

Môn học

CƠ SỞ TỰ ĐỘNG

Biên soạn: TS. Huỳnh Thái Hoàng

Bộ môn điều khiển tự động

Khoa Điện – Điện Tử

Đại học Bách Khoa TPHCM

Email: hthoang@hcmut.edu.vn

Homepage: www4.hcmut.edu.vn/~hthoang/

Giảng viên: HTHoàng, NVHảo, NĐHoàng, BTHuyền, HHPhương, HMTrí

Chương 5

ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN

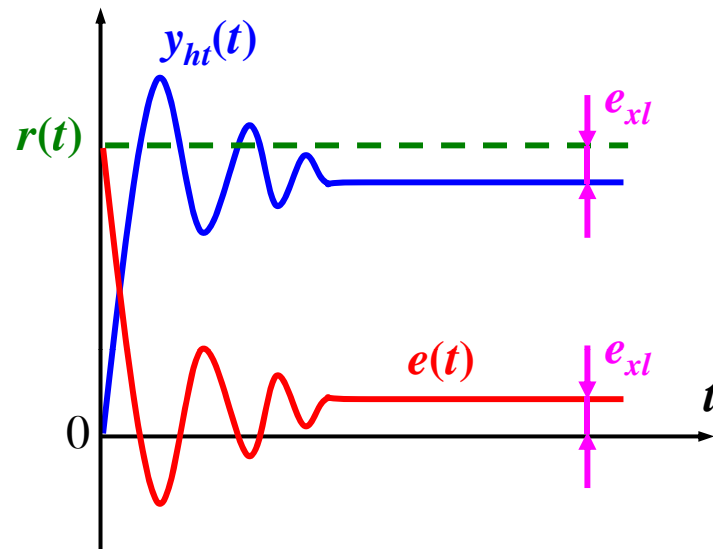
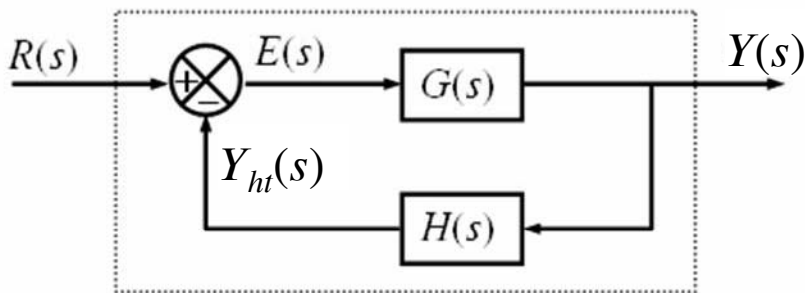


Nội dung chương 5

- ★ Các tiêu chuẩn chất lượng
- ★ Sai số xác lập
- ★ Đáp ứng quá độ
- ★ Các tiêu chuẩn tối ưu hóa đáp ứng quá độ
- ★ Quan hệ giữa chất lượng trong miền tần số và chất lượng trong miền thời gian

Các tiêu chuẩn chất lượng

Sai số xác lập



★ Sai số: là sai lệch giữa tín hiệu đặt và tín hiệu hồi tiếp.

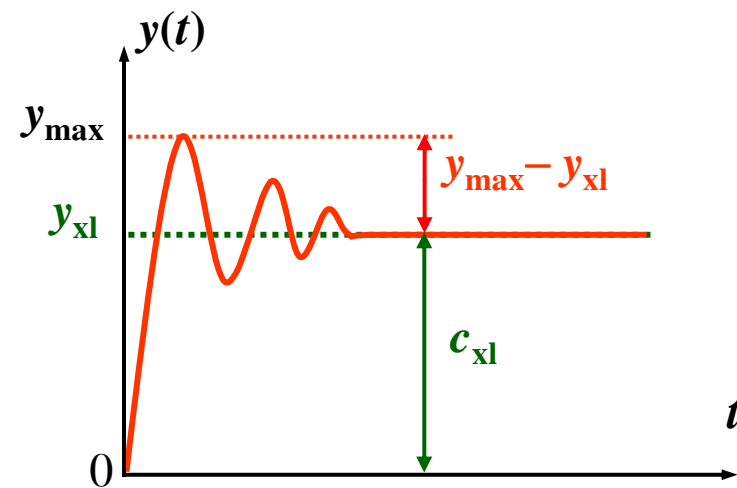
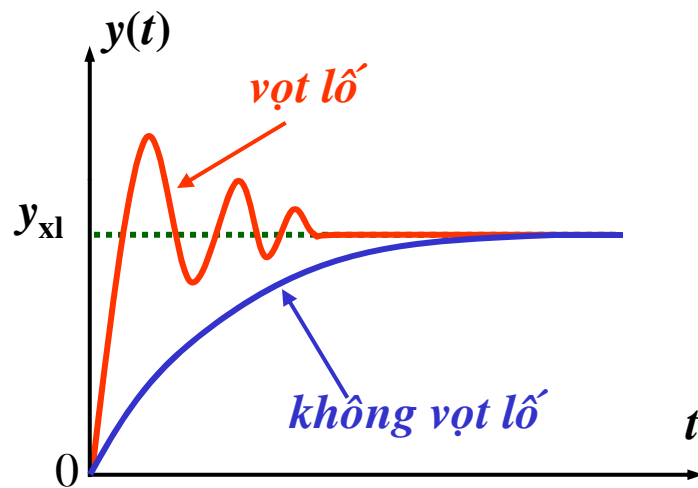
$$e(t) = r(t) - y_{ht}(t) \quad \Leftrightarrow \quad E(s) = R(s) - Y_{ht}(s)$$

★ Sai số xác lập: là sai số của hệ thống khi thời gian tiến đến vô cùng.

$$e_{xl} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \quad \Leftrightarrow \quad e_{xl} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

Đáp ứng quá độ: Độ vọt lố

- ★ **Hiện tượng vọt lố:** là hiện tượng đáp ứng của hệ thống vượt quá giá trị xác lập của nó.

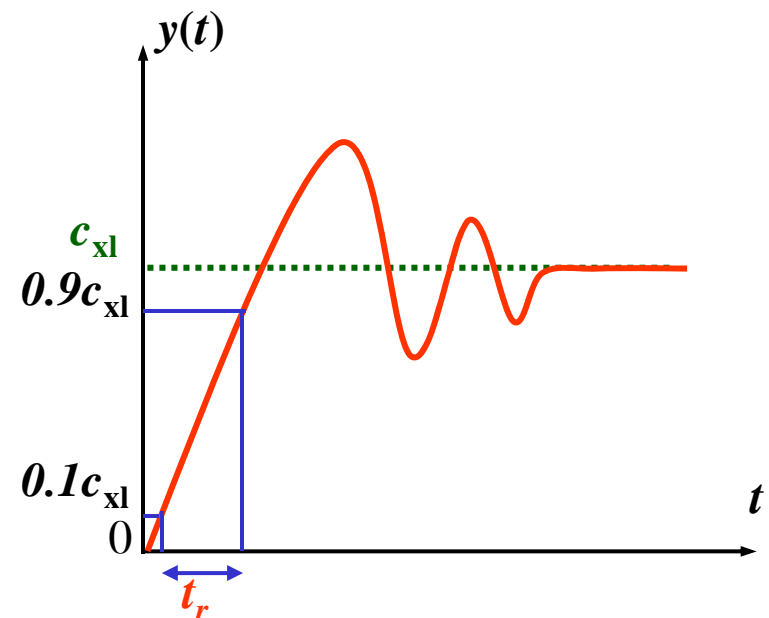
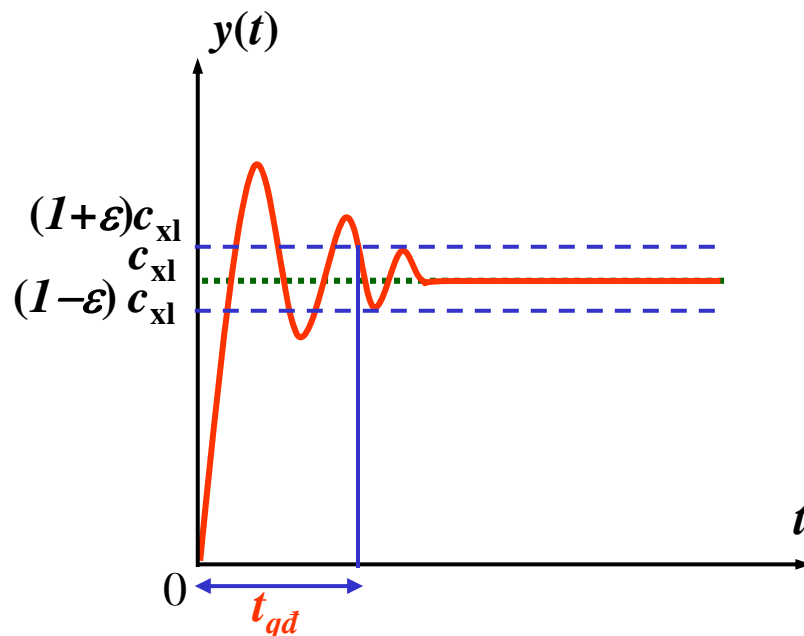


- ★ **Độ vọt lố:** (Percent of Overshoot – POT) là đại lượng đánh giá mức độ vọt lố của hệ thống, độ vọt lố được tính bằng công thức:

$$POT = \frac{y_{\max} - y_{xl}}{y_{xl}} \times 100\%$$

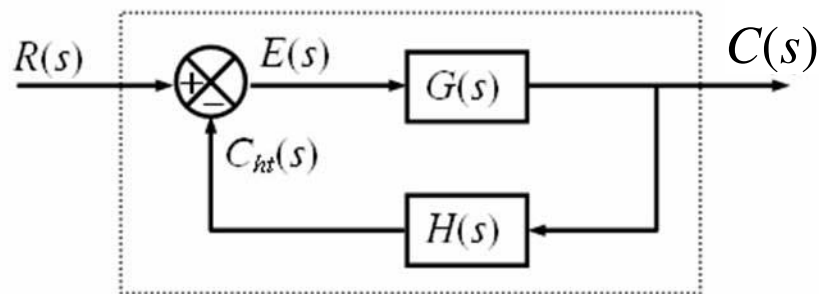
Đáp ứng quá độ: Thời gian quá độ – Thời gian lên

- ★ Thời gian quá độ (t_{qd}): là thời gian cần thiết để sai lệch giữa đáp ứng của hệ thống và giá trị xác lập của nó không vượt quá $\varepsilon\%$. $\varepsilon\%$ thường chọn là 2% (0.02) hoặc 5% (0.05)
- ★ Thời gian lên (t_r): là thời gian cần thiết để đáp ứng của hệ thống tăng từ 10% đến 90% giá trị xác lập của nó.



Sai số xác lập

Biểu thức sai số xác lập



★ Ta có:

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

★ Suy ra:

$$e_{xl} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

★ **Nhận xét:** sai số xác lập không chỉ phụ thuộc vào cấu trúc và thông số của hệ thống mà còn phụ thuộc vào tín hiệu vào.

