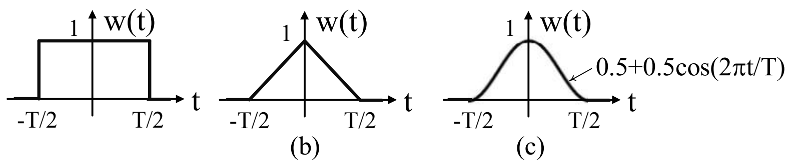
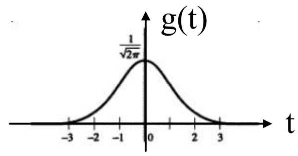
Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

5.1. Xác định và vẽ phổ của các hàm cửa sổ trên hình 5.1(a), hình 5.1(b) và hình 5.1(c)



Hình 5.1

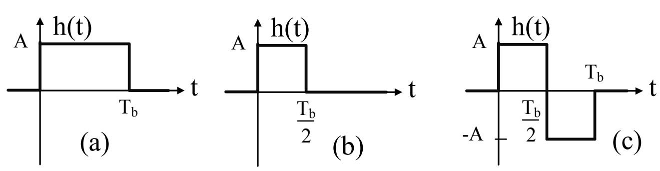
5.2. Xác định và vẽ phổ của hàm Gauss $g(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}$ trên hình 5.2



Hình 5.2

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

5.3. Xác định và vẽ mật độ phổ năng lượng cho xung của các dạng mã đường truyền trên hình 5.3(a), hình 5.3(b) và hình 5.3(c)



Hình 5.3

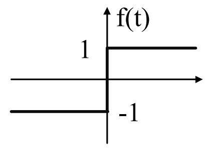
5.4. Tín hiệu năng lượng f(t) có mật độ phổ năng lượng:

$$\Phi_f(\omega) = |F(\omega)|^2 = \text{sinc}^2(\omega)\cos(2\omega)$$

Hãy tính năng lượng E_f của tín hiệu f(t)?

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

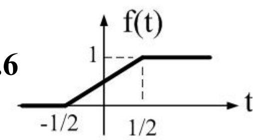
5.5. Xác định và vẽ phổ F(ω), mật độ phổ công suất $\Psi_f(\omega)$ của hàm dấu f(t)=Sgn(t) có dạng trên hình 5.5.



Hình 5.5

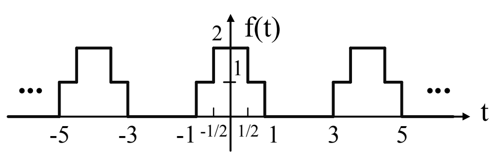
5.6. Xác định và vẽ phổ F(ω) của tín hiệu f(t) có dạng trên hình 5.6.

Hình 5.6



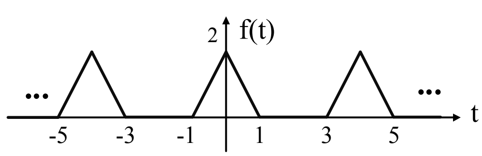
Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

5.7. Xác định và vẽ phổ, mật độ phổ của tín hiệu tuần hoàn f(t) có dạng trên hình 5.7.



Hình 5.7

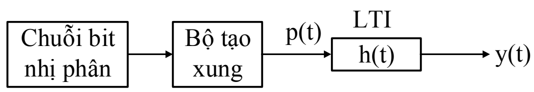
5.8. Xác định và vẽ phổ, mật độ phổ của tín hiệu tuần hoàn f(t) có dạng trên hình 5.8.



Hình 5.8

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

5.9. Mật độ phổ công suất (PSD) của các tín hiệu mã đường truyền (Line Coding) được xác định từ sơ đồ khối trên hình 5.9(a)



Hình 5.9(a)

Trong đó p(t) là chuỗi xung đơn vị, mỗi xung cách nhau một khoảng thời gian T_b và độ lớn phụ thuộc vào chuỗi bit nhị phân cần phát đi. Gọi $p_T(t)=p(t)\text{rect}(t/T)$ khi đó: $r_p(t) = \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T}\left[p_T(t) * p_T(-t)\right]$ được gọi làm hàm tự tương quan của tín hiệu p(t).

