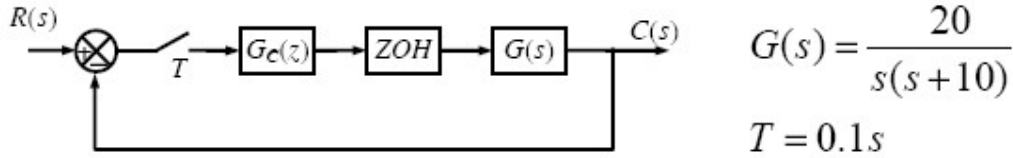


**Câu 1 :** Cho hệ thống điều khiển :



- 1.1 Cho  $G_C(z) = 2$ . Tìm hàm truyền vòng kín  $G_k(z)$ . (1.0đ)  
 1.2 Cho  $G_C(z) = K$ . Tìm điều kiện của  $K$  để hệ kín ổn định. (0.75đ)  
 1.3 Cho  $G_C(z) = \frac{z+1}{z-0.5}$ . Tính  $e(\infty)$  đối với tín hiệu vào hàm dốc. (0.75đ)

**Giải :**

### 1.1 Hàm truyền vòng kín

$$\begin{aligned} G(z) &= (1-z^{-1})\mathbb{Z}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = (1-z^{-1})\mathbb{Z}\left\{\frac{20}{s^2(s+10)}\right\} \\ &= 2(1-z^{-1}) \frac{z[(10*0.1-1+e^{-10*0.1})z+1-e^{-10*0.1}-10*0.1e^{-10*0.1}]}{10(z-1)^2(z-e^{-10*0.1})} \\ &= \frac{0.07z+0.05}{(z-1)(z-0.37)} = \frac{0.07z+0.05}{z^2-1.37z+0.37} \\ \Rightarrow G_k(z) &= \frac{G_C(z)G(z)}{1+G_C(z)G(z)} = \frac{2 \frac{0.07z+0.05}{z^2-1.37z+0.37}}{1+2 \frac{0.07z+0.05}{z^2-1.37z+0.37}} = \frac{0.14z+0.10}{z^2-1.23z+0.47} \end{aligned}$$

### 1.2 Điều kiện $K$ để hệ kín ổn định

PTĐT :

$$1+G_C(z)G(z) = 1+K \frac{0.07z+0.05}{z^2-1.37z+0.37} = z^2 + (0.07K-1.37)z + 0.05K+0.37 = 0 \quad (1)$$

Đổi biến :  $z = \frac{w+1}{w-1}$

$$(1) \Leftrightarrow 0.12w^2 + 2(0.63-0.05K)w + 2.74-0.02K = 0$$

Điều kiện ổn định :

$$\begin{cases} K > 0 \\ 2(0.63-0.05K) > 0 \\ 2.74-0.02K > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K > 0 \\ K < 12.6 \\ K < 137 \end{cases} \Rightarrow 0 < K < 12.6$$

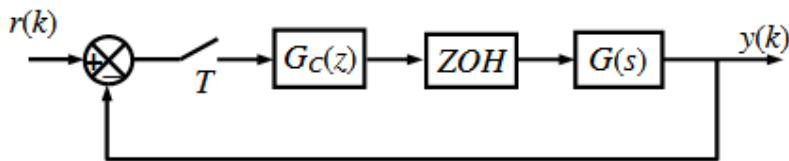
### 1.3 Tính $e(\infty)$

$$E(z) = \frac{R(z)}{1 + G_C(z)G(z)} = \frac{\frac{0.1z}{(z-1)^2}}{1 + \left(\frac{z+1}{z-0.5}\right)\left(\frac{0.07z+0.05}{(z-1)(z-0.37)}\right)}$$

$$(1-z^{-1})E(z) = \left(\frac{z-1}{z}\right) \frac{\frac{0.1z}{(z-1)^2}}{1 + \left(\frac{z+1}{z-0.5}\right)\left(\frac{0.07z+0.05}{(z-1)(z-0.37)}\right)} = \frac{0.1}{(z-1) + \left(\frac{z+1}{z-0.5}\right)\left(\frac{0.07z+0.05}{z-0.37}\right)}$$

$$e(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (1-z^{-1})E(z) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{0.1}{(z-1) + \left(\frac{z+1}{z-0.5}\right)\left(\frac{0.07z+0.05}{z-0.37}\right)} = 0.13$$