Sai số xác lập khi tín hiệu vào là hàm nấc

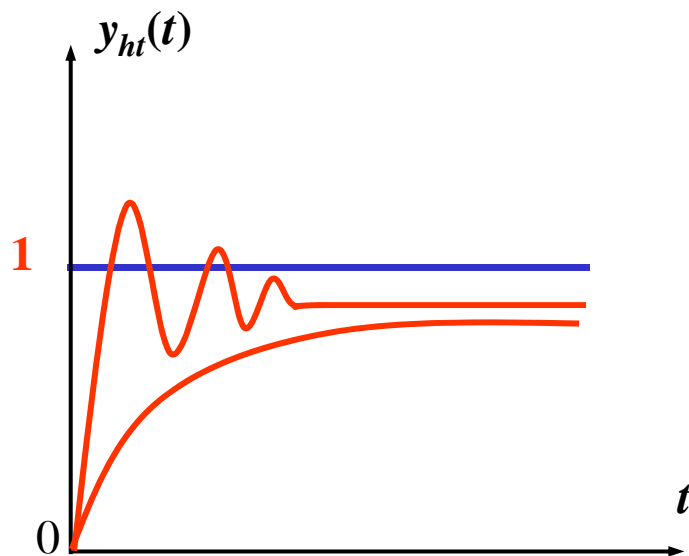
★ Nếu tín hiệu vào là hàm nấc đơn vị: $R(s) = 1/s$

$$e_{xl} = \frac{1}{1 + K_p}$$

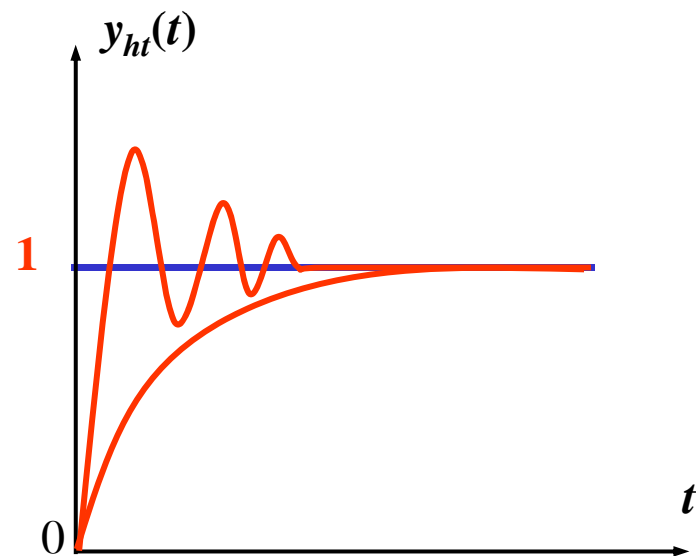
với

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s)$$

(hệ số vị trí)



$G(s)H(s)$ không có khâu tích phân lý tưởng



$G(s)H(s)$ có ít nhất 1 khâu tích phân lý tưởng

Sai số xác lập khi tín hiệu vào là hàm dốc

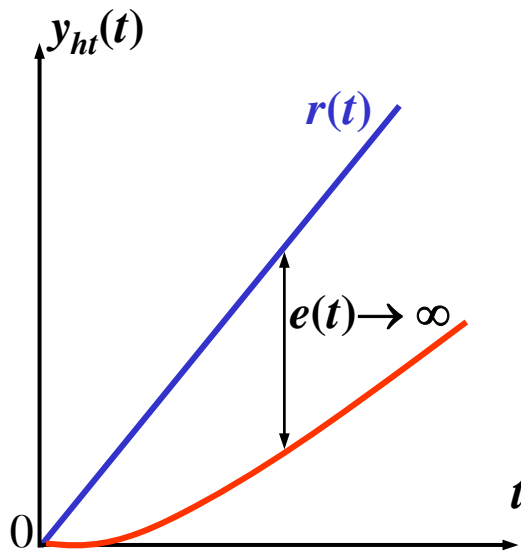
★ Nếu tín hiệu vào là hàm nấc đơn vị: $R(s) = 1/s^2$

$$e_{xl} = \frac{1}{K_v}$$

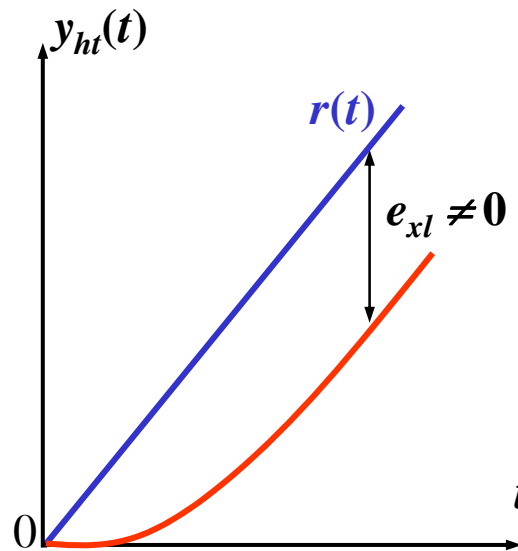
với

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)H(s)$$

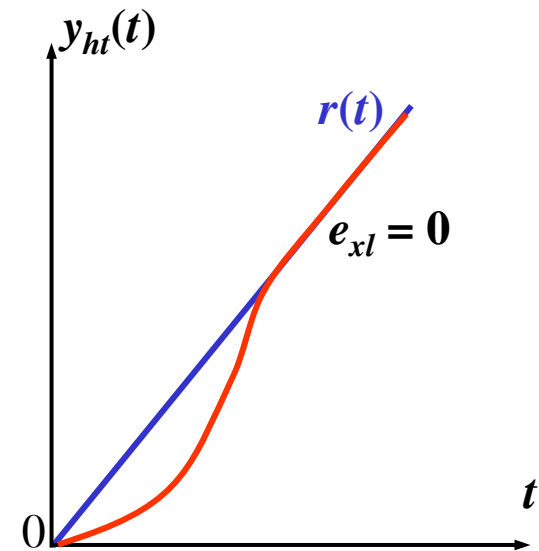
(hệ số vận tốc)



$G(s)H(s)$ không
có khâu TPLT



$G(s)H(s)$ có 1
khâu TPLT



$G(s)H(s)$ có nhiều
hơn 1 khâu TPLT

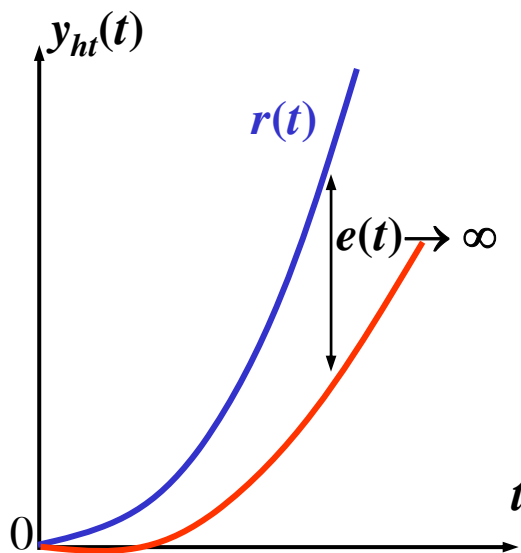
Sai số xác lập khi tín hiệu vào là hàm parabol

★ Nếu tín hiệu vào là hàm parabol: $R(s) = 1/s^3$

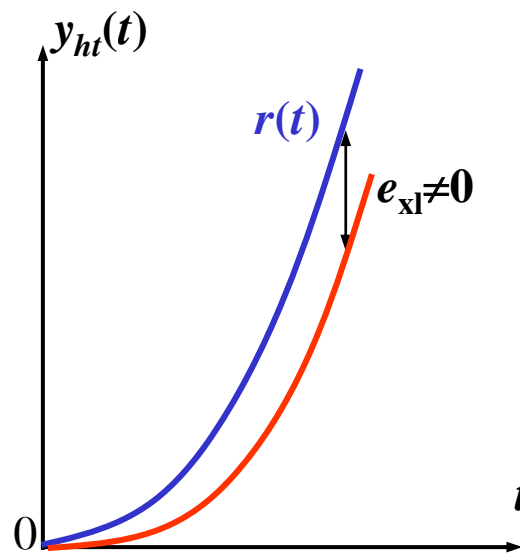
$$e_{xl} = \frac{1}{K_a}$$

với

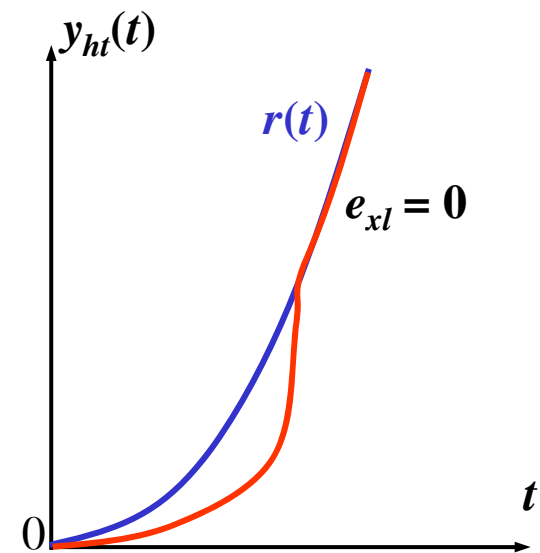
$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)H(s) \quad (\text{hệ số gia tốc})$$



$G(s)H(s)$ có ít hơn
2 khâu TPLT



$G(s)H(s)$ có 2
khâu TPLT



$G(s)H(s)$ có nhiều
hơn 2 khâu TPLT

Mối liên hệ giữa số khâu tích phân trong $G(s)H(s)$ và sai số xác lập

- ★ Tùy theo số khâu tích phân lý tưởng có trong hàm truyền $G(s)H(s)$ mà các hệ số K_p , K_v , K_a có giá trị như sau:

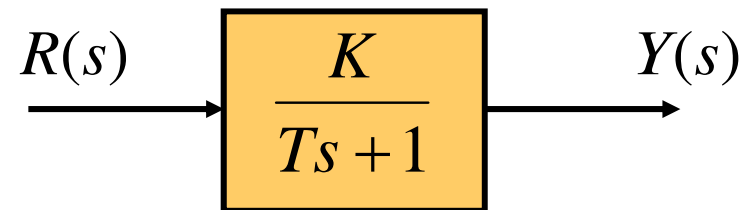
Số khâu tích phân trong $G(s)H(s)$	Hệ số vị trí K_p	Hệ số vận tốc K_v	Hệ số gia tốc K_a
0	$K_p < \infty$	0	0
1	∞	$K_v < \infty$	0
2	∞	∞	$K_a < \infty$
>3	∞	∞	∞

★ Nhận xét:

- Muốn e_{xl} của hệ thống đối với tín hiệu vào là **hàm nấc** bằng 0 thì hàm truyền $G(s)H(s)$ phải có ít nhất **1 khâu tích phân lý tưởng**.
- Muốn e_{xl} của hệ thống đối với tín hiệu vào là **hàm dốc** bằng 0 thì hàm truyền $G(s)H(s)$ phải có ít nhất **2 khâu tích phân lý tưởng**.
- Muốn e_{xl} của hệ thống đối với tín hiệu vào là **hàm parabol** bằng 0 thì hàm truyền $G(s)H(s)$ phải có ít nhất **3 khâu tích phân lý tưởng**.