Chứng minh rằng mật độ phổ công suất của p(t) và y(t) có dạng:

$$\Psi_p(\omega) = R_p(\omega) \quad \text{và} \quad \Psi_y(\omega) = R_p(\omega)|H(\omega)|^2$$

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

5.10. Tín hiệu mã đường truyền Unipolar NRZ theo sơ đồ hình 5.9 với chuỗi bit nhị phân đủ lớn tạo tín hiệu p(t) có hàm tự tương quan

$$r_p(t) = \frac{1}{4T_b}\left[\delta(t) + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_b)\right]$$

và đáp ứng xung h(t) có dạng trên hình 5.3(a). Hãy xác định và vẽ mật độ phổ công suất $\Psi_y(\omega)$ của tín hiệu y(t).

5.11. Tín hiệu mã đường truyền Polar NRZ theo sơ đồ hình 5.9 với chuỗi bit nhị phân đủ lớn tạo tín hiệu p(t) có hàm tự tương quan

$$r_p(t) = \frac{1}{T_b}\delta(t)$$

và đáp ứng xung h(t) có dạng trên hình 5.3(a). Hãy xác định và vẽ mật độ phổ công suất $\Psi_y(\omega)$ của tín hiệu y(t).

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

5.12. Tín hiệu mã đường truyền Polar RZ theo sơ đồ hình 5.9 với chuỗi bit nhị phân đủ lớn tạo tín hiệu p(t) có hàm tự tương quan

$$r_p(t) = \tfrac{1}{T_b}\delta(t)$$

và đáp ứng xung h(t) có dạng trên hình 5.3(b). Hãy xác định và vẽ mật độ phổ công suất $\Psi_y(\omega)$ của tín hiệu y(t).

5.13. Tín hiệu mã đường truyền Manchester theo sơ đồ hình 5.9 với chuỗi bit nhị phân đủ lớn tạo tín hiệu p(t) có hàm tự tương quan

$$r_p(t) = \tfrac{1}{T_b}\delta(t)$$

và đáp ứng xung h(t) có dạng trên hình 5.3(c). Hãy xác định và vẽ mật độ phổ công suất $\Psi_y(\omega)$ của tín hiệu y(t).

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

5.14. Tín hiệu mã đường truyền AMI theo sơ đồ hình 5.9 với chuỗi bit nhị phân đủ lớn tạo tín hiệu p(t) có hàm tự tương quan

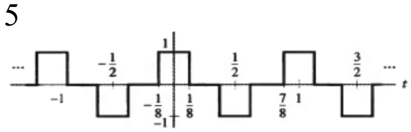
$$r_p(t) = \tfrac{1}{4T_b}\left[2\delta(t) - \delta(t-T_b) - \delta(t+T_b)\right]$$

và đáp ứng xung h(t) có dạng trên hình 5.3(b). Hãy xác định và vẽ mật độ phổ công suất $\Psi_y(\omega)$ của tín hiệu y(t).

5.15. Hệ thống LTI có đáp ứng xung: $h(t) = \frac{2\sin(2\pi t)}{\pi t}\cos(7\pi t)$

Xác định ngõ ra y(t) của hệ thống tương ứng với các ngõ vào f(t) sau đây: a) $f(t)=\cos(2\pi t)+\sin(6\pi t)$ b) $f(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}(-1)^k\delta(t-k)$

c) f(t) có dạng trên hình 5.15



Hình 5.15

Prob6: Phân tích tín hiệu dùng biến đổi Fourier

5.16. Cho hệ thống LTI có đáp ứng xung $h(t)=\dfrac{\sin[4(t-1)]}{\pi(t-1)}$

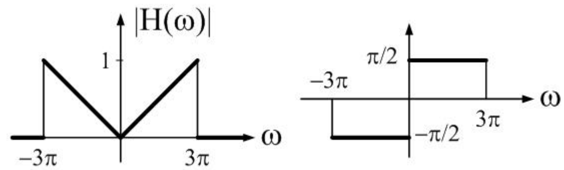
Xác định đáp ứng (ngõ ra) của hệ thống với ngõ vào là các tín hiệu:

a) $f(t)=\cos(6t+\frac{\pi}{2})$ b) $f(t)=\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n \sin(3nt)$

c) $f(t)=\dfrac{\sin[4(t+1)]}{\pi(t+1)}$ d) $f(t)=\left(\dfrac{\sin 2t}{\pi t}\right)^2$