**Câu 2 :** Cho hệ thống điều khiển :



$$G(s) = \frac{5}{2s+1}, \quad G_C(z) = K_P + \frac{K_I T}{2} \frac{z+1}{z-1}, \quad T = 0.2 \text{ sec}$$

2.1 Cho  $K_P = 0$ , vẽ QĐNS của hệ thống khi  $K_I = 0 \rightarrow +\infty$ .

2.2 Cho tín hiệu vào là hàm dốc đơn vị. Tính đáp ứng của hệ thống  $y(k)$  với  $k = 0 \rightarrow 5$ , tính sai số xác lập. Biết  $K_P = 1.60$ ,  $K_I = 3.78$

**Giải :**

#### 2.1 Vẽ QĐNS

- Hàm truyền vòng hở:

$$G_h(z) = \frac{0.476}{z-0.905}$$

- Phương trình đặc trưng của hệ thống:

$$1 + K_I \frac{0.1(z+1)}{z-1} \frac{0.476}{z-0.905} = 0$$

- Cực:  $p_1 = 1, p_2 = 0.905$

Zero:  $z_1 = -1$

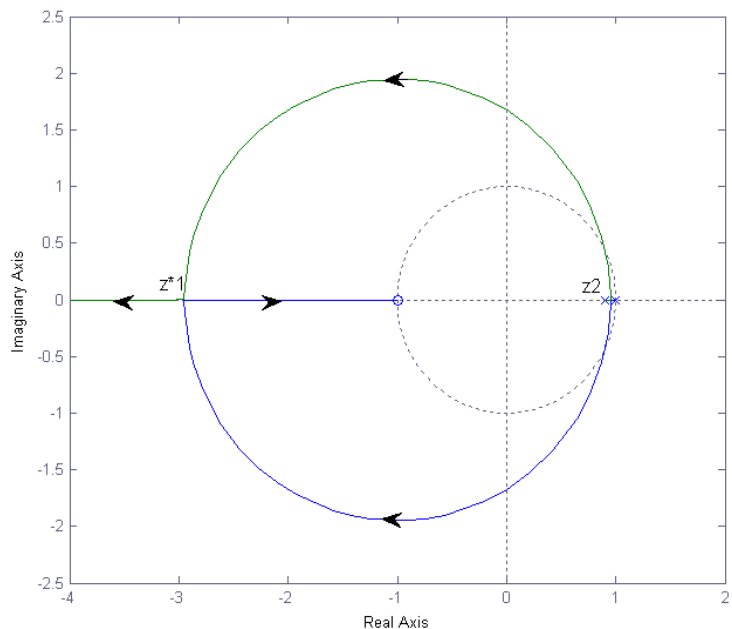
- Tiệm cận:

$$\overline{OA} = 2.905$$

$$\alpha = \pi$$

- Điểm tách nhập:

$$z_1^* = -2.952, z_2^* = 0.952$$



- Giao điểm QĐNS với vòng tròn đơn vị:  
 $z = 0.896 \pm 0.443j$

## 2.2 Đáp ứng hệ thống

- Hàm truyền vòng kín:

$$G_k(z) = \frac{G_c(z)G_h(z)}{1 + G_c(z)G_h(z)} = \frac{1.618z - 1.237}{z^2 - 0.287z - 0.332}$$

- Đáp ứng ngõ ra:

$$Y(z) = G_k(z)R(z) = \frac{1.618z^2 - 1.237z}{z^3 - 1.287z^2 - 0.045z + 0.332}$$

$$y(k) = 1.287y(k-1) + 0.045y(k-2) - 0.332y(k-3) + 1.618\delta(k-1) - 1.237\delta(k-2)$$

$$y(0) = 0, y(1) = 1.618, y(2) = 0.845,$$

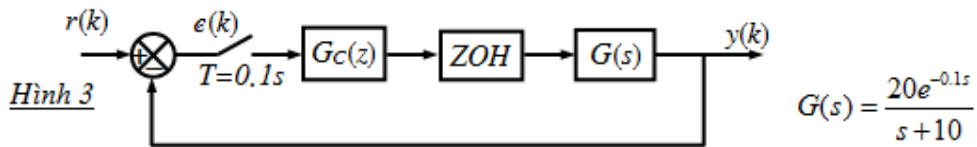
$$y(3) = 1.160, y(4) = 0.994, y(5) = 1.051$$

- Chất lượng hệ thống

Đối tượng bậc 1, bộ điều khiển PI nên  $e_{xl} = 0$  đối với tín hiệu vào hàm nấc.

$$POT = \frac{1.618 - 1}{1} 100\% = 61.8\%$$

**Câu 3 :** Cho hệ thống điều khiển rời rạc như hình 3.



3.1 Cho  $G_c(z) = 0.1$ . Xác định  $G_k(z)$  ? (0.5đ). Tính POT và t<sub>qd</sub>(5%) của đáp ứng nấc

đơn vị (0.5đ).

3.2 Cho  $G_c(z) = K_p$ . Xác định  $K_p$  để hệ kín ổn định dùng tiêu chuẩn Jury (0.5đ).

**Giải :**

**3.1 Tính  $G_k(z)$ , POT, t<sub>qd</sub>(5%).**

$$G(z) = (1 - z^{-1}) \mathbb{Z} \left\{ \frac{20e^{-0.1s}}{s(s+10)} \right\} = \frac{z-1}{z} \cdot 2 \cdot \frac{z(1 - e^{-10 \cdot 0.1})}{(z-1)(z - e^{-10 \cdot 0.1})} \cdot z^{-1} = \frac{1.264}{z(z - 0.368)}$$

$$G_k(z) = \frac{G_c(z)G(z)}{1 + G_c(z)G(z)} = \frac{0.1264}{z^2 - 0.368z + 0.1264}$$

Cặp cực phức của hệ kín là nghiệm PTĐT :

$$z^2 - 0.368z + 0.1264 = 0 \Rightarrow z_{1,2}^* = 0.1840 \pm j0.3042 = re^{j\varphi}$$

$$r = \sqrt{(0.1840)^2 + (0.3042)^2} = 0.3555, \quad \varphi = \frac{3.14}{180} \tan^{-1} \left( \frac{0.3042}{0.1840} \right) = 1.0263$$

$$\xi = \frac{-\ln r}{\sqrt{(\ln r)^2 + \varphi^2}} = \frac{-\ln 0.3555}{\sqrt{(\ln 0.3555)^2 + (1.0263)^2}} = 0.7098$$

$$\omega_n = \frac{1}{T} \sqrt{(\ln r)^2 + \varphi^2} = \frac{1}{0.1} \sqrt{(\ln 0.3555)^2 + (1.0263)^2} = 14.57$$

$$POT = \exp\left(-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \cdot 100\% = 4.23\%$$

$$t_{qd}(5\%) = \frac{3}{\xi\omega_n} = 0.29 \text{ sec}$$

### 3.2 Tìm điều kiện của $K_p$ để hệ kín ổn định

Khi  $G_C(z) = K_p$  ta có PTĐT hệ kín :

$$P(z) = 1 + K_p G(z) = 1 + K_p \frac{1.264}{z(z-0.368)} = z^2 - 0.368z + 1.264K_p = 0$$

Áp dụng tiêu chuẩn Jury :

1.  $a_0 > |a_n| \Rightarrow 1 > |1.264K_p| \Rightarrow 0 < K_p < 0.79$
2.  $P(1) = 0.632 + 1.264K_p > 0 \Rightarrow \text{thỏa} \quad \forall K_p > 0$
3.  $P(-1) = 1.368 + 1.264K_p > 0 \Rightarrow \text{thỏa} \quad \forall K_p > 0$

