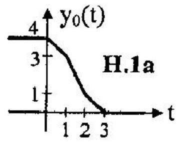
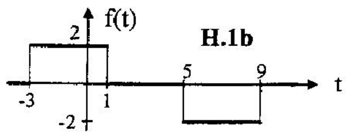
ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1/2018-2019
Môn: Tín hiệu và hệ thống - Thời gian: 80 phút không kể chép đề
Ngày kiểm tra: 10/10/2018

Bài 1. (CĐR 1) (2.0 điểm) Với các hệ thống (HT) có ngõ vào f(t) ngõ ra y(t), hãy cho biết và giải thích: (**a**) HT $y(t)=2\cos[3tf(t)]$ thỏa hay không thỏa các tính chất nhân quả và ổn định, (**b**) HT $y(t)=\begin{cases} f(t-2); & f(t)\ge 0 \\ f(t+2); & f(t)<0 \end{cases}$ thỏa hay không thỏa các tính chất bất biến và tuyến tính.

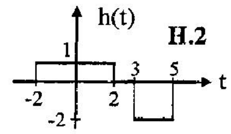
Bài 2. (CĐR 1) (1.0 điểm) Cấp tín hiệu $f_0(t)=u(1-t)$ vào ngõ vào HT tuyến tính bất biến (LTI) thu được ngõ ra của hệ thống là $y_0(t)$ trên **H.1a**. Hãy trình bày đầy đủ các tính toán để xác định và vẽ ngõ ra y(t) khi hệ thống được cấp ngõ vào f(t) có dạng trên **H.1b**.



H.1a



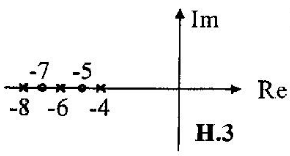
H.1b



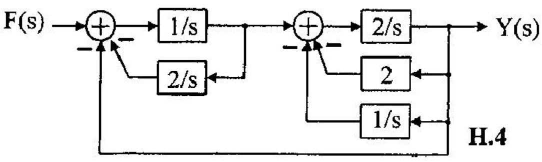
H.2

Bài 3. (CĐR 2.1) (2.0đ) Cho HT LTI có đáp ứng xung $h(t)$ trên **H.2**. (a) Sử dụng tích chập hãy xác định và vẽ ngõ ra y(t) của HT khi ngõ $f(t)=u(t)$; (b) Dùng tích chập, hãy viết phương trình toán của hệ thống (quan hệ vào ra) với ngõ vào f(t) bất kỳ, từ đó cho biết và giải thích hệ thống thỏa hay không thỏa tính nhân quả và tính ổn định.

Bài 4. (CĐR 2.4) (1.0đ) Cho HT LTI có đáp ứng xung h(t) thỏa $\int_{-\infty}^{+\infty}|h(t)|e^{9t}dt=64$ và hàm truyền $H(s)=\mathscr{L}\{h(t)\}$ của nó có đồ thị các điểm cực – điểm không trên **H.3**. (a) Hãy giải thích và vẽ miền hội tụ (ROC) của H(s); (b) Hãy cho biết và giải thích hệ thống thỏa hay không thỏa các tính chất nhân quả và ổn định.



H.3



H.4

Bài 5. (CĐR 2.5) (1.0đ) Hàm truyền $H(s)$ của một HT LTI nhân quả có đồ thị các điểm cực – điểm không trên **H.3** và H(0)=1. Dùng biến đổi Laplace, hãy xác định đáp ứng của HT này tương ứng với các ngõ vào như sau: (a) $f(t)=2e^{-2t}u(t)$; (b) $f(t)=2e^{-2t}u(-t)$.

Bài 6. (CĐR 2.5) (1.5đ) Xác định hàm truyền H(s) của HT LTI nhân quả có sơ đồ khối trên **H.4**.

Bài 7. (CĐR 2.6) (1.5 điểm) Hãy trình bày đầy đủ các phương trình cần thiết và từ đó vẽ sơ đồ khối thực hiện HT LTI nhân quả có hàm truyền $H(s)=(2s^3-1)/[(s+2)(s+4)^2]$ ở dạng trực tiếp 2 (chính tắc 2).