5.17. Trên hình 6.16 là đáp ứng tần số $H(\omega)$ của bộ lọc tích phân thông thấp. Xác định ngõ ra $y(t)$ của hệ thống với các ngõ vào $f(t)$ như sau: a) $f(t)=\cos(2\pi t+\theta)$ b) $f(t)=\cos(4\pi t+\theta)$ c) $f(t)=|\sin(2\pi t)|$

Hình 5.17



Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

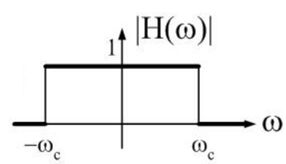
5.18. Trên hình 6.17 là $|H(\omega)|$ của bộ lọc thông thấp. Xác định và vẽ đáp ứng xung của bộ lọc tương ứng với các đáp ứng pha như sau:

a) $\angle H(\omega)=0$

b) $\angle H(\omega)=\omega T, T=\text{const}$

c) $\angle H(\omega)=\begin{cases}\pi/2 & \omega>0\\ -\pi/2 & \omega<0\end{cases}$

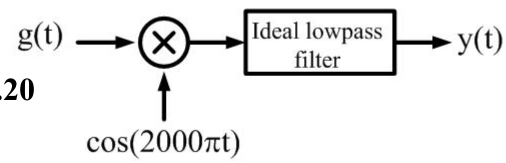
Hình 5.18



5.19. Cho tín hiệu $f(t)=\sin 200\pi t+2\sin 400\pi t$ và $g(t)=f(t)\sin 400\pi t$. Nếu tích của hai tín hiệu $g(t)\sin 400\pi t$ được truyền qua bộ lọc thông thấp lý tưởng với tần số cắt 400π và độ lợi trong dải thông bằng 2, Xác định tín hiệu ngõ ra của bộ lọc thông thấp lý tưởng trên.

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

5.20. Cho tín hiệu thực f(t) có phổ $F(\omega)=0$ khi $|\omega|>2000\pi$. Điều chế biên độ được thực hiện để tạo tín hiệu $g(t)=f(t)\sin(2000\pi t)$. Một phương pháp giải điều chế được đưa ra như sơ đồ hình 5.20, với g(t) là ngõ vào, y(t) là ngõ ra, và bộ lọc thông thấp lý tưởng có tần số cắt là 2000π và độ lợi trong dải thông là 2. Hãy xác định y(t).



Hình 5.20

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

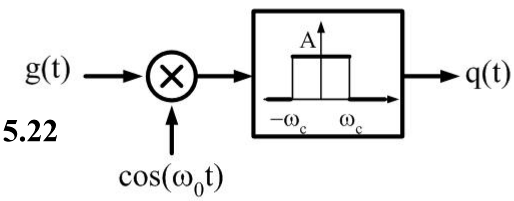
5.21. Giả sử ta muốn truyền đi tín hiệu

$$f(t)=\frac{\sin 1000\pi t}{\pi t}$$

sử dụng bộ điều chế để tạo ra tín hiệu $w(t)=[f(t)+A]\cos(10000\pi t)$ Xác định chỉ số điều chế μ lớn nhất cho phép sử dụng phương pháp tách sóng đường bao để khôi phục f(t) từ w(t). Với bài toán này, ta chấp nhận biên độ lớn nhất tại các búp phụ của hàm sinc xảy ra tại thời điểm chính giữa hai thời điểm mà hàm sinc có giá trị bằng không kế nhau.

