin{gathered}(V(s)JL - K_dTc(s)L)S^3 + V(s)\big(JR + BL - K_pTc(s)L + K_dV(s)K_t - K_dTc(s)R\big)S^2 \\ +V(s)\big(BR + K_tK_e + K_pV(s)K_t - K_pTc(s)R - K_iTc(s)L\big)S + K_iV(s)K_t - K_iTc(s)R = 0\end{gathered}$$

Donde:

$$a_{0=}V(s)JL - K_dTc(s)L$$

$$a_{1=}V(s)\big(JR + BL - K_pTc(s)L + K_dV(s)K_t - K_dTc(s)R\big)$$

$$a_{2=}V(s)\big(BR + K_tK_e + K_pV(s)K_t - K_pTc(s)R - K_iTc(s)L\big)$$

$$a_{3=}K_iV(s)K_t - K_iTc(s)R$$

La ecuación característica queda la siguiente forma:

$$a_0S^3 + a_1S^2 + a_2S + a_3 = 0$$

Podemos ver el criterio de Routh aplicado en la tabla 17:

Tabla 17. Criterio de Routh

S^3	a_0	a_2
S^2	a_1	a_3
S^1	$\frac{a_1a_2 - a_0a_3}{a_1}$	
S^0	a_3	

Donde se tiene que cumplir la siguiente condición:

$$a_1a_2 > a_0a_3$$

Para la sintonización se utiliza las reglas de Ziegler-Nichols basada en ganancia crítica y periodo crítico, como se muestra en la tabla 18:

Tabla 18. Parámetros de sintonización

	Kp	Ti	Td
PID	0.6 Kcr	0.5Pcr	0.125Pcr

Donde:

$$K_{CR} = K_{CR} = a_0a_3 \ldots\ldots\ldots (47)$$

$$P_{CR} = \frac{2\pi}{\omega} \ldots\ldots\ldots (48)$$

Para pasar el controlador a tiempo discreto se utiliza la siguiente ecuación:

$$G(z) = \left[K_p + \frac{K_i}{1 - z^{-1}} + K_d(1 - z^{-1})\right] \ldots\ldots\ldots (49)$$

Relación de constantes analógicas con digitales:

$$K_p = k - \frac{K_i}{2} = Ganacia\ proporcional$$

$$K_I = \frac{KT}{Ti} = Ganancia\ integral$$

$$K_D = \frac{KT_d}{T} = Ganancia\ derivativa.$$

2.3.4.1.2 Diseño de configuración maestro-esclavo

Lo anterior fue el procedimiento del modelado del motor, con lo cual se obtiene la función de transferencia, posteriormente se realizará el esquema para control, la interfaz se hará con ayuda del programa Matlab, por el cual se enviaran datos de posición y ángulos, los cuales tiene que llegar a los motores para que cada uno realice los giros necesarios de acuerdo a la posición que se pide, para realizar esto se utilizara comunicación I2C, la cual nos permite utilizar la configuración maestro-esclavo, de esta forma se pueden controlar los motores por medio de un microcontrolador, el diagrama de la configuración se muestra en la figura 65.

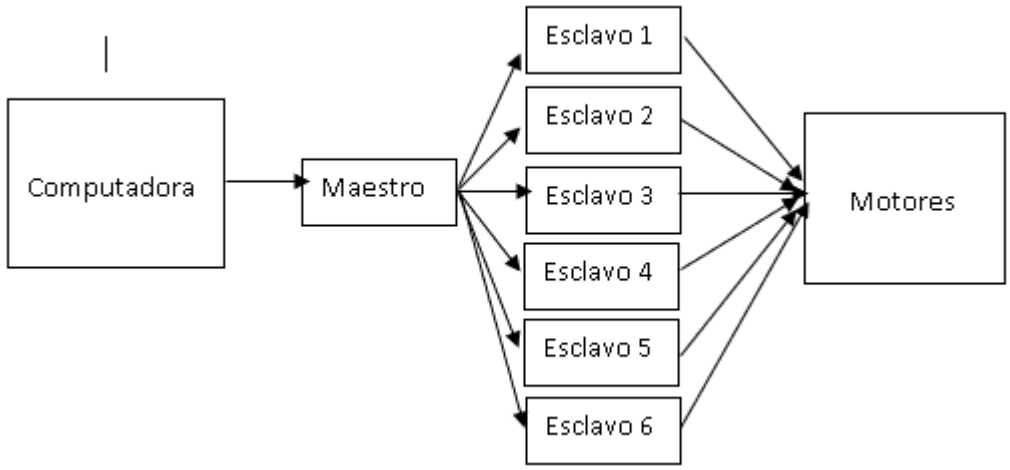


Figura 65. Diagrama de control maestro-esclavo

El microcontrolador que se utilizara es el atmega16, el microcontrolador maestro se comunicara con la computadora a través de protocolo RS-232 y con los esclavos mediante protocolo I2C, las funciones de maestro-esclavo, así como las configuraciones de conexión, se muestran en las figuras 100 y 101 respectivamente.

2.3.5 Área funcional suministro de energia

Como se mencionó anteriormente el brazo será alimentado por CA, esto será para alimentar una fuente conmutada de 12V a 25A como la que se muestra en la figura 66.

Figura 66. Fuente conmutada de 12V a 25A

Esta misma alimentará a 4 puentes H como los de la figura 67 que se encargaran de alimentar a los motores.

Figura 67. Puentes H

2.3.6 Área funcional Adquisición de datos

2.3.6.1 Encoder a usar

Como se mencionó anteriormente el encoder que se usará será del tipo incremental cuadrático, dicho encoder viene integrado en cada motor para los primeros 3 motores se muestra en la figura 68.

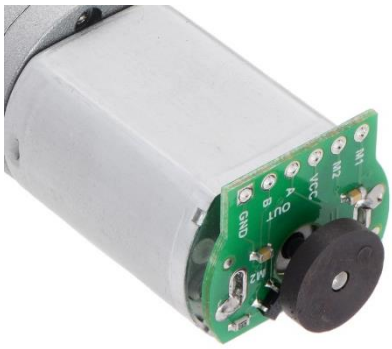


Figura 68. enconder de motor 20Dx46L

Los parámetros de dicho encoder se presentan en la tabla 19.

Tabla 19. Parámetros del encoder

color	función
Negro	alimentación
Rojo	Alimentación
Azul	Sensor vcc (3.5-20)
Verde	Sensor gnd
Amarillo	Salida A del encoder
blanco	Salida B del encoder

Para el caso del motor 4 5 6, el encoder que se usara se muestra en la figura 69.

Figura 69. encoder del motor HPCB

En la tabla 20 se muestra los datos de los 3 encoder que se ocuparan para la adquisición de datos.

Tabla 20. Parámetros para adquisición de datos del encoder

Encoder	Largo del encoder en mm	CPR	Muestras por revolución	Bits necesarios
Encoder del motor 20Dx46L	46	20	9760	14
Encoder del motor HPCB	30	12	1200	14

2.3.7 Área funcional Interfaz

2.3.7.1 Interfaz

Posteriormente se generó la interfaz, para que el usuario pueda interactuar con las trayectorias del brazo, así como visualizar la cinemática inversa y directa, la interfaz se hizo con ayuda del programa Matlab, y su apartado de GUIDE, también se pueden observar los ángulos y posición actual del brazo, el usuario podrá colocar la trayectoria que desea que haga el brazo, entre las cuales están las siguientes: circulo, cuadrado, triangulo. Podrá colocar la nueva posición que desea que el brazo tome, y visualizar los parámetros de Denavit-Hartenberg. L a interfaz completa se muestra en la figura 70.

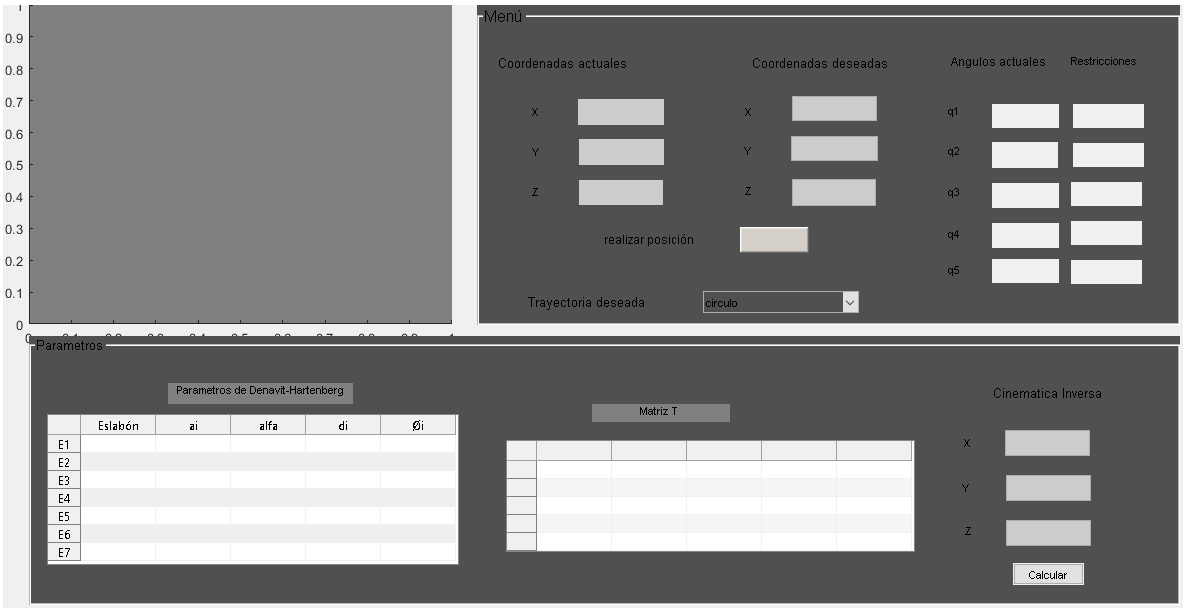


Figura 70. Interfaz para brazo

En la parte de menú, se observa las coordenadas actuales y las coordenadas a las que el usuario quiere acceder, también los ángulos y restricciones de ángulos, es decir el máximo grado que puede alcanzar, como se muestra en la figura 71.

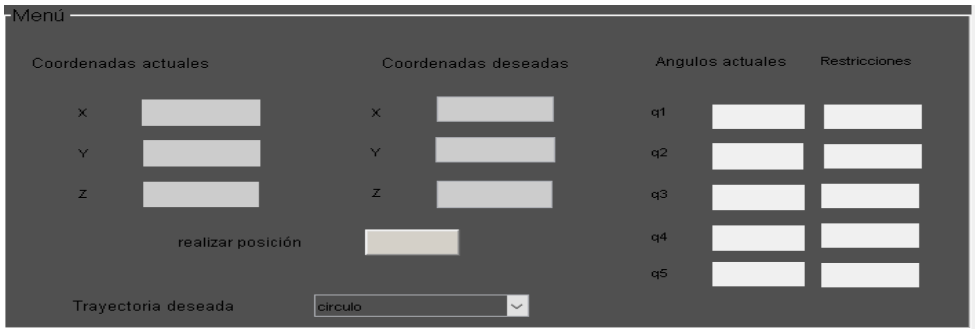


Figura 71. Menú del programa

En el apartado de parámetros, el usuario puede observar los parámetros de Denavit-Hartenberg, la matriz de transformación homogénea T y la cinemática inversa, como se muestra en la figura 72.

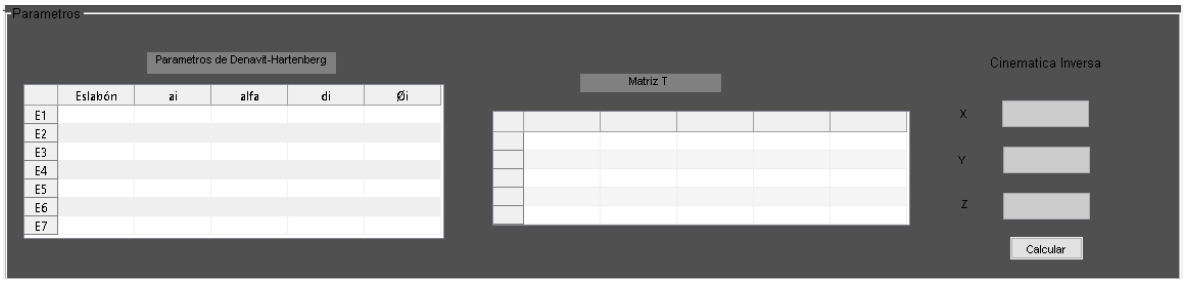


Figura 72. Parámetros

Esta área funcional se refiera a GUI (interfaz gráfica de usuario) esta será donde el usuario ingrese los datos de a dónde quiere mover el brazo para esta incluirá:

a) Un menú donde se pondrán las coordenadas que se deseen.

b) Un apartado para simular cómo será la trayectoria que tomará el brazo para llegar a ese punto

c) Un apartado en el cual se mostrarán los ángulos θ

2.3.8 Manufactura e implementación

Para la manufactura del brazo robótico se usará la impresora 3d que se muestra en la figura 73 esta fue proporcionada por los asesores del proyecto para la realización de este. Para el proceso de manufactura solo se pasará el archivo CAD al programa Makerbot print aquí simplemente se dará pie a la impresión de las piezas el brazo.

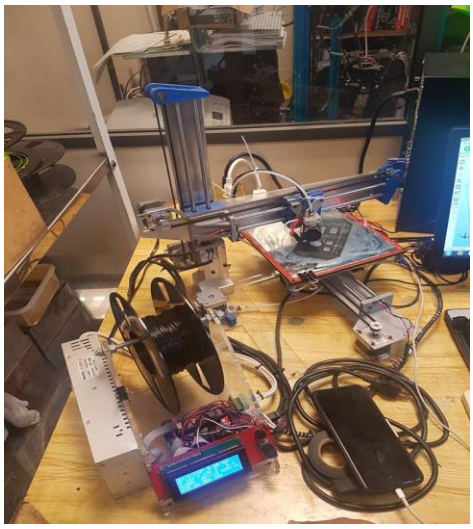


Figura 73. Impresora 3D que se usara para manufactura del brazo

3. CONTRUCCION DEL ROBOT

3.1. Impresión de las piezas

La piezaz del robot fueron impresas en el laboratorio de neumática e hidráulica de la UPIITA dichas piezas fueron impresas con el rollo que se presenta en la figura 74.

Figura 74. Rollo de ABS

Las piezas se presentan a continuación en las siguientes figuras en conjunto e individualmente.

Figura 75. Base del brazo

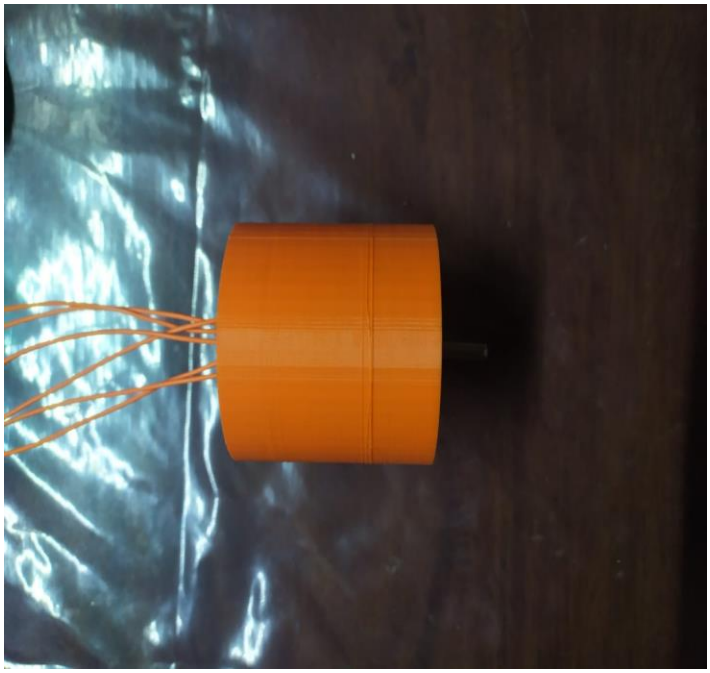


Figura 76. eslabon 1

Figura 77. Primera parte del eslabón 2

Figura 78. segunda Parte del eslabón 2

Figura 79. Eslabón 3

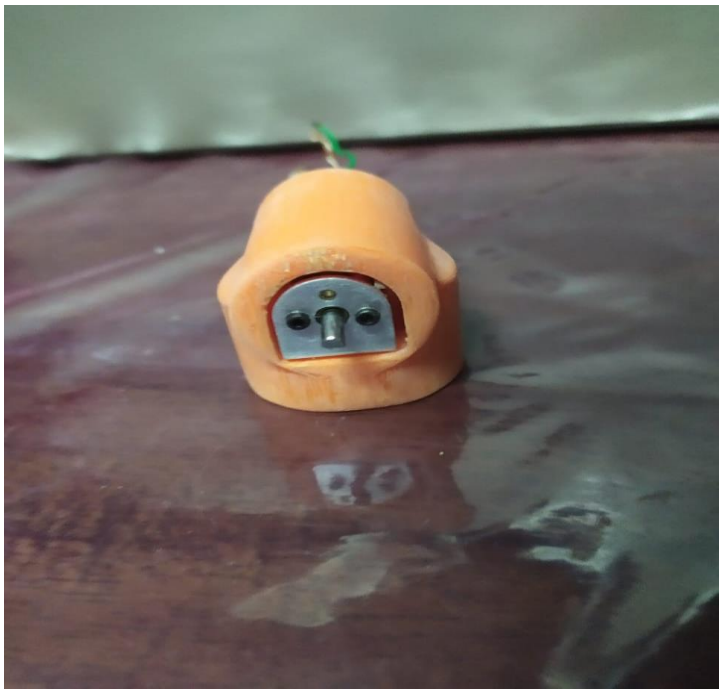


Figura 80. Eslabón 4

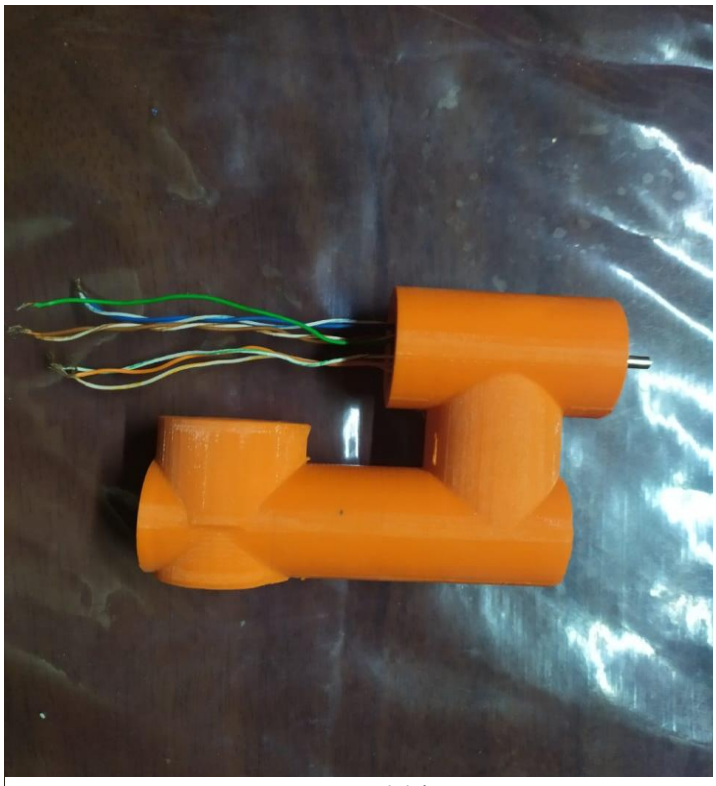


Figura 81. Eslabón 5

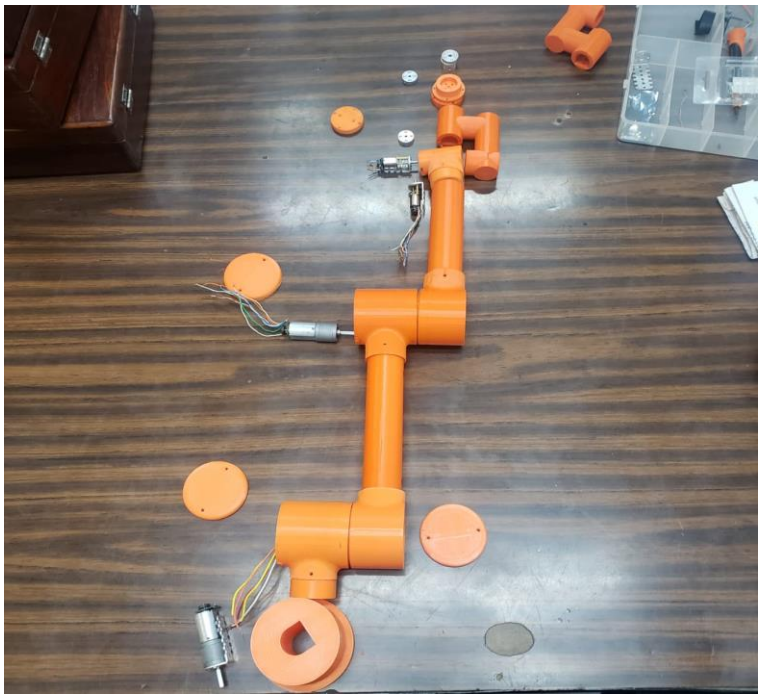


Figura 82. Piezas del robot

3.2 Obtención de la función de transferencia del motor y parámetros del controlador PID

Para obtener la función de transferencia del motor se observa cómo se comporta ante una entrada escalón, cualquier sistema alimentado de esta manera puede presentar tres tipos de respuestas que se clasifican según el orden: sistemas de orden cero, sistemas de primer orden y sistemas de segundo orden (dentro de este último hay tres casos más), los motores de CD normalmente se encuentran en los sistemas de segundo orden, pero se pueden modelar con la ecuación de sistemas de primer orden con un pequeña modificación, que es agregar un retardo, entonces nuestra ecuación para encontrar la planta queda de la siguiente manera:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-\theta s}$$

