# 线性代数

**班级：** **姓名：** **学号：** **成绩：**

1．计算行列式$\begin{vmatrix} 0 & a_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_3 \\ a_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_5 & 0 \end{vmatrix}$

2．求 a 使线性方程组．$\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + ax_2 + x_3 = a \\ x_1 + x_2 + ax_3 = a^2 \end{cases}$ 有解，并求解。

3．证明：线性方程组$\begin{cases} x_1 - x_2 = a_1 \\ x_2 - x_3 = a_2 \\ x_3 - x_4 = a_3 \\ x_4 - x_5 = a_4 \\ x_5 - x_1 = a_5 \end{cases}$有解的充分必要条件为$\sum_{i=1}^{n} a_i=0$并在有解的条件下，求它的一般解。

4．设 $p_{1,}p_2$ 是两个数域，令 P 表示 $p_1与p_2$ 的交，证明 P 是数域。

5. 求矩阵$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$的全部特征根与特征向量

6． $\beta=(1,2,1,1),\alpha_1=(1,1,1,1),\alpha_2=(1,1,-1,-1),\alpha_3=(1,-1,1,-1),\alpha_4=(1,-1,-1,1)$ 把向量 $\beta$ 表示成向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 的线性组合。

7．设$\alpha_1$，$\alpha_2$，$\alpha_3$线性无关，证明：$\alpha_1-\alpha_2$，$\alpha_2-\alpha_3$，$\alpha_3-\alpha_1$也线性无关。

8．$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\ldots,\alpha_s$是一组向量，假设

$(1)\alpha_1\neq 0$;

$(2)$每个$\alpha_i\left(i=2,3,\ldots,s\right)$都不能被$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\ldots,\alpha_{s-1}$线性表出。

求证：$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\ldots,\alpha_s$线性无关。

9．用克莱姆法则求解方程组$\begin{cases} 2x_1+x_2+x_3+x_4=2 \\ x_1+2x_2+x_3+x_4=-1 \\ x_1+x_2+3x_3+x_4=7 \\ x_1+x_2+x_3+4x_4=-2 \end{cases}$

10．用正交替换化实二次型$f\left(x_1,x_2,x_3\right)=x_1^2+4x_2^2+x_3^2-4x_1x_2-8x_1x_3-4x_2x_3$为标准型 .