Ghi chú: Sinh viên không được sử dụng tài liệu. Sinh viên được phép tham khảo bảng công thức ở mặt sau của đề thi. Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Duyệt của BM | **CB ra đề thi**

Trần Quang Việt

Cho biết bảng công thức:

Tích chập:		
$f(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau=h(t)*f(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)f(t-\tau)d\tau$		
Biến đổi Laplace		
Thuận: $F(s)=\mathscr{L}\{f(t)\}=\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-st}dt$	ROC: các biến phức s có $Re\{s\}=\sigma$ thỏa $\int_{-\infty}^{+\infty} \lvert f(t)\rvert e^{-\sigma t}dt$ hữu hạn	
Ngược: $f(t)=\mathscr{L}^{-1}\{F(s)\}=\frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma_0-j\infty}^{\sigma_0+j\infty} F(s)e^{st}ds$; $Re\{s\}=\sigma_0\in ROC$		

Các tính chất của biến đổi Laplace:

Gốc	Ảnh	ROC
$f(t)$	$F(s)$	R_f
$g(t)$	$G(s)$	R_g
$K_1f(t)+K_2g(t)$	$K_1F(s)+K_2G(s)$	$R\supset(R_f\cap R_g)$
$f(t-t_0),\ t_0>0$	$e^{-st_0}F(s)$	$R=R_f\cap Re\{s\}>-\infty$
$f(t+t_0),\ t_0>0$	$e^{st_0}F(s)$	$R=R_f\cap Re\{s\}<+\infty$
$e^{s_0t}f(t)$	$F(s-s_0)$	$R=R_f+Re\{s_0\}$
$f(at)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}F(\frac{s}{a})$	$R=aR_f$
$f(-t)$	$F(-s)$	$R=-R_f$
$\frac{d}{dt}f(t)$	$sF(s)$	$R\supset R_f$
$tf(t)$	$-\frac{d}{ds}F(s)$	$R=R_f$
$\int_{-\infty}^{t} f(\tau)d\tau$	$F(s)/s$	$R\supset(R_f\cap Re\{s\}>0)$
$f(t)*g(t)$	$F(s)G(s)$	$R\supset(R_f\cap R_g)$

Các cặp biến đổi Laplace thông dụng

Gốc	Ảnh	ROC
$\delta(t)$	1	s-plane
$u(t)$	$1/s$	$Re\{s\}>0$
$-u(-t)$	$1/s$	$Re\{s\}<0$
$e^{-at}u(t)$	$1/(s+a)$	$Re\{s\}>-Re\{a\}$
$-e^{-at}u(-t)$	$1/(s+a)$	$Re\{s\}<-Re\{a\}$
$t^ne^{-at}u(t)$	$n!/(s+a)^{n+1}$	$Re\{s\}>-Re\{a\}$
$-t^ne^{-at}u(-t)$	$n!/(s+a)^{n+1}$	$Re\{s\}<-Re\{a\}$
$e^{-at}\cos(\omega_0t)u(t)$	$(s+a)/[(s+a)^2+\omega_0^2]$	$Re\{s\}>-Re\{a\}$
$-e^{-at}\cos(\omega_0t)u(-t)$	$(s+a)/[(s+a)^2+\omega_0^2]$	$Re\{s\}<-Re\{a\}$
$e^{-at}\sin(\omega_0t)u(t)$	$\omega_0/[(s+a)^2+\omega_0^2]$	$Re\{s\}>-Re\{a\}$
$-e^{-at}\sin(\omega_0t)u(-t)$	$\omega_0/[(s+a)^2+\omega_0^2]$	$Re\{s\}<-Re\{a\}$

/

Đáp án KTGK TH&HT K17
(10/10/2018)

Bài 1. (2đ)

a) $y(t) = 2\cos[3t\, f(t)]$

* Tính nhân quả: HT có giá trị ngõ ra ở thời điểm hiện tại t bất kỳ chỉ phụ thuộc vào giá trị của ngõ vào ở thời điểm hiện tại đó. Vậy HT có giá trị các ngõ ra ở hiện tại không phụ thuộc vào giá trị ở ngõ vào trong tương lai nên HT nhân quả.