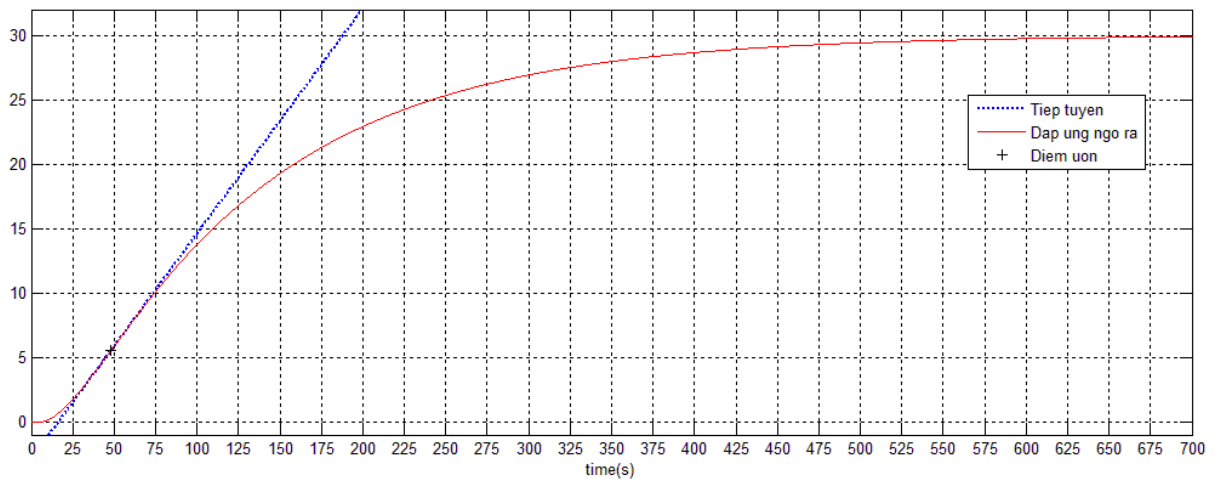
Điều kiện để hệ kín ổn định :  $0 < K_p < 0.79$

**Câu 4 :** (1 điểm) Để xác định các tham số của bộ điều khiển  $PID$  điều khiển nhiệt độ lò nhiệt, ta thực hiện theo phương pháp Ziegler-Nichols vòng hở (Ziegler-Nichols 1). Cung cấp tín hiệu đầu vào

$u(t) = 0.2$ , ta được đáp ứng ngõ ra và đường tiếp tuyến như Hình 4.

4.1 Xác định  $K$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ . Viết biểu thức hàm truyền lò nhiệt.

4.2 Tìm hàm truyền bộ điều khiển  $PID$  rời rạc biết thời gian lấy mẫu  $T = 0.1s$



Hình 4. Đáp ứng ngõ ra và tiếp tuyến tại điểm uốn

**Giải :**

4.1 Từ đồ thị ta có:

$$T_1 \approx 15, T_2 \approx 170 \text{ (giây)}$$

$$y_{xl} = 30 \Rightarrow K = \frac{y_{xl}}{u_{xl}} = \frac{30}{0.2} = 150$$

$$\text{Hàm truyền gần đúng của lò nhiệt là : } G(s) = \frac{Ke^{-T_1 s}}{T_2 s + 1} = \frac{150e^{-15s}}{170s + 1} \quad (0.5đ)$$

(sinh viên tìm ra hàm truyền khác gần đúng như trên cũng được tính điểm)

#### 4.2 Thiết kế bộ điều khiển PID:

$$\text{Bộ điều khiển PID liên tục: } G_{PID}(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

Theo phương pháp Zeigler-Nichol, ta có:

$$K_p = 1.2 \frac{T_2}{T_1 K} = 1.2 \frac{170}{15 \times 150} \approx 0.09$$

$$T_I = 2T_1 = 30$$

$$T_D = 0.5T_1 = 7.5$$

$$\Rightarrow G_{PID}(s) = 0.09 + \frac{0.003}{s} + 0.675s$$

Hàm truyền bộ điều khiển PID rời rạc:

$$G_{PID}(z) = K_p + \frac{K_I T}{2} \frac{z-1}{z+1} + \frac{K_D}{T} \frac{z-1}{z} = 0.09 + 0.00015 \frac{z-1}{z+1} + 6.75 \frac{z-1}{z} \quad (0.5đ)$$