Donde:

$\tau = constante\ de\ tiempo\ que\ detrmina\ cuando\ el\ sistema\ alcanza\ el\ 63.2\%\ y\ el\ 28.3\%$

$K = Ganancia\ del\ sistema$

$\theta = retardo$

Para obtener estos datos se necesita la gráfica de la respuesta al escalón, para esto se utilizó arduino, se realizó un programa que nos permitiría ver el rpm del motor cada segundo, alimentándolo con una señal PWM y ciclo de trabajo del 50% al 100%, esto debido a que se tendrá mayor rango para observa el comportamiento del motor. La conexión física se muestra en la figura 83 y el programa de arduino se encuentra en el anexo A.

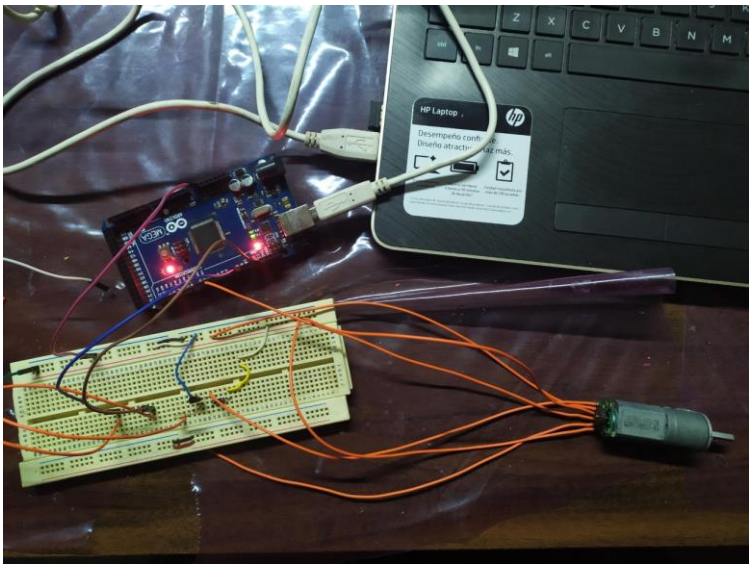


Figura 83. Excitación de motor mediante entrada al escalón con arduino

los datos se obtuvieron del monitor serie, como se muestra en la figura 84:

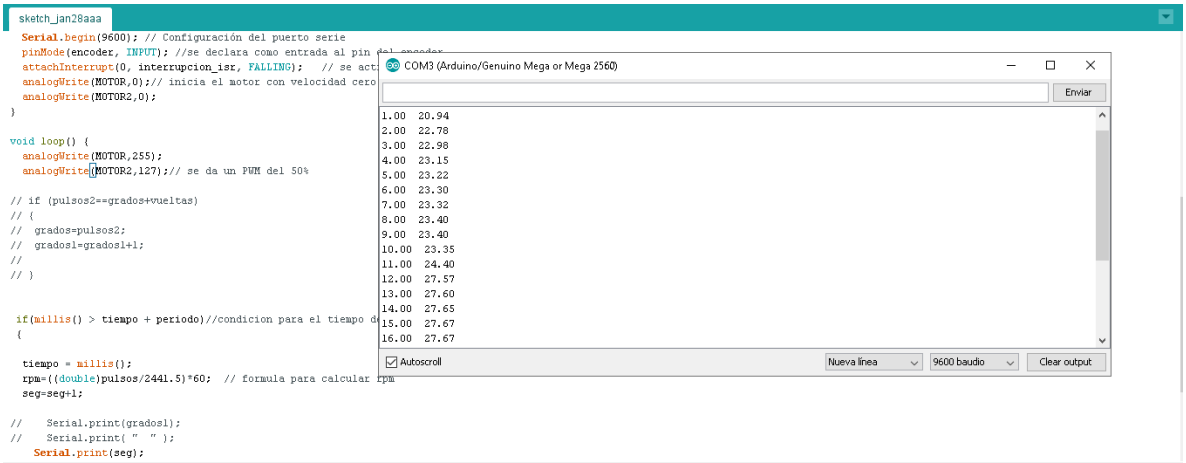


Figura 84. Adquisición de datos de la respuesta al escalón del motor

Una vez que se tiene los datos se grafican para obtener los parámetros K, θ y τ , la gráfica se muestra en la figura 85:

2	22.78
3	22.98
4	23.15
5	23.22
6	23.3
7	23.32
8	23.4
9	23.4
10	23.35
11	24.4
12	27.57
13	27.6
14	27.65
15	27.67
16	27.67
17	27.72
18	27.7
19	27.75

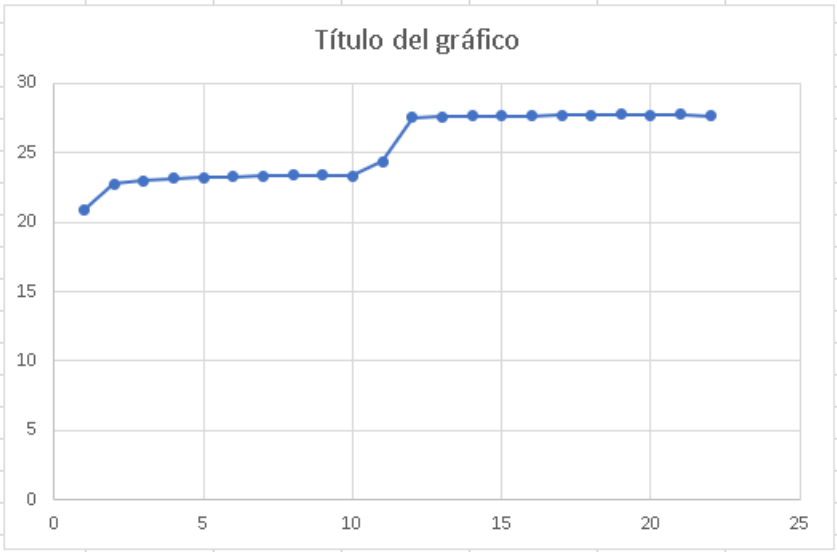


Figura 85. 3Gráfica de la adquisición de datos del motor, tiempo vs RPM

El primer parámetro a obtener es la ganancia K la cual se obtiene de la siguiente manera:

$$K = \frac{\Delta_{rpm}}{\Delta_{CT}} = \frac{27.75 - 23.35}{100 - 50} = 0.085$$

Como se observa, la ganancia es la razón entre el cambio del ciclo de trabajo y las RPM en el momento del cambio, posteriormente se obtiene θ, aquí basta con observar de entre los datos cuanto tiempo tardo en responder el motor al cambio en el ciclo del trabajo del PWM lo cual es de 0.1s.

Finalmente queda obtener τ, no olvidando que se trata de la contante de tiempo que determina cuando el sistema está entre el 63.2% y el 28.3% de esta manera se utiliza del delta de rpm y se escala a este porcentaje de la siguiente manera:

$$(27.75 - 23.35) * 0.632 + 23.35 = 26.036$$

$$(27.75 - 23.35) * 0.283 + 23.35 = 24.552$$

El valor de 23.35 es para que este dentro del cambio de ciclo de trabajo que se aplicó (50% al 100%), posteriormente se determinan los tiempos de esas velocidades y se realiza la diferencia, se recurre a regresión lineal para tener más exactitud en el resultado:

$$y1 = \frac{24.55 - 24.4}{27.57 - 24.4}(12 - 11) + 11 = 11.047318s$$

$$y2 = \frac{26.03 - 24.4}{27.57 - 24.4}(12 - 11) + 11 = 11.516088s$$

$$\tau = y2 - y1 = 0.468s$$

Por lo tanto, sustituyendo los parámetros de θ, obtenemos la función de transferencia, la cual se muestra en la ecuación 4:

$$G(s) = \frac{0.085}{0.468s + 1} e^{-0.1s}$$

Y a se tiene la función de transferencia, pero está en tiempo continuo, por lo que se necesita pasar a tiempo discreto, debido a que se utilizará en un microcontrolador, para pasar a tiempo discreto se hará mediante un retenedor de orden cero (ROC), para esto se debe de tener un periodo de muestreo, ya que la idea de pasar a tiempo discreto es para aplicar un control PID dicho algoritmo necesita de este tiempo para saber cada cuanto se estará ejecutando, el tiempo de muestreo en este caso es de 0.001s, la ecuación para el ROC se muestra a continuación:

$$Gz\ G(s) = (1 - z^{-1})z^{-N} Z\left\{\frac{G(S)}{S}\right\}$$

El primer paso es obtener N, para esto ocupamos la siguiente relación:

$$\theta = NT$$

Donde T es el periodo, θ se obtuvo en la función de transferencia y N es el valor que se necesita, despejando N y sustituyendo valores queda de la siguiente manera:

$$N = \frac{\theta}{T} = \frac{0.1}{0.001} = 100$$

Ahora sustituyendo la función de transferencia en la ecuación (5) y operando, queda de la siguiente manera:

$$Gz\ G(s) = (1 - z^{-1})z^{-100} Z\left\{\frac{\frac{0.085}{0.468s + 1} e^{-0.1s}}{S}\right\}$$

Reacomodando la ecuación :

$$Gz\ G(s) = 0.085 * \left(\frac{1 - z^{-1}}{z}\right) z^{-100} Z\left\{\frac{0.21335}{s(s + 0.21335)}\right\}$$

$$Gz\ G(s) = 0.085 * \left(\frac{1 - z^{-1}}{z}\right) z^{-100} \left[\frac{(1 - e^{-0.0021335})z}{(z - 1)(z - e^{-0.0021335})}\right]$$

Resolviendo:

$$G(z) = z^{-100} * \left(\frac{0.001794}{z - 0.9789}\right)$$

La ecuación 7 es la función de transferencia en tiempo discreto, ahora se realizará el calculo para las contantes en tiempo discreto, se utilizará el método de la IAE para cambio en referencia mínima, la tabla se muestra en la imagen 86.

Ecuaciones de sintonía	*Coeficientes mínimo IAE (Smith y Corripio 2005)*	
	a_1	a_2
$K_c = \frac{a_1}{K_p}\left(\frac{t_0}{\tau}\right)^{a_2}$	1.086	-0.869
$T_i = \frac{\tau}{a_1 - a_2\left(\frac{t_0}{\tau}\right)}$	0.740	0.130
$T_d = a_1\tau\left(\frac{t_0}{\tau}\right)^{a_2}$	0.348	0.914

Figura 86. Método IAE para sintonización de PID

Se calculan cada una de las constantes, tomando las fórmulas y parámetros de imagen 86, a continuación, se muestra el procedimiento:

$$Kc = \frac{1.086}{0.085}\left(\frac{0.1}{0.468}\right)^{-0.869} = 48.84$$

$$Ti = \frac{0.1}{0.740 - 0.130\left(\frac{0.1}{0.468}\right)} = 0.140$$

$$Td = 0.348 * 0.468\left(\frac{0.1}{0.468}\right)^{0.914} = 0.03973$$

Posteriormente se hace una prueba en simulink de matlab, con los datos obtenidos anteriormente, el programa se muestra en la imagen 5.

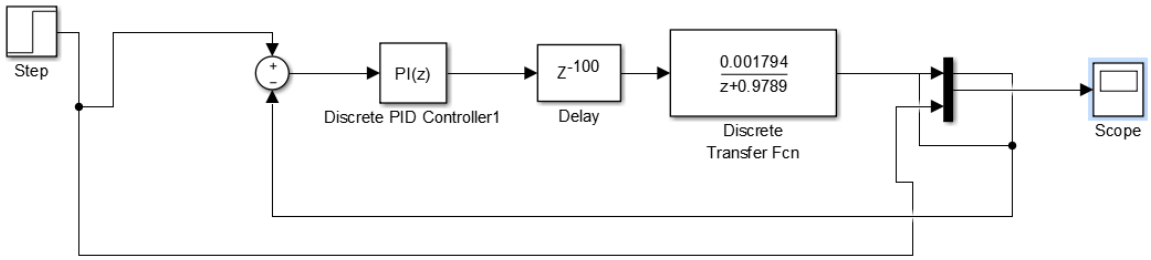


Figura 87. sistema para control PID discreto

La respuesta del sistema se muestra en la siguiente gráfica:

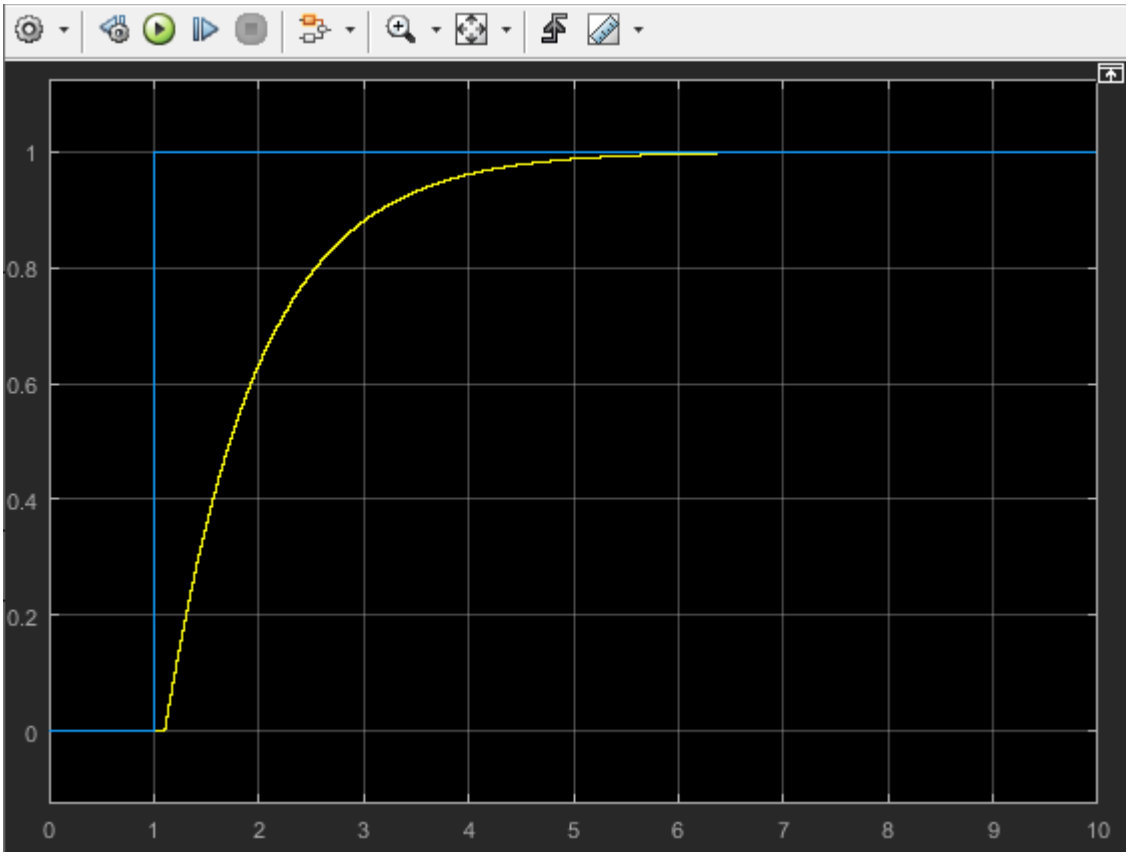


Figura 88. respuesta del control PID a una entrada escalón

Posteriormente queda realizar el desarrollo para el control PID discreto, debido a que al programarlo se debe tener en una forma discreta, de lo contrario no se podrá operar con el microcontrolador, a continuación, se mostrara el desarrollo para este paso.

$$G(z-1) = \frac{U(k)}{e(k)} = \frac{q0 + q1z^{-1} + q2z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

Ley de control U(k)

$$U(k)(1 - z^{-1}) = q0e(k) + q1z^{-1}e(k) + q2z^{-2}e(k)u(k) - u(k)z^{-1}$$

$$= q0e(k) + q1z^{-1}e(k)$$

$$u(k) = u(k)z^{-1} + q0e(k) + q1z^{-1}e(k) + q2z^{-2}e(k)$$

Aplicando transformada inversa:

$$u(k) = u(k-1) + q0e(k) + q1e(k-1) + q2e(k-2)$$

Donde:

$u(k) = instante\ actual$

$u(k-1) = instante\ anterior$

$e(k) = erro\ actual$

$e(k-1) = error\ anterior\ un\ instante$

$e(k-2) = error\ anterior\ dos\ instante$

De esta manera ya se puede ingresar nuestro control PID al microcontrolador, se utiliza el atmega 2560 debido a sus interrupciones por puerto (PCINT) , se ocuparan dos pines para el puente h, y dos para los encoders, las demás conexiones no tiene relevancia con las interrupciones por puerto, ya que son de alimentación.

Para poder implementar el programa, es necesario utilizar ciertos registros, esto con la finalidad de mejorar el algoritmo, en sentido de tiempos, primeramente, se explicará la implementación del encoder.