* Tính ổn định: $\forall$ ngõ vào bị chặn $|f(t)| \leqslant BI$ thì $|y(t)| = |2\cos[3t\, f(t)]| \leqslant 2$, hay ngõ ra cũng bị chặn nên HT ổn định BIBO

b) $y(t) = \begin{cases} f(t-2) \ ; & f(t) \geqslant 0 \\ f(t+2) \ ; & f(t) < 0 \end{cases}$

Gọi $y(t) = T\{f(t)\}$

* Xét tính bất biến:

- $y(t-t_0) = \begin{cases} f(t-t_0-2) \ ; & f(t-t_0) \geqslant 0 \\ f(t-t_0+2) \ ; & f(t-t_0) < 0 \end{cases}$

- Tìm $T\{f(t-t_0)\} = \begin{cases} f(t-2-t_0) \ ; & f(t-t_0) \geqslant 0 \\ f(t+2-t_0) \ ; & f(t-t_0) < 0 \end{cases}$

- Vậy $T\{f(t-t_0)\} = y(t-t_0)$ nên HT bất biến.

* Xét tính tuyến tính:

- Kiểm tra tính khuếch đại (tỷ lệ):

$T\{k f(t)\} = \begin{cases} k f(t-2) \ ; & k f(t) \geqslant 0 \\ k f(t+2) \ ; & k f(t) < 0 \end{cases}$

Mặt khác: $kT\{f(t)\} = \begin{cases} k f(t-2) \ ; & f(t) \geqslant 0 \\ k f(t+2) \ ; & f(t) < 0 \end{cases}$

vậy $T\{k f(t)\} \neq kT\{f(t)\} \rightarrow$ không thoả tính khuếch đại

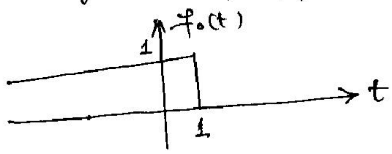
- Kết luận: HT không thoả tính khuếch đại nên không thoả tính xếp chồng: $T\{k_1 f_1(t) + k_2 f_2(t) + \dots + k_n f_n(t)\} \neq k_1 T\{f_1(t)\} + k_2 T\{f_2(t)\} + \dots + k_n T\{f_n(t)\}$

vậy hệ thống này phi tuyến.

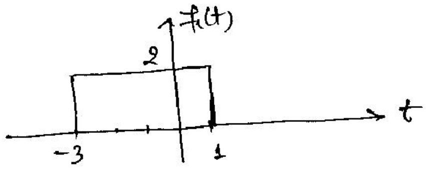
Bài 2 (1đ)

Gọi quan hệ vào ra của hệ là $y(t) = T\{f(t)\}$, ta có: $y_0(t) = T\{f_0(t)\}$

với $f_0(t)$ có dạng:



Đặt $f_1(t)$ có dạng sau:

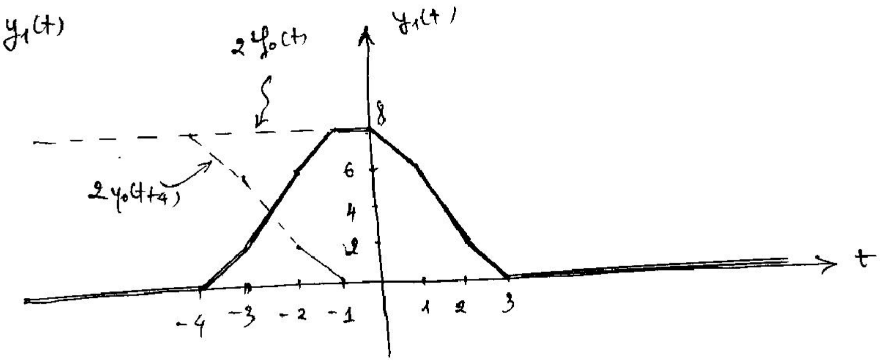


Khi đó: $f_1(t) = 2f_0(t) - 2f_0(t+4)$, từ đó ta được: $y_1(t) = T\{f_1(t)\}$

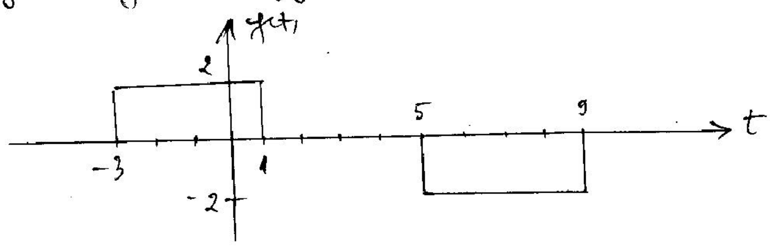
$\Leftrightarrow$ $y_1(t) = T\{2f_0(t) - 2f_0(t+4)\} \overset{L}{=} 2T\{f_0(t)\} - 2T\{f_0(t+4)\}$

