

Lecture 6

Chương 3: Phân tích và thực hiện hệ thống LTI dùng biến đổi Laplace (cont...)

Chương 3: PT và thực hiện HT LTI dùng BĐ Laplace

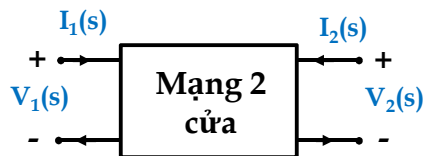
3.4. Thực hiện HT LTI nhân quả bằng mạch điện

3.4. Thực hiện hệ thống LTI bằng mạch điện

3.4.1. Mạng hai cửa

a) Giới thiệu

Để thực hiện hệ thống LTI bằng mạch điện, dùng mạng hai cửa (bên trong chứa mạch điện) có mô hình như sau:

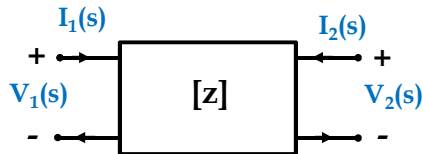


Trong tập 4 tín hiệu $\{V_1(s), I_1(s), V_2(s)$ và $I_2(s)\}$ chỉ có hai tín hiệu độc lập, hai tín hiệu còn lại phụ thuộc.

Các tín hiệu phụ thuộc ràng buộc bởi các tín hiệu độc lập và thông số đặc trưng của mạng 2 cửa.

Thông số đặc trưng cho mạng hai cửa là các ma trận 2×2 tùy thuộc vào việc chọn tín hiệu độc lập.

b) Ma trận trở kháng [z]



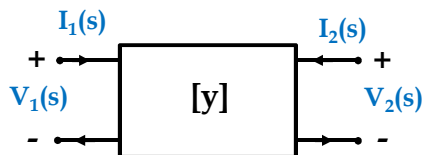
$$\begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}(s) & Z_{12}(s) \\ Z_{21}(s) & Z_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = [z] \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix}$$

$$Z_{11}(s) = \left. \frac{V_1(s)}{I_1(s)} \right|_{I_2(s)=0} \quad Z_{21}(s) = \left. \frac{V_2(s)}{I_1(s)} \right|_{I_2(s)=0}$$

$$Z_{12}(s) = \left. \frac{V_1(s)}{I_2(s)} \right|_{I_1(s)=0} \quad Z_{22}(s) = \left. \frac{V_2(s)}{I_2(s)} \right|_{I_1(s)=0}$$

**Ma trận
các trở
kháng
hở
mạch**

c) Ma trận dẫn nạp [y]



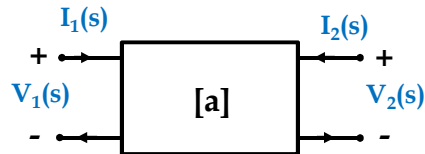
$$\begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}(s) & Y_{12}(s) \\ Y_{21}(s) & Y_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} = [y] \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix}$$

$$Y_{11}(s) = \left. \frac{I_1(s)}{V_1(s)} \right|_{V_2(s)=0} \quad Y_{21}(s) = \left. \frac{I_2(s)}{V_1(s)} \right|_{V_2(s)=0}$$

$$Y_{12}(s) = \left. \frac{I_1(s)}{V_2(s)} \right|_{V_1(s)=0} \quad Y_{22}(s) = \left. \frac{I_2(s)}{V_2(s)} \right|_{V_1(s)=0}$$

**Ma trận
các dẫn
nạp
ngắn
mạch**

d) Ma trận chuỗi [a] - ma trận ABCD



$$\begin{bmatrix} V_1(s) \\ I_1(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2(s) \\ -I_2(s) \end{bmatrix} = [a] \begin{bmatrix} V_2(s) \\ -I_2(s) \end{bmatrix}$$

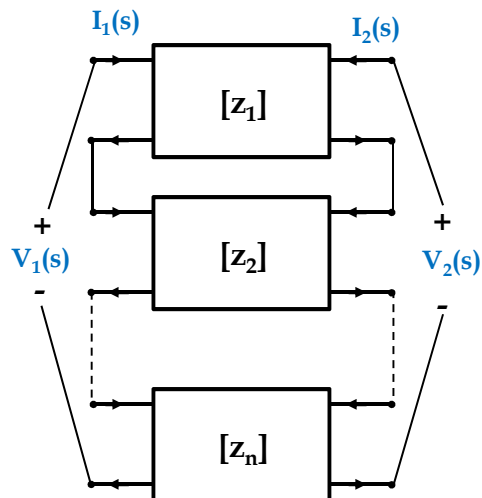
$$\frac{1}{A(s)} = \left. \frac{V_2(s)}{V_1(s)} \right|_{I_2(s)=0} \xrightarrow{\text{VTF}} \frac{1}{C(s)} = \left. \frac{V_2(s)}{I_1(s)} \right|_{I_2(s)=0}$$

$$\frac{1}{B(s)} = \left. \frac{-I_2(s)}{V_1(s)} \right|_{V_2(s)=0} \quad \frac{1}{D(s)} = \left. \frac{-I_2(s)}{I_1(s)} \right|_{V_2(s)=0} \xrightarrow{\text{CTF}}$$

e) Kết nối mạng hai cửa

Ghép nối tiếp:

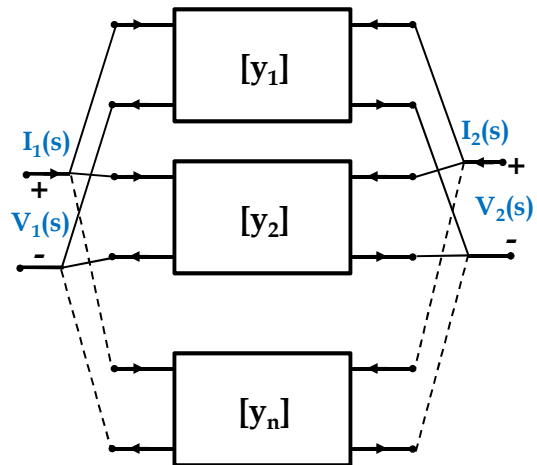
$$[Z] = [Z_1] + [Z_2] + \dots + [Z_n]$$



e) Kết nối mạng hai cửa

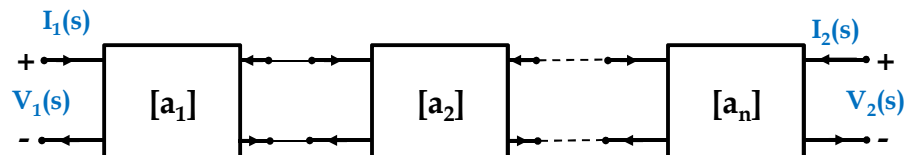
Ghép song song:

$$[y] = [y_1] + [y_2] + \dots + [y_n]$$



e) Kết nối mạng hai cửa

Ghép liên tầng: $[a] = [a_1][a_2] \dots [a_n]$



f) Chuyển đổi giữa các ma trận [z], [y] và [a]

Ma trận	[y]	[z]	[a]
[y]	$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{Y_{22}}{\Delta y} & \frac{-Y_{12}}{\Delta y} \\ \frac{-Y_{21}}{\Delta y} & \frac{Y_{11}}{\Delta y} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{-Y_{22}}{Y_{21}} & \frac{-1}{Y_{21}} \\ \frac{-\Delta y}{Y_{21}} & \frac{-Y_{11}}{Y_{21}} \end{bmatrix}$
[z]	$\begin{bmatrix} \frac{Z_{22}}{\Delta z} & \frac{-Z_{12}}{\Delta z} \\ \frac{-Z_{21}}{\Delta z} & \frac{Z_{11}}{\Delta z} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{\Delta z}{Z_{21}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{bmatrix}$
[a]	$\begin{bmatrix} \frac{D}{B} & \frac{-\Delta a}{B} \\ \frac{-1}{B} & \frac{A}{B} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{A}{C} & \frac{\Delta a}{C} \\ \frac{1}{C} & \frac{D}{C} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$

$$\Delta z = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}, \Delta y = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}, \Delta a = AD - BC$$

g) Các dạng ma trận khác

Ma trận [h]: $\begin{bmatrix} V_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = [h] \begin{bmatrix} I_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix}$

Ma trận [g]: $\begin{bmatrix} I_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} = [g] \begin{bmatrix} V_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix}$

Ma trận [α]: $\begin{bmatrix} V_2(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = [\alpha] \begin{bmatrix} V_1(s) \\ -I_1(s) \end{bmatrix}$

h) Nguyên lý tỉ lệ trở kháng

Nếu tất cả các trở kháng trên các nhánh trong mạng 2 cửa tăng lên k lần " **$R \leftarrow kR$; $C \leftarrow C/k$, $L \leftarrow kL$** " \rightarrow các trở kháng trong ma trận $[z]$ sẽ tăng lên k lần; các dẫn nạp trong ma trận $[y]$ sẽ giảm đi k lần. Khi đó, tùy vào việc xem tín hiệu nào là độc lập, ta có:

$$\begin{bmatrix} V_1'(s) \\ V_2'(s) \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} Z_{11}(s) & Z_{12}(s) \\ Z_{21}(s) & Z_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} \xrightarrow{\quad} \frac{V_2'(s)}{V_1'(s)} = \frac{V_2(s)}{V_1(s)}$$

$$\begin{bmatrix} I_1'(s) \\ I_2'(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{k} \begin{bmatrix} Y_{11}(s) & Y_{12}(s) \\ Y_{21}(s) & Y_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} \xrightarrow{\quad} \frac{I_2'(s)}{I_1'(s)} = \frac{I_2(s)}{I_1(s)}$$