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

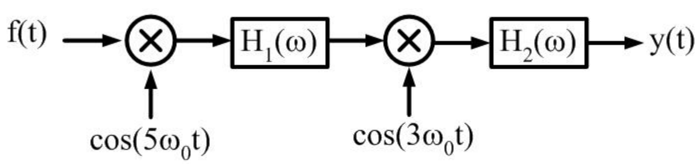
5.22. Một hệ thống thực hiện điều chế AM-SSB/SC với sóng mang tần số ω_c và giữ lại dải cao trên tín hiệu f(t) có phổ F(ω) bằng không khi $|\omega|>\omega_M$ để tạo ngõ ra là g(t). Hệ thống trên hình 5.22 cho phép chuyển tín hiệu g(t) là tín hiệu điều chế AM-SSB/SC giữ lại dải cao thành tín hiệu q(t) là tín hiệu điều chế AM-SSB/SC giữ lại dải thấp. Cho biết tần số cắt ω_c của bộ lọc thông thấp lớn hơn ω_M. Hãy xác định điều kiện của ω_0 theo ω_c? Xác định độ lợi trong dải thông, A, của bộ lọc thông thấp?



Hình 5.22

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

6.23. Cho sơ đồ khối hệ thống trên hình 5.23, với f(t) là tín hiệu ngõ vào và y(t) là tín hiệu ngõ ra. Tín hiệu ngõ vào có phổ $F(\omega)=\Delta(\omega/4\omega_0)$. Hãy xác định và vẽ phổ Y(ω) của tín hiệu ngõ ra y(t)



Hình 5.23

Cho biết: $H_1(\omega)=\text{rect}\left(\dfrac{\omega-4\omega_0}{2\omega_0}\right)+\text{rect}\left(\dfrac{\omega+4\omega_0}{2\omega_0}\right)$

và $H_2(\omega)=\text{rect}\left(\dfrac{\omega}{6\omega_0}\right)$

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

5.24. Một hệ thống thông dụng dùng để bảo đảm tính riêng tư trong việc truyền dẫn tín hiệu thoại là hệ thống xáo trộn bang tần tín hiệu thoại. Như trình bày trên hình 5.24(a), ngõ vào của hệ thống là tín hiệu thoại f(t) và tín hiệu ngõ ra là tín hiệu đã được xáo trộn bang tần y(t). Tín hiệu y(t) được truyền đi và được xáo trộn trở lại ở máy thu. Ta giả sử rằng các tín hiệu ngõ vào của bộ xáo trôn là tín hiệu thực và giới hạn bang tần tới ω_0; hay $F(\omega)=0$ khi $|\omega|>\omega_0$. Khi đó tín hiệu ngõ ra cũng là tín hiệu thực và giới hạn bang tần tương tự; hay $Y(\omega)=0$ khi $|\omega|>\omega_0$. Thuật toán của bộ xáo trộn như sau:

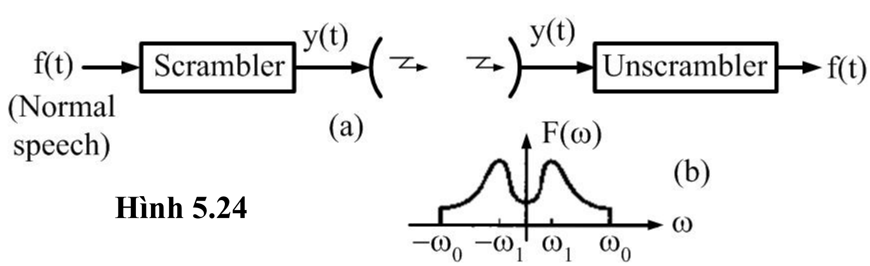
$$Y(\omega)=\begin{cases} F(\omega-\omega_0); & \omega>0 \\ F(\omega+\omega_0); & \omega<0 \end{cases}$$

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

a) Nếu $F(\omega)$ như trên hình 5.24(b), hãy vẽ phổ của tín hiệu ngõ ra bộ xáo trộn y(t).

b) Sử dụng các bộ khuếch đại, bộ nhân, bộ cộng, bộ dao động và bộ lọc lý tưởng cần thiết, hãy vẽ sơ đồ khối của bộ xáo trộn lý tưởng.