Đáp ứng quá độ

Hệ quán tính bậc 1



★ Hàm truyền hệ quán tính bậc 1: $G(s) = \frac{K}{Ts + 1}$

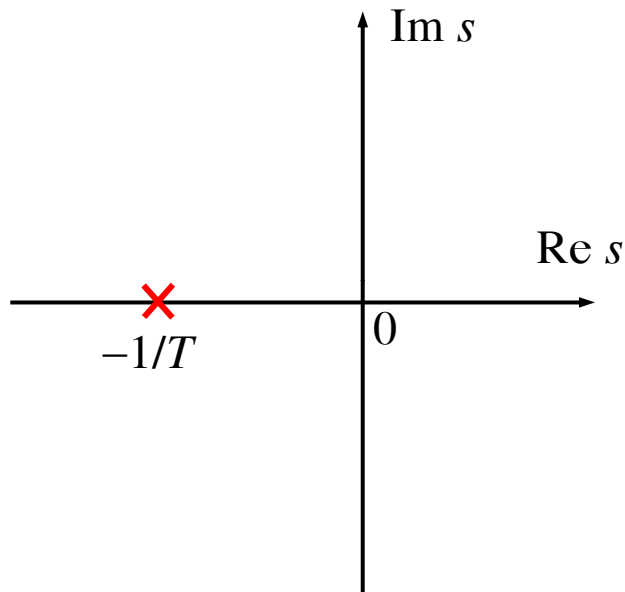
★ Hệ quán tính bậc 1 có **một cực thực**: $p_1 = -\frac{1}{T}$

★ Đáp ứng quá độ: $Y(s) = R(s)G(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{K}{Ts + 1}$

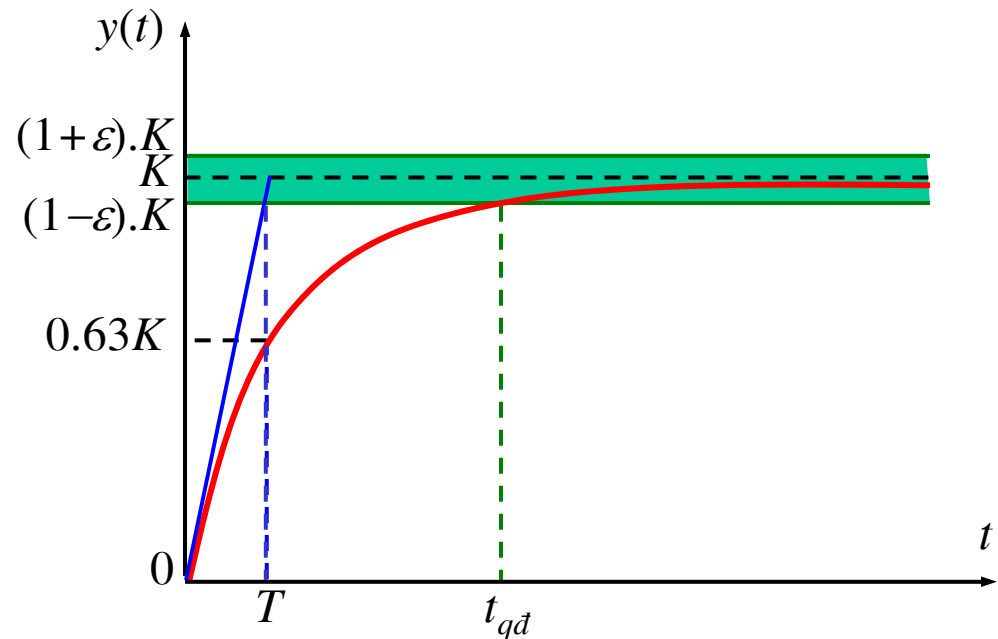
⇒

$$y(t) = K(1 - e^{-t/T})$$

Hệ quán tính bậc 1 (tt)



Giản đồ cực – zero
của khâu quán tính bậc 1



Đáp ứng quá độ của khâu quán tính
bậc 1 tăng theo qui luật hàm mũ

$$y(t) = K(1 - e^{-t/T})$$

Nhận xét về hệ quán tính bậc 1

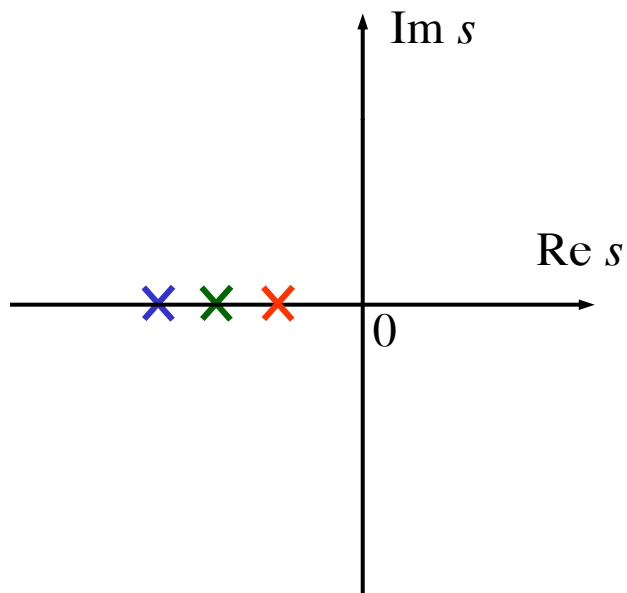
- ★ Hệ quán tính bậc 1 chỉ có 1 cực thực ($-1/T$), đáp ứng quá độ không có vọt lố.
- ★ Thời hằng T : là thời điểm đáp ứng của khâu quán tính bậc 1 đạt 63% giá trị xác lập.
- ★ Cực thực ($-1/T$) càng nằm xa trục ảo thì thời hằng T càng nhỏ, hệ thống đáp ứng càng nhanh.
- ★ Thời gian quá độ của hệ quán tính bậc 1 là:

$$t_{qd} = T \ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

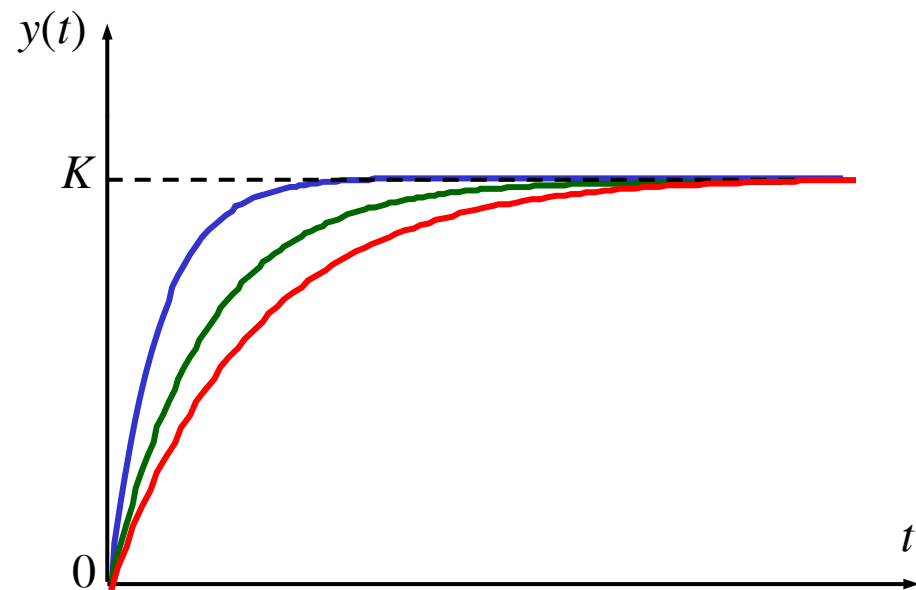
với $\varepsilon = 0.02$ (tiêu chuẩn 2%) hoặc $\varepsilon = 0.05$ (tiêu chuẩn 5%)

Quan hệ giữa vị trí cực và đáp ứng hệ quán tính bậc 1

- ★ Cực nằm càng xa trục ảo đáp ứng của hệ quán tính bậc 1 càng nhanh, thời gian quá độ càng ngắn.

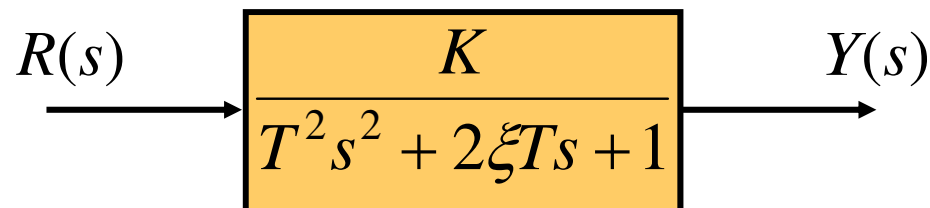


Giải đồ cực –zero
của khâu quán tính bậc 1



Đáp ứng quá độ
của khâu quán tính bậc 1

Hệ dao động bậc 2



★ Hàm truyền hệ dao động bậc 2:

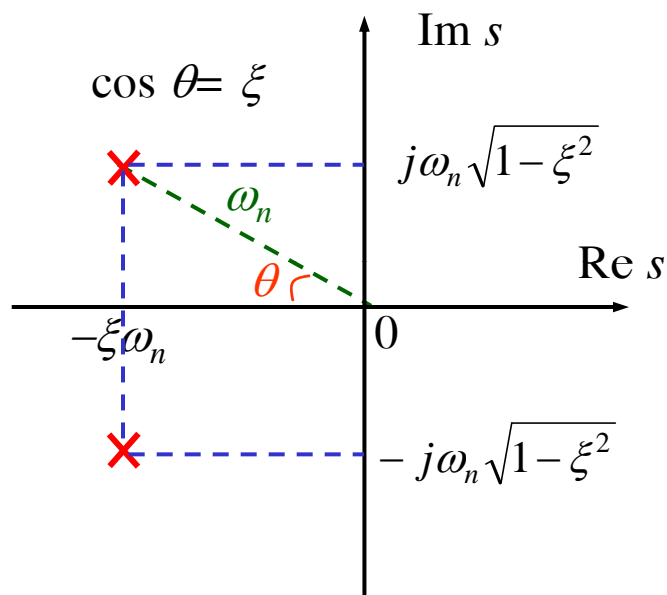
$$G(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad \left(\omega_n = \frac{1}{T}, 0 < \xi < 1\right)$$

★ Hệ dao động bậc 2 có cặp cực phức: $p_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$