$\overset{TI}{=} 2y_0(t) - 2y_0(t+4)$

Vẽ $y_1(t)$

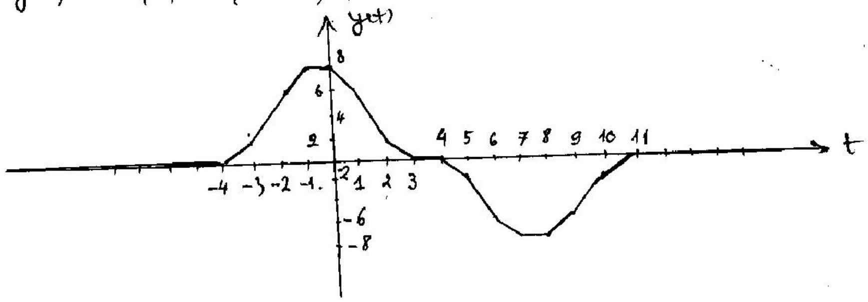


với ngõ vào $f(t)$ có dạng:



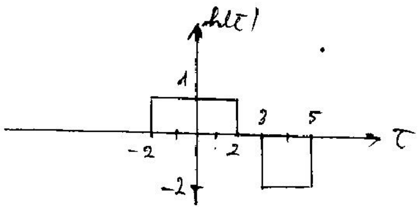
thì $f(t) = f_1(t) - f_1(t-8)$. Khi đó $y(t) = T\{f(t)\} = T\{f_1(t) - f_1(t-8)\}$

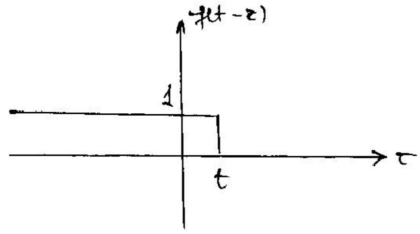
$\Leftrightarrow$ $y(t) \overset{L}{=} T\{f_1(t)\} - T\{f(t-8)\} \overset{TI}{=} y_1(t) - y_1(t-8)$



Bài 3

a) Ta có: $y(t) = f(t) * h(t) = h(t) * f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) f(t-\tau)\, d\tau$; với $h(\tau)$ và $f(t-\tau)$ như sau:





* $t < -2$: $y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) f(t-\tau)\, d\tau = 0$

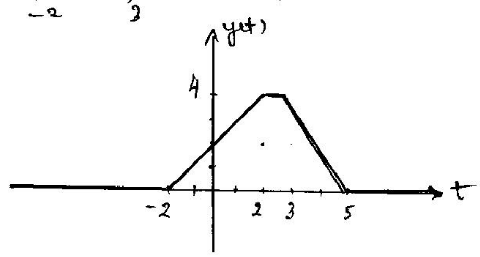
* $-2 < t < 2$: $y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) f(t-\tau)\, d\tau = \int_{-2}^{t} d\tau = t+2$

* $2 < t < 3$: $y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) f(t-\tau)\, d\tau = \int_{-2}^{2} d\tau = 4$

* $3 < t < 5$: $y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) f(t-\tau)\, d\tau = \int_{-2}^{2} d\tau - \int_{3}^{t} 2\, d\tau = 4 - 2(t-3) = 10 - 2t$

* $5 < t$: $y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) f(t-\tau)\, d\tau = \int_{-2}^{2} d\tau - \int_{3}^{5} 2\, d\tau = 4 - 4 = 0$

Vậy : $y(t) = \begin{cases} 0 & ; \ t < -2 \\ t+2 & ; \ -2 < t < 2 \\ 4 & ; \ 2 < t < 3 \\ 10 - 2t & ; \ 3 < t < 5 \\ 0 & ; \ t > 5 \end{cases}$



b) Phương trình toán của HT:

$y(t) = T\{f(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) f(t-\tau)\, d\tau = \int_{-2}^{2} f(t-\tau)\, d\tau - 2 \int_{3}^{5} f(t-\tau)\, d\tau$

* Tính nhân quả: HT có g/trị ngõ ra ở hiện tại phụ thuộc vào tất cả các g/trị của ngõ vào trong quá khứ trước đó 5s đến tương lai sau đó 2s. Vậy ngõ ra ở hiện tại có phụ thuộc vào ngõ vào trong tương lai nên HT không nhân quả

* Tính ổn định: Xét ngõ vào bị chặn $|f(t)| \le BI$ thì:

$|y(t)| = \left| \int_{-2}^{2} f(t-\tau)\, d\tau - 2 \int_{3}^{5} f(t-\tau)\, d\tau \right| \le \int_{-2}^{2} |f(t-\tau)|\, d\tau + 2 \int_{3}^{5} |f(t-\tau)|\, d\tau$

$\Leftrightarrow |y(t)| \le \int_{-2}^{2} BI\, d\tau + 2 \int_{3}^{5} BI\, d\tau = 8 BI$

Vậy ngõ ra cũng bị chặn nên HT ổn định

Bài 4 (1đ)

(a) Dựa trên đồ thị ta có các khả năng của ROC như sau:

① $Re\{s\} < -8$; ② $-8 < Re\{s\} < -6$; ③ $-6 < Re\{s\} < -4$; ④ $Re\{s\} > -4$

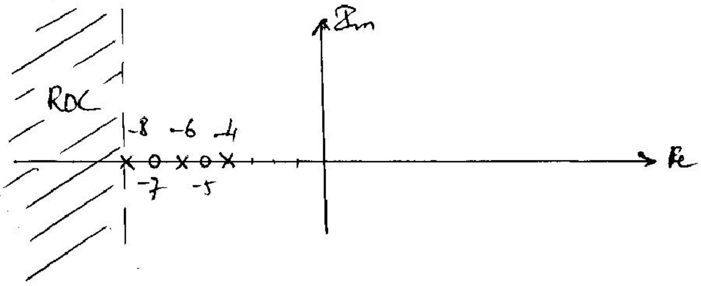
Mặt khác ROC là tập hợp các s có $Re\{s\} = \sigma$ thoả:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| e^{-\sigma t} dt \text{ hữu hạn } \quad (*)$$

Mà theo đề bài $\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| e^{9t} = 64$ hay $\sigma = -9$ thì (*) thoả

nên các s có $Re\{s\} = -9 \in ROC$

Vậy ROC là: $Re\{s\} < -8$ như hình vẽ:



(b) Với ROC câu a thì h(t) là tín hiệu phía trái hay $h(t) \neq 0, t < 0$

nên hệ thống không nhân quả.

Mặt khác: $\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| e^{-\sigma t} dt$ với $\sigma = 0$ bằng vô hạn hay: $\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| dt = +\infty$

Vậy HT không ổn định.

Bài 5 (1đ)

$$H(s) = K \frac{(s+5)(s+7)}{(s+4)(s+6)(s+8)} \; ; \quad H(0) = 1 \Rightarrow K \frac{5.7}{6.4.8} = 1 \Rightarrow K = \frac{192}{35}$$

Vậy $H(s) = \frac{192}{35} \frac{(s+5)(s+7)}{(s+4)(s+6)(s+8)}$; $Re\{s\} > -4$ do HT nhân quả

(a) $f(t) = 2e^{-2t}u(t) \rightarrow F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{2}{s+2}$; $Re\{s\} > -2$

$$\Rightarrow Y(s) = F(s).H(s) = \frac{384}{35} \frac{(s+5)(s+7)}{(s+2)(s+4)(s+6)(s+8)} \; ; \quad Re\{s\} > -2$$

$$\Leftrightarrow Y(s) = \frac{24}{7} \frac{1}{s+2} - \frac{72}{35} \cdot \frac{1}{s+4} - \frac{24}{35} \frac{1}{s+6} - \frac{24}{35} \frac{1}{s+8} \; ; \quad Re\{s\} > -2$$

$$\Rightarrow y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} = \frac{24}{35}\left(5e^{-2t} - 3e^{-4t} - e^{-6t} - e^{-8t}\right) u(t)$$