El encoder que se utiliza es de cuadratura, es decir que muestra dos señales cuadradas desfasadas una de otra 90°, tales señales se denominan A y B, se encuentran en la placa del encoder, dichas señales nos sirven para saber posición y velocidad el encoder, pero no directamente, es decir al alimentar el motor y obtener las señales de ambos canales, solo se mostrara el desfasamiento entre ellas, cabe mencionar que los encoders están conectados al eje trasero del motor y también que cuentan con caja reductora, así que lo primero que debemos de tomar en cuenta es la resolución del encoder es decir el número de pulsos por revolución, como mencionamos anteriormente el encoder se conecta al eje trasero de motor, y cada giro del eje es equivalente a un numero de cuentas determinado que el encoder obtiene, este dato se observa en la hoja de especificaciones, en nuestro caso contamos con una resolución de 20 cuentas por revolución del eje, es preciso saber cómo se distribuyen dichas cuentas y para ello recurrimos a la placa del encoder que se muestra en la figura 89.

Figura 89. encoder de cuadratura

En la figura 89 se puede apreciar el encoder y los canales A y B mencionados anteriormente, el encoder se fija al eje trasero del motor, cada que gira el motor también lo hace el imán en forma de disco que se observa, dicho imán tiene 20 pares de polos opuestos, el imán esta dividido como se muestra en la figura 90.

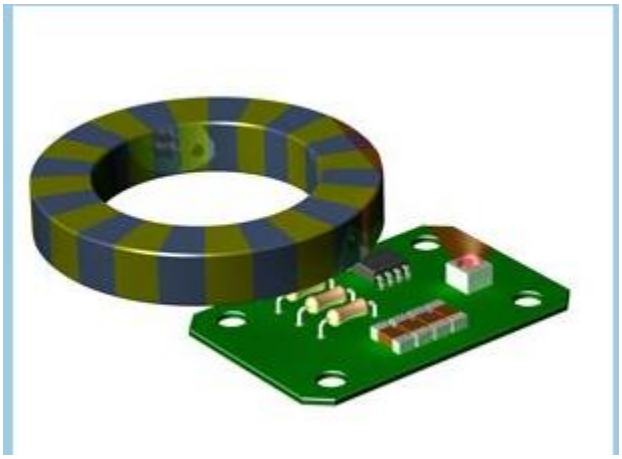


Figura 90. División de polos en el imán del encoder

Cada canal se encarga de 10 polos, es decir los canales son dos sensores ubicados cerca del imán, en nuestro caso están enfrente, por lo que al colocar el imán quedan completamente ocultos, en la figura 91 se aprecia el encoder sin el disco, por lo que se pueden observar los dos sensores, que están dispuestos en diagonal uno frente a otro.

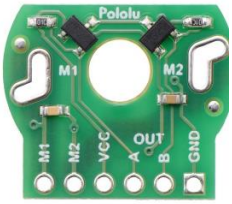


Figura 91. Sensores de cada canal del encoder

Cada canal es encargado de contar 10 pulsos, es decir que el total de pulsos se divide entre los dos canales, debido a la sección de polos del imán, ahora, estos pulsos también se relacionan con la señal cuadrada, ambas señales se caracterizan porque tiene un ciclo, pero en ese ciclo se encuentran subidas y bajadas debido al tipo de señal como se muestra en la imagen 92.

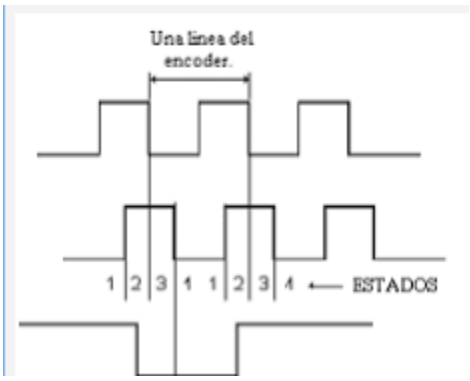


Figura 92. Señal de los canales A y B del encoder

En la imagen anterior se puede apreciar las dos señales correspondientes a los canales A y B del encoder, en estas señales se observa un ciclo, en este ciclo se puede apreciar que la señal pasa de un estado bajo a uno alto, esto completa un ciclo, los pulsos por revolución tiene que ver con un ciclo, es decir cuántos ciclos de la señal cuadrada (pasar de un estado bajo a un alto) se generar por revolución del eje del motor, la resolución arroja este dato y nos dice que son 20, es decir 20 ciclos por revolución del eje, por lo cual si un ciclo contiene dos estados, un alto y un bajo, se puede decir que en 20 ciclos tenemos 10 ciclos de bajada y 10 de subida, esto si contamos ambos canales del encoder, pero recordando que cada canal genera 10 ciclos por revolución (debido a que la suma de ambos canales debe dar la resolución del encoder que es 20) en estos ciclos tenemos 5 pulsos de baja y 5 de subida, si sólo contamos los ciclos de subida de un canal, entonces podemos decir que 5 ciclos equivalen a una rotación del eje trasero del motor, saber lo anterior es bastante importante par determinar la velocidad del motor, lo segundo es la caja reductora, que en nuestro caso es de 488:1, es decir que mientras en el eje trasero (que es donde esta acoplado el encoder) se generan 488 revoluciones, en el eje delantero (que es el que llevara la carga) se genera 1 revolución, por lo tanto si multiplicamos 488 por las cuentas por revolución del encoder, obtendremos las cuentas por revolución el eje delantero (recordando que las cuentas por revolución del encoder son asociadas al eje en el que se coloca, en este caso el trasero y se deben de calcular para el delantero) y por ultimo basta con contar un minuto para obtener rpm, por lo tanto la ecuación queda de la siguiente manera:

$$RPM = \frac{PULSOS\ EN\ UN\ SEGUNDO}{RELACIÓN\ DE\ TRANSMISIÓN * RESOLUCIÓN\ DEL\ ENCODER} * 60$$

Para obtener la posición se vuelve a recurrir a la resolución del encoder, sabemos que 20 pulsos son iguales a una revolución, o lo que es lo mismos 20 pulsos son iguales a 360 grados del eje, entonces soló tenemos que hacer una pequeña regla de tres, pero recordando que deseamos los pulsos del eje delantero, y para ello debemos multiplicar la resolución por la relación de transmisión es decir 488*20 y de esta manera tenemos que 9760 pulsos son equivalentes a 360°, esto teniendo en cuenta que se utilizan ambas señales de ambos canales y contando pulsos de baja y subida, si sólo se toman los pulsos de subida de ambos canales, entonces se multiplica 488*10, si se taman sólo los pulsos de subida de un canal entonces se multiplica 488*5, pero en general y tomando en cuenta ambos canales la formula quedaría de la siguiente manera:

$$\frac{9760\ pulsos}{360°} = \frac{\#\ pulsos}{1°}$$

La ecuación anterior es para saber a cuantos pulsos equivale un grado, teniendo lo anterior ya podemos manipular ambas señales para saber posición y velocidad, sólo contando los pulsos de cada canal y haciendo las operaciones correspondientes.

Ahora es importante saber la dirección del giro del motor, para esto usamos el desfasamiento de cada señal y las comparamos, si A esta delante de B quiere decir que el sentido de giro es sentido de las manecillas del reloj CW(clockwise) por sus siglas en ingles y si el canal B esta delante del canal A entonces el sentido es contrario a las manecillas del reloj (counter clockwise',CCW) la primera parte a programar es el la que tiene que ver con el encoder, el código para determinar el sentido de giro se muestra a continuación:

```
ISC(PCINT0_vect)
{
    _delay_us(50);
    prev=act;
    act=encoder;
    switch (act)
    {
        case A:
        if(prev==B){pos++;}
            else if (prev==D){pos--;}

        case B:
            if (prev==C){pos++;}
                else if (prev==A){pos--;}

        case C:
        if (prev==D){pos++;}
            else if(prev==B){pos--;}

        case D:
        if(prev==A){pos++;}
            else if(prev==C){pos--;}

    }
}
```

Figura 93. obtención de sentido de giro del encoder

En la imagen anterior se observa que primeramente se tiene cuatro casos A,B,C,D, de estos cuatro caso cada uno es comparado y si va ne sentido ordenando entonces declaramos que la posición es positiva y se aumenta en 1, de lo contrario es negativa y se resta 1. En la siguiente imagen se muestran los puertos a los que se conectó el encoder:

```
//Encoder
DDRD|= (1 <<PIND0) | (1 <<PIND1) ;
DDRB |= (0 <<PINB0) | (0 <<PINB1) ;
//habilitacion de interrupciones por puerto
PCICR|=(1<<PCIE0);
PCMSK0|=(1<<PCINT1)|(1<<PCINT0);
sei();
act=encoder;
```

Figura 94. Puertos de conexión del encoder

Posteriormente se debe de declarar el PWM el cual tiene tres modos, de estos modos se selecciono el de fase correcta y la declaración de puertos y modo se observa en la siguiente figura:

```
//PWM TIMER 0 FASE CORRECTA, SIN PRESCALAR
TCCR0A|=(1<<COM0A1)|(1<<WGM00)|(1<<CS00);
OCR0A=100;
sei();
```

Figura 95.Declaración del PWM fase correcta

Posteriormente se declara la comunicación la cual será USART, los puertos se muestran en la siguiente imagen:

```
//USART comunicacion
UBRR0H = (ubrr>>8);
UBRR0L = ubrr;
UCSR0B|=(1<<RXEN0)|(1<<TXEN0)|(1<<RXCIE0)|(1<<UCSZ02);
UCSR0C|=(1<<UCSZ01)|(1<<UCSZ00)|(0<<UMSEL00)|(0<<UMSEL01)|(0<<USBS0);
```

Ilustración 1 Comunicación UART

En la imagen anterior se habilito la comunicación, pero faltan las funciones encargadas de transmitir y recibir datos, las cuales se muestran a continuación:

```
void USART_Transmit(unsigned char data)
{
    while(!(UCSR0A &(1<<UDRE0)))
    ;
    UDR0=data;
}

unsigned char USART_Receive (void)
{
    while(!(UCSR0A &(1<<RXC0)))
    ;
    return UDR0;
}
```

Figura 96. Funciones para el envío y recepción de datos

Lo siguiente a declarar es el TIMER principal que es la que incluye el control PID, este se encuentra dentro de una interrupción que se ejecuta cada 0.001s que fue nuestro tiempo de muestreo, el código se muestra en la siguiente imagen:

```
ISR(TIMER1_COMPA_vect)
{

    float Kp,Ti,q0,q1,q2;
    float r,u=0,u_1=0,e=0, e_1=0,e_2=0;

    e=r-encoder;
    e_2=e_1;
    e_1=e;
    u_1=u;

    //ley de control discreto
    u=u_1+q0*e+q1*e_1+q2*e_2;

    if (u>255)
    {
        u==255;
    }
        else if (u<-255)
        {
            u==-255;
        }

}
```

Figura 97. Timer para el control PID

Cabe resaltar que se saturo el PWM, esto debido a que la parte derivativa tiende a seguir después de alcanzar el punto deseado, y para evitar que la señal se vea perturbada, se satura el PWM.

Y finalmente se tiene el programa para control PID de los motores, es aplicable a los 6 motores en cuestión, ya que todos cuentan con características similares, y se sigue el mismo procedimiento.

Teniendo el PID listo y las piezas previamente manufacturadas se procedió al armado del robot el cual se muestra ya armado en la figura 98.

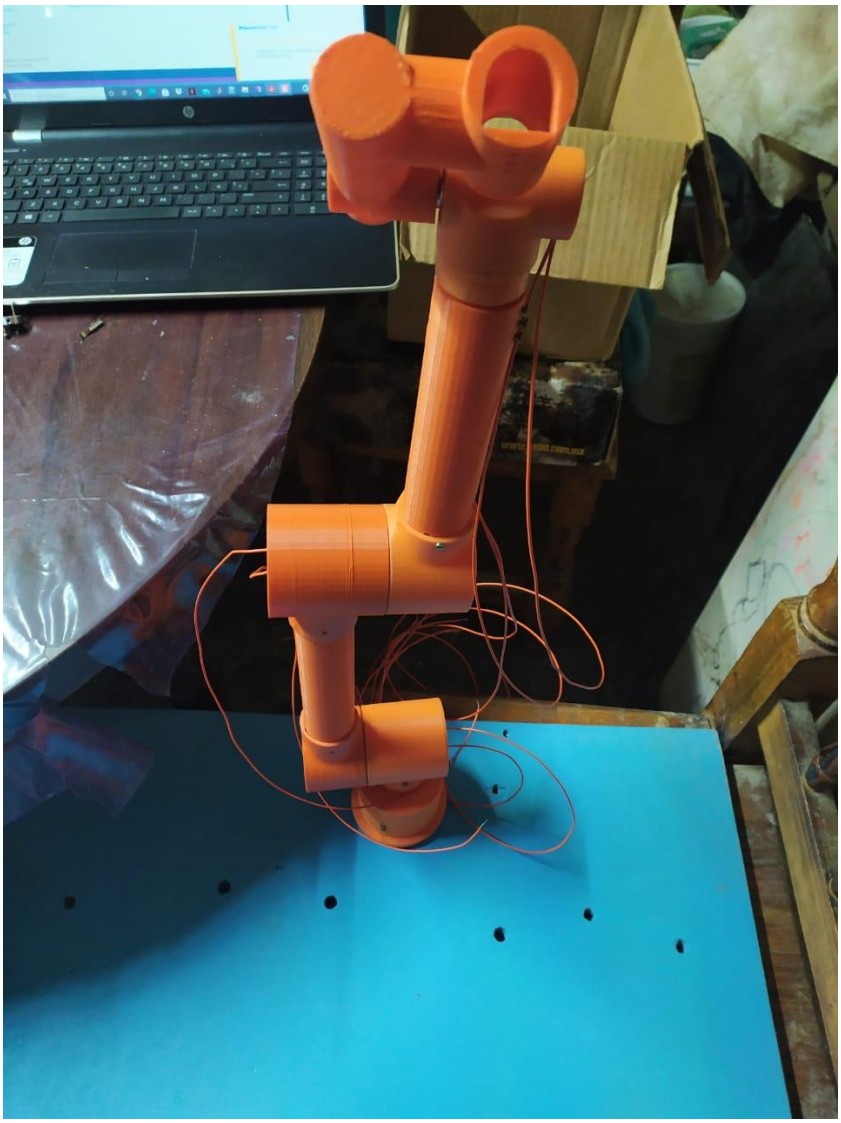


Figura 98. Brazo robótico

4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 Análisis de costos

Para el análisis de costo se tomaron en cuenta todos los gastos en recursos de materia prima, lo que incluye todos los elementos físicos que componen el brazo robótico en la tabla 21 se muestra los costos de cada componente del sistema tomando en cuenta una aproximación.

Tabla 21. Análisis de costo

componente	Precio unitario	cantidad	precio
Rollo de abs 1kg	400	2	800
Motor polulu 20Dx46L	425	3	1275
Motor polulu HPCB	480	3	1440
Arduino 1	500	1	500
Puente H	235	4	940
Componentes electrónicos	500	1	500
Fuente conmutada de 12V a 25A	1200	1	1200
Tornillos	1	30	30
		Total=	6685

5 CONCLUSIONES

Utilizando la metodología de Denavit-Hartenberg, se reduce bastante el problema de la cinemática del robot, basándonos solamente en encontrar la matriz de transformación T, la cual nos brinda información acerca de la representación geométrica del brazo respecto a un sistema de referencia fijo.

Para el control del brazo, la comunicación I2C fue la indicada debido al tipo de configuración que se requiere utilizar, que es comunicar 6 dispositivos), y este protocolo permite hacerlo.

Para la interfaz se utilizó el programa Matlab, el cual fue el más factible debido a los paquetes que maneja para robótica y su amplio lenguaje matemático.

El mecanismo y esfuerzos del brazo fueron realizados con ayuda de Solidworks y un brazo a escala que se midió físicamente, el cálculo de los motores se hizo mediante al análisis de una viga en voladizo, lo cual nos dio el torque necesario de acuerdo con al eslabón, y nos ayudó a la selección de los motores.

Para el cálculo del control digital, se realizó el diseño del controlador en tiempo continuo, y posteriormente se discretizo, lo cual facilito el cálculo, y posteriormente se pasará al microcontrolador, el cual recibirá los datos de posición actual y deseada, y aplicará el control PID.

L a configuración maestro esclavo nos ayuda a que cada motor este comunicado entres si, de manera que el maestro indique a cada esclavo el movimiento que tiene que hacer cada motor para llegar a la posición que el usuario desea.

6 BIBLIOGRAFÍA

[1] John J. Craig. (2006). Robótica. México: Pearson.
[2] Aníbal Ollero Baturone. (2001). Robótica manipuladores y robots móviles. España: Alfaomega.
[3] K. Ogata. *Sistemas de control en tiempo discreto*. 2ª Edición. Prentice Hall Hispanoamericana, S.A. México. 1996
[4] K. Ogata. *Ingeniería de control moderna*. 5ª Edición. Pearson Educación. Madrid. 2010
[5] Hetpro-store.com (2017). I2C – Puerto, Introducción, trama y protocolo [online] https://hetpro-store.com/TUTORIALES/i2c/
[6] ww1.microchip.com. Atmega16 [online] http://ww1.microchip.com/downloads/en/DeviceDoc/doc2466.pdf
[7] estructuras.eia.edu.co. Análisis de elementos tipo viga[online] http://estructuras.eia.edu.co/estructurasI/elementos%20viga/ELEMENTOS%20TIPO%20VIGA.htm
[8] cimo5o4aestruct1.wikispaces.com. Fórmulas para vigas[online] https://cimo5o4aestruct1.wikispaces.com/file/view/3_formulario_para_vigas_y_porticos.pdf
[9] Richard G. Budynas, J. Keith Nisbett. *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*. 8ª Edición. Mc Graw Hill.
[10] Diarium.usal.es. (2017). La robótica en la educación | Robótica Educativa. [online] https://diarium.usal.es/kathia_pitti/2012/10/01/la-robotica-en-la-educacion/.
[11] Catalunya, U. (2017). La robótica educativa: una nueva manera de aprender a pensar. [online] https://www.uoc.edu/portal/es/news/actualitat/2016/211-robotica-educativa.html.
[12] Platea.pntic.mec.es. (2011). Morfología de un robot. [online] http://platea.pntic.mec.es/vgonzale/cyr_0204/ctrl_rob/robotica/sistema/morfologia.htm.
[13] Azcurra, D., Rojo, S., Rodríguez, D., *ARQUITECTURAS DE CONTROL PARA ROBOTS AUTÓNOMOS MÓVILES DIDÁCTICOS BASADAS EN SISTEMAS EMBEBIDOS* [Online]. Buenos Aires Argentina: Red de Universidades con Carreras en Informática, disponible en: http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/19208/Documento_completo.pdf?sequence
[14] www.pololu.com. [online] https://www.pololu.com/product/1442
[15] www.equiposcncy3d.com. Banda dentada gt2 [online] https://www.equiposcncy3d.com/metros-banda-dentada-gt2-2gt-10mm-reprap-cnc-impresoras-3d-907314352xJM
[16] www.techmake.com. Monster Moto Shield VNH2SP30 [online] http://www.techmake.com/00528.html

7 apéndice

Apéndice A

Programa en matlab para cinemática directa:

A continuación, se muestra y explica el programa hecho en matlab para la realización de la cinemática directa, así como de los parámetros que involucra la matriz de transformación homogénea T. En la figura 99, se muestra la construcción de la tabla parámetros de Denavit-Hartenberg.

```
%% MODELADO CINEMÁTICO
% Obtenga el modelo dinámico del robot ANTROPOMÓRFICO de 6 GDL
%% TABLA DE PARAMETROS DE DENAVIT-HARTENBERG
clc
clear all
syms a1 a2 a3 a4 a5 a6 q1 q2 q3 q4 q5 q6  l1 l2 l3 l4 l5 l6
%ai=a.i  ali=alfa.i di=d.i ti=tethai.i
%i representa el numero de renglón
%        ai    ali       di       ti
dena=[   0     pi/2      l1       q1 ;...
         l2    0         0        q2+pi/2 ;...
         0     pi/2      0        q3;...
         0    -pi/2      0        q4;...
         0     pi/2      0        q5  ;...
         0     0         l5+l6    q6]
    %entrada de la matriz de DENAVIT HATENBERG
```

Figura 99 Parámetros de Denavit-Hartenberg

Posteriormente se declaran las matrices identidad para cada uno de los eslabones y por medio de un ciclo for, se realizan las matrices de transformación homogénea de cada eslabón, como se muestra en la figura 100.

```
uno=eye(4);
dos=eye(4);
tres=eye(4);
cuatro=eye(4);
cinco=eye(4);
seis=eye(4);
for j = 1:n%hace el recorrido  de renglón en renglón
                            i=j;
                            ct=cos(dena(i,4));
                            st=sin(dena(i,4));
                            cal=cos(dena(i,2));
                            sal=sin(dena(i,2));
                            ai=dena(i,1);
                            di=dena(i,3);
```

Figura 100 Declaración e inicio del ciclo for

```
if j==1

    uno=[ ct   -cal*st   sal*st   ai*ct;...
          st    cal*ct  -sal*ct   ai*st;...
          0      sal      cal       di;...
          0       0        0         1   ];
elseif j==2

    dos=[ ct   -cal*st   sal*st   ai*ct;...
          st    cal*ct  -sal*ct   ai*st;...
          0      sal      cal       di;...
          0       0        0         1   ];
elseif j==3
    tres=[ ct   -cal*st   sal*st   ai*ct;...
          st    cal*ct  -sal*ct   ai*st;...
          0      sal      cal       di;...
          0       0        0         1   ];
elseif j==4
    cuatro=[ ct   -cal*st   sal*st   ai*ct;...
          st    cal*ct  -sal*ct   ai*st;...
          0      sal      cal       di;...
          0       0        0         1   ];
```

Figura 101 Ciclo for para las matrices de transformación homogénea

Posteriormente se obtiene la matriz T como se muestra en la figura 101.

```
%% OBTENCIÓN DE TRANSFORMACIONES A ORIGENES PARA DENAVIT
t01=simplify(uno);
t02=simplify(uno*dos);
t03=simplify(uno*dos*tres);
t04=simplify(uno*dos*tres*cuatro);
t05=simplify(uno*dos*tres*cuatro*cinco);
t06=simplify(uno*dos*tres*cuatro*cinco*seis);
```

Figura 102 Obtención de la matriz T

Apéndice B

Programa en matlab para dinámica

Primero se obtienen los orígenes con respecto a la matriz de transformación homogénea T, calculada en el apéndice A, como se muestra en la figura 103.

```
do1 =[ ;...
        0;...
        0;...
      l1];
do2 =[                    ;...
       l2*cos(q2 + pi/2);...
       l2*sin(q2 + pi/2);...
                       0];
do3 =[            ;...
        l3*sin(q3);...
       -l3*cos(q3);...
                 0];
do4 =[  ;...
        0;...
        0;...
      l4];
do5 =[            ;...
        l5*sin(q5);...
       -l5*cos(q5);...
                 0];
do6 =[ ;...
       0;...
       0;...
       l6];
```

Figura 103 Distancia del origen a cada eslabón

Se obtiene los centros de masa como se muestra en las figuras 104.

```
%% OBTENCIÓN DE TRANSFORMACIONES A CENTROS DE MASA
%CENTROIDES
syms cm1 cm1x cm1y cm1z
syms cm2 cm2x cm2y cm2z
syms cm3 cm3x cm3y cm3z
syms cm4 cm4x cm4y cm4z
syms cm5 cm5x cm5y cm5z
syms cm6 cm6x cm6y cm6z
```

Figura 104 Declaración de variables para centros de masa

```
cm1=[cm1x 0 0;...
     0 cm1y 0;...
     0 0 cm1z];
cm2=[cm2x 0 0;...
     0 cm2y 0;...
     0 0 cm2z];
cm3=[cm3x 0 0;...
     0 cm3y 0;...
     0 0 cm3z];
cm4=[cm4x 0 0;...
     0 cm4y 0;...
     0 0 cm4z];
cm5=[cm5x 0 0;...
     0 cm5y 0;...
     0 0 cm5z];
cm6=[cm6x 0 0;...
     0 cm6y 0;...
     0 0 cm6z];
```

Figura 105 Centros de masa de cada eslabón

Posteriormente se obtiene los orígenes y distancias en Z, como se muestra en la figura 105 y la figura 106 respectivamente.

```
%% ORIGENES Y DISTANCIAS EN Z
on1=[t01c(1,4);
     t01c(2,4);
     t01c(3,4)];
on2=[t02c(1,4);
     t02c(2,4);
     t02c(3,4)];
on3=[t03c(1,4);
     t03c(2,4);
     t03c(3,4)];
on4=[t04c(1,4);
     t04c(2,4);
     t04c(3,4)];
on5=[t05c(1,4);
     t05c(2,4);
     t05c(3,4)];
on6=[t06c(1,4);
     t06c(2,4);
     t06c(3,4)];
```

Figura 106 Orígenes y distancias en Z

```
z0=[0;0;1];
z1=[t01(1,3);
    t01(2,3);
    t01(3,3)];
z2=[t02(1,3);
    t02(2,3);
    t02(3,3)];
z3=[t03(1,3);
    t03(2,3);
    t03(3,3)];
z4=[t04(1,3);
    t04(2,3);
    t04(3,3)];
z5=[t05(1,3);
    t05(2,3);
    t05(3,3)];
z6=[t06(1,3);
    t06(2,3);
    t06(3,3)];
```

Figura 107 Distancias en Z

Con la información anterior, se obtiene los jacobianos como se muestra en la figura 107

```
%% OBTENCIÓN DE LOS JACOBIANOS
%Jacobianos
j1=[cross(z0,on1-o0).';...
          z0.'];
j2=[cross(z0,on2-o0).',cross(z1,on2-o1).';...
          z0.',              z1.'];
j3=[cross(z0,on3-o0).',cross(z1,on3-o1).',cross(z2,on3-o2).';...
          z0.',              z1.'               z2.'       ];
j4=[cross(z0,on4-o0).',cross(z1,on4-o1).',cross(z2,on4-o2).',cross(z3,on4-o3).';...
          z0.',              z1.'               z2.'               z3.'       ];
j5=[cross(z0,on5-o0).',cross(z1,on5-o1).',cross(z2,on5-o2).',cross(z3,on5-o3).',cross(z4,on5-o4).';...
          z0.',              z1.'               z2.'               z3.'               z4.'          ];
j6=[cross(z0,on6-o0).',cross(z1,on6-o1).',cross(z2,on6-o2).',cross(z3,on6-o3).',cross(z4,on6-o4).',cross(z5,on6-o5
          z0.',              z1.'               z2.'               z3.'               z4.'               z5.'
```

Figura 108 Obtención de Jacobianos

Se separan para obtener los valores de Jv y Jw, correspondientes a velocidad y velocidad angular respectivamente, como se muestra en las figuras 109 y 110.

```
jv1=[j1(1,1:3);...
     0,0,0;...
     0,0,0];
jv2=[j2(1,1:3);...
     j2(1,4:6);...
     0,0,0];
jv3=[j3(1,1:3);...
     j3(1,4:6);...
     j3(1,7:9)];
jv4=[j4(1,1:3);...
     j4(1,4:6);...
     j4(1,7:9);...
     j4(1,10:12)];
jv5=[j5(1,1:3);...
     j5(1,4:6);...
     j5(1,7:9);...
     j5(1,10:12);...
     j5(1,13:15)];
jv6=[j6(1,1:3);...
     j6(1,4:6);...
     j6(1,7:9);...
     j6(1,10:12);...
     j6(1,13:15);...
     j6(1,16:18)];
```

Figura 109 Jacobianos de velocidad

```
jw1=[j1(2,1:3)];
jw2=[j2(2,1:3);...
     j2(2,4:6)];
jw3=[j3(2,1:3);...
     j3(2,4:6);...
     j3(2,7:9)];
jw4=[j4(2,1:3);...
     j4(2,4:6);...
     j4(2,7:9);...
     j4(2,10:12)];
jw5=[j5(2,1:3);...
     j5(2,4:6);...
     j5(2,7:9);...
     j5(2,10:12);...
     j5(2,13:15)];
jw6=[j6(2,1:3);...
     j6(2,4:6);...
     j6(2,7:9);...
     j6(2,10:12);...
     j6(2,13:15);...
     j6(2,16:18)];
```

Figura 110 Jacobianos de velocidad angular

A continuación, se declarar las matrices de inercia, como se muestra en la figura 111.

```
I1=[i1x 0 0;...
    0 i1y 0;...
    0 0 i1z];
I2=[i2x 0 0;...
    0 i2y 0;...
    0 0 i2z];
I3=[i3x 0 0;...
    0 i3y 0;...
    0 0 i3z];
I4=[i4x 0 0;...
    0 i4y 0;...
    0 0 i4z];
I5=[i5x 0 0;...
    0 i5y 0;...
    0 0 i5z];
I6=[i6x 0 0;...
    0 i6y 0;...
    0 0 i6z];
```

Figura 111 Matrices de inercia para los 6 eslabones

Después se declaran los parámetros R, que son matrices, las cuales se muestran en la figura 112.

```
Rz1=[uno(1,1) uno(1,2) uno(1,3);...
      uno(2,1) uno(2,2) uno(2,3);...
      uno(3,1) uno(3,2) uno(3,3)];
Rz2=[dos(1,1) dos(1,2) dos(1,3);...
     dos(2,1) dos(2,2) dos(2,3);...
     dos(3,1) dos(3,2) dos(3,3)];
Rz3=[tres(1,1) tres(1,2) tres(1,3);...
     tres(2,1) tres(2,2) tres(2,3);...
     tres(3,1) tres(3,2) tres(3,3)];

Rz4=[cuatro(1,1) cuatro(1,2) cuatro(1,3);...
     cuatro(2,1) cuatro(2,2) cuatro(2,3);...
     cuatro(3,1) cuatro(3,2) cuatro(3,3)];

Rz5=[cinco(1,1) cinco(1,2) cinco(1,3);...
     cinco(2,1) cinco(2,2) cinco(2,3);...
     cinco(3,1) cinco(3,2) cinco(3,3)];

Rz6=[seis(1,1) seis(1,2) seis(1,3);...
     seis(2,1) seis(2,2) seis(2,3);...
     seis(3,1) seis(3,2) seis(3,3)];
```

Figura 112 Matriz R

Con los parámetros anteriores, se obtiene la primera parte para la dinámica, que es la matriz de inercia, como se muestra en la figura 113.

```
partbw1=[(jw1*Rz1)*I1*Rz1.'*jw1.'];
partbw2=[(jw2*Rz2)*I2*Rz2.'*jw2.'];
partbw3=[(jw3*Rz3)*I3*Rz3.'*jw3.'];
partbw4=[(jw4*Rz4)*I4*Rz4.'*jw4.'];
partbw5=[(jw5*Rz5)*I5*Rz5.'*jw5.'];
partbw6=[(jw6*Rz6)*I6*Rz6.'*jw6.'];
partbw1(6,6)=0;
partbw2(6,6)=0;
partbw3(6,6)=0;
partbw4(6,6)=0;
partbw5(6,6)=0;
parteuno=partav1+partav2+partav3+partav4+partav5+partav6;
partedos=partbw1+partbw2+partbw3+partbw4+partbw5+partbw6;
D=simplify(parteuno+partedos)
%%
syms S1 S2 S3 S4 S5 S6 C1 C2 C3 C4 C5 C6 S23 C23
D=subs(D,[sin(q1) sin(q2) sin(q3) sin(q4) sin(q5) sin(q6) sin(q2+q3) ...
              cos(q1) cos(q2) cos(q3) cos(q4) cos(q5) cos(q6) cos(q2+q3)]...
              ,[S1 S2 S3 S4 S5 S6 S23 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C23]);
```

Figura 113 Matriz de inercia

Posteriormente se realiza la matriz de Crisoff, para lo cual primeramente se determinan los parámetros, los cuales se muestran en la figura 114.

```
c11=c111*Q1p+c211*Q2p+c311*Q3p+c411*Q4p+c511*Q5p+c611*Q6p;
c12=c121*Q1p+c221*Q2p+c321*Q3p+c421*Q4p+c521*Q5p+c621*Q6p;
c13=c131*Q1p+c231*Q2p+c331*Q3p+c431*Q4p+c531*Q5p+c631*Q6p;
c14=c141*Q1p+c241*Q2p+c341*Q3p+c441*Q4p+c541*Q5p+c641*Q6p;
c15=c151*Q1p+c251*Q2p+c351*Q3p+c451*Q4p+c551*Q5p+c651*Q6p;
c16=c161*Q1p+c261*Q2p+c361*Q3p+c461*Q4p+c561*Q5p+c661*Q6p;

c21=c112*Q1p+c212*Q2p+c312*Q3p+c412*Q4p+c512*Q5p+c612*Q6p;
c22=c122*Q1p+c222*Q2p+c312*Q3p+c422*Q4p+c522*Q5p+c622*Q6p;
c23=c132*Q1p+c232*Q2p+c332*Q3p+c432*Q4p+c532*Q5p+c632*Q6p;
c24=c142*Q1p+c242*Q2p+c342*Q3p+c442*Q4p+c542*Q5p+c642*Q6p;
c25=c152*Q1p+c252*Q2p+c352*Q3p+c452*Q4p+c552*Q5p+c652*Q6p;
c26=c162*Q1p+c262*Q2p+c362*Q3p+c462*Q4p+c562*Q5p+c662*Q6p;

c31=c113*Q1p+c213*Q2p+c313*Q3p+c413*Q4p+c513*Q5p+c613*Q6p;
c32=c123*Q1p+c223*Q2p+c313*Q3p+c423*Q4p+c523*Q5p+c623*Q6p;
c33=c133*Q1p+c233*Q2p+c333*Q3p+c433*Q4p+c533*Q5p+c633*Q6p;
c34=c143*Q1p+c243*Q2p+c343*Q3p+c443*Q4p+c543*Q5p+c643*Q6p;
c35=c153*Q1p+c253*Q2p+c353*Q3p+c453*Q4p+c553*Q5p+c653*Q6p;
c36=c163*Q1p+c263*Q2p+c363*Q3p+c463*Q4p+c563*Q5p+c663*Q6p;
```

```
c41=c114*Q1p+c214*Q2p+c314*Q3p+c414*Q4p+c514*Q5p+c614*Q6p;
c42=c124*Q1p+c224*Q2p+c314*Q3p+c424*Q4p+c524*Q5p+c624*Q6p;
c43=c134*Q1p+c234*Q2p+c334*Q3p+c434*Q4p+c534*Q5p+c634*Q6p;
c44=c144*Q1p+c244*Q2p+c344*Q3p+c444*Q4p+c544*Q5p+c644*Q6p;
c45=c154*Q1p+c254*Q2p+c354*Q3p+c454*Q4p+c554*Q5p+c654*Q6p;
c46=c164*Q1p+c264*Q2p+c364*Q3p+c464*Q4p+c564*Q5p+c664*Q6p;

c51=c115*Q1p+c215*Q2p+c315*Q3p+c415*Q4p+c515*Q5p+c615*Q6p;
c52=c125*Q1p+c225*Q2p+c315*Q3p+c425*Q4p+c525*Q5p+c625*Q6p;
c53=c135*Q1p+c235*Q2p+c335*Q3p+c435*Q4p+c535*Q5p+c635*Q6p;
c54=c145*Q1p+c245*Q2p+c345*Q3p+c445*Q4p+c545*Q5p+c645*Q6p;
c55=c155*Q1p+c255*Q2p+c355*Q3p+c455*Q4p+c555*Q5p+c655*Q6p;
c56=c165*Q1p+c265*Q2p+c365*Q3p+c465*Q4p+c565*Q5p+c665*Q6p;

c61=c116*Q1p+c216*Q2p+c316*Q3p+c416*Q4p+c516*Q5p+c616*Q6p;
c62=c126*Q1p+c226*Q2p+c316*Q3p+c426*Q4p+c526*Q5p+c626*Q6p;
c63=c136*Q1p+c236*Q2p+c336*Q3p+c436*Q4p+c536*Q5p+c636*Q6p;
c64=c146*Q1p+c246*Q2p+c346*Q3p+c446*Q4p+c546*Q5p+c646*Q6p;
c65=c156*Q1p+c256*Q2p+c356*Q3p+c456*Q4p+c556*Q5p+c656*Q6p;
c66=c166*Q1p+c266*Q2p+c366*Q3p+c466*Q4p+c566*Q5p+c666*Q6p;
```

Figura 114 Parámetros de Crisoff

Una vez obtenidos los parámetros, se realizó la matriz, la cual quedo como se muestra la figura 115.

```
C=[c11 c12 c13 c14 c15 c16;...
   c21 c22 c23 c24 c25 c26;...
   c31 c32 c33 c34 c35 c36;...
   c41 c42 c43 c44 c45 c46;...
   c51 c52 c53 c54 c55 c56;...
   c61 c62 c63 c64 c65 c66];
```

Figura 115 Matriz de Crisoff

Al final se obtuvo la matriz de gravedad que podemos observar en las figuras 116 y 117.

```
lc1=l1/2;
lc2=l2/2;
lc3=l3/2;
lc4=l4/2;
lc5=l5/2;
lc6=l6/2;

h1=0;
h2=-l1+lc2-ONTOTAL(2);
h3=-l1+l2+lc3-ONTOTAL(3);
h4=-l1+l2+l3+lc4-ONTOTAL(4);
h5=-l1+l2+l3+l4+lc5-ONTOTAL(5);
h6=-l1+l2+l3+l4+l5+lc6-ONTOTAL(6);
```

Figura 116 Parámetros para matriz de gravedad

```
p1=m1*g*h1;
p2=m2*g*h2;
p3=m3*g*h3;
p4=m4*g*h4;
p5=m5*g*h5;
p6=m6*g*h6;

P=p1+p2+p3+p4+p5+p6;
g1=diff(P,q1);
g2=diff(P,q2);
g3=diff(P,q3);
g4=diff(P,q4);
g5=diff(P,q5);
g6=diff(P,q6);

G=[g1;...
   g2;...
   g3;...
   g4;...
   g5;...
   g6];
```

Figura 117 Matriz de gravedad

Apéndice C

Cinemática inversa

El programa mediante el cual se realizó la cinemática inversa se muestra en las siguientes figuras, primero se determinó la posición a la cual se dese ir, la cual se muestra en la figura 118.

```
%EVALUACION
u11=0;
u12=0;
u13=1;
u21=0;
u22=-1;
u23=0;
u31=1;
u32=0;
u33=0;
%PUNTO DESEADO
xf=28;
yf=0;
zf=24;
%ORIENTACIÓN DESEADA
puntoDeseado=[u11 u12 u13 xf ;...
              u21 u22 u23 yf;...
              u31 u32 u33 zf]

l1=19.4;
l2=5.2;
l3=8.4;
l4=2.7;
l5=4;
l6=12.2;
```