#### Câu 5 :

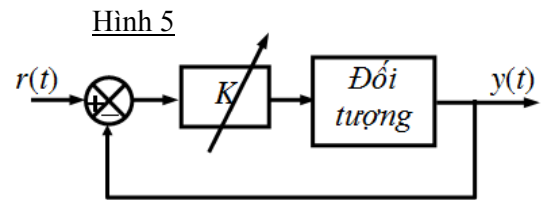
Để xác định các tham số của bộ điều khiển PI điều khiển tốc độ động cơ, ta thực hiện theo phương pháp Zeigler-Nichols vòng kín theo sơ đồ nguyên lý như hình 5.

Tăng dần độ lợi  $K$  đến giá trị 10 thì ngõ ra động cơ dao

động hình sin với chu kỳ 2sec. Xác định các tham số

$K_p$ ,  $K_I$  của bộ điều khiển PI. Viết hàm truyền rời rạc của bộ điều khiển PI với thời gian lấy mẫu

10ms. Viết phương trình sai phân mô tả quan hệ vào ra của bộ điều khiển PI rời rạc với ngõ vào là sai số  $e(k)$  và ngõ ra là tín hiệu điều khiển  $u(k)$ .



#### Giải :

Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} K_{gh} = 10 \\ T_{gh} = 2 \end{cases}$$

(0.25 điểm)

Theo phương pháp Zeigler-Nichols, ta tính được hàm truyền bộ điều khiển PI liên tục như sau:

$$G_{PID}(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_I s} \right)$$

Trong đó:

$$\begin{cases} K_p = 0.45 K_{gh} = 4.5 \\ T_I = 0.83 T_{gh} = 1.66 \text{ (sec)} \end{cases}$$

(0.5 điểm)

Vậy hàm truyền bộ điều khiển PI liên tục là:

(0.25 điểm)

$$G_{PID}(s) = 4.5 + \frac{2.71}{s}$$

Hàm truyền bộ điều khiển PI rời rạc có dạng:

$$G_{PID}(s) = K_P + \frac{K_I T}{2} \left( \frac{z+1}{z-1} \right)$$

Thay  $T = 10 \text{ (ms)} = 0.01 \text{ (sec)}$ ,  $K_P = 4.5$ ;  $K_I = 2.71$ ; ta được:

$$G_{PID}(z) = 4.5 + 0.0136 \left( \frac{z+1}{z-1} \right)$$

(0.5 điểm)

Phương trình sai phân mô tả quan hệ vào ra của bộ điều khiển PI rời rạc:

$$G_{PID}(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = 4.5 + 0.0136 \left( \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \right)$$

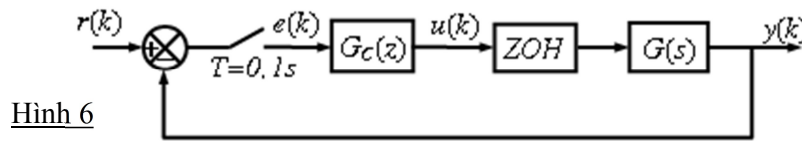
$$\Rightarrow (1-z^{-1})U(z) = [4.5(1-z^{-1}) + 0.0136(1+z^{-1})]E(z)$$

$$\Rightarrow (1-z^{-1})U(z) = [4.5136 - 4.4864z^{-1}]E(z)$$

$$\Rightarrow u(k) = u(k-1) + 4.5136e(k) - 4.4864e(k-1)$$

(0.5 điểm)

**Câu 6 : (2.5 điểm)** Cho hệ thống điều khiển như hình 6.



Cho biết :

$$G(z) = (1-z^{-1})Z \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} = \frac{0.6z - 0.4}{(z - 0.7)^2}$$

$$G_C(z) = \frac{1.5z - 0.6}{z}$$

**6.1 (1đ / CRĐ1)** Chứng minh rằng  $G_C(z)$  là bộ điều khiển PD rời rạc, xác định giá trị  $K_P$  và  $K_D$ . Viết biểu thức quan hệ giữa  $u(k)$  và  $e(k)$  trong miền thời gian để lập trình trên vi xử lý.