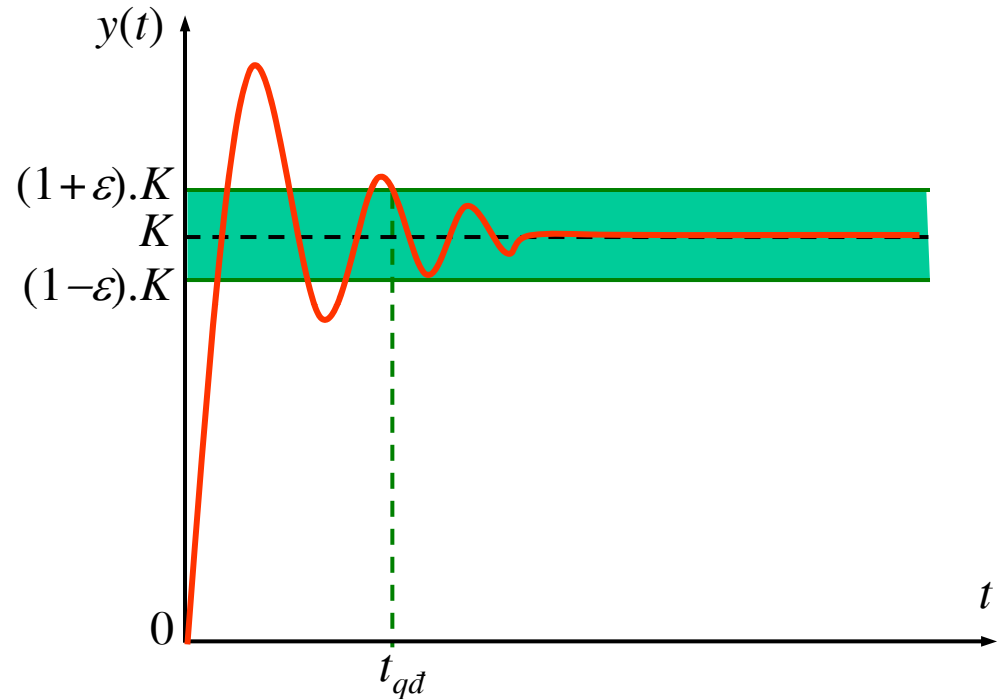
★ Đáp ứng quá độ: $Y(s) = R(s)G(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$

$$\Rightarrow y(t) = K \left\{ 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left[(\omega_n\sqrt{1-\xi^2})t + \theta\right] \right\} \quad (\cos\theta = \xi)$$

Hệ dao động bậc 2 (tt)



Giản đồ cực – zero
của khâu dao động bậc 2



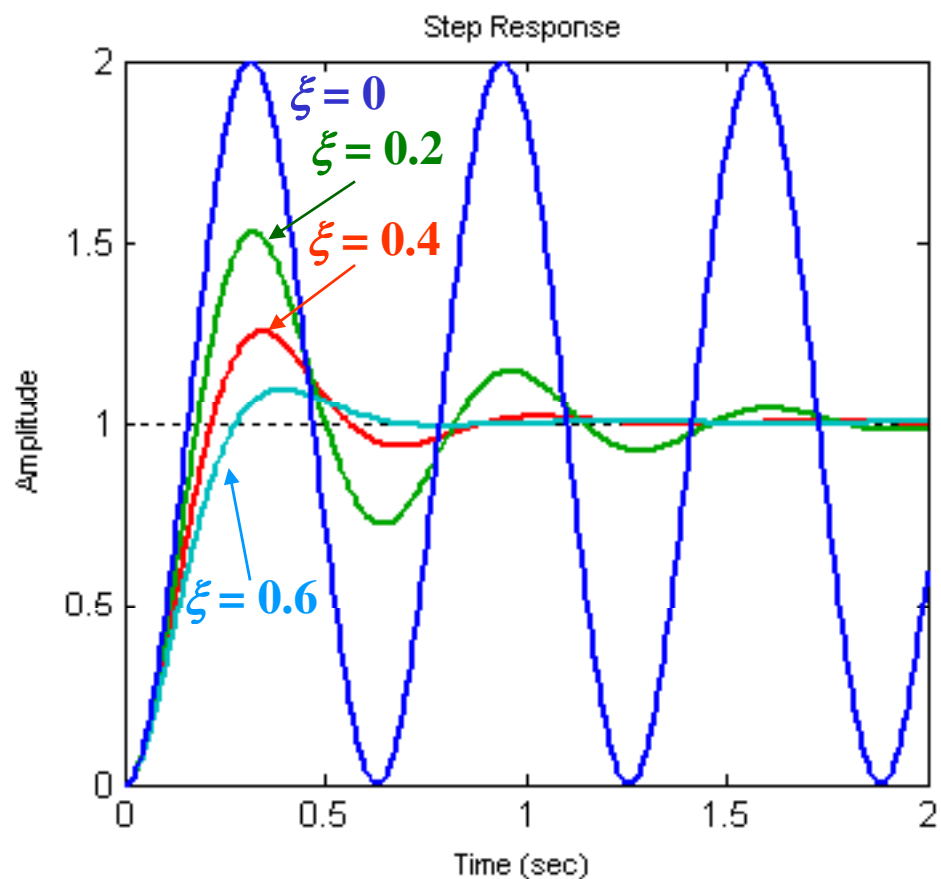
Đáp ứng quá độ
của khâu dao động bậc 2

Nhận xét về hệ dao động bậc 2

★ Hệ dao động bậc 2 có cặp cực phức, đáp ứng quá độ có dạng dao động với biên độ giảm dần.

▲ Nếu $\xi = 0$, đáp ứng của hệ là dao động không suy giảm với tần số $\omega_n \Rightarrow \omega_n$ gọi là tần số dao động tự nhiên.

▲ Nếu $0 < \xi < 1$, đáp ứng của hệ là dao động với biên độ giảm dần $\Rightarrow \xi$ gọi là hệ số tắt (hay hệ số suy giảm), ξ càng lớn (cực càng nằm gần trục thực) dao động suy giảm càng nhanh.

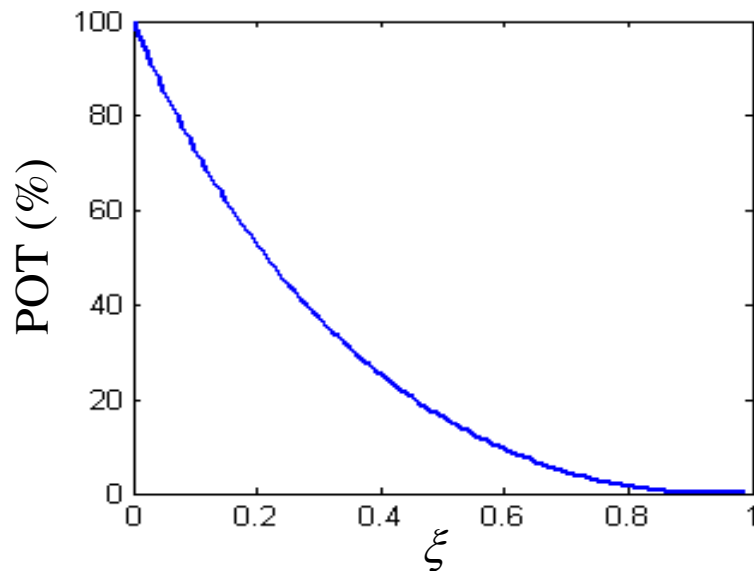


Nhận xét về hệ dao động bậc 2

★ Đáp ứng quá độ của hệ dao động bậc 2 có vọt lố.

Độ vọt lố

$$POT = \exp\left(-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \cdot 100\%$$



Quan hệ giữa hệ số
tắt và độ vọt lố

- ▲ ξ càng lớn (cặp cực càng nằm gần trục thực) POT càng nhỏ
- ▲ ξ càng nhỏ (cặp cực phức càng nằm gần trục ảo) POT càng lớn

Nhận xét về hệ dao động bậc 2

★ Thời gian quá độ:

Tiêu chuẩn 5%:

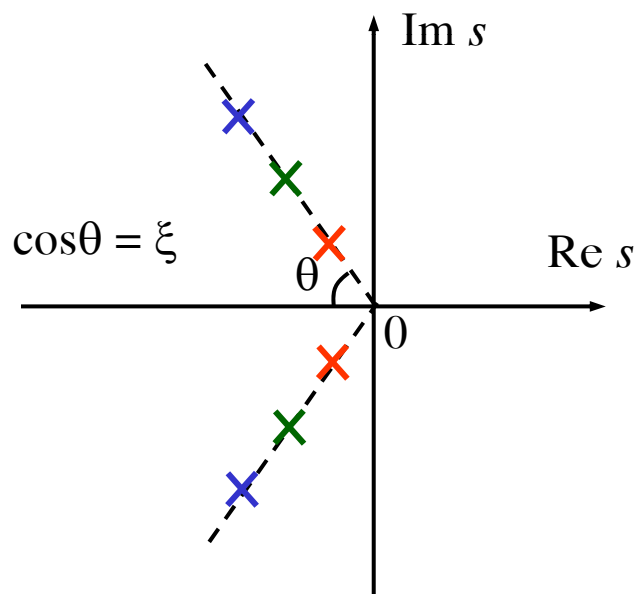
$$t_{qd} = \frac{3}{\xi \omega_n}$$

Tiêu chuẩn 2%:

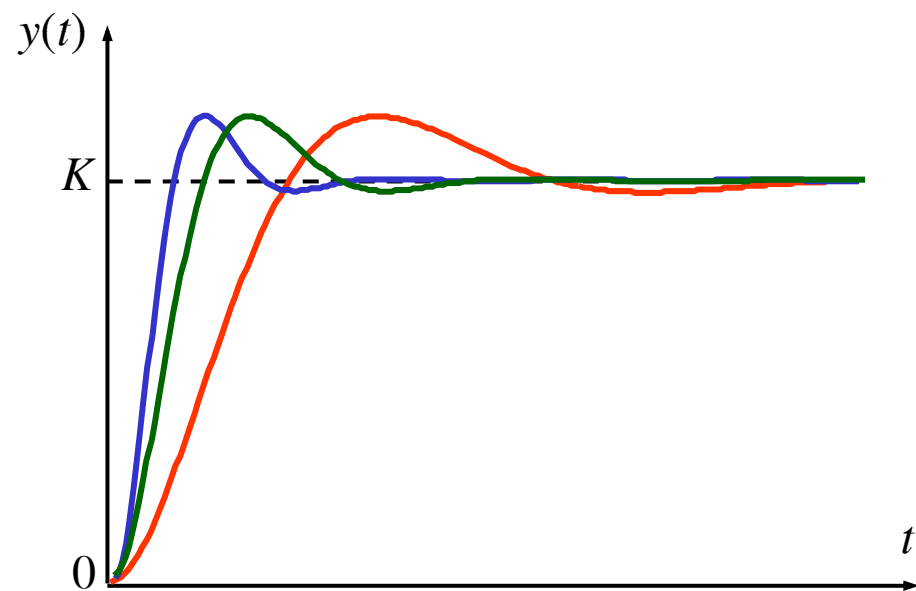
$$t_{qd} = \frac{4}{\xi \omega_n}$$

Quan hệ giữa vị trí cực và đáp ứng hệ dao động bậc 2

- Các hệ dao động bậc 2 có các cực nằm trên cùng 1 tia xuất phát từ góc tọa độ thì có hệ số tắt bằng nhau, do đó có độ vọt lố bằng nhau. Hệ nào có cực nằm xa gốc tọa độ hơn thì có tần số dao động tự nhiên lớn hơn, do đó thời gian quá độ ngắn hơn.