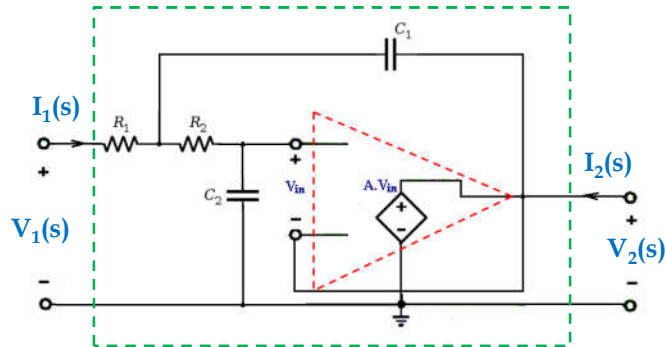
Kết luận: "VTF và CTF không đổi"

3.4. Thực hiện hệ thống LTI bằng mạch điện

3.4.2. Thực hiện HT LTI nhân quả dùng mạch Op-amp

a) Đặc điểm của mạng 2 cửa chứa Op-amp

(a-1) Op-amp lý tưởng: $R_i = \infty$, $R_o = 0$, $A = \infty$



$$\Rightarrow [a] = \begin{bmatrix} A(s) & 0 \\ C(s) & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Với: } \frac{1}{A(s)} = \frac{V_2(s)}{V_1(s)}; \frac{A(s)}{C(s)} = \frac{V_1(s)}{I_1(s)}$$

a) Đặc điểm của mạng 2 cửa chứa Op-amp

Nhận xét: khi ghép liên tầng các mạng 2 cửa chứa Op-amp lý tưởng thì:

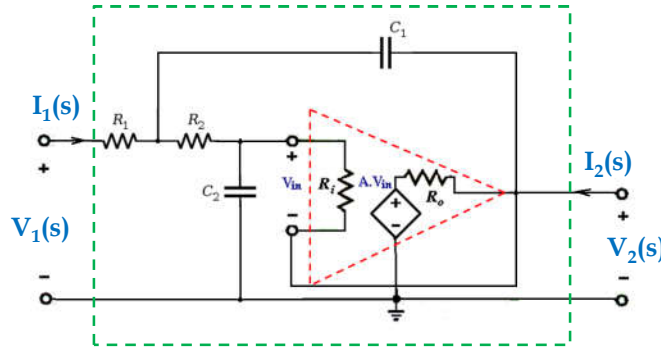
$$[a] = [a_1][a_2] \dots [a_n] = \begin{bmatrix} A(s) & 0 \\ C(s) & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Với: } \begin{cases} A(s) = A_1(s)A_2(s) \dots A_n(s) \\ C(s) = C_1(s)A_2(s) \dots A_n(s) \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } \frac{1}{A(s)} = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{1}{A_1(s)A_2(s) \dots A_n(s)}; \frac{A(s)}{C(s)} = \frac{V_1(s)}{I_1(s)} = \frac{A_1(s)}{C_1(s)}$$

Kết luận: “ $VTF = VTF_1 VTF_2 \dots VTF_n$ ” \rightarrow ghép module khi thực hiện VTF dùng Op-amp.

a) Đặc điểm của mạng 2 cửa chứa Op-amp

(a-2) **Op-amp thực tế:** $R_i > 1\text{M}\Omega$, $R_o < 200\Omega$, $A = 10^4 \div 10^5$



COMMERCIAL OP-AMPS AND THEIR MODEL VALUES

MANUFACTURER	PART No	A	Ri[MOhm]	Ro[Ohm]
National	LM324	100,000	1	20
National	LMC6492	50,000	10	150
Maxim	MAX4240	20,000	45	160

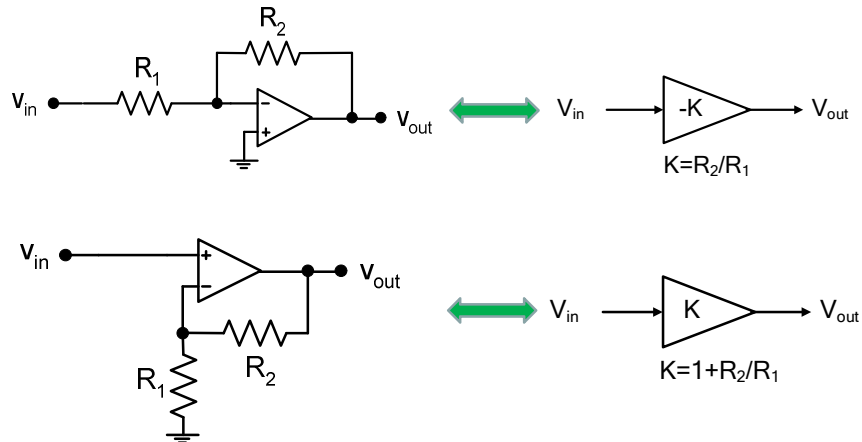
a) Đặc điểm của mạng 2 cửa chứa Op-amp

Nhận xét: Nếu chọn các điện trở trong mạch sao cho rất nhỏ hơn R_i và rất lớn hơn so với R_o “**R: vài kΩ → vài trăm kΩ**” thì có thể xem mô hình Op-amp thực tế như mô hình Op-amp lý tưởng