**6.2 (0.5đ / CRĐ2)** Chứng minh rằng hệ thống kín ổn định.

**6.3 (1.0đ / CĐR3)** Tính  $y(k)$  ( $k=0 \div 3$ ). Tính độ vọt lố và sai số xác lập khi tín hiệu vào là hàm nấc đơn vị.

**Giải :**

**6.1 (1đ / CRĐ1)**

$$G_C(z) = \frac{1.5z - 0.6}{z} = \frac{0.9z + 0.6(z-1)}{z} = 0.9 + \frac{0.06}{T} \frac{z-1}{z}$$

$\Rightarrow G_C(z)$  là bộ điều khiển PD rời rạc với  $K_P = 0.9$ ,  $K_D = 0.06$ .

- Biểu thức quan hệ giữa  $u(k)$  và  $e(k)$ :

$$G_C(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{1.5z - 0.6}{z} = 1.5 - 0.6z^{-1}$$

$$\Rightarrow u(k) = 1.5e(k) - 0.6e(k-1)$$

**6.2 (0.5đ / CRĐ2)**

- Phương trình đặc trưng của hệ thống:

$$1 + G_C(z)G(z) = 0$$

$$\Leftrightarrow z^3 - 0.5z^2 - 0.47z + 0.24 = 0$$

- PTĐT có 3 nghiệm  $z_1 = -0.6886, z_2 = 0.5258, z_3 = 0.6628$  đều có  $|z_i| < 1$  nên hệ thống ổn định.

**6.3 (1.0đ / CĐR3)** Tính  $y(k)$  ( $k=0 \div 3$ ). Tính độ vọt lố và sai số xác lập khi tín hiệu vào là hàm nấc đơn vị.

- Hàm truyền vòng kín của hệ thống

$$G_k(z) = \frac{G_C(z)G(z)}{1 + G_C(z)G(z)} = \frac{0.9z^2 - 0.96z + 0.24}{z^3 - 0.5z^2 - 0.47z + 0.24}$$

$$\Leftrightarrow y(k) = 0.5y(k-1) + 0.47y(k-2) - 0.24y(k-3) + 0.9u(k-1) - 0.96u(k-2) + 0.24u(k-3)$$

- Với đầu vào hàm nấc đơn vị:  $y(0) = 0; y(1) = 0.9, y(2) = 0.39, y(3) = 0.7980$

- Giá trị xác lập của ngõ ra với đầu vào hàm nấc đơn vị:

$$y_{xl} = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \cdot G_k(z) \cdot R(z) = \lim_{z \rightarrow 1} G_k(z)$$

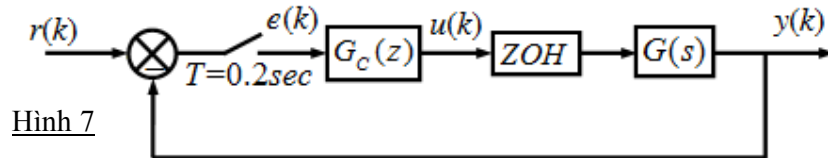
$$y_{xl} = 0.6667$$

$$POT = \frac{y_{\max} - y_{xl}}{y_{xl}} 100\% = \frac{0.9 - 0.6667}{0.6667} 100\% = 35\%$$

$$e_{xl} = u(k) - y_{xl} = 1 - 0.6667 = 0.3333$$

**Câu 7 :** (2.0đ) Cho hệ thống điều khiển có sơ đồ khối ở hình 7, biết rằng  $u(k) = 2e(k)$  và

$$G(s) = \frac{2e^{-0.2s}}{s+4}$$



**7.1** (1.0đ – CĐR3) Tính đáp ứng  $y(k)$ , ( $k = 0 \div 8$ ) khi tín hiệu vào là hàm nấc đơn vị.

Cho  $y(0) = y(1) = 0$ .