Figura 118 Posicion deseada

Posteriormente se escribieron las ecuaciones que determinan los primeros eslabones y se resolvió para q1,q2 y q3, como se observa en la figura 119.

```
%obtención de q1
res=solve(tan(q1)==(DcerotresConocida(2)/DcerotresConocida(1)),q1);
q1=res(1)
%obtención de q2 y q3
DcerotresSim =[  cos(q1)*(l3*cos(q2 + q3) - l2*sin(q2));...
                l1 + l3*sin(q2 + q3) + l2*cos(q2)];
DcerotresConocida=[DcerotresConocida(1);DcerotresConocida(3)];
simplify(subs(DcerotresSim));

res=solve((DcerotresSim)==(DcerotresConocida),q2,q3);
q2=(res.q2);
q3=(res.q3);
ii=1;
q2=simplify(q2(ii))
q3=simplify(q3(ii))
```

Figura 119 Solución para q1, q2 y q3

Después se analizaron los siguientes 3 grados, siguiendo la misma metodología que en los anteriores 3, primero se coloco el punto deseado, como se muestra en la figura 132.

```
%%
%solución  para q4 q5 q6
RcerotresNum =[ -sin(q2 + q3)*cos(q1),  sin(q1), cos(q2 + q3)*cos(q1);...
                -sin(q2 + q3)*sin(q1), -cos(q1), cos(q2 + q3)*sin(q1);...
                cos(q2 + q3),       0,                  sin(q2 + q3)];
RtresseisConocida=((RcerotresNum).')*(RceroseisNum);
RtresseisSim =[ [ cos(q4)*cos(q5)*cos(q6) - sin(q4)*sin(q6), - cos(q6)*sin(q4) -
                [ cos(q4)*sin(q6) + cos(q5)*cos(q6)*sin(q4),   cos(q4)*cos(q6) -
                [                          -cos(q6)*sin(q5),
```

Figura 120 Posiciones deseadas para los 3 últimos grados

Después se resolvieron las ecuaciones para q4,q5 yq6, como se muestra en la figura 133.

```
res=solve(RtresseisSim(3,3)==RtresseisConocida(3,3),q5);
ii=1;
q5=simplify(res(ii,1))
res=solve(tan(q4)==((RtresseisConocida(2,3))/(RtresseisConocida(1,3))),q4);
ii=1;
q4=simplify(res(ii,1))
res=solve(RtresseisSim(3,2)==RtresseisConocida(3,2),q6);
ii=1;
q6=simplify(res(ii,1))
```

Figura 121 Solución para q4,q5 y q6

CÓDIGO

```
%SOLUCIÓN A LA CINEMÁTICA INVERSA
clc
clear all
%SE ESTABLECEN LA VARIABLES SIMBÓLICAS
syms q1 q2 q3 q4 q5 q6
syms l1 l2 l3 l4 l5 l6
syms  q1 q2 q3 q4 q5 q6 xf yf zf u11 u12 u13 u21 u22 u23 u31 u32 u33

%Posiciones Y ORIENTACIONES  a las cualqes queremos que llegue el robot

DceroseisNum=[xf;...
              yf;...
              zf]

RceroseisNum=[u11 u12 u13;...
              u21 u22 u23;...
              u31 u32 u33]


%D cero tres Conocida
cc=[0;...
   0;...
 l4+l5+l6];

DcerotresConocida=DceroseisNum-RceroseisNum*cc;
%VARIABLES DE DESAHOGO COMPUTACIONAL
syms Pbx Pby Pbz
DcerotresConocida=[Pbx;Pby;Pbz];

DcerotresSim =[ cos(q1)*(l3*cos(q2 + q3) - l2*sin(q2));...
                sin(q1)*(l3*cos(q2 + q3) - l2*sin(q2));...
                     l1 + l3*sin(q2 + q3) + l2*cos(q2)];


%obtención de q1
res=solve(tan(q1)==(DcerotresConocida(2)/DcerotresConocida(1)),q1);
q1=res(1)
%obtención de q2 y q3
DcerotresSim =[  cos(q1)*(l3*cos(q2 + q3) - l2*sin(q2));...
                l1 + l3*sin(q2 + q3) + l2*cos(q2)];
DcerotresConocida=[DcerotresConocida(1);DcerotresConocida(3)];
simplify(subs(DcerotresSim));

res=solve((DcerotresSim)==(DcerotresConocida),q2,q3);
q2=(res.q2);
q3=(res.q3);
ii=1;
q2=simplify(q2(ii))
q3=simplify(q3(ii))
```

```
%%
%solución  para q4 q5 q6
RcerotresNum =[ -sin(q2 + q3)*cos(q1),  sin(q1), cos(q2 + q3)*cos(q1);...
                -sin(q2 + q3)*sin(q1), -cos(q1), cos(q2 + q3)*sin(q1);...
                cos(q2 + q3),       0,                  sin(q2 + q3)];
RtresseisConocida=((RcerotresNum).')*(RceroseisNum);
RtresseisSim =[ [ cos(q4)*cos(q5)*cos(q6) - sin(q4)*sin(q6), -
cos(q6)*sin(q4) - cos(q4)*cos(q5)*sin(q6), cos(q4)*sin(q5)];...
                [ cos(q4)*sin(q6) + cos(q5)*cos(q6)*sin(q4),
cos(q4)*cos(q6) - cos(q5)*sin(q4)*sin(q6), sin(q4)*sin(q5)];...
                [                          -cos(q6)*sin(q5),
sin(q5)*sin(q6),         cos(q5)]];

res=solve(RtresseisSim(3,3)==RtresseisConocida(3,3),q5);
ii=1;
q5=simplify(res(ii,1))
res=solve(tan(q4)==((RtresseisConocida(2,3))/(RtresseisConocida(1,3))),q4
);
ii=1;
q4=simplify(res(ii,1))
res=solve(RtresseisSim(3,2)==RtresseisConocida(3,2),q6);
ii=1;
q6=simplify(res(ii,1))

% q1latex=latex(q1)
% q2latex=latex(q2)
% q3latex=latex(q3)
% q4latex=latex(q4)
% q5latex=latex(q5)
% q6latex=latex(q6)
%%
%EVALUACIÓN
u11=0;
u12=0;
u13=1;
u21=0;
u22=-1;
u23=0;
u31=1;
u32=0;
u33=0;
%PUNTO DESEADO
xf=28;
yf=0;
zf=24;
%ORIENTACIÓN DESEADA
puntoDeseado=[u11 u12 u13 xf ;...
              u21 u22 u23 yf;...
              u31 u32 u33 zf]

l1=19.4;
l2=5.2;
l3=8.4;
l4=2.7;
l5=4;
l6=12.2;
```

```
Pbx=xf - u13*(+l4  +l5 + l6);
Pby= yf - u23*(+l4+  l5 + l6);
Pbz=zf - u33*(+l4+  l5 + l6);

k=0;
Q=[q1;q2;q3;q4;q5;q6];
Q=subs(Q);
Q=subs(Q);
%Q=double(Q)
Q
%VARIABLES OBTENIDAS
q1=Q(1);
q2=Q(2);
q3=Q(3);
q4=Q(4);
q5=Q(5);
q6=Q(6);
%RECONSTRUCCIÓN DE LA CINEMÁTICA DIRECTA POR MEDIO DE LOS VALORES
ARROJADOS EN LA CINEMATICA INVERSA
t06_puntoObtenido =[...
[   sin(q6)*(cos(q4)*sin(q1) + sin(q4)*(cos(q1)*cos(q2)*sin(q3) +
cos(q1)*cos(q3)*sin(q2))) + cos(q6)*(cos(q5)*(sin(q1)*sin(q4) -
cos(q4)*(cos(q1)*cos(q2)*sin(q3) + cos(q1)*cos(q3)*sin(q2))) -
sin(q5)*(cos(q1)*cos(q2)*cos(q3) - cos(q1)*sin(q2)*sin(q3))),
cos(q6)*(cos(q4)*sin(q1) + sin(q4)*(cos(q1)*cos(q2)*sin(q3) +
cos(q1)*cos(q3)*sin(q2))) - sin(q6)*(cos(q5)*(sin(q1)*sin(q4) -
cos(q4)*(cos(q1)*cos(q2)*sin(q3) + cos(q1)*cos(q3)*sin(q2))) -
sin(q5)*(cos(q1)*cos(q2)*cos(q3) - cos(q1)*sin(q2)*sin(q3))),
sin(q5)*(sin(q1)*sin(q4) - cos(q4)*(cos(q1)*cos(q2)*sin(q3) +
cos(q1)*cos(q3)*sin(q2))) + cos(q5)*(cos(q1)*cos(q2)*cos(q3) -
cos(q1)*sin(q2)*sin(q3)), l4*cos(q2 + q3)*cos(q1) - l2*cos(q1)*sin(q2) +
l5*cos(q2 + q3)*cos(q1)*cos(q5) + l6*cos(q2 + q3)*cos(q1)*cos(q5) +
l3*cos(q1)*cos(q2)*cos(q3) - l3*cos(q1)*sin(q2)*sin(q3) +
l5*sin(q1)*sin(q4)*sin(q5) + l6*sin(q1)*sin(q4)*sin(q5) -
l5*cos(q1)*cos(q2)*cos(q4)*sin(q3)*sin(q5) -
l5*cos(q1)*cos(q3)*cos(q4)*sin(q2)*sin(q5) -
l6*cos(q1)*cos(q2)*cos(q4)*sin(q3)*sin(q5) -
l6*cos(q1)*cos(q3)*cos(q4)*sin(q2)*sin(q5)];...
[ - sin(q6)*(cos(q1)*cos(q4) - sin(q4)*(cos(q2)*sin(q1)*sin(q3) +
cos(q3)*sin(q1)*sin(q2))) - cos(q6)*(cos(q5)*(cos(q1)*sin(q4) +
cos(q4)*(cos(q2)*sin(q1)*sin(q3) + cos(q3)*sin(q1)*sin(q2))) -
sin(q5)*(sin(q1)*sin(q2)*sin(q3) - cos(q2)*cos(q3)*sin(q1))),
sin(q6)*(cos(q5)*(cos(q1)*sin(q4) + cos(q4)*(cos(q2)*sin(q1)*sin(q3) +
cos(q3)*sin(q1)*sin(q2))) - sin(q5)*(sin(q1)*sin(q2)*sin(q3) -
cos(q2)*cos(q3)*sin(q1))) - cos(q6)*(cos(q1)*cos(q4) -
sin(q4)*(cos(q2)*sin(q1)*sin(q3) + cos(q3)*sin(q1)*sin(q2))), -
sin(q5)*(cos(q1)*sin(q4) + cos(q4)*(cos(q2)*sin(q1)*sin(q3) +
cos(q3)*sin(q1)*sin(q2))) - cos(q5)*(sin(q1)*sin(q2)*sin(q3) -
cos(q2)*cos(q3)*sin(q1)), l4*cos(q2 + q3)*sin(q1) - l2*sin(q1)*sin(q2) +
l5*cos(q2 + q3)*cos(q5)*sin(q1) + l6*cos(q2 + q3)*cos(q5)*sin(q1) +
l3*cos(q2)*cos(q3)*sin(q1) - l5*cos(q1)*sin(q4)*sin(q5) -
l6*cos(q1)*sin(q4)*sin(q5) - l3*sin(q1)*sin(q2)*sin(q3) -
l5*cos(q2)*cos(q4)*sin(q1)*sin(q3)*sin(q5) -
l5*cos(q3)*cos(q4)*sin(q1)*sin(q2)*sin(q5) -
l6*cos(q2)*cos(q4)*sin(q1)*sin(q3)*sin(q5) -
l6*cos(q3)*cos(q4)*sin(q1)*sin(q2)*sin(q5)];...
```

```
[
- cos(q6)*(sin(q2 + q3)*sin(q5) - cos(q2 + q3)*cos(q4)*cos(q5)) - cos(q2
+ q3)*sin(q4)*sin(q6),
sin(q6)*(sin(q2 + q3)*sin(q5) - cos(q2 + q3)*cos(q4)*cos(q5)) - cos(q2 +
q3)*cos(q6)*sin(q4),
sin(q2 + q3)*cos(q5) + cos(q2 + q3)*cos(q4)*sin(q5),
l1 + l3*sin(q2 + q3) + l4*sin(q2 + q3) + l2*cos(q2) + (l5*cos(q2 +
q3)*sin(q4 + q5))/2 + (l6*cos(q2 + q3)*sin(q4 + q5))/2 + l5*sin(q2 +
q3)*cos(q5) + l6*sin(q2 + q3)*cos(q5) - (l5*sin(q4 - q5)*cos(q2 + q3))/2
- (l6*sin(q4 - q5)*cos(q2 + q3))/2];...
[
0,
0,
0,
1]];


t06_puntoObtenido=subs(t06_puntoObtenido);
t06t06_puntoObtenido=double(t06_puntoObtenido)
```

El motor seleccionado fue un moto-reductor pololu 20Dx44L, el cual tiene las siguientes caracteristicas:

Motor de CC cepillado de 12V con una caja de engranajes de metal 100: 1 y un codificador de cuadratura integrado que proporciona una resolución de 64 conteos por revolución del eje del motor, que corresponde a 6533 conteos por revolución del eje de salida de la caja de engranajes. Estas unidades tienen un eje de salida en forma de D de 20 mm de longitud y 4 mm de diámetro. Este motorreductor también está disponible sin un codificador.

Rated Voltage	Brush Type	Stall Current	No-Load Current	No-Load Speed (RPM)	Extrapolated Stall Torque (kg · cm)	Extrapolated Stall Torque (oz · in)	Max Power (W)	Pololu Single-Shaft (Gearbox Only)	Pololu Dual-Shaft (Gearbox & Motor)
12 V	long-life carbon (CB)	1.6 A	0.08 A	550	1.9	26	2.6	25:1 12V CB	25:1 12V CB dual shaft
				450	2.4	33	2.8	31:1 12V CB	31:1 12V CB dual shaft
				220	4.6	64	2.6	63:1 12V CB	63:1 12V CB dual shaft
				180	5.4	75	2.5	78:1 12V CB	78:1 12V CB dual shaft
				140	6.1	85	2.2	100:1 12V CB	100:1 12V CB dual shaft
				110	7.8	110	2.2	125:1 12V CB	125:1 12V CB dual shaft
				89	9.0	130	2.0	156:1 12V CB	156:1 12V CB dual shaft
				72	10	140	1.9	195:1 12V CB	195:1 12V CB dual shaft
				55	14	190	2.0	250:1 12V CB	250:1 12V CB dual shaft
				44	16	220	1.8	313:1 12V CB	313:1 12V CB dual shaft
				36	21	290	1.7	391:1 12V CB	391:1 12V CB dual shaft
				28	25	350	1.5	488:1 12V CB	488:1 12V CB dual shaft

Figura 122 Especificaciones de motor

Estos motores están diseñados para usarse a 12 V, aunque en general, estos tipos de motores pueden funcionar a tensiones superiores e inferiores a la tensión nominal (pueden comenzar a girar a tensiones tan bajas como 1 V). Voltajes más bajos podrían no ser prácticos, y voltajes más altos podrían comenzar a afectar negativamente la vida útil del motor.

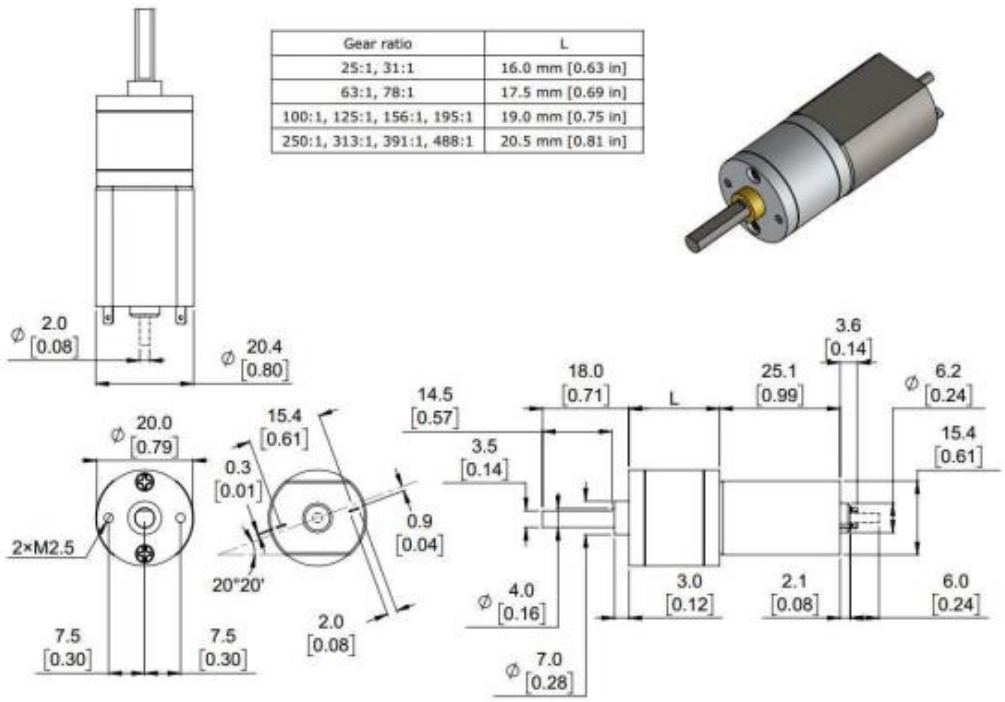


Figura 123 Dimensiones del motor

Para el motor 4,5 y 6, se utilizó un micro motorreductor pololu HPCB, las especificaciones se muestran a cotinuación: Este motorreductor es un motor de corriente continua miniatura cepillado de 6 V de alta potencia con una caja de cambios de metal de 9,96: 1. Tiene una sección transversal de 10 × 12 mm, y el eje de salida de la caja de cambios en forma de D tiene 9 mm de largo y 3 mm de diámetro. Estos diminutos motorreductores DC cepillados están disponibles en una amplia gama de relaciones de engranajes, desde 5: 1 hasta 1000: 1, y con cinco motores diferentes: motores de alta potencia de 6 V y 12 V con escobillas de carbón de larga duración (HPCB), y motores de 6 V de alta potencia (HP), potencia media (MP) y baja potencia (LP) con cepillos de metales preciosos de vida más corta. Los motores HPCB de 6 V y 12 V ofrecen el mismo rendimiento a sus respectivos voltajes nominales, solo con el motor de 12 V que absorbe la mitad de la corriente del motor de 6 V. Los motores 6 V HPCB y 6 V HP son idénticos, excepto por sus cepillos, que solo afectan la vida útil del motor.