Kết luận: “ **$VTF = VTF_1 VTF_2 \dots VTF_n$** ” → ghép module khi thực hiện VTF dùng Op-amp chú ý tới trở kháng vào của tầng sau phải vài kΩ trở lên.

b) Các dạng mạch Op-amp cơ bản

Bộ khuếch đại:



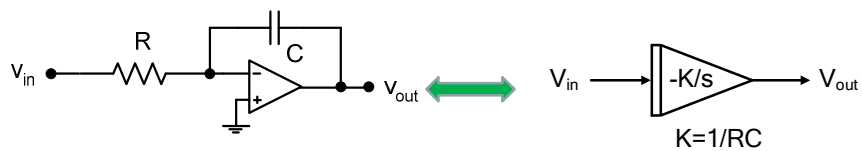
Signals and Systems

--HK191--

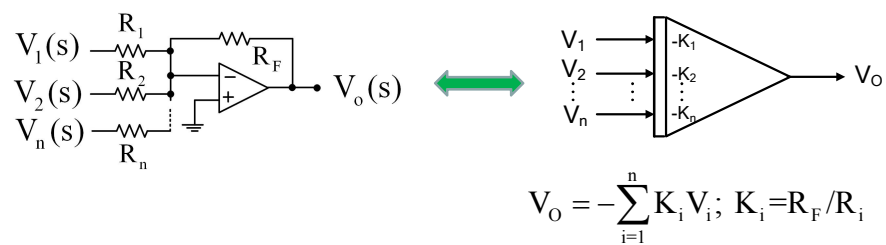
© Tran Quang Viet – FEEE – HCMUT

b) Các dạng mạch Op-amp cơ bản

Bộ tích phân:



Bộ cộng:



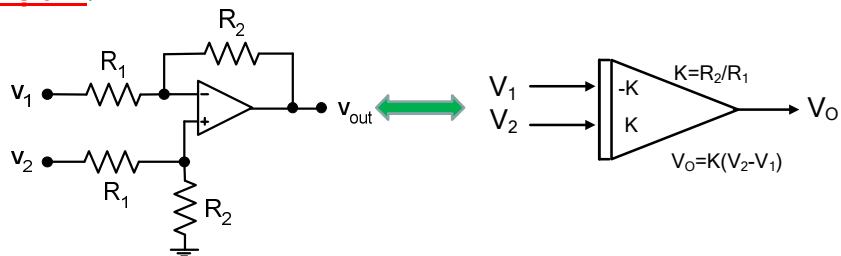
Signals and Systems

--HK191--

© Tran Quang Viet – FEEE – HCMUT

b) Các dạng mạch Op-amp cơ bản

Bộ trừ:

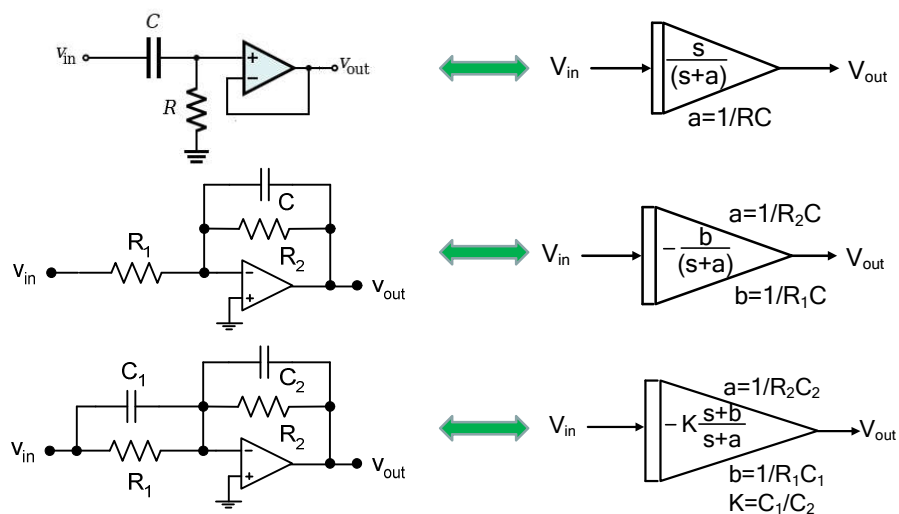


Các hệ thống bậc 1:



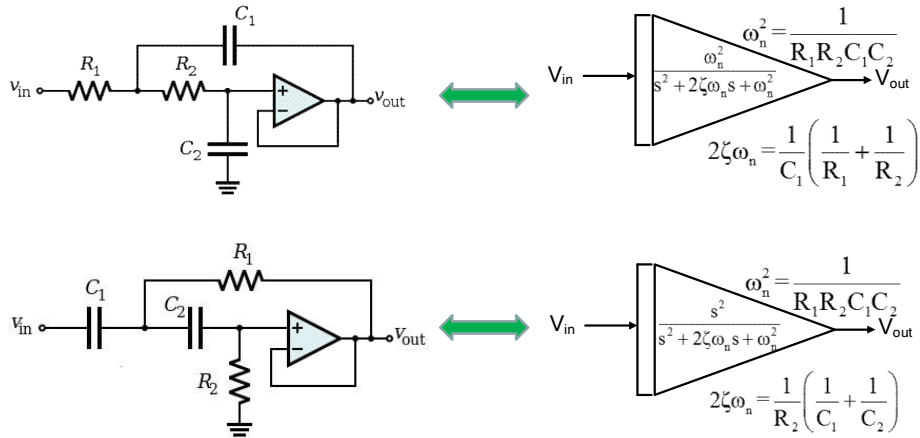
b) Các dạng mạch Op-amp cơ bản

Các hệ thống bậc 1:



b) Các dạng mạch Op-amp cơ bản

Các hệ thống bậc 2:



Signals and Systems

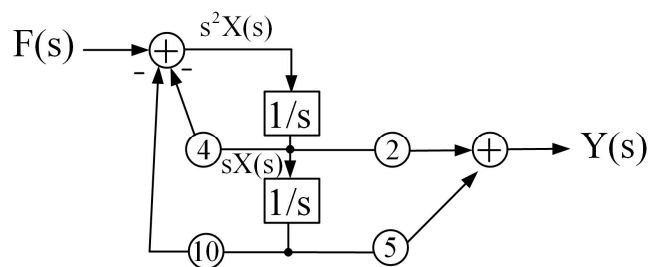
--HK191--

© Tran Quang Viet – FEEE – HCMUT

c) Phương pháp trực tiếp 2

Ví dụ: thực hiện hệ thống có hàm truyền $H(s) = \frac{2s+5}{s^2+4s+10}$ bằng mạch điện Op-amp

Bước 1: Vẽ sơ đồ khối dạng trực tiếp (chính tắc)



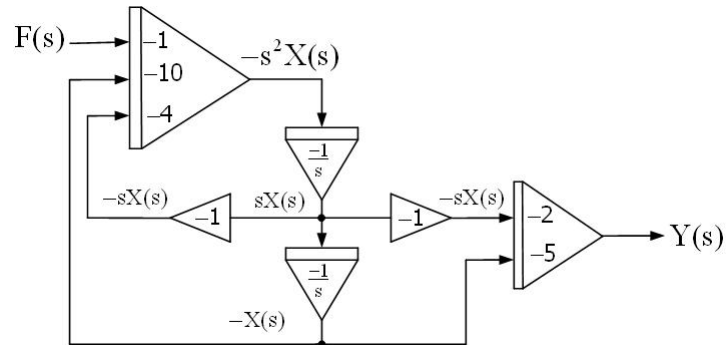
Signals and Systems

--HK191--

© Tran Quang Viet – FEEE – HCMUT

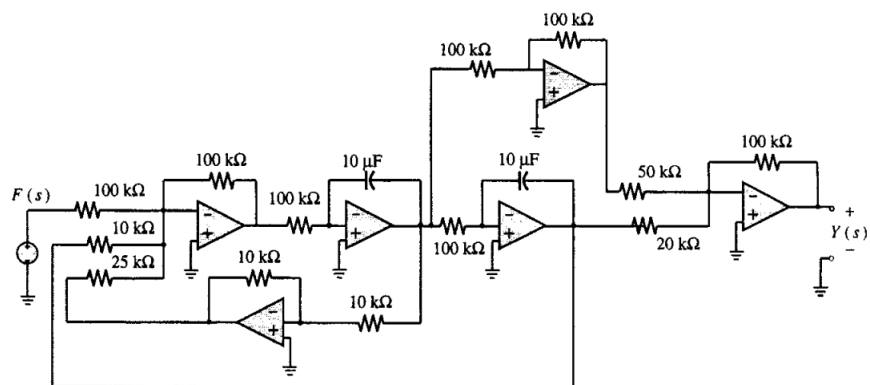
c) Phương pháp trực tiếp 2

Bước 2: Thay đổi sơ đồ khối để có thể dùng mạch Op-amp



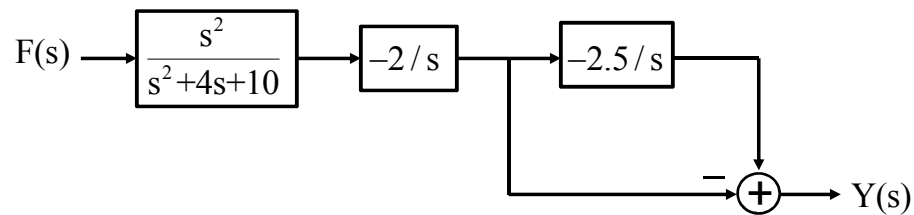
c) Phương pháp trực tiếp 2

Bước 3: Vẽ mạch thực hiện



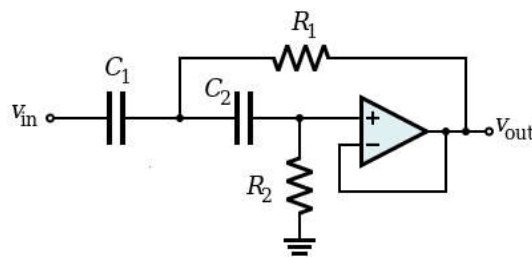
d) Phương ghép liên tầng & song song các hệ thống LTI

