

Lecture 5

Chương 3: Phân tích và thực hiện hệ thống LTI dùng biến đổi Laplace (cont...)

Chương 3: PT và thực hiện HT LTI dùng BĐ Laplace

3.2. Phân tích hệ thống LTI dùng biến đổi Laplace

3.2. Phân tích hệ thống LTI dùng biến đổi Laplace

3.2.1. Hàm truyền của HT LTI

3.2.1. Hàm truyền của hệ thống LTI

Xét hệ thống LTI có quan hệ vào ra $y(t)=T\{f(t)\}$ với đáp ứng xung $h(t)=T\{\delta(t)\}$ khi đó:

$$T\{e^{st}\}=H(s)e^{st} \quad \text{với: } H(s)=\mathcal{L}\{h(t)\}=\int_{-\infty}^{+\infty} h(t)e^{-st} dt; \text{ ROC: } R_h$$

Với ngõ vào bất kỳ $f(t)$ có biến đổi Laplace $F(s)$ với ROC R_f có phần chung với R_h , ta có thể biểu diễn:

$$f(t)=\frac{1}{j2\pi}\int_{\sigma_0-j\infty}^{\sigma_0+j\infty} F(s)e^{st} ds; \quad \sigma_0=\text{Re}\{s\} \in (R_f \cap R_h)$$

Khi đó ngõ ra được xác định theo tính chất LTI như sau:

$$y(t)=\frac{1}{j2\pi}\int_{\sigma_0-j\infty}^{\sigma_0+j\infty} F(s)H(s)e^{st} ds; \quad \sigma_0=\text{Re}\{s\} \in (R_f \cap R_h)$$

$$\text{Hay: } y(t)=\mathcal{L}^{-1}\{F(s)H(s)\}$$

3.2.1. Hàm truyền của hệ thống LTI

Nhận xét: $f(t)=\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$
 $h(t)=\mathcal{L}^{-1}\{H(s)\}$ } $\rightarrow y(t)=\mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)H(s)\}$

Nên: dùng $F(s)$ thay cho $f(t)$, $H(s)$ thay cho $h(t)$ và $Y(s)=F(s)H(s)$ thay cho $y(t)$. Mô hình “hộp đen” của hệ thống được mô tả theo $H(s)$ như sau:



Trong đó: $H(s)$ là giá trị đặc trưng của hệ thống và cũng là thông số đặc trưng cho hệ thống LTI \rightarrow người ta gọi là hàm truyền (Transfer Function - TF) của hệ thống hoặc hàm hệ thống (System Function)

3.2. Phân tích hệ thống LTI dùng biến đổi Laplace

3.2.2. Xác định đáp ứng của hệ thống LTI

3.2.2. Xác định đáp ứng của HT LTI

Bước 1: Xác định $F(s)$ & ROC: R_f từ $f(t)$ và $H(s)$ & ROC: R_h từ $h(t)$.

Bước 2: Xác định $Y(s)$ từ $F(s)$ và $H(s)$ với $Y(s)=F(s)H(s)$ & ROC: $R \supset (R_f \cap R_h)$.

Bước 3: Xác định biến đổi Laplace ngược để tìm $y(t)$ từ $Y(s)$ & ROC của nó.

3.2.2. Xác định đáp ứng của HT LTI

Ví dụ: Cho hệ thống LTI có đáp ứng xung $h(t)=e^{-2t}u(t)$. Hãy xác định đáp ