

线性代数

班级:

姓名:

学号:

成绩:

1. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ (10 分)

2. 计算 n 阶行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & 1 \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & 2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ n & 1 & 2 & \cdots & n-1 \end{vmatrix}$ 。(10 分)

3. 证明：任何一个数域都包含有理数域

4. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关，证明 $\alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2, \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$ 也线性无关。（10 分）

5. 求矩阵 $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 的特征根与特征向量

6. 设 a, b, c, d 是 4 个不同的数，试证明 $\alpha_1 = (1, 1, 1, 1)$
 $\alpha_2 = (a, b, c, d)$
 $\alpha_3 = (a^2, b^2, c^2, d^2)$ 线性无关 (10 分)
 $\alpha_4 = (a^3, b^3, c^3, d^3)$

7

设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 可以由向量组 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t$ 线性表出, 证明: $r\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s\} \leq r\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t\}$ 。
(10 分)

8. 用正交替换化实二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 5x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 8x_2x_3$ 为标准型 (10 分)

9. 用克莱姆法则求解方程组 $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 7 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = -2 \end{cases}$ (10 分)

10. λ 取何值时，齐次线性方程组
$$\begin{cases} (3+\lambda)x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ \lambda x_1 + (\lambda-1)x_2 + x_3 = 0 \\ 3(1+\lambda)x_1 + \lambda x_2 + (3+\lambda)x_3 = 0 \end{cases}$$
 有非零解？并在有非

零解时求出它的全解。（10分）