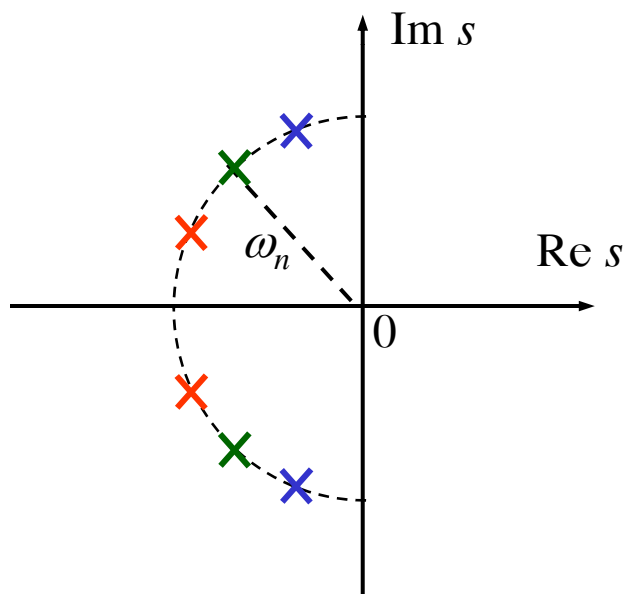
Giải đồ cực – zero
 của khâu dao động bậc 2



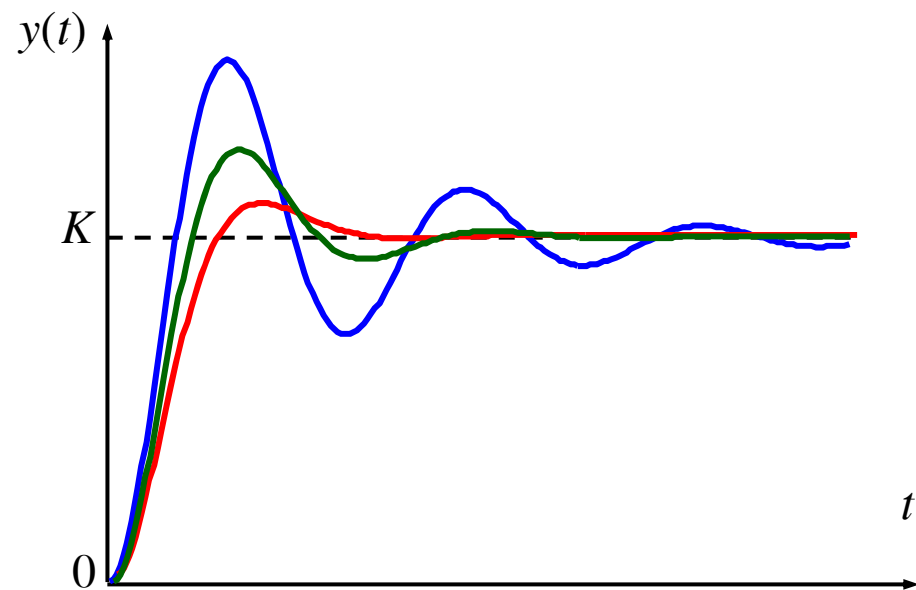
Đáp ứng quá độ
 của khâu dao động bậc 2

Quan hệ giữa vị trí cực và đáp ứng hệ dao động bậc 2

- ★ Các hệ dao động bậc 2 có các cực nằm cách gốc tọa độ một khoảng bằng nhau thì có cùng tần số dao động tự nhiên, hệ nào có cực nằm gần trục ảo hơn thì có hệ số tắt nhỏ hơn, do đó độ vọt lố cao hơn, thời gian quá độ dài hơn.



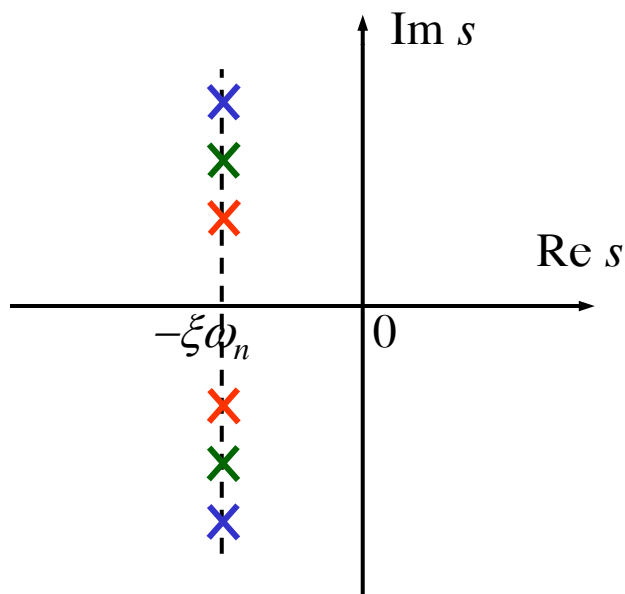
Giải đồ cực – zero
của khâu dao động bậc 2



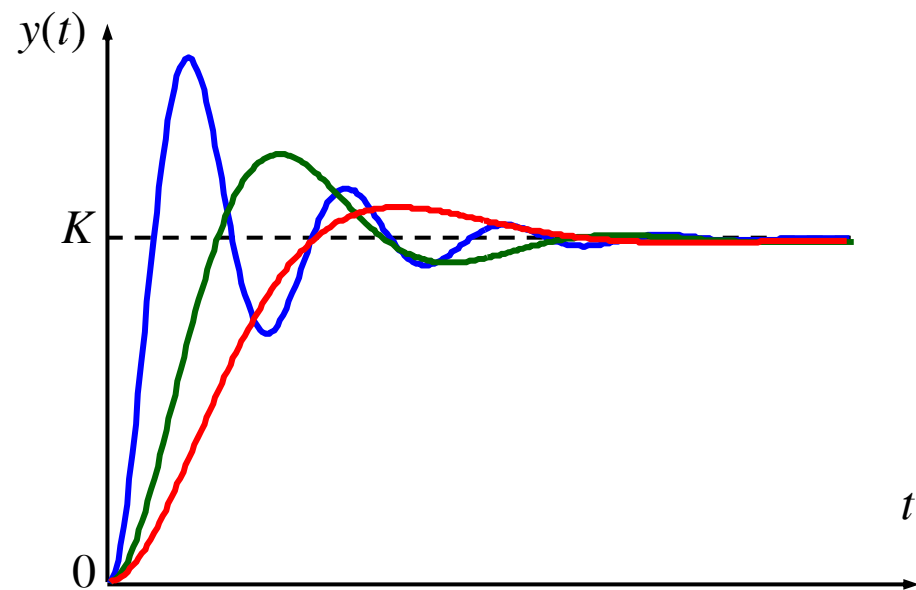
Đáp ứng quá độ
của khâu dao động bậc 2

Quan hệ giữa vị trí cực và đáp ứng hệ dao động bậc 2

- ★ Các hệ dao động bậc 2 có các cực nằm cách trục ảo một khoảng bằng nhau thì có $\xi\omega_n$ bằng nhau, do đó thời gian quá độ bằng nhau. Hệ nào có cực nằm xa trục thực hơn thì có hệ số tắt nhỏ hơn, do đó độ vọt lố cao hơn.



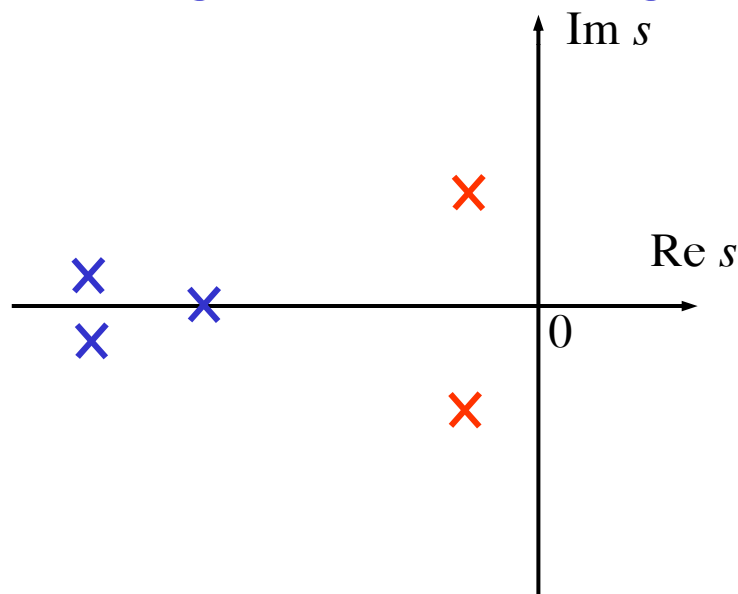
Giải đồ cực-zero
của khâu dao động bậc 2



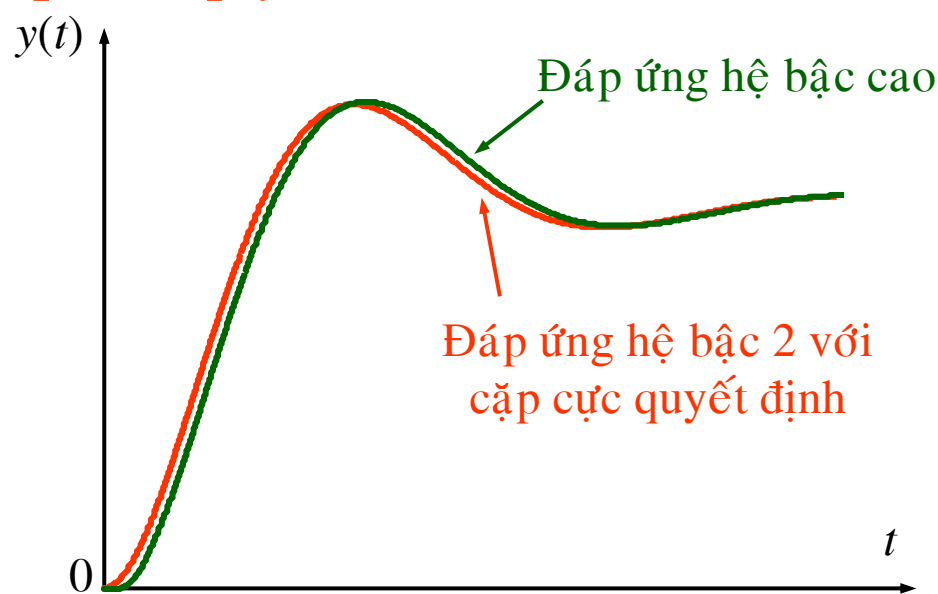
Đáp ứng quá độ
của khâu dao động bậc 2

Hệ bậc cao

- ★ Hệ bậc cao có nhiều hơn 2 cực
- ★ Nếu hệ bậc cao có 1 cặp cực phức nằm gần trục ảo hơn so với các cực còn lại thì có thể **xấp xỉ hệ bậc cao về hệ bậc 2**. Cặp cực phức nằm gần trục ảo nhất gọi là **cặp cực quyết định** của hệ bậc cao.



