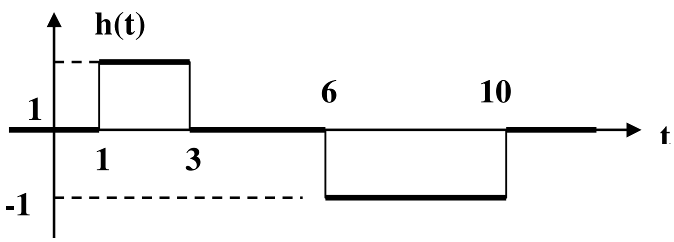
ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 2/2011-2012

Môn: Tín hiệu và hệ thống – ngày kiểm tra: 30/3/2012

Bài 1.

Đổi biến ta có: $y(t)=\int_{t-3}^{t-1} f(\tau)d\tau - \int_{t-10}^{t-6} f(\tau)d\tau$

a) $h(t)=\int_{t-3}^{t-1} \delta(\tau)d\tau - \int_{t-10}^{t-6} \delta(\tau)d\tau = [u(t-1)-u(t-3)]-[u(t-6)-u(t-10)]$



b) Các tính chất:

- Hệ thống có nhớ vì ngõ ra phụ thuộc vào ngõ vào trước thời điểm t

- Hê thống nhân quả vì ngõ ra chỉ phụ thuộc vào ngõ vào trước thời điểm t

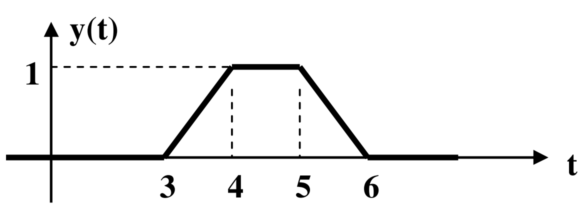
- Hệ thống ổn định vì giả sử $|f(t)| \le B$ thì $|y(t)|=|\int_{t-3}^{t-1} f(\tau)d\tau - \int_{t-10}^{t-6} f(\tau)d\tau| \le |\int_{t-3}^{t-1} f(\tau)d\tau| + |\int_{t-10}^{t-6} f(\tau)d\tau|$ hay $|y(t)| \le \int_{t-3}^{t-1} |f(\tau)|d\tau + \int_{t-10}^{t-6} |f(\tau)|d\tau \le \int_{t-3}^{t-1} Bd\tau + \int_{t-10}^{t-6} Bd\tau \le 6B$

- Hệ thống bất biến vì $y(t-t_0)=\int_{t-t_0-3}^{t-t_0-1} f(\tau)d\tau - \int_{t-t_0-10}^{t-t_0-6} f(\tau)d\tau$ và với ngõ vào là $f_1(t)=f(t-t_0)$ thì ngõ ra $y_1(t)=\int_{t-3}^{t-1} f_1(\tau)d\tau - \int_{t-10}^{t-6} f_1(\tau)d\tau = \int_{t-3}^{t-1} f(\tau-t_0)d\tau - \int_{t-10}^{t-6} f_1(\tau-t_0)d\tau = \int_{t-t_0-3}^{t-t_0-1} f(\tau)d\tau - \int_{t-t_0-10}^{t-t_0-6} f(\tau)d\tau = y(t-t_0)$

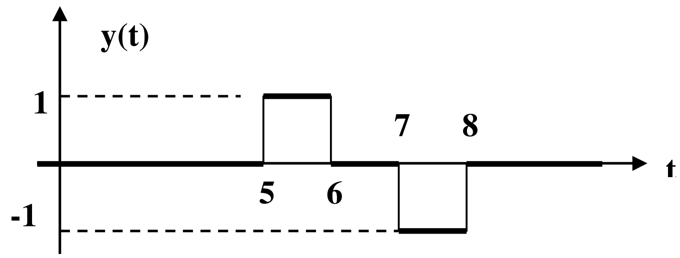
- Hệ thống tuyến tính vì $f_1(t) \to y_1(t)=\int_{t-3}^{t-1} f_1(\tau)d\tau - \int_{t-10}^{t-6} f_1(\tau)d\tau$; $f_2(t) \to y_2(t)=\int_{t-3}^{t-1} f_2(\tau)d\tau - \int_{t-10}^{t-6} f_2(\tau)d\tau$ thì $f(t)=k_1f_1(t)+k_2f_2(t) \to y(t)=\int_{t-3}^{t-1} [k_1f_1(\tau)+k_2f_2(\tau)]d\tau - \int_{t-10}^{t-6} [k_1f_1(\tau)+k_2f_2(\tau)]d\tau = k_1y_1(t)+k_2y_2(t)$

Bài 2.

a) Phân tích: $f(t)=rect\left(\frac{t-1}{2}\right) = rect\left(t-0.5\right) + rect\left(t-0.5-1\right)$ do hệ thống LTI nên $y(t)=\Delta\left(\frac{t-4}{2}\right)+\Delta\left(\frac{t-5}{2}\right)$



b) Ta có hệ thống LTI nên nếu $f(t)=\delta(t)-\delta(t-2)=\frac{d}{dt}[rect\left(\frac{t-1}{2}\right)]$ thì $y(t)=\frac{d}{dt}[\Delta\left(\frac{t-4}{2}\right)+\Delta\left(\frac{t-5}{2}\right)]$ hay: $y(t)=[rect\left(t-3.5\right)-rect\left(t-5.5\right)]$. Khi đó nếu $f(t)=\delta(t-2)-\delta(t-4)$ thì $y(t)=[rect\left(t-5.5\right)-rect\left(t-7.5\right)]$



Bài 3.

a) Xác định đáp ứng xung

- Tìm $h_a(t)$:

  + Do hệ thống nhân quả nên khi t<0 → $h_a(t)=0$

  + Khi t>0 ha(t) là nghiệm của $(D+4)h_a(t)=0$ → $ha(t)=Ke^{-4t}$

  + Áp dụng điều kiện đầu : $h_a(0^+)=1$ → K=1

  + Vậy $ha(t)=e^{-4t}u(t)$

- Tìm h(t): $h(t)=P(D)h_a(t)=Dh_a(t)=\delta(t)-4e^{-4t}u(t)$

b) Tìm đáp ứng của hệ thống khi ngõ vào là f(t)=u(t-2):

- Ta có $y(t)=f(t)*h(t)=u(t-2)*[\delta(t)-4e^{-4t}u(t)]=u(t-2)-u(t-2)*4e^{-4t}u(t)$

- Tính $u(t-2)*4e^{-4t}u(t)$:

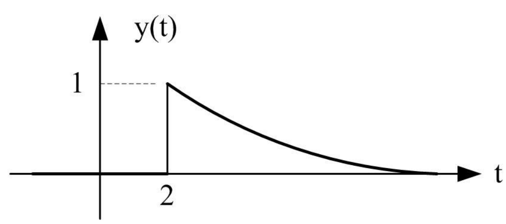
  + Khi t<2 → $u(t-2)*4e^{-4t}u(t)=0$

  + Khi t>2: $u(t-2)*4e^{-4t}u(t)=4\int_0^{t-2} e^{-4\tau}d\tau = 1-e^{-4(t-2)}$

  + Vậy : $u(t-2)*4e^{-4t}u(t)=[1-e^{-4(t-2)}]u(t-2)$

- Kết quả: $y(t) = e^{-4(t-2)}u(t-2)$

- Vẽ y(t):



Bài 4.

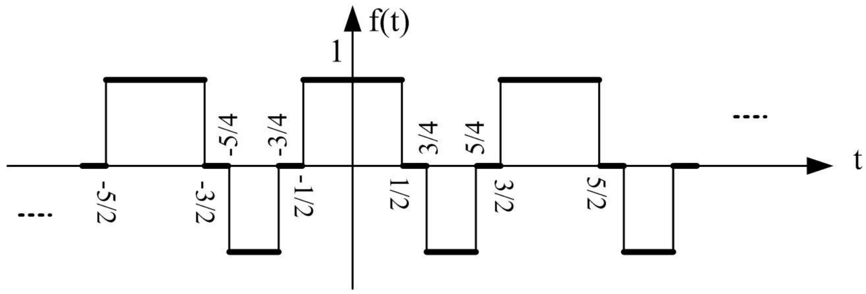
a) Ta có $\int_{-\infty}^{+\infty}|h(t)|dt=\int_{-\infty}^{+\infty}|5e^{-5|t|}\sin(2t)|dt \le \int_{-\infty}^{+\infty}|5e^{-5|t|}|dt=5\int_{-\infty}^{0} e^{5t}dt+5\int_{0}^{+\infty} e^{-5t}dt=2$ → HT ổn định

b) PT đặc trưng $Q(\lambda)=(\lambda+2)(\lambda^2+\lambda+1)=0$ có các tất cả các nghiệm là -2, $\frac{-1\pm j\sqrt{3}}{2}$ nằm bên trái của mặt phẳng phức → hệ thống ổn định.

c) PT đặc trưng $Q(\lambda)=(\lambda+2)(\lambda^2-\lambda+1)=0$ có các nghiệm là -2, $\frac{1\pm j\sqrt{3}}{2}$ → HT không ổn định vì có nghiệm nằm bên phải của mặt phẳng phức.

