

线性代数

班级：

姓名：

学号：

成绩：

1. 计算行列式
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{bmatrix}$$

2. 求 a 使线性方程组
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = a \end{cases}$$
 有解，并求解。

3. 证明：线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = a_1 \\ x_2 - x_3 = a_2 \\ x_3 - x_4 = a_3 \\ x_4 - x_5 = a_4 \\ x_5 - x_1 = a_5 \end{cases}$ 有解的充分必要条件为 $\sum_{i=1}^n a_i = 0$ 并在有解的条件下，求它的一般解。

4. 求矩阵 A 的特征值与特征向量

5. 设 $3\alpha + 4\beta = (2, 1, 1, 2)$, $2\alpha + 3\beta = (-1, 2, 3, 1)$ 求 α, β

6. $\beta = (1, 2, 1, 1), \alpha_1 = (1, 1, 1, 1), \alpha_2 = (1, 1, -1, -1), \alpha_3 = (1, -1, 1, -1), \alpha_4 = (1, -1, -1, 1)$ 把向量 β 表示成向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 的线性组合。

7. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 证明: $\alpha_1+\alpha_2, \alpha_2+\alpha_3, \alpha_3+\alpha_1$ 也线性无关。

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_s$ 是一组向量，假设

(1) $\alpha_1 \neq 0$;

8. (2) 每个 α_i ($i = 2, 3, \dots, s$) 都不能被 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_{s-1}$ 线性表出。

求证: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_s$ 线性无关。

9. 用克莱姆法则求解方程组
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 7 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = -2 \end{cases}$$

10. λ 取何值时, 齐次线性方程组
$$\begin{cases} (\lambda-2)x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ -x_1 + (\lambda-8)x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 14x_2 + (\lambda+3)x_3 = 0 \end{cases}$$
 有非零解? 并在有非零解时求出它的全解。