Hệ bậc cao có nhiều hơn 2 cực



Hệ bậc cao có thể xấp xỉ về hệ bậc 2 với cặp cực quyết định

Các tiêu chuẩn tối ưu hóa đáp ứng quá độ

★ Tiêu chuẩn IAE

(Integral of the Absolute Magnitude of the Error)

$$J_{IAE} = \int_0^{+\infty} |e(t)| dt$$

★ Tiêu chuẩn ISE

(Integral of the Square of the Error)

$$J_{ISE} = \int_0^{+\infty} e^2(t) dt$$

★ Tiêu chuẩn ITAE

(Integral of Time multiplied by the Absolute Value of the Error)

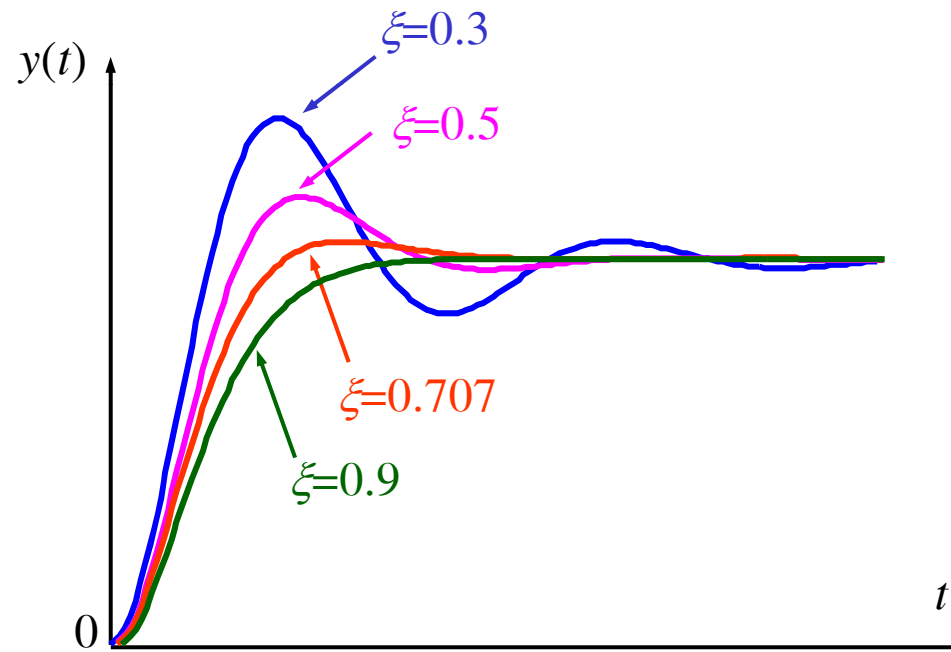
$$J_{ITAE} = \int_0^{+\infty} t |e(t)| dt$$

★ Hệ bậc 2:

$J_{IAE} \rightarrow \min$ khi $\xi \rightarrow 0.707$

$J_{ISE} \rightarrow \min$ khi $\xi \rightarrow 0.5$

$J_{ITAE} \rightarrow \min$ khi $\xi \rightarrow 0.707$



Đáp ứng của hệ bậc 2

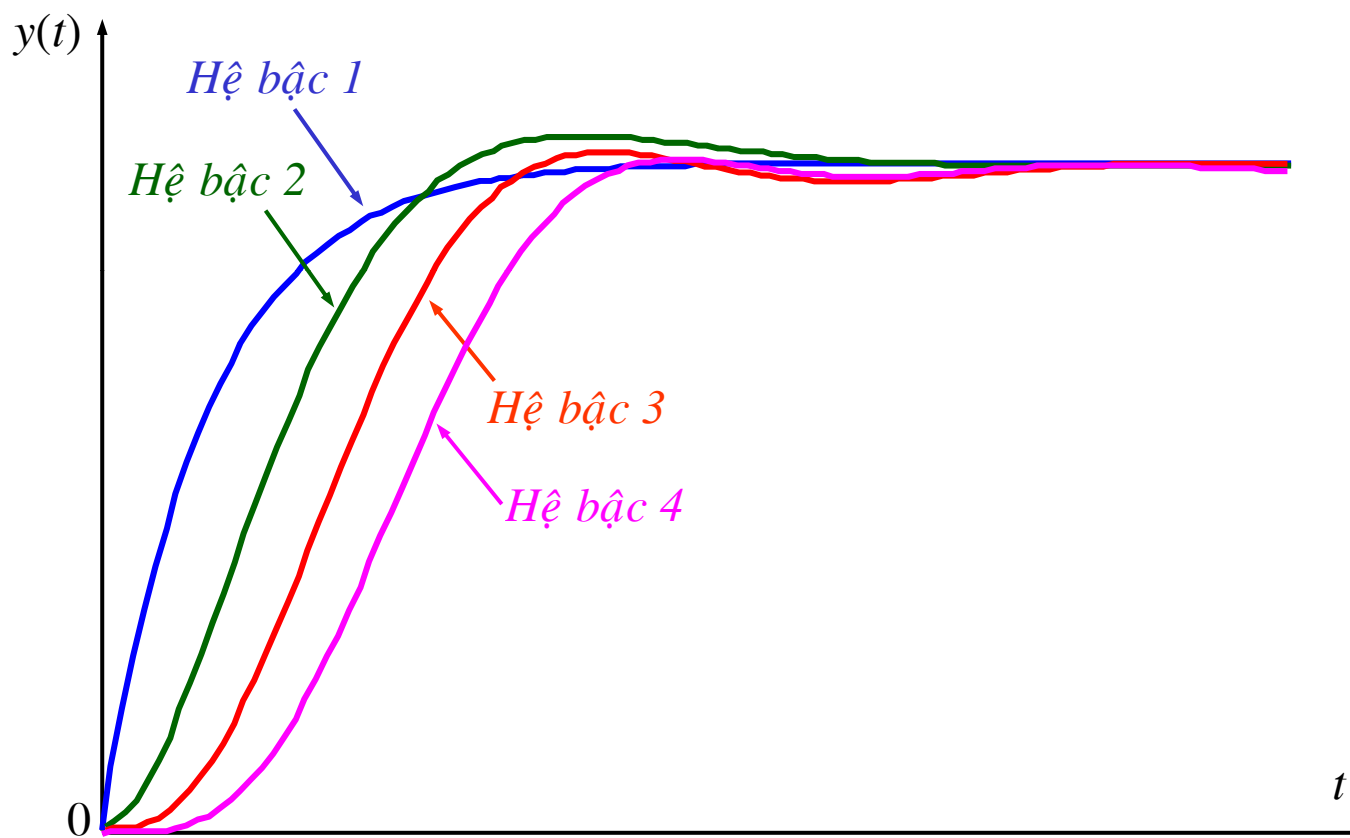
Các tiêu chuẩn tối ưu hóa đáp ứng quá độ

- ★ Tiêu chuẩn ITAE được sử dụng phổ biến nhất
- ★ Để đáp ứng quá độ của hệ thống bậc n là tối ưu theo chuẩn ITAE thì mẫu số hàm truyền kín hệ bậc n phải có dạng

Bậc	Mẫu số hàm truyền
1	$s + \omega_n$
2	$s^2 + 1,414\omega_n s + \omega_n^2$
3	$s^3 + 1,75\omega_n s^2 + 2,15\omega_n^2 s + \omega_n^3$
4	$s^4 + 2,1\omega_n s^3 + 3,4\omega_n^2 s^2 + 2,7\omega_n^3 s + \omega_n^4$

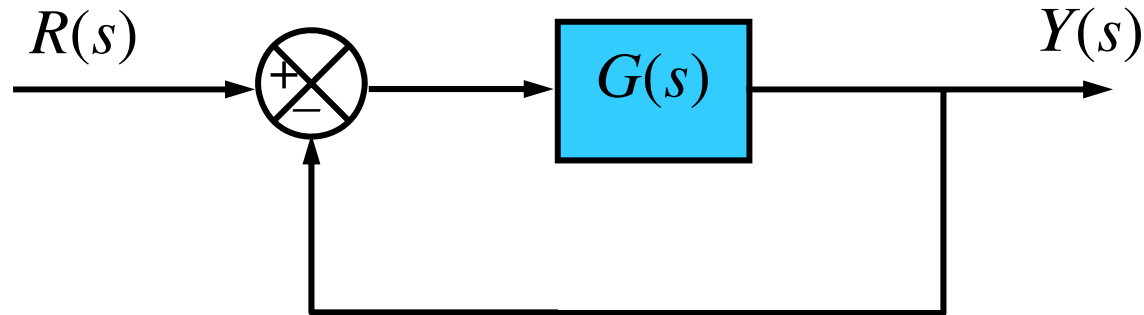
- ★ Nếu mẫu số hàm truyền hệ kín có dạng như bảng trên và tử số hàm truyền hệ kín của hệ bậc n là ω_n^n thì đáp ứng quá độ của hệ thống là tối ưu và sai số xác lập bằng 0.

★ Đáp ứng tối ưu theo chuẩn ITAE



Quan hệ giữa đặc tính tần số và chất lượng trong miền thời gian

Quan hệ giữa đặc tính tần số và sai số xác lập

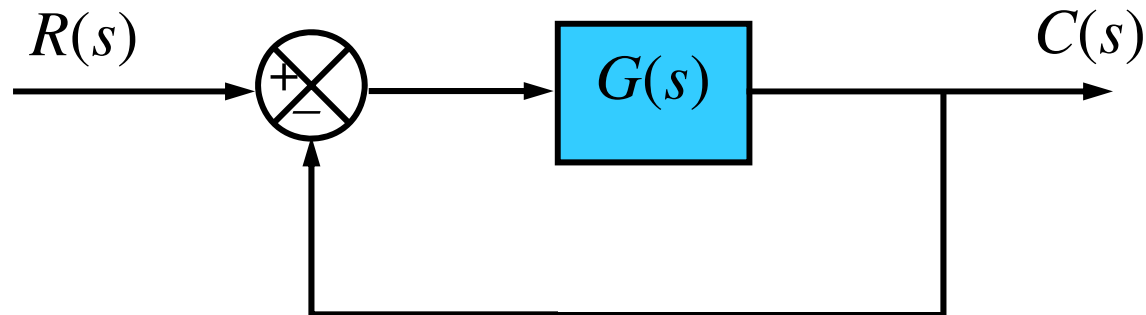


$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) = \lim_{\omega \rightarrow 0} G(j\omega)H(j\omega)$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s)H(s) = \lim_{\omega \rightarrow 0} j\omega G(j\omega)H(j\omega)$$

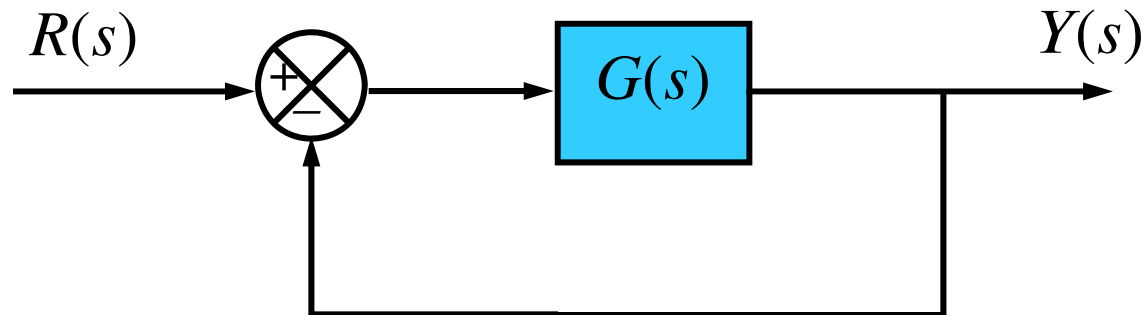
$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)H(s) = \lim_{\omega \rightarrow 0} (j\omega)^2 G(j\omega)H(j\omega)$$

Quan hệ giữa đặc tính tần số và sai số xác lập



- ★ Sai số xác lập của hệ kín chỉ phụ thuộc vào biên độ ở miền tần số thấp của hệ hở, không phụ thuộc vào biên độ ở miền tần số cao.
- ★ Hệ hở có biên độ ở miền tần số thấp càng cao thì hệ kín có sai số xác lập càng nhỏ.
- ★ Trường hợp đặc biệt nếu hệ hở có biên độ ở tần số thấp vô cùng lớn thì hệ kín có sai số xác lập bằng 0 đối với tín hiệu vào là hàm nấc.