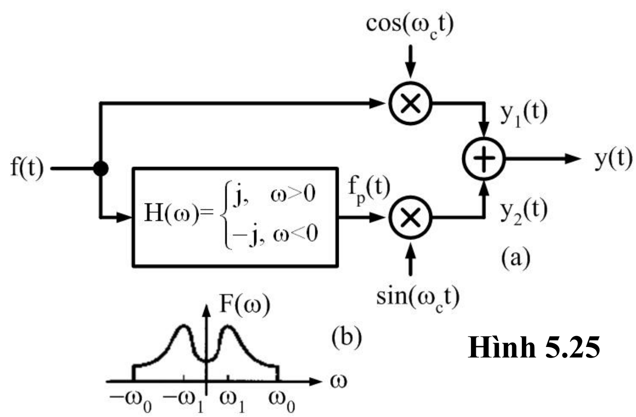
c) Sử dụng các bộ khuếch đại, bộ nhân, bộ cộng, bộ dao động và bộ lọc lý tưởng cần thiết, hãy vẽ sơ đồ khối của giải bộ xáo trộn lý tưởng.



Hình 5.24

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

5.25. Sơ đồ khối trên hình 5.25(a) là hệ thống điều chế AM-SSB. Với $F(\omega)$ trên hình 5.25(b), hãy vẽ $Y_1(\omega)$, $Y_2(\omega)$, và $Y(\omega)$



Hình 5.25

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

5.26. Cho biết một tín hiệu thực f(t) được khôi phục duy nhất từ các mẫu của nó khi nó được lấy mẫu với tần số $\omega_s=10^4\pi$. Hãy xác định tần số nào của ω mà chắc chắn rằng $F(\omega)$ bằng không?

5.27. Tín hiệu f(t) được lấy từ ngõ ra của một bộ lọc thọng thấp lý tưởng với tần số cắt $\omega_c=1000\pi$. Nếu lấy mẫu lý tưởng (bằng cách nhân với chuỗi xung đơn vị) được thực hiện trên f(t), với các chu kỳ lấy mẫu sau đây, chu kỳ nào đảm bảo tín hiệu f(t) có thể được khôi phục từ các mẫu của nó bằng bộ lọc thông thấp?

a) $T=5.10^{-4}$; b) $T=2.10^{-3}$; c) $T=10^{-4}$

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

5.28. Tần số mà theo định lý lấy mẫu, tần số lấy mẫu phải lớn hơn hoặc bằng được gọi là tốc độ Nyquist. Hãy xác định tốc độ Nyquist tương ứng với các tín hiệu sau:

a) $f(t)=1+\cos(2000\pi t)+\sin(4000\pi t)$ b) $f(t)=\dfrac{\sin(4000\pi t)}{\pi t}$

c) $f(t)=\left[\dfrac{\sin(4000\pi t)}{\pi t}\right]^2$

5.29. Cho tín hiệu f(t) với tốc độ Nyquist ω_0. Và cho :$y(t)=f(t)p(t-1)$

Với: $p(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)$; $T<\frac{2\pi}{\omega_0}$

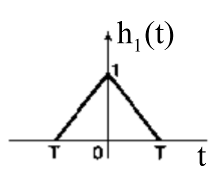
Hãy xác định đáp ứng biên độ và pha của bộ lọc dùng để khôi phục lại tín hiệu f(t) từ tín hiệu y(t).

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

5.30. Một tín hiệu f(t) được lấy và giữ mẫu bằng bộ giữ mẫu bậc không với chu kỳ lấy mẫu T để tạo thành tín hiệu $f_0(t)$. Gọi tín hiệu $f_1(t)$ là kết quả từ việc lấy và giữ mẫu bậc một tín hiệu f(t) với cùng chu kỳ T theo phương trình sau:

$$f_1(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(nT)h_1(t-nT)$$

Với $h_1(t)$ được trình bày trên hình 5.30. Xác định đáp ứng tần số của một bộ lọc dùng để tạo tín hiệu $f_1(t)$ từ tín hiệu $f_0(t)$?