Ví dụ: thực hiện hệ thống có hàm truyền $H(s) = \frac{2s+5}{s^2+4s+10}$ bằng mạch điện Op-amp



d) Phương ghép liên tầng & song song các hệ thống LTI

Thực hiện hàm truyền: $\frac{s^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{s^2}{s^2 + 4s + 10}$



$$\omega_n^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} = 10$$

$$2\zeta\omega_n = \frac{1}{R_2} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = 4$$

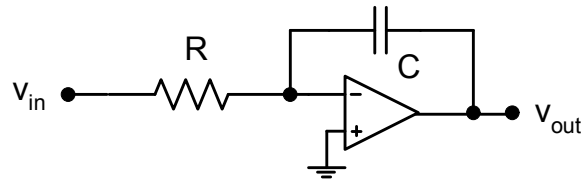
Chọn $C_1 = C_2 = 10\mu\text{F}$

→ $R_2 = 50\text{k}\Omega$

→ $R_1 = 20\text{k}\Omega$

d) Phương ghép liên tầng & song song các hệ thống LTI

Thực hiện hàm truyền: $-2 / s = -(1 / RC) / s$



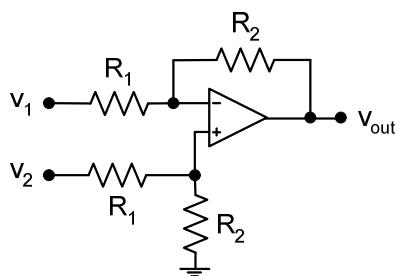
Chọn $C=10\mu\text{F}$ $\Rightarrow R = 50\text{k}\Omega$

Thực hiện hàm truyền: $-2.5 / s = -(1 / RC) / s$

Chọn $C=10\mu\text{F}$ $\Rightarrow R = 40\text{k}\Omega$

d) Phương ghép liên tầng & song song các hệ thống LTI

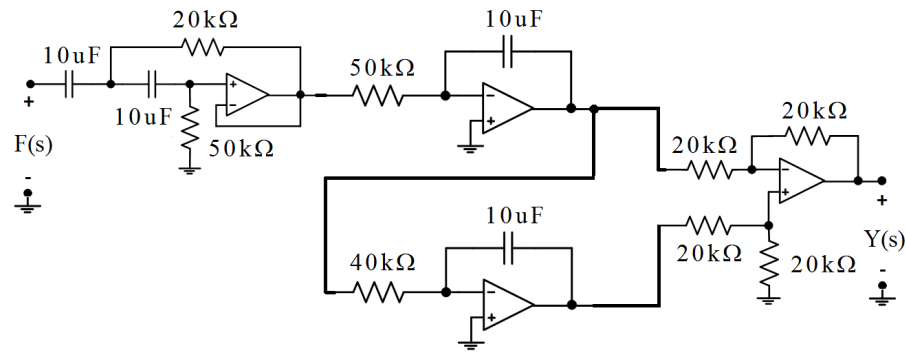
Thực hiện mạch trừ: $\frac{R_2}{R_1} [V_2(s) - V_1(s)] = V_2(s) - V_1(s)$



Chọn $R_1=R_2=20\text{k}\Omega$

d) Phương ghép liên tầng & song song các hệ thống LTI

Kết nối mạch theo sơ đồ khối:

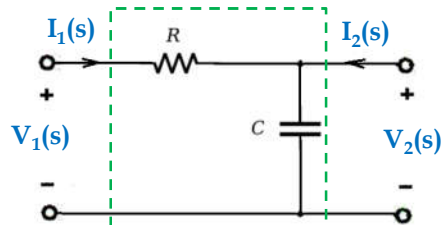


3.4. Thực hiện hệ thống LTI bằng mạch điện

3.4.3. Thực hiện HT LTI nhân quả dùng mạch L-C

a) Đặc điểm của mạng 2 cửa thụ động chứa R-L-C

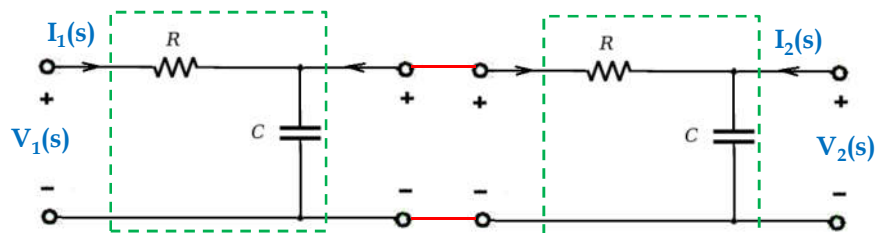
Ví dụ: Khảo sát mạng 2 cửa chứa R-C sau đây:



$$[a] = \begin{bmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} RCs+1 & R \\ Cs & 1 \end{bmatrix}$$

$$H(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{1}{A(s)} = \frac{1}{RCs+1}$$

d) Đặc điểm của mạng 2 cửa thụ động chứa R-L-C



$$[a] = \begin{bmatrix} RCs+1 & R \\ Cs & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} RCs+1 & R \\ Cs & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (RCs+1)^2 + RCs & R(RCs+1) + R \\ Cs(RCs+1) + Cs & RCs+1 \end{bmatrix}$$

$$H(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{1}{(RCs+1)^2 + RCs} \neq \frac{1}{(RCs+1)^2}$$