Quan hệ giữa đặc tính tần số và chất lượng quá độ



- Trong miền tần số $\omega < \omega_c$, do $|G(j\omega)| > 1$ nên:

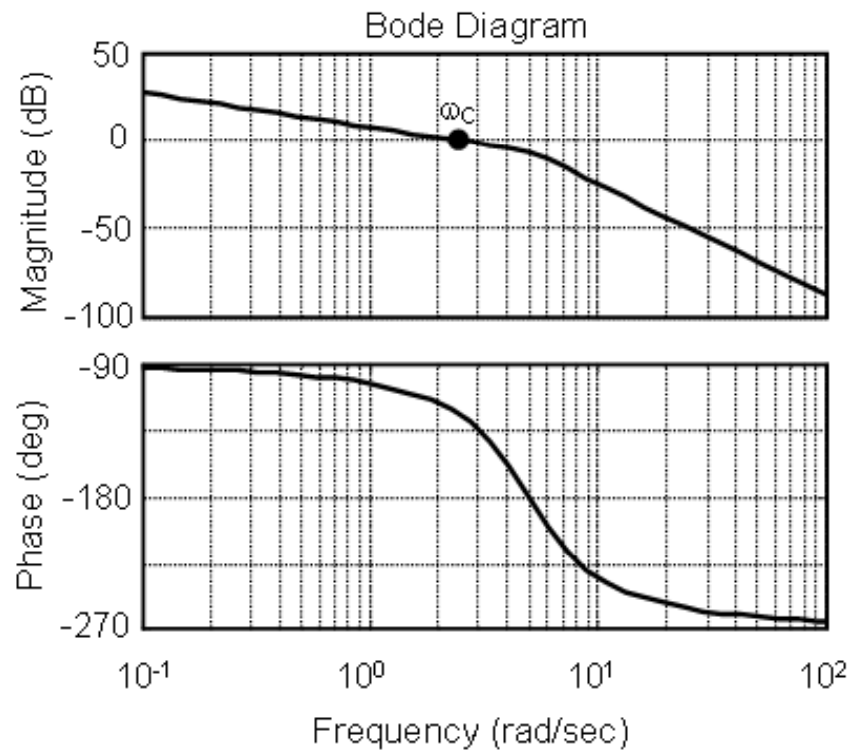
$$|G_k(j\omega)| = \frac{|G(j\omega)|}{|1 + G(j\omega)|} \approx \frac{|G(j\omega)|}{|G(j\omega)|} = 1$$

- Trong miền tần số $\omega > \omega_c$, do $|G(j\omega)| < 1$ nên:

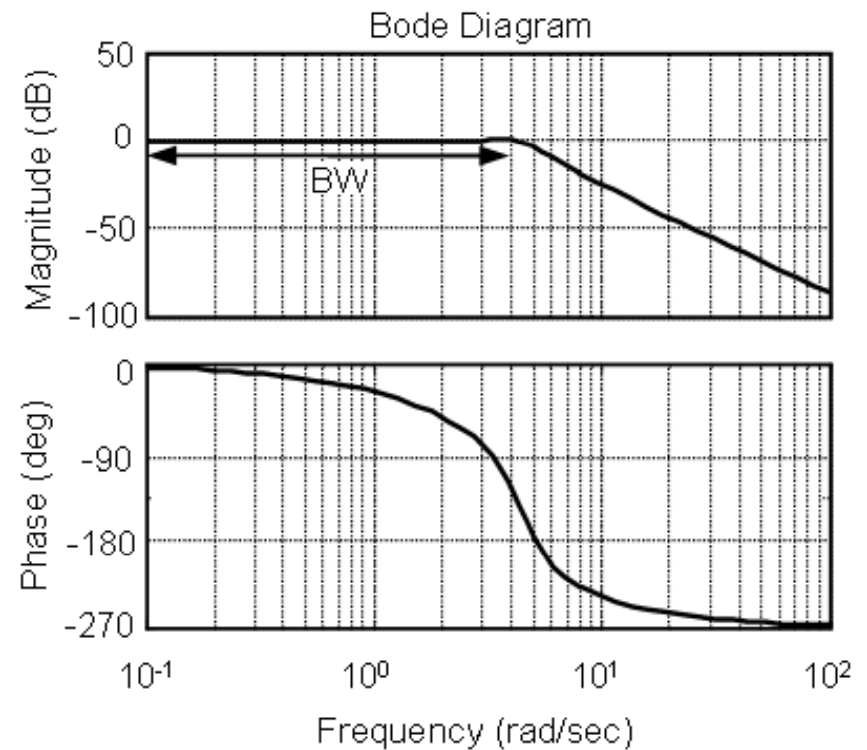
$$|G_k(j\omega)| = \frac{|G(j\omega)|}{|1 + G(j\omega)|} \approx \frac{|G(j\omega)|}{1} = |G(j\omega)|$$

⇒ băng thông của hệ kín xấp xỉ tần số cắt biên của hệ hở

Quan hệ giữa đặc tính tần số và chất lượng quá độ

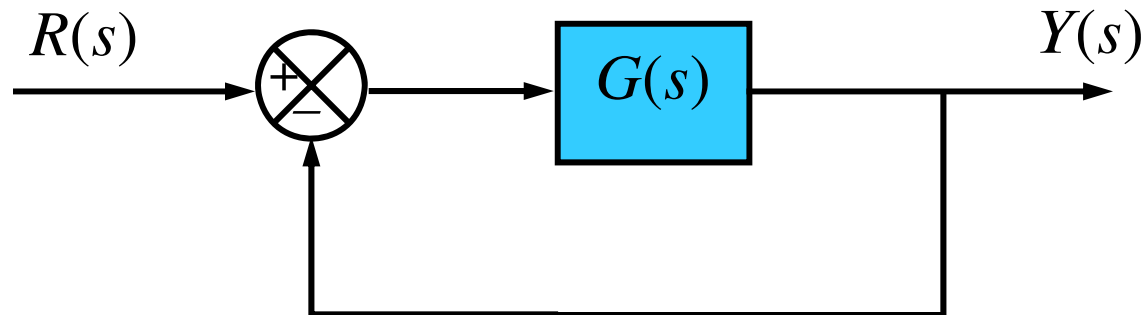


(a) Biểu đồ Bode hệ hở



(b) Biểu đồ Bode hệ kín

Quan hệ giữa đặc tính tần số và chất lượng quá độ

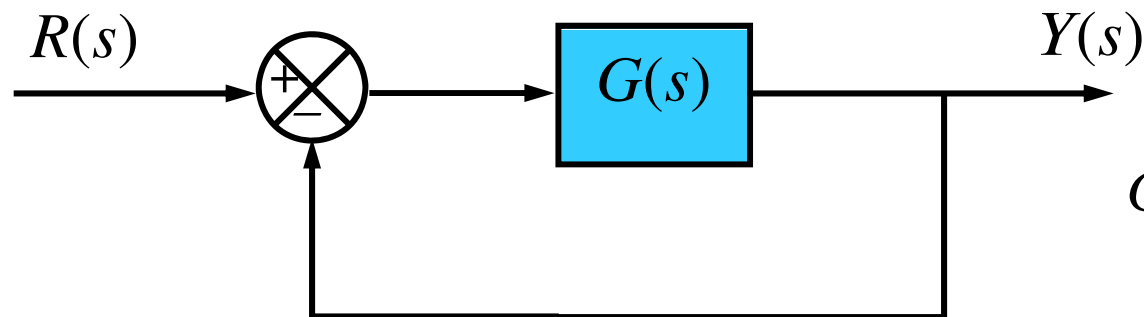


- ★ Hệ hở có tần số cắt biên càng cao thì hệ kín có băng thông càng rộng \Rightarrow hệ thống kín đáp ứng càng nhanh, thời gian quá độ càng nhỏ.

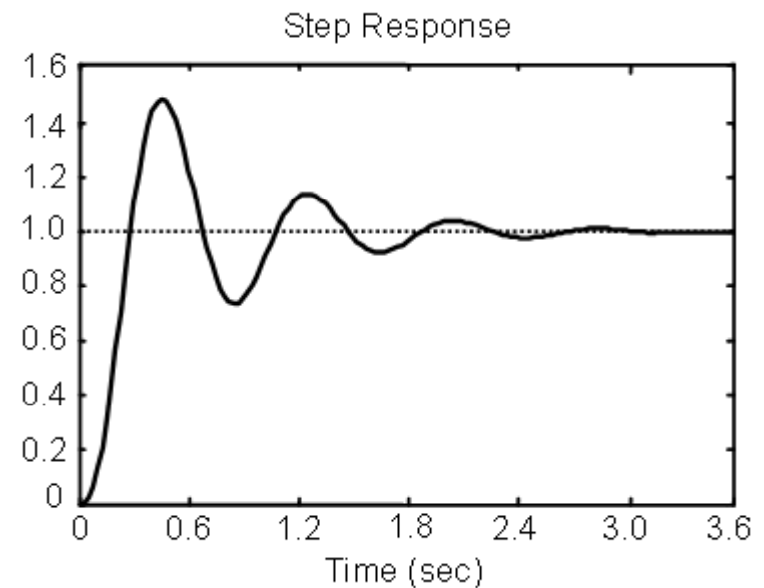
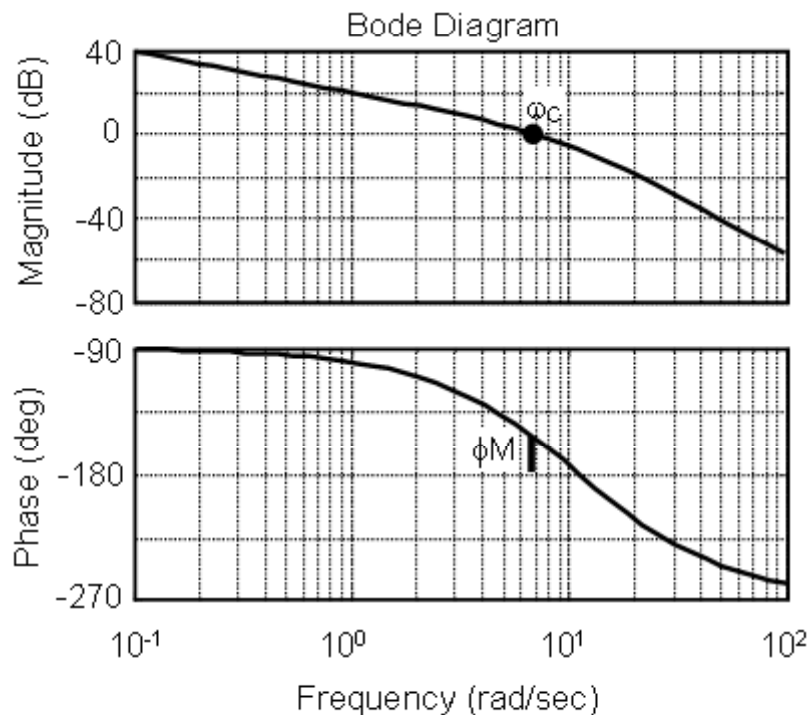
$$\frac{\pi}{\omega_c} < t_{qd} < \frac{4\pi}{\omega_c}$$

- ★ Hệ hở có độ dự trữ pha của càng cao thì hệ kín có độ vọt lố càng thấp. Các nghiên cứu thực nghiệm cho thấy độ dự trữ pha của hệ hở lớn hơn 60° thì độ vọt lố của hệ kín nhỏ hơn 10%.