Hình 5.30

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

5.31. Hình 5.31 trình bày một hệ thống lấy mẫu với chuỗi xung đơn vị trái dấu và phổ của tín hiệu ngõ vào.

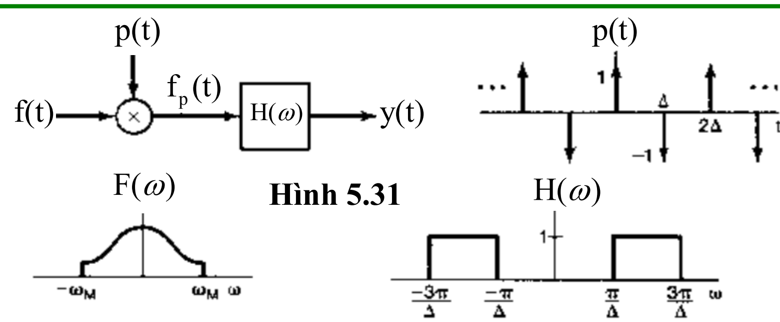
a) Với $\Delta<\pi/(2\omega_M)$, vẽ phổ của tín hiệu $f_p(t)$ và tín hiệu $y(t)$

b) Với $\Delta<\pi/(2\omega_M)$, xác định một hệ thống dùng để khôi phục tín hiệu $f(t)$ từ tín hiệu $f_p(t)$

c) Với $\Delta<\pi/(2\omega_M)$, xác định một hệ thống dùng để khôi phục tín hiệu $f(t)$ từ tín hiệu $y(t)$

d) Cho biết giá trị lớn nhất của Δ tính theo ω_M để $f(t)$ có thể được khôi phục từ tín hiệu $f_p(t)$ cũng như từ tín hiệu $y(t)$

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng



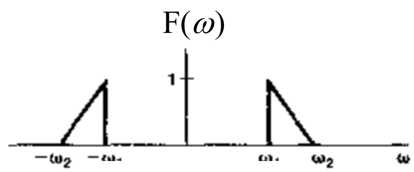
Hình 5.31

5.32. Định lý lấy mẫu, mà chúng ta đã thiết lập, phát biểu rằng một tín hiệu f(t) phải được lấy mẫu với tốc độ lớn hơn bang thông của nó (hay lớn hơn hai lần tần số lớn nhất của tín hiệu). Điều này ngụ ý rằng nếu tín hiệu f(t) có phổ trên hình 5.32(a), phải được lấy mẫu với tần số lớn hơn $2\omega_2$. Tuy nhiên, bởi vì hầu hết năng lượng của tín hiệu tập trung trong một dải hẹp tần số, nên hoàn toàn có lý do

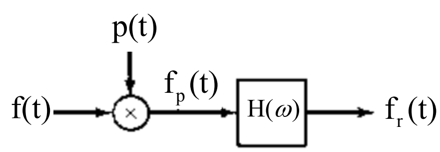
Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

để tin rằng tốc độ lấy mẫu có thể thấp hơn. Tín hiệu mà năng lượng của nó tập trung trong một dải hẹp tần số được biết đến là tín hiệu thông dải. Có nhiều kỹ thuật khác nhau đề lấy mẫu loại tín hiệu này, thông thường là kỹ thuật lấy mẫu thông dải.

Đề kiểm tra khả năng lấy mẫu tín hiệu thông dải với tốc độ nhỏ hơn tổng băng thông của nó, hãy xam xét hệ thống trên hình 5.32(b). Giả sử rằng $\omega_1 > \omega_2 - \omega_1$, tìm giá trị lớn nhất của T và giá trị của hằng số A, ω_a, và ω_b sao cho $f_r(t) = f(t)$.

