

北京理工大学继续教育学院夜大

2016 年下半年

专业层次：计算机科学与技术 本 《线性代数》期末考试卷（A 卷）

（闭卷 120 分钟 卷面满分 100 分）

班级：

姓名：

学号：

成绩：

一. 计算行列式：

$$\begin{vmatrix} 2a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2a \end{vmatrix}$$

二. 计算

$$\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & s \\ t & u & v & w \\ la+mp & lb+mq & lc+mr & ld+ms \end{vmatrix}$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_s$ 是一组向量，假设

(1) $\alpha_1 \neq 0$;

三.

(2) 每个 $\alpha_i (i = 2, 3, \dots, s)$ 都不能被 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_{s-1}$ 线性表出。

求证: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_s$ 线性无关。

四. 设 $3\alpha + 4\beta = (2, -1, -1, 2), 2\alpha + 3\beta = (-1, 2, 3, 1)$ 求 α, β (10 分)

五计算 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关，证明: $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_1$ 也线性无关

六. 所有形如 $a+b\sqrt{5}$ (a, b 为有理数) 的数的全体记为 $\mathbb{Q}(\sqrt{5})$, 求证 $\mathbb{Q}(\sqrt{5})$ 为数域

七. 解方程组
$$\begin{cases} -x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 4 \\ 2x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ x_1 + 3x_2 + 3x_4 = 7 \\ -x_2 + 3x_3 + x_4 = -3 \end{cases}$$

八. 问 λ, μ 取何值时, 齐次线性方程组

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + \mu x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2\mu x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \text{ 有非 } 0 \text{ 解? 并求解}$$

设 a_1, a_2, \dots, a_n 是互不相同的数, 令

$$\partial_1 = (1, a_1, a_1^2, \dots, a_1^{n-1})$$

九. $\partial_2 = (1, a_2, a_2^2, \dots, a_2^{n-1})$

$$\partial_n = (1, a_n, a_n^2, \dots, a_n^{n-1})$$

求证: 任一 n 维向量都可以由 $\partial_1, \partial_2, \dots, \partial_n$ 线性表出

十. 当 λ 取何值时, 齐次线性方程组

$$\begin{cases} (1-\lambda)x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 2x_1 + (3-\lambda)x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + (1-\lambda)x_3 = 0 \end{cases}$$

有非 0 解? 并求解