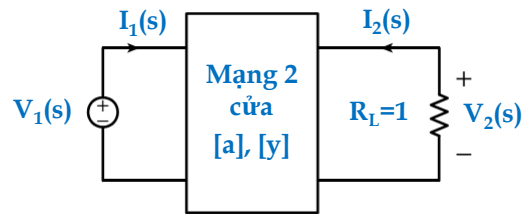
Nhận xét: Không thể ghép các module mạch R-L-C để thực hiện hệ thống LTI như cách dùng Op-amp được

b) Thực hiện VTF với tải R_L dùng MHC LC dạng "Ladder"

Dạng hàm truyền VTF: $H(s)$ chỉ chứa cực và ổn định \rightarrow các cực nằm ở nửa trái của mặt phẳng phức, $H(s)$ có dạng:

$$H(s) = \frac{k}{D(s)} = \frac{k}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$

Mô hình hệ thống: dùng MHC kết thúc bởi tải $R_L \rightarrow$ thực hiện với $R_L=1$ sau đó dùng nguyên lý tỉ lệ trở kháng ($1 \leftarrow R_L$, $L_i \leftarrow R_L L_i$, $C_i \leftarrow C_i/R_L$)



Signals and Systems

--HK191--

© Tran Quang Viet – FEEE – HCMUT

b) Thực hiện VTF với tải R_L dùng MHC LC dạng "Ladder"

Xác định hàm truyền áp:

$$H(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{-Y_{21}(s)}{1 + Y_{22}(s)}$$

Đặc trưng của trở kháng & dẫn nạp của mạng LC :

$$Z_{LC}(s) = \frac{1}{Y_{LC}(s)} = \frac{m(s)}{n(s)} \quad \text{Hoặc} \quad Z_{LC}(s) = \frac{1}{Y_{LC}(s)} = \frac{n(s)}{m(s)}$$

Trong đó $n(s)$ là đa thức bậc lẻ & $m(s)$ đa thức bậc chẵn; bậc của $m(s)$ và $n(s)$ khác nhau một đơn vị

Signals and Systems

--HK191--

© Tran Quang Viet – FEEE – HCMUT

b) Thực hiện VTF với tải R_L dùng MHC LC dạng "Ladder"

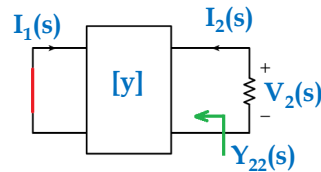
Phương trình hàm truyền được viết lại:

$$H(s) = \frac{k}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} = \frac{k}{m(s) + n(s)} = \frac{\frac{k}{n(s)}}{1 + \frac{m(s)}{n(s)}} = \frac{-Y_{21}(s)}{1 + Y_{22}(s)}$$

$$\longrightarrow Y_{21}(s) = -\frac{k}{n(s)}; Y_{22}(s) = \frac{m(s)}{n(s)}$$

Nhận xét: thực hiện $Y_{22}(s)$ sẽ tự động thực hiện các cực của $Y_{21}(s) \rightarrow$ Chỉ quan tâm thực hiện $Y_{22}(s)$ là đủ.

$$Y_{22}(s) = \frac{m(s)}{n(s)} = \frac{I_2(s)}{V_2(s)} \Big|_{V_1(s)=0}$$



b) Thực hiện VTF với tải R_L dùng MHC LC dạng "Ladder"

Trường hợp 1: bậc của $m(s)$ lớn hơn bậc của $n(s)$ một đơn vị
 \rightarrow thực hiện $Y_{22}(s)$

Ví dụ 1: thực hiện hàm truyền $H(s)$ với $R_L = 100\Omega$ và tìm giá trị của k .

$$H(s) = \frac{k}{2s^4 + 2s^3 + 6s^2 + 5s + 2}$$

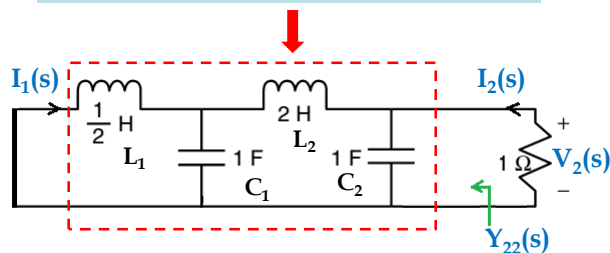
Giải: $Y_{22}(s) = \frac{m(s)}{n(s)} = \frac{2s^4 + 6s^2 + 2}{2s^3 + 5s}$. Khai triển $Y_{22}(s)$, ta có:

$$Y_{22}(s) = s + \frac{1}{\frac{2s^3 + 5s}{s^2 + 2}} = s + \frac{1}{2s + \frac{1}{\frac{s^2 + 2}{s}}} = s + \frac{1}{2s + \frac{1}{s + \frac{2}{s}}}$$