Rated Voltage	Motor Type	Stall Current @ Rated Voltage	No-Load Speed @ Rated Voltage	Approximate Stall Torque @ Rated Voltage	Single-Shaft (Gearbox Only)	Dual-Shaft (Gearbox & Motor)
12 V	high-power, carbon brushes (HPCB)	800 mA	6000 RPM	2 oz-in	5:1 HPCB 12V	5:1 HPCB 12V dual-shaft
			3000 RPM	4 oz-in	10:1 HPCB 12V	10:1 HPCB 12V dual-shaft
			1000 RPM	9 oz-in	30:1 HPCB 12V	30:1 HPCB 12V dual-shaft
			625 RPM	15 oz-in	50:1 HPCB 12V	50:1 HPCB 12V dual-shaft
			400 RPM	22 oz-in	75:1 HPCB 12V	75:1 HPCB 12V dual-shaft
			320 RPM	30 oz-in	100:1 HPCB 12V	100:1 HPCB 12V dual-shaft
			200 RPM	40 oz-in	150:1 HPCB 12V	150:1 HPCB 12V dual-shaft
			140 RPM	50 oz-in	210:1 HPCB 12V	210:1 HPCB 12V dual-shaft
			120 RPM	60 oz-in	250:1 HPCB 12V	250:1 HPCB 12V dual-shaft
			100 RPM	70 oz-in	298:1 HPCB 12V	298:1 HPCB 12V dual-shaft
			32 RPM	125 oz-in	1000:1 HPCB 12V	1000:1 HPCB 12V dual-shaft

Figura 124 Especificaciones de motor

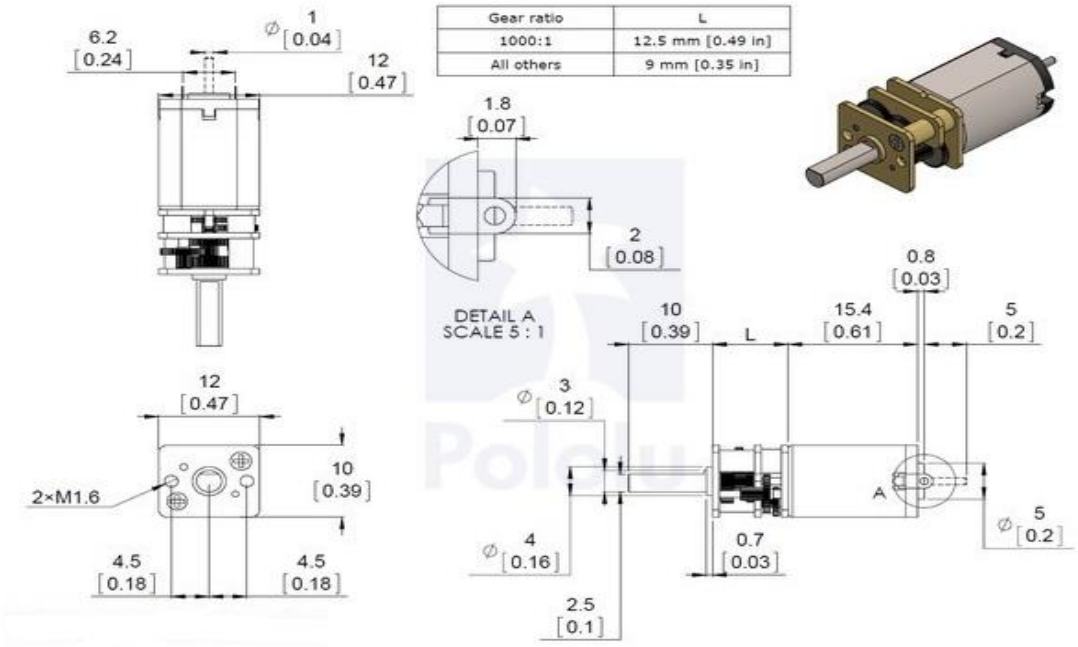


Figura 125 Dimensiones de motor

Para los puentes H, se utilizará el circuito Moto Shield VNH2SP30, el cual tiene las siguientes especificaciones:

ESPECIFICACIONES

Tensión máxima: 16V
Corriente máxima: 30A
Corriente recomendada sin disipador: 14A
Sensado de corriente a través de un pin analógico del Arduino
Resistencia de conducción del MOSFET: 19 mOhm
Frecuencia PWM máxima: 20 kHz
Apagado por temperatura
Apagado por baja y alta tensión
Protección contra conducción cruzada

