

线性代数

班级:

姓名:

学号:

成绩:

1. 计算行列式 $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (10 分)

2. 求线性方程组.
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad (10 \text{ 分})$$

3. 已知向量组 α, β, γ 线性无关，而向量组 $\alpha, \beta, \gamma, \eta$ 线性相关，试证明：(1) 向量 η 一定可由向量组 α, β, γ 线性表示；
(2) 表示法是唯一的
- (10)

4. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关，证明 $\alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2, \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$ 也线性无关。（10 分）

5. 设 $3\alpha + 4\beta = (2, -1, -1, 2)$, $2\alpha + 3\beta = (-1, 2, 3, 1)$ 求 α, β (10 分)

6. 求向量组 $\alpha_1 = (2, 4, 2), \alpha_2 = (1, 1, 0), \alpha_3 = (2, 3, 1), \alpha_4 = (3, 5, 2)$ 的极大线性无关组，并将其余向量用该极大无关组线性表示（10 分）

7. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 证明: $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_1$ 也线性无关。(10 分)

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_s$ 是一组向量，假设

8. (1) $\alpha_1 \neq 0$;
(2) 每个 α_i ($i = 2, 3, \dots, s$) 都不能被 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_{s-1}$ 线性表出。 (10 分)
求证: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_s$ 线性无关。

9. 用克莱姆法则求解方程组
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 7 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = -2 \end{cases} \quad (10 \text{ 分})$$

10. λ 取何值时，齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + (1+\lambda)x_3 = 0 \\ x_1 + (1+\lambda)x_2 + x_3 = \lambda \\ (1+\lambda)x_1 + x_2 + x_3 = \lambda^2 \end{cases}$$
 有非零解？并在有非零解时

求出它的全解。（10 分）