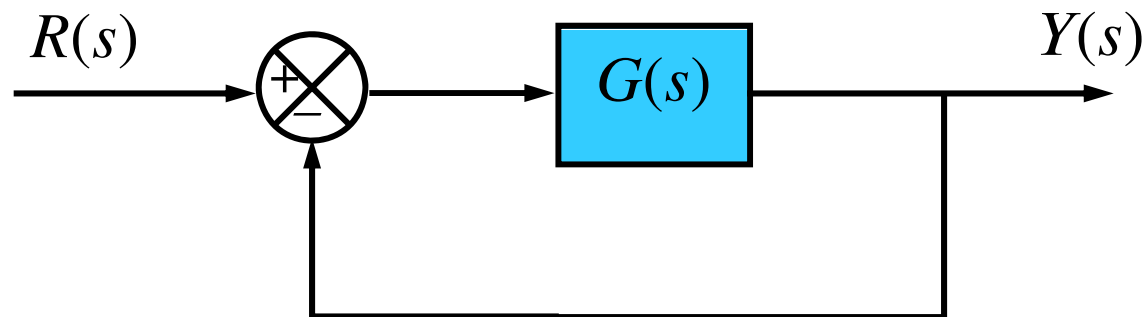
Thí dụ quan hệ giữa tần số cắt biên và thời gian quá độ



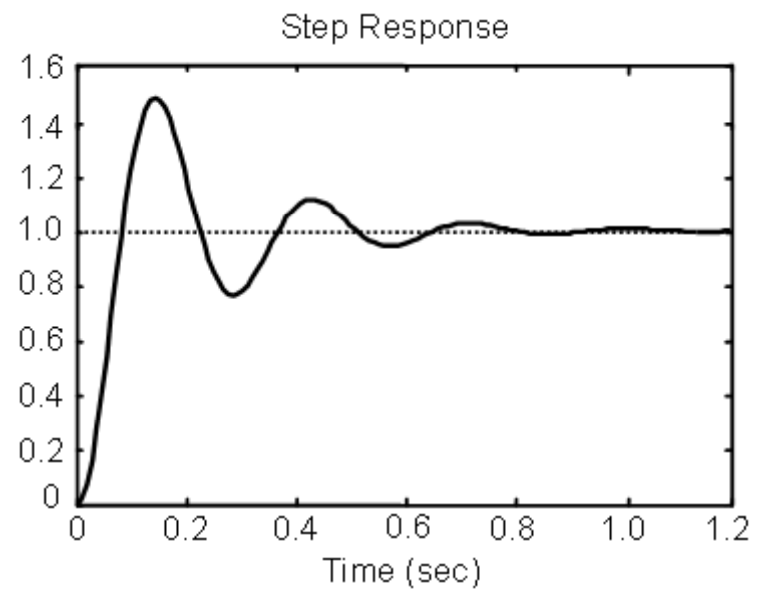
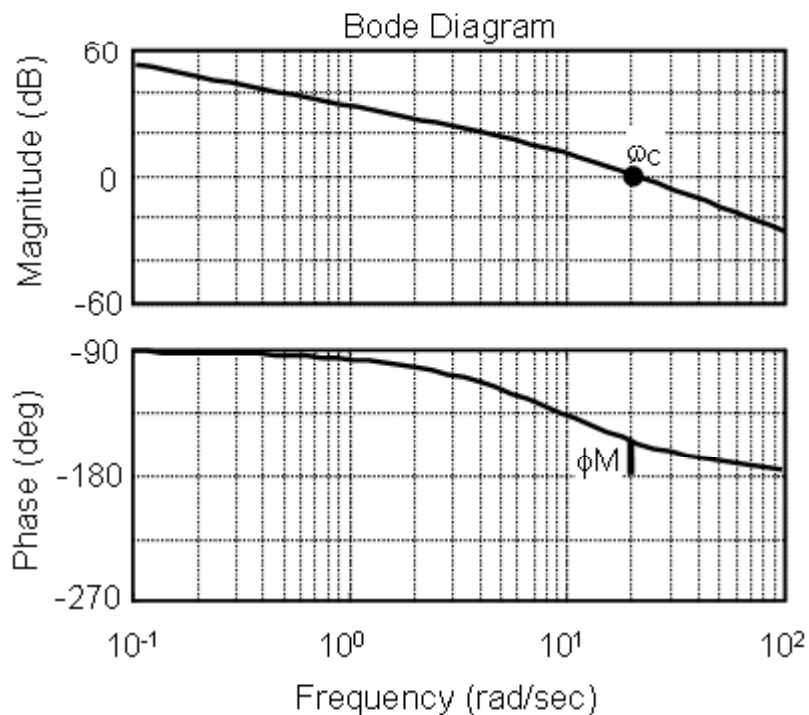
$$G(s) = \frac{10}{s(0.1s + 1)(0.08s + 1)}$$



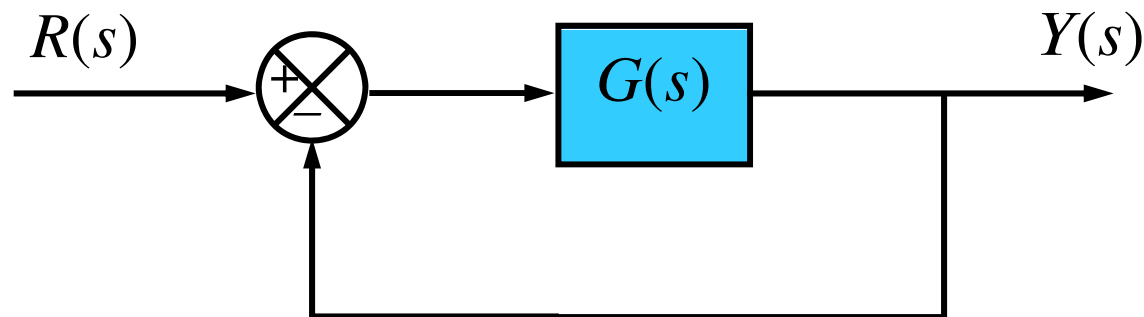
Thí dụ quan hệ giữa tần số cắt biên và thời gian quá độ



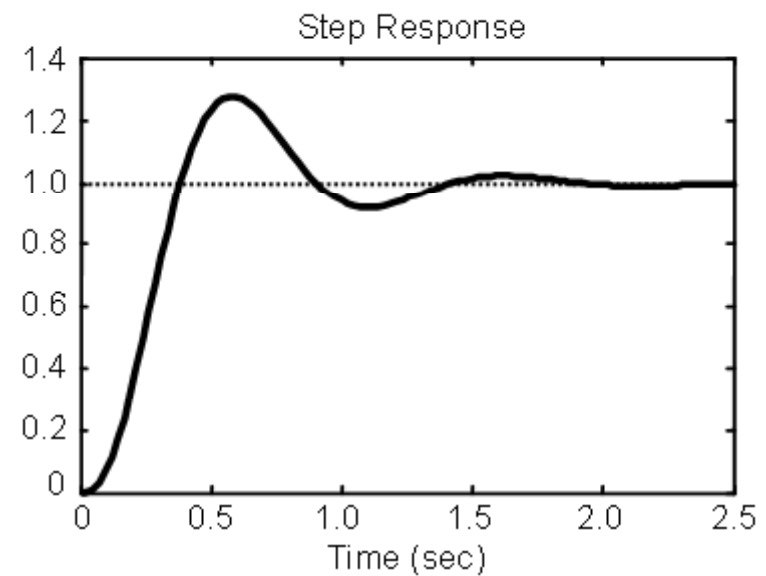
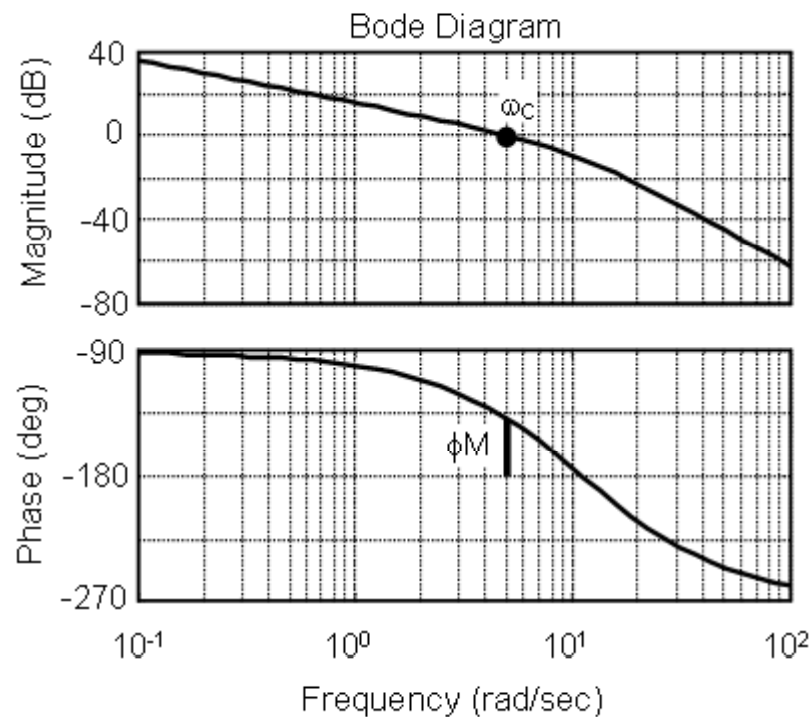
$$G(s) = \frac{50}{s(0.1s + 1)}$$



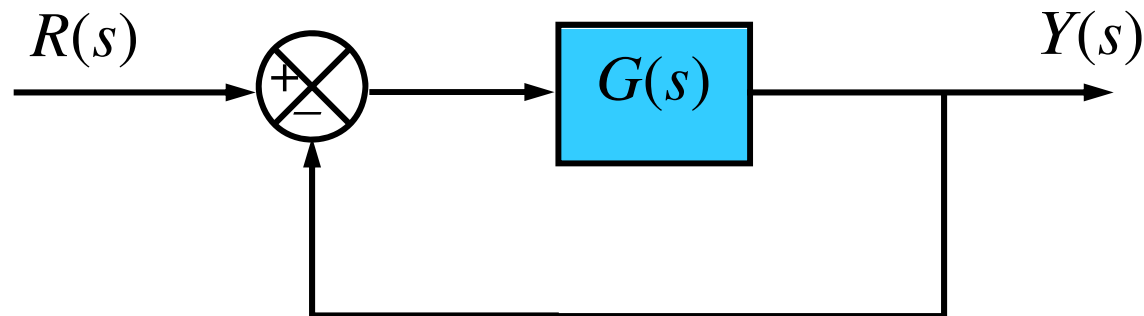
Thí dụ quan hệ giữa độ dự trữ pha và độ vọt lố



$$G(s) = \frac{6}{s(0.1s + 1)(0.08s + 1)}$$



Thí dụ quan hệ giữa độ dự trữ pha và độ vọt lố (tt)



$$G(s) = \frac{6}{s(0.1s + 1)}$$