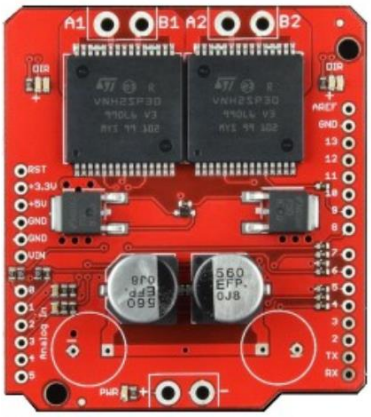


Figura 126 Puente H Moto Shield VNH2SP30

Apéndice E Planos de piezas

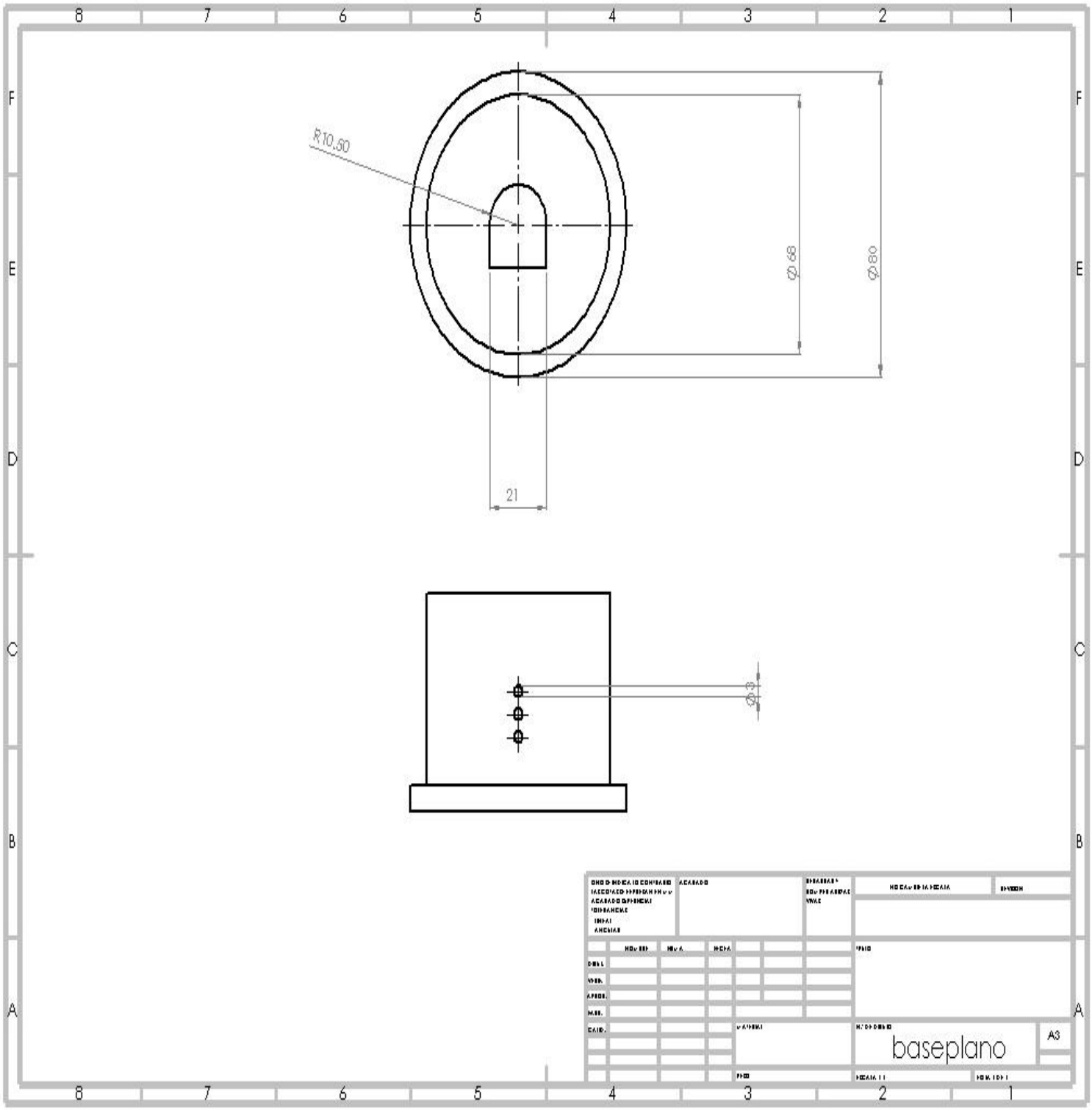


Figura 127. Plano base

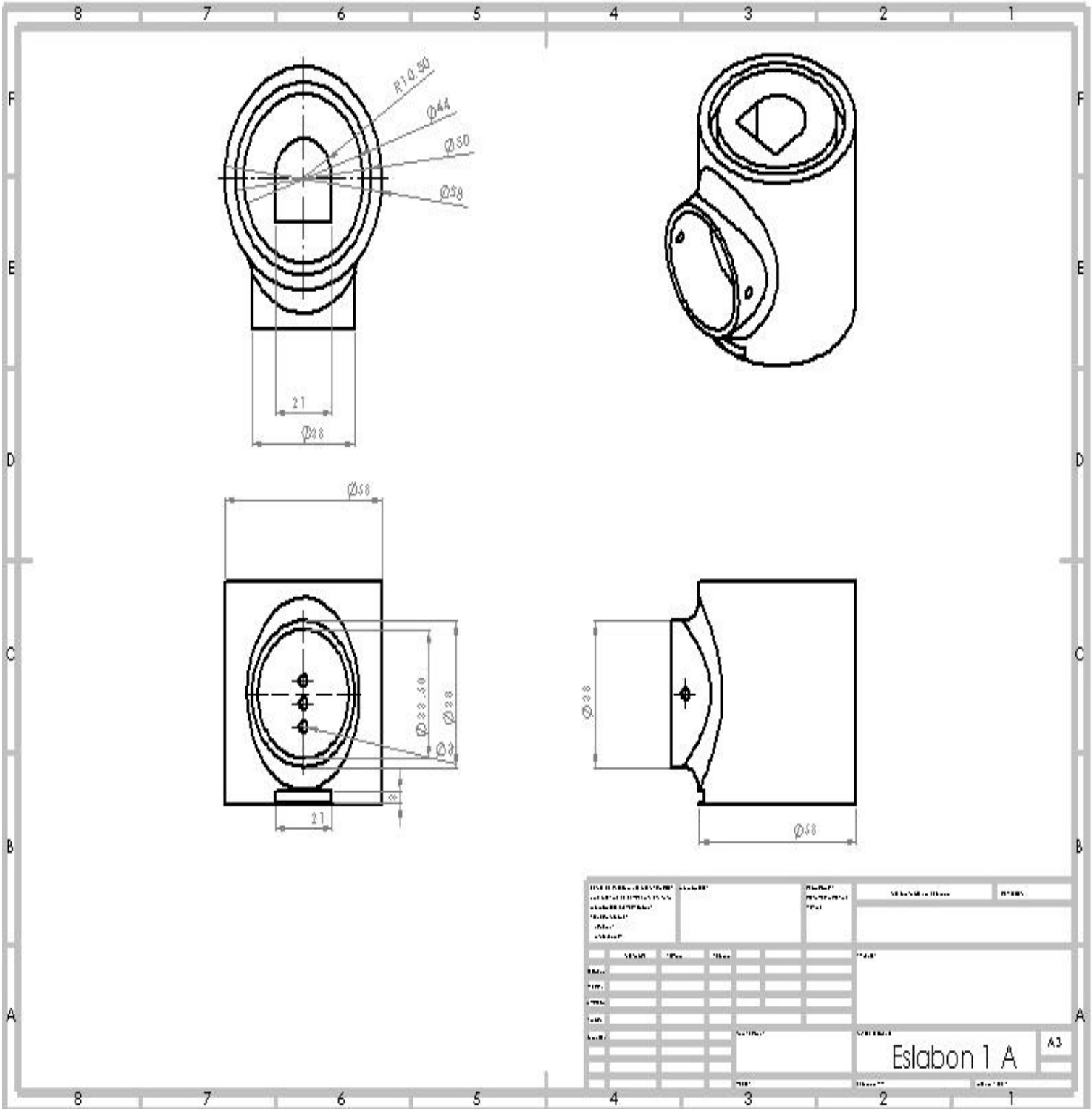


Figura 128. Plano eslabón 1 A

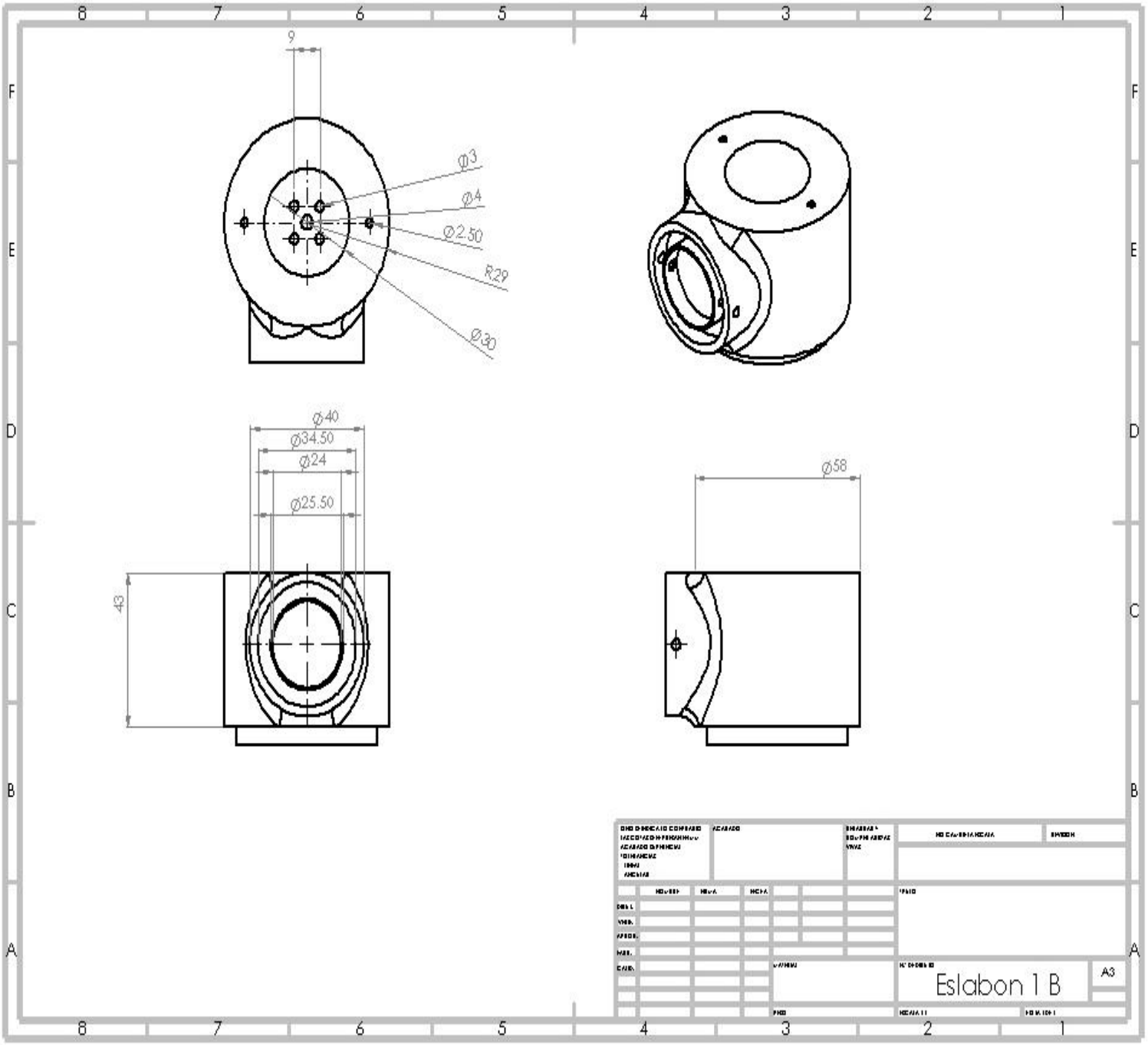


Figura 129. Plano eslabón 1 B

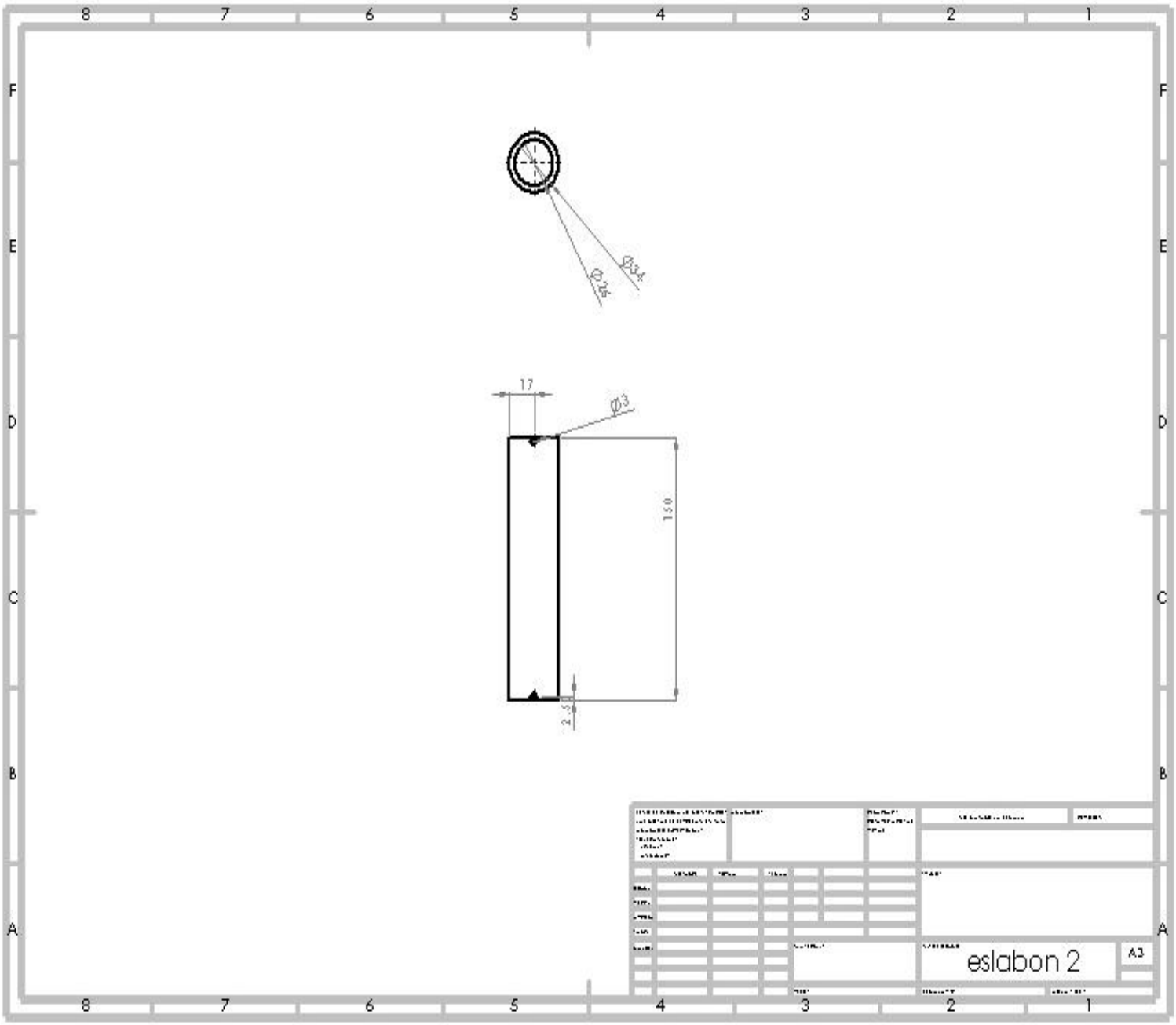


Figura 130. Plano eslabón 2

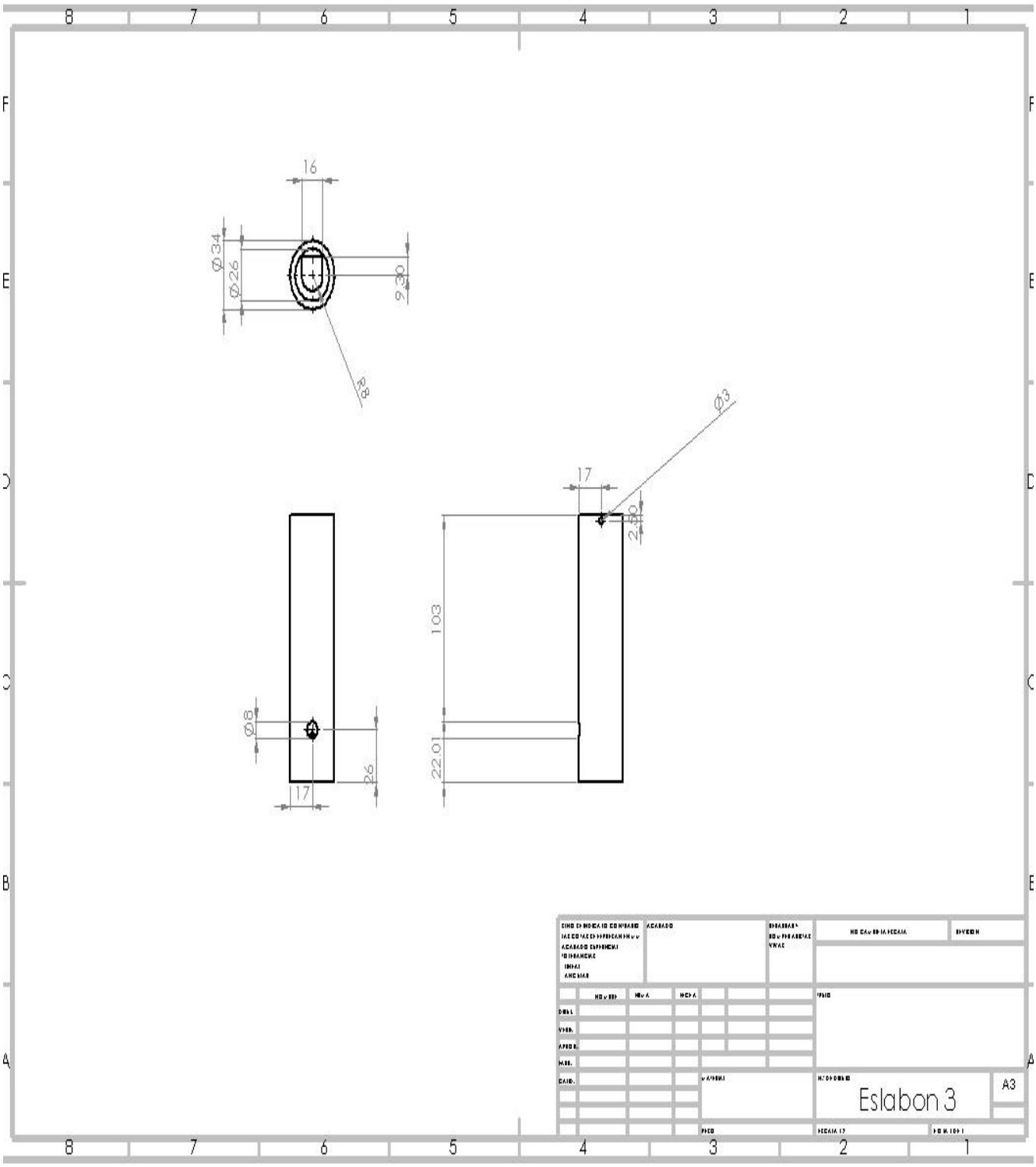


Figura 131. Plano eslabón 3

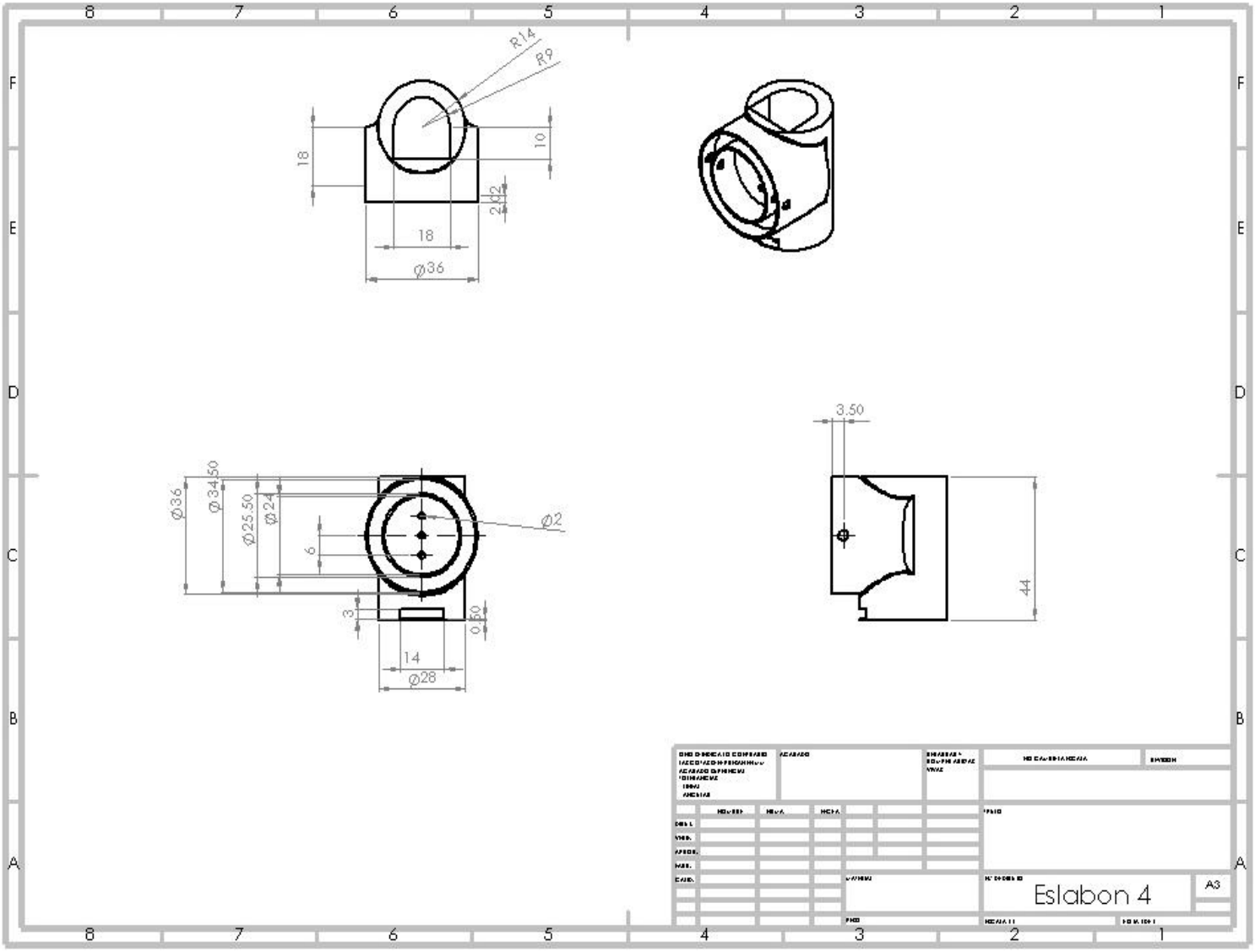


Figura 132. Plano eslabón 4

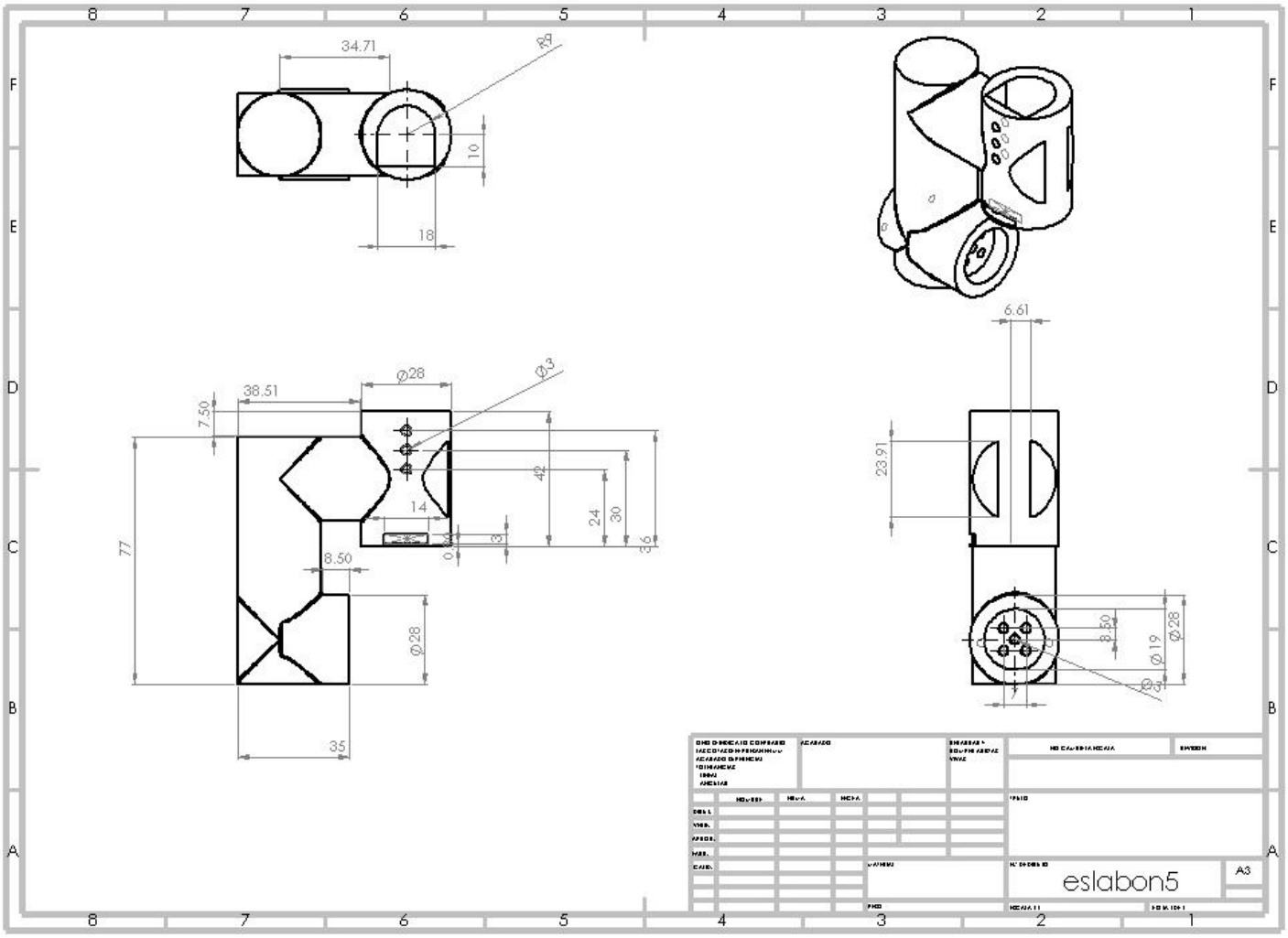


Figura 133. Plano eslabón 5

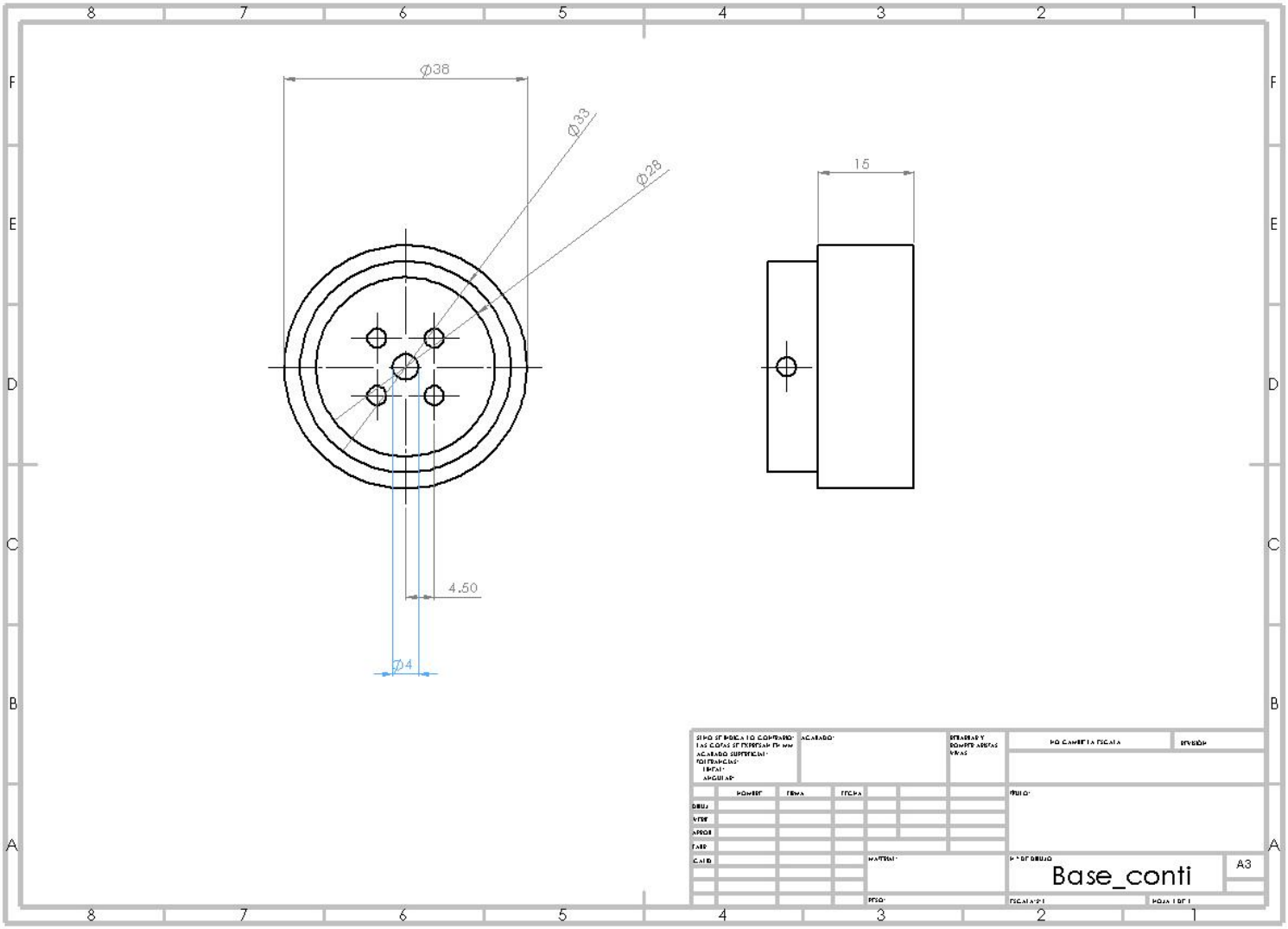


Figura 134. Cople base

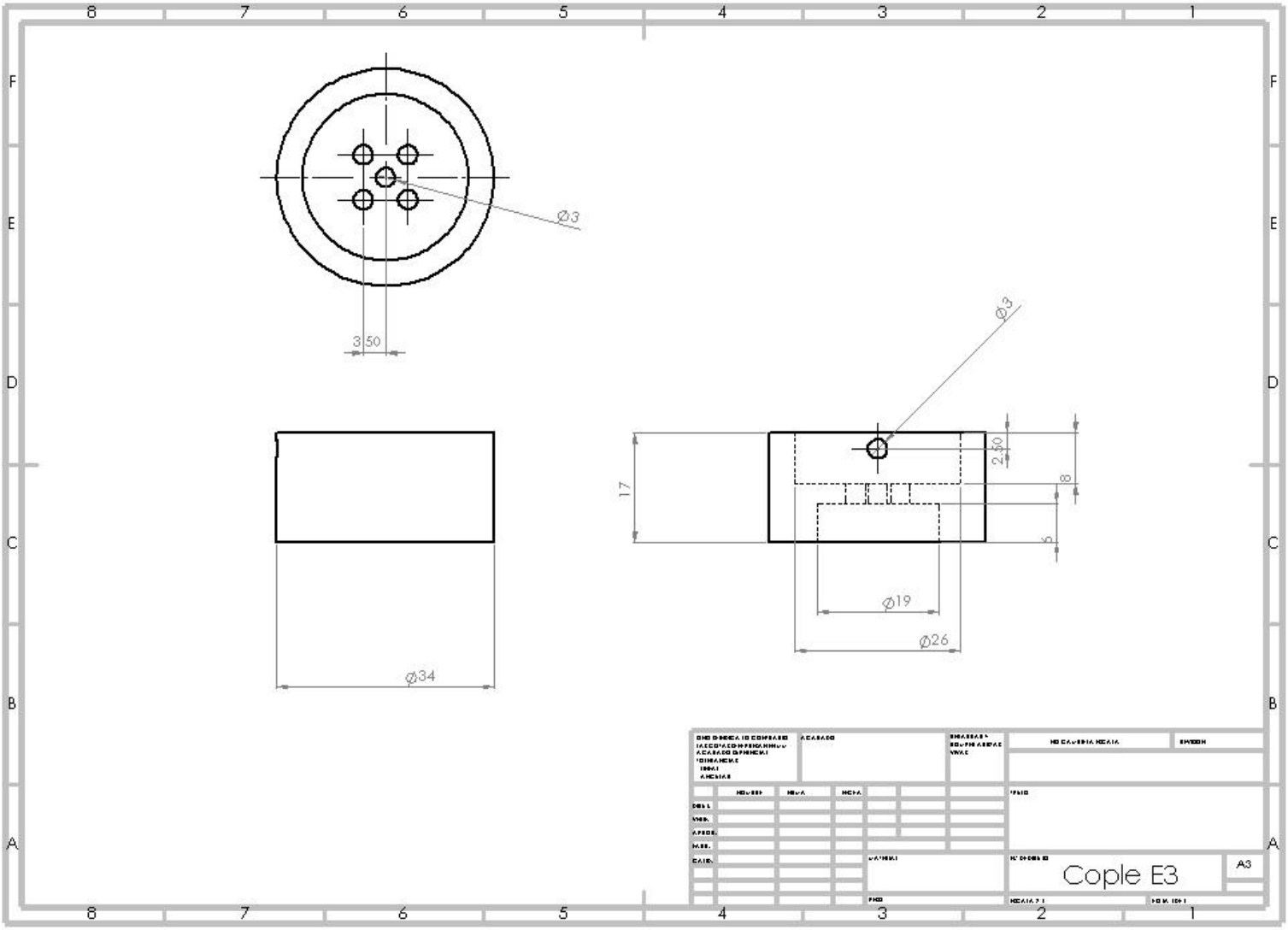


Figura 135. Cople eslabón 3

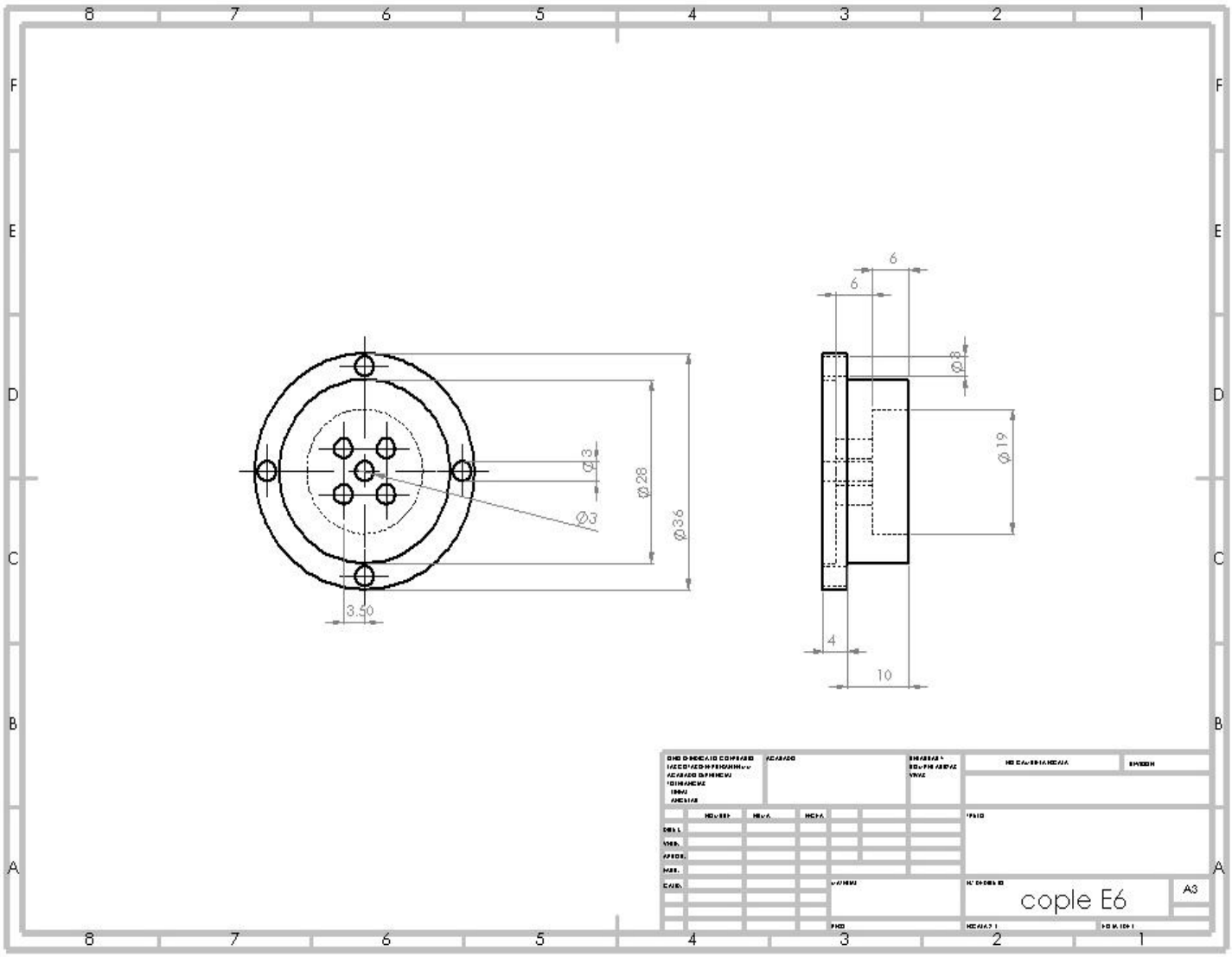


Figura 136. Cople eslabón 6

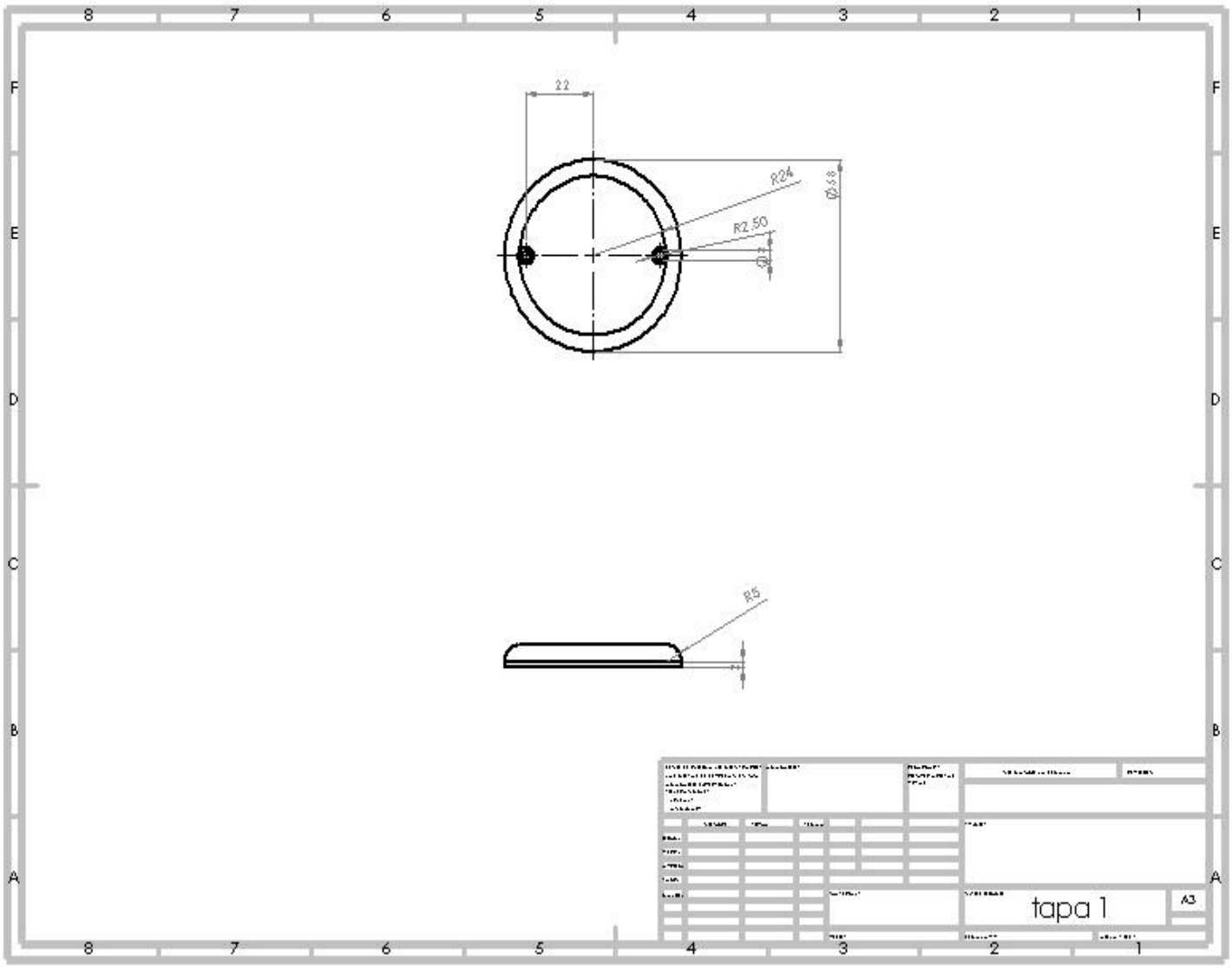


Figura 137. Tapa de los eslabones 1 y 3

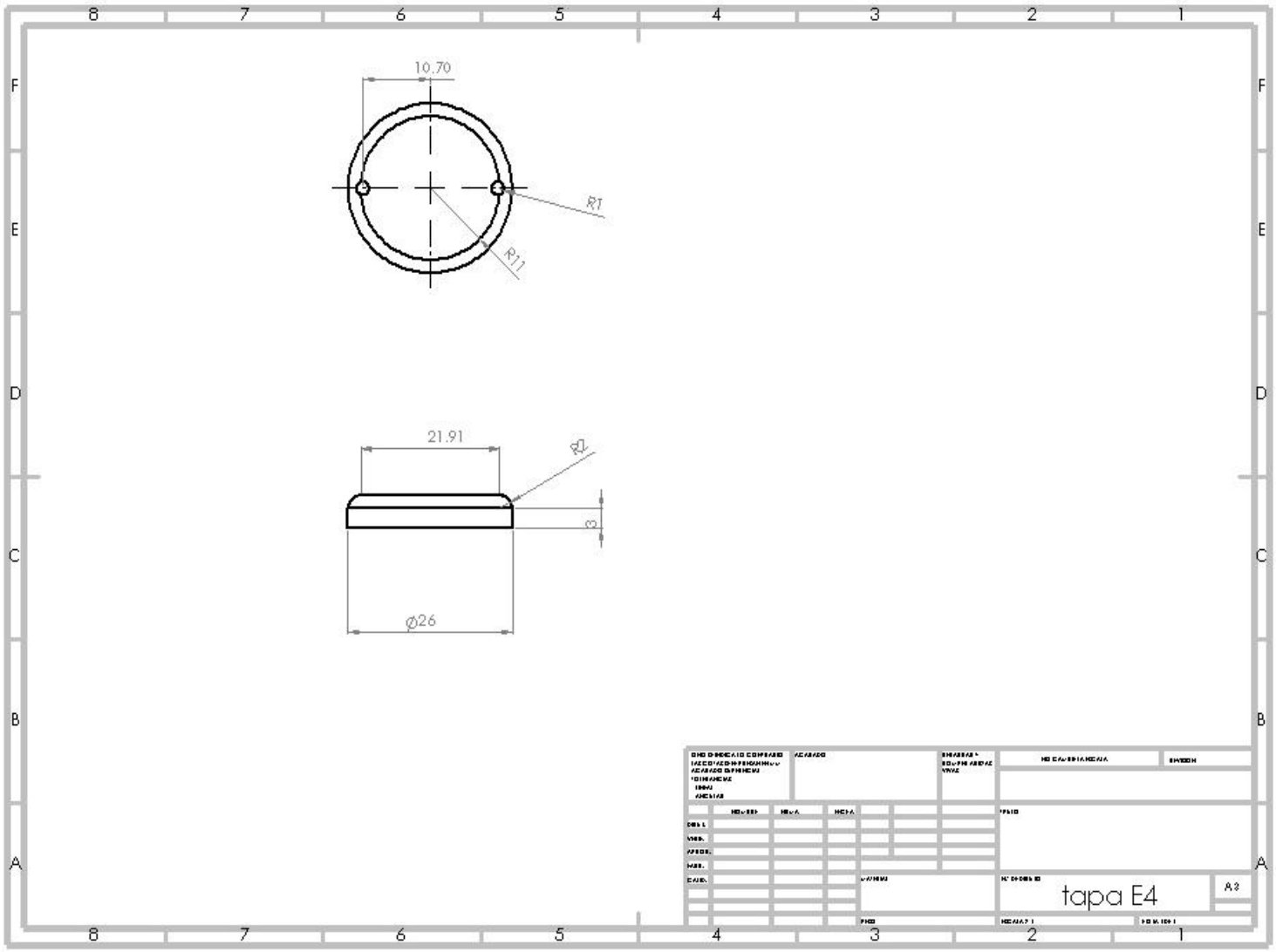


Figura 138. Tapa de eslabones 4 y 5

Apéndice F Hoja de datos del material

Ficha de datos técnicos ABS

Ultimaker

Denominación química	Acrilonitrilo butadieno estireno
Descripción	El ABS se utiliza en diversos sectores en todo el mundo y es conocido por sus excepcionales propiedades mecánicas. Nuestro ABS se ha formulado específicamente para minimizar las deformaciones y garantizar una adhesión uniforme entre capas.
Características principales	Excelentes propiedades mecánicas y adhesión entre capas (especialmente al utilizar el accesorio de compuerta frontal), buena estética, deformación mínima y adhesión fiable al lecho.
Aplicaciones	Prototipado visual y funcional y fabricación en series cortas.
No adecuado para	Aplicaciones en contacto con alimentos e in vivo. La exposición prolongada a radiación UV puede afectar negativamente a las propiedades de una impresión ABS. Aplicaciones en las cuales la parte impresa está expuesta a temperaturas superiores a 85 °C.

Especificaciones del filamento	Valor	Método
Diámetro	2,85 ± 0,10 mm	-
Desviación de redondez máxima	0,10 mm	-
Peso neto del filamento	750 g	-
Longitud del filamento	~107 m	-

Información sobre el color	Color	Código de color
	ABS negro	RAL 9017
	ABS blanco	RAL 9003
	ABS rojo	RAL 3020
	ABS azul	RAL 5002
	ABS plata	RAL 9006
	ABS oro perlado	RAL 1036
	ABS verde	RAL 6018
	ABS naranja	RAL 2008
	ABS amarillo	RAL 1023
	ABS gris	RAL 7011

Propiedades mecánicas (*)	Moldeo por inyección		Impresión 3D	
	Valor típico	**Método de ensayo**	**Valor típico**	**Método de ensayo**
Módulo de elasticidad a la tracción	2030 MPa	ISO 527 (1 mm/min)	1681,5 MPa	ISO 527 (1 mm/min)
Esfuerzo de tracción a la deformación	43,6 MPa	ISO 527 (50 mm/min)	39,0 MPa	ISO 527 (50 mm/min)
Esfuerzo de tracción a la rotura	-	-	33,9 MPa	ISO 527 (50 mm/min)
Alargamiento a la deformación	4,8 %	ISO 527 (50 mm/min)	3,5 %	ISO 527 (50 mm/min)
Alargamiento a la rotura	34 %	ISO 527 (50 mm/min)	4,8 %	ISO 527 (50 mm/min)
Resistencia a la flexión	-	-	70,5 MPa	ISO 178
Módulo de flexión	-	-	2070,0 MPa	ISO 178
Resistencia a la prueba de impacto Izod, con mella (a 23 °C)	-	-	10,5 kJ/m²	ISO 180
Resistencia a la prueba de impacto Charpy (a 23 °C)	58 kJ/m²	ISO 179	-	-
Dureza	-	-	76 (Shore D)	Durómetro

Propiedades térmicas	Valor típico	Método de ensayo
Índice de fluidez (MFR)	41 g/10 min	ISO 1133 (260 °C, 5 kg)
Deformación térmica (HDT) a 0,455 MPa	-	-
Deformación térmica (HDT) a 1,82 MPa	-	-
Temperatura de reblandecimiento Vicat a 10 N	97 °C	ISO 306
Transición vítrea	-	-
Coeficiente de expansión térmica	-	-
Temperatura de fusión	225-245 °C	ISO 294
Contracción térmica	-	-