**7.2** (1.0đ – CĐR3) Tính độ vọt lố, thời gian quá độ (tiêu chuẩn 5%) và sai số xác lập khi tín hiệu vào là hàm nấc đơn vị

**Giải :**

Vì  $u(k) = 2e(k)$  nên  $G_c(z) = 2$

$$\text{Mặt khác: } G_h(z) = (1 - z^{-1})Z \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} = (1 - z^{-1}) \cdot z^{-1} \cdot Z \left\{ \frac{1}{s(s+4)} \right\} = \frac{0.275}{z(z-0.449)}$$

$$\text{Suy ra } G_k(z) = \frac{G_c(z) \cdot G_h(z)}{1 + G_c(z) \cdot G_h(z)} = \frac{0.5506}{z^2 - 0.449z + 0.5506}$$

$$\text{Từ đó: } Y(z) = 0.499 \cdot z^{-1} \cdot Y(z) - 0.5506z^{-2}Y(z) + 0.5506z^{-2} \cdot R(z)$$

$$\text{Nên: } y(k) = 0.499 \cdot y(k-1) - 0.5506 \cdot y(k-2) + 0.5506 \cdot r(k-2)$$

Theo đề bài ta có:  $y(0)=y(1)=0$ , hàm nấc đơn vị nên  $r(k)=1$  với  $k \geq 0$

Suy ra:

$$y(2)=0.55,$$

$$y(3)=0.796,$$

$$y(4)=0.605,$$

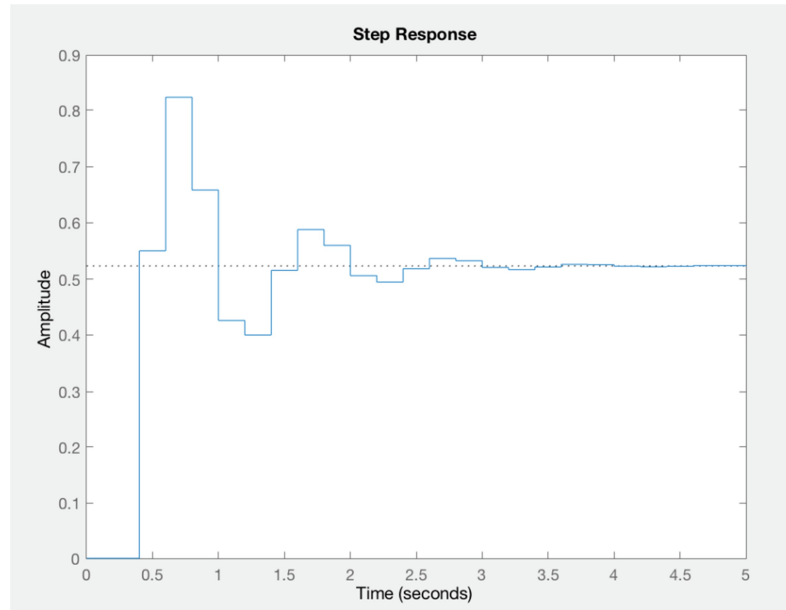
$$y(5)=0.38,$$

$$y(6)=0.389,$$

$$y(7)=0.516,$$

$$y(8)=0.56;$$

(không yêu cầu SV  
vẽ hình đáp ứng)



- Chất lượng hệ thống

**Cách 1:** Tính chính xác dựa vào đáp ứng  $y(k)$

$$POT = \frac{0.83 - 0.52}{0.52} 100\% = 59.6\%$$

$$t_{qd}(5\%) = 2.7s$$

$$\text{Sai số xác lập: } e_{xl} = r_{xl} - y_{xl} = 1 - 0.52 = 0.48$$

**Cách 2:** Tính gần đúng dựa vào cặp cực

Phương trình đặc trưng:

$$z^2 - 0.459z + 0.55 = 0$$

$$\Rightarrow z_{1,2} = 0.2245 \pm 0.7073i = 0.74e^{\pm j1.26} = e^{Ts} = e^{T(-\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2})}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} e^{-T\xi\omega_n} = 0.74 \\ \omega_n\sqrt{1-\xi^2} = 1.26 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \xi = 0.23 \\ \omega_n = 6.5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} POT \approx 47.6\% \\ t_s \approx 2 \text{ sec} \end{cases}$$