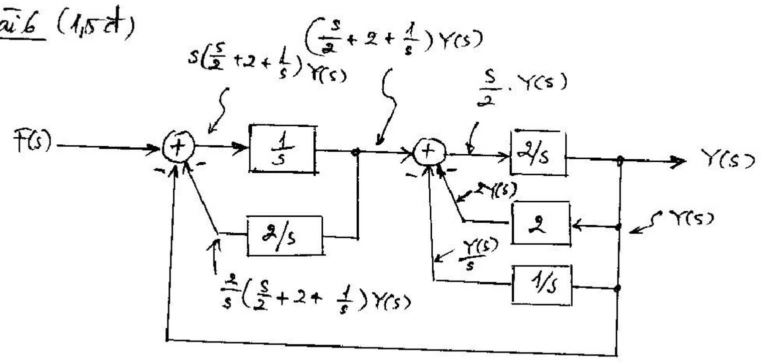
(b) $f(t) = 2e^{-2t}u(-t) \rightarrow F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = -\dfrac{2}{s+2}$; $Re\{s\} < -2$

$$\Rightarrow Y(s) = F(s).H(s) = -\frac{384}{35}\,\frac{(s+5)(s+7)}{(s+2)(s+4)(s+6)(s+8)} \quad ; -4 < Re\{s\} < -2$$

$$\Leftrightarrow Y(s) = -\frac{24}{7}\,\frac{1}{s+2} + \frac{72}{35}\,\frac{1}{s+4} + \frac{24}{35}\,\frac{1}{s+6} + \frac{24}{35}\,\frac{1}{s+8} \quad ; -4 < Re\{s\} < -2$$

$$\Rightarrow y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} = \frac{24}{7}e^{-2t}u(-t) + \frac{24}{35}\left(3e^{-4t} + e^{-6t} + e^{-8t}\right)u(t)$$

Bài 6 (1,5 đ)



Tính tín hiệu tại các nút như hình vẽ. Từ đó ta có:

$$F(s) = \left[s\left(\frac{s}{2}+2+\frac{1}{s}\right) + \frac{2}{s}\left(\frac{s}{2}+2+\frac{1}{s}\right) + 1\right]Y(s)$$

$$= \left[\frac{s^2}{2} + 2s + 1 + 1 + \frac{4}{s} + \frac{2}{s^2} + 1\right]Y(s) = \frac{s^4+4s^3+6s^2+8s+4}{2s^2}\,Y(s)$$

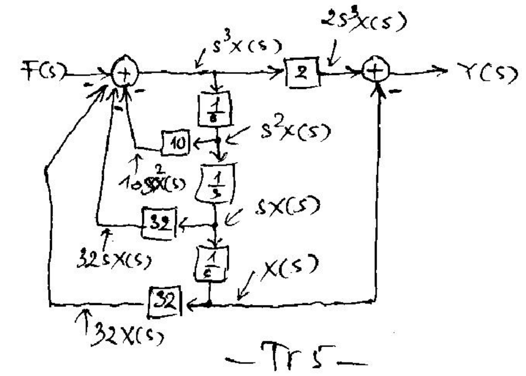
Vậy $H(s) = \dfrac{Y(s)}{F(s)} = \dfrac{2s^2}{s^4+4s^3+6s^2+8s+4}$

Bài 7 (1,5 đ)

$$H(s) = \frac{2s^3-1}{(s+2)(s+4)^2} = \frac{2s^3-1}{s^3+10s^2+32s+32} = \frac{Y(s)}{X(s)}\cdot\frac{X(s)}{F(s)}$$

Đặt
$$\begin{cases} \dfrac{Y(s)}{X(s)} = 2s^3-1 \Rightarrow Y(s) = 2s^3X(s) - X(s) \\ \dfrac{X(s)}{F(s)} = \dfrac{1}{s^3+10s^2+32s+32} \Rightarrow s^3X(s) = F(s) - 10s^2X(s) - 32sX(s) - 32X(s) \end{cases}$$

Vẽ sơ đồ khối:



— Hết —