Otras propiedades	Valor típico	Método de ensayo
Gravedad específica	1,10	ISO 1183
Clasificación de llama	-	-

(*) Ver las notas.

Notas

Las propiedades indicadas corresponden a los valores promedio de un lote típico. Las muestras de prueba impresas en 3D se imprimieron en el plano XY, utilizando el perfil de calidad normal en Cura 2.1, una Ultimaker 2+, una tobera de 0,4 mm, relleno del 90 %, una temperatura de tobera de 250 °C y una temperatura de la placa de impresión de 80 °C. Los valores son la media de 5 muestras blancas y 5 negras para los ensayos de tracción, flexión e impacto. La dureza Shore D se midió en un recuadro de 7 mm de grosor impreso en el plano XY, utilizando el perfil de calidad normal en Cura 2.5, una Ultimaker 3, un núcleo de impresión de 0,4 mm y relleno del 100 %. Ultimaker trabaja constantemente para ampliar la información de las fichas de datos técnicos.

Descargo de responsabilidad

La información o asistencia técnica proporcionadas en esta ficha se facilitan y aceptan por su cuenta y riesgo y Ultimaker y sus filiales no ofrecen ninguna garantía relativa o debida a ellas. Ultimaker y sus filiales no asumen ninguna responsabilidad por el uso de esta información o de ningún producto, método o aparato mencionado y deberá determinar personalmente su idoneidad e integridad para su propio uso, para la protección del medio ambiente y para la salud y la seguridad de sus empleados y los compradores de sus productos. No se ofrece ninguna garantía sobre la capacidad para el comercio o la idoneidad de ningún producto y nada de lo aquí estipulado constituye una renuncia a ninguna de las condiciones de venta de Ultimaker. Las especificaciones están sujetas a modificación sin previo aviso.

Versión	Versión 3.011
Fecha	16/05/2017

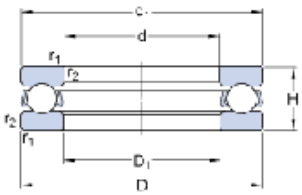
Ultimaker

SKF

51311

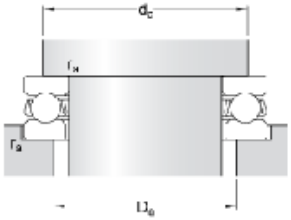
product_table_popular_item[86]

Dimensiones



d		55	mm
D		105	mm
H		35	mm
d_1		105	mm
D_1		57	mm
$r_{1,2}$	min.	1.1	mm

Dimensiones de los resaltes



d_a	min.	85	mm
D_a	max.	75	mm
r_a	max.	1	mm

Datos del cálculo

Capacidad de carga dinámica básica	C	101	kN
Capacidad de carga estática básica	C_0	224	kN
Carga límite de fatiga	P_u	8.3	kN
Velocidad de referencia		2200	r/min
Velocidad límite		3200	r/min
Factor de carga mínima	A	0.26	

Masa

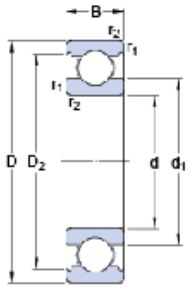
Rodamiento de masa (incluida la arandela de asiento, cuando corresponde)	1.3	kg

SKF

626

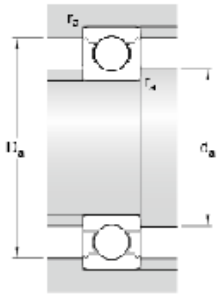
product_table_popular_item[86]
SKF Explorer

Dimensiones



d		6	mm
D		19	mm
B		6	mm
d_1		11.1	mm
D_2		16.5	mm
$r_{1,2}$	min.	0.3	mm

Dimensiones de los resaltes



d_a	min.	8.4	mm
D_a	max.	16.6	mm
r_a	max.	0.3	mm

Datos del cálculo

Capacidad de carga dinámica básica	C	2.34	kN
Capacidad de carga estática básica	C_0	0.95	kN
Carga límite de fatiga	P_u	0.04	kN
Velocidad de referencia		80000	r/min
Velocidad límite		50000	r/min
Factor de cálculo	k_r	0.025	
Factor de cálculo	f_0	13	

Masa

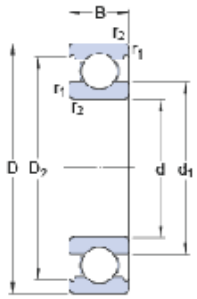
Rodamiento de masa	0.0081	kg

SKF

61826

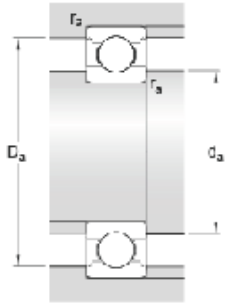
product_table_popular_item[86]

Dimensiones



d		130	mm
D		165	mm
B		18	mm
d_1		140	mm
D_2		157.7	mm
$r_{1,2}$	min.	1.1	mm

Dimensiones de los resaltes



d_a	min.	136	mm
D_a	max.	159	mm
r_a	max.	1	mm

Datos del cálculo

Capacidad de carga dinámica básica	C	37.7	kN
Capacidad de carga estática básica	C_0	43	kN
Carga límite de fatiga	P_u	1.6	kN
Velocidad de referencia		8000	r/min
Velocidad límite		4800	r/min
Factor de cálculo	k_r	0.015	
Factor de cálculo	f_0	16.1	

Masa

Rodamiento de masa		0.75	kg