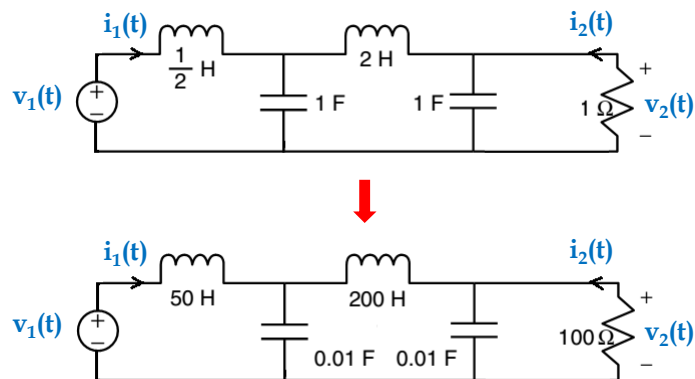
b) Thực hiện VTF với tải R_L dùng MHC LC dạng "Ladder"

$$Y_{22}(s) = s + \frac{1}{2s + \frac{1}{s + \frac{2}{s}}}$$

$C_2 s = s$
 $L_2 s = 2s$
 $C_1 s = s$
 $\frac{1}{L_1 s} = \frac{2}{s}$



b) Thực hiện VTF với tải R_L dùng MHC LC dạng "Ladder"



Nhận xét: tại $s=0 \rightarrow H(s)=k/2$, theo sơ đồ mạch thì L ngắn mạch, C hở mạch $\rightarrow H(s=0)=V_2/V_1=1$. Vậy: **K=2**.

b) Thực hiện VTF với tải R_L dùng MHC LC dạng "Ladder"

Trường hợp 2: bậc của $m(s)$ nhỏ hơn bậc của $n(s)$ một đơn vị \rightarrow thực hiện $1/Y_{22}(s)$

Ví dụ 2: thực hiện hàm truyền $H(s)$ với $R_L=75\Omega$ và tìm giá trị của k .

$$H(s) = \frac{k}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$$

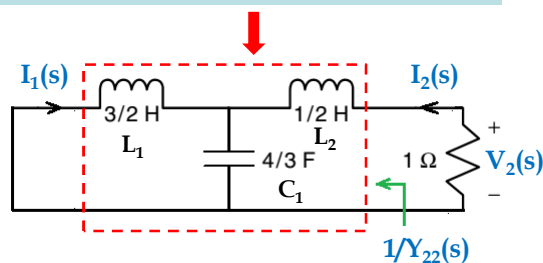
Giải: $Y_{22}(s) = \frac{m(s)}{n(s)} = \frac{2s^2 + 1}{s^3 + 2s}$. Khai triển $1/Y_{22}(s)$, ta có:

$$\frac{1}{Y_{22}(s)} = \frac{1}{2}s + \frac{1}{\frac{2s^2+1}{\frac{3}{2}s}} = \frac{1}{2}s + \frac{1}{\frac{4}{3}s + \frac{1}{\frac{3}{2}s}}$$

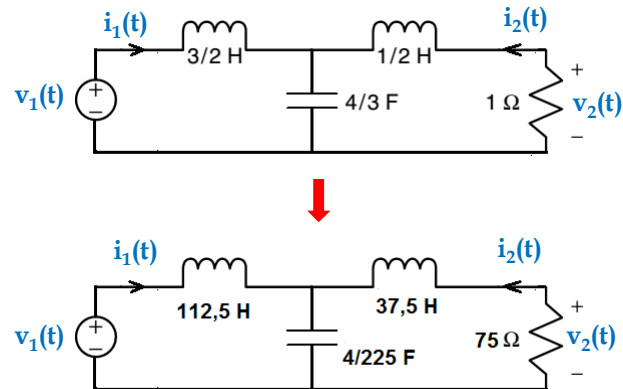
b) Thực hiện VTF với tải R_L dùng MHC LC dạng "Ladder"

$$\frac{1}{Y_{22}(s)} = \frac{1}{2}s + \frac{1}{\frac{4}{3}s + \frac{1}{\frac{3}{2}s}}$$

$L_2 s = \frac{1}{2}s$
 $C_1 s = \frac{4}{3}s$
 $L_1 s = \frac{3}{2}s$



b) Thực hiện VTF với tải R_L dùng MHC LC dạng "Ladder"



Nhận xét: tại $s=0 \rightarrow H(s)=k$, theo sơ đồ mạch thì L ngắn mạch, C hở mạch $\rightarrow H(s=0)=V_2/V_1=1$. Vậy: **K=1**.