Bài 5.

a) Vẽ tín hiệu f(t)



b) Xác định chuỗi Fourier phức: $\omega_0=2\pi/T=\pi(\text{rad/s}) \Rightarrow f(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} D_n e^{jn\pi t}$ với:

$$D_0=\frac{1}{2}\int_{-1}^{1} f(t)dt=-\frac{1}{2}\int_{-1}^{-3/4} dt+\frac{1}{2}\int_{-1/2}^{1/2} dt-\frac{1}{2}\int_{3/4}^{1} dt=\frac{1}{4}$$

$$D_n=\frac{1}{2}\int_{-1}^{1} f(t)e^{-jn\pi t}dt=-\frac{1}{2}\int_{-1}^{-3/4} e^{-jn\pi t}dt+\frac{1}{2}\int_{-1/2}^{1/2} e^{-jn\pi t}dt-\frac{1}{2}\int_{3/4}^{1} e^{-jn\pi t}dt$$

$$D_n=\frac{1}{j2n\pi}[e^{j\frac{3n\pi}{4}}-e^{jn\pi}]-\frac{1}{j2n\pi}[e^{-j\frac{n\pi}{2}}-e^{j\frac{n\pi}{2}}]+\frac{1}{j2n\pi}[e^{-jn\pi}-e^{-j\frac{3n\pi}{4}}]$$

$$D_n=\frac{1}{n\pi}\left[\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)+\sin\left(\frac{3n\pi}{4}\right)\right]=\frac{1}{n\pi}\left[\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)-(-1)^n\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)\right]$$

Vậy: $f(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{n\pi}\left[\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)-(-1)^n\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)\right]e^{jn\pi t}$

c) Ta có $\text{rect}\left(\frac{t}{3\pi}\right)\leftrightarrow 3\pi\sin c\left(\frac{3}{2}\pi\omega\right)$ suy ra $3\pi\sin c\left(\frac{3}{2}\pi t\right)\leftrightarrow 2\pi\text{rect}\left(\frac{-\omega}{3\pi}\right)=2\pi\text{rect}\left(\frac{\omega}{3\pi}\right)$ kết quả:

$$h(t)=3\sin c\left(\frac{3}{2}\pi t\right)\leftrightarrow H(\omega)=2\text{rect}\left(\frac{\omega}{3\pi}\right)$$

Vậy : $y(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} D_n H(n\pi)e^{jn\pi t}=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{n\pi}\left[\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)-(-1)^n\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)\right]2\text{rect}\left(\frac{n\pi}{3\pi}\right)e^{jn\pi t}$

$$\Leftrightarrow y(t)=\frac{1}{2}+\frac{2+\sqrt{2}}{\pi}e^{j\pi t}+\frac{2+\sqrt{2}}{\pi}e^{-j\pi t}=\frac{1}{2}+\frac{4+2\sqrt{2}}{\pi}\cos(\pi t)$$

Bài 6.

a) $z(t)=f(t-1)\leftrightarrow F(\omega)e^{-j\omega}\Rightarrow v(t)=z(0.5t)\leftrightarrow 2F(2\omega)e^{-j2\omega}\Rightarrow f_1(t)=v(-t)\leftrightarrow F_1(\omega)=2F(-2\omega)e^{j2\omega}$

b) $f_2(t)=\frac{1}{2}f(t)[1-\cos(200t)]=\frac{1}{2}f(t)-\frac{1}{4}f(t)e^{j200t}-\frac{1}{4}f(t)e^{-j200t}\leftrightarrow F_2(\omega)=\frac{1}{2}F(\omega)-\frac{1}{4}F(\omega-200)-\frac{1}{4}F(\omega+200)$

Bài 7.

a) $F_1(\omega)=F(\omega+2\pi)\cos(2\omega)=\frac{1}{2}F(\omega+2\pi)[e^{j2\omega}+e^{-j2\omega}]$

$$f(t)e^{-j2\pi t}\leftrightarrow F(\omega+2\pi)\Rightarrow\begin{cases}f(t-2)e^{-j2\pi(t-2)}=f(t-2)e^{-j2\pi t}\leftrightarrow F(\omega+2\pi)e^{-j2\omega}\\ f(t+2)e^{-j2\pi(t+2)}=f(t+2)e^{-j2\pi t}\leftrightarrow F(\omega+2\pi)e^{j2\omega}\end{cases}\Rightarrow f_1(t)=\frac{1}{2}[f(t-2)+f(t+2)]e^{-j2\pi t}$$

b) $F_2(\omega)=\pi[F(-1)+F(1)]\delta(\omega)+[F(\omega-1)+F(\omega+1)]/j\omega=\pi G(0)\delta(\omega)+G(\omega)/j\omega$ với $G(\omega)=F(\omega-1)+F(\omega+1)$

$\Rightarrow g(t)=f(t)[e^{jt}+e^{-jt}]=2f(t)\cos t \Rightarrow f_2(t)=\int_{-\infty}^{t} g(\tau)d\tau=2\int_{-\infty}^{t} f(\tau)\cos(\tau)d\tau$

--Hết---