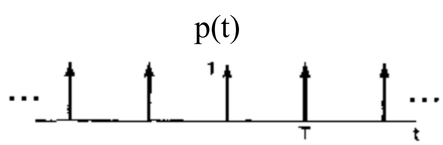


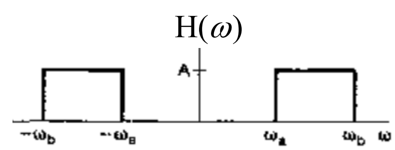
Hình 5.32(a)



Hình 5.32(b)

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng





Hình 5.32(b)

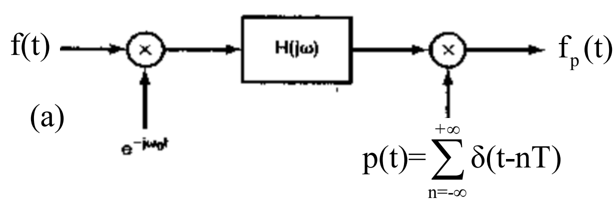
5.33. Trong bài 5.33, chúng ta đã xem xét kỹ thuật lấy mẫu và khôi phục tín hiệu thông dải. Một phương pháp khác, được dùng khi tín hiệu f(t) thực, trước tiên nhân tín hiêu f(t) với một hàm mũ phức và sau đó lấy mẫu kết quả. Hệ thống lấy mẫu được trình bày trên hình 5.33(a). Với f(t) thực và F(ω) chỉ khác không khi $\omega_1 < |\omega| < \omega_2$, tần số được lựa chọn sao cho $\omega_0 = 1/2(\omega_1 + \omega_2)$, và bộ lọc thông thấp $H_1(\omega)$ có tần số cắt $(1/2)(\omega_2 - \omega_1)$.

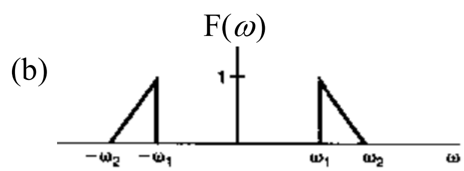
a) Với F(ω) trên hình 5.33(b), hãy vẽ $F_p(\omega)$

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

b) Xác định giá trị lớn nhất của chu kỳ lấy mẫu T sao cho f(t) có thể được khôi phục từ tín hiệu $f_p(t)$

c) Xác định một hệ thống dùng để khôi phục f(t) từ $f_p(t)$

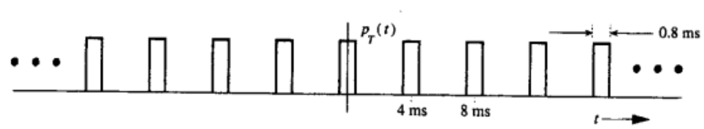




Hình 5.33

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

5.34. Cho tín hiệu f(t)=sinc(200πt) được lấy mẫu bởi chuỗi xung $p_T(t)$ trên hình 5.34. Tìm và vẽ phổ của tín hiệu đã được lấy mẫu. Hãy cho biết và giải thích khả năng có thể khôi phục tín hiệu f(t) từ các mẫu của nó. Nếu tín hiệu đã được lấy mẫu được cho qua bộ lọc thông thấp lý tưởng có bang thông 100Hz và độ lợi đơn vị, hãy xác định ngõ ra của bộ lọc. Xác định ngõ ra của bộ lọc nếu bang thông của nó là B Hz, với 100<B<150? Điều gì sẽ xảy ra nếu bang thông của bộ lọc vượt quá 150Hz?



Hình 5.34

Prob5: Phân tích phổ tín hiệu và ứng dụng

5.35. Hình 5.35 trình bày tín hiệu lấy mẫu từ tín hiệu $f(t)=5\mathrm{sinc}^2(5\pi t)$.

a) Chứng tỏ rằng tín hiệu f(t) có thể được khôi phục từ các mẫu của nó nếu tốc độ lấy mẫu không nhỏ hơn tốc đô Nyquist.

b) Giải thích cách khôi phục tín hiệu f(t) từ $\bar{f}(t)$

c) Xác định và vẽ phổ (vẽ gần đúng) phổ $\bar{F}(\omega)$ của tín hiệu $\bar{f}(t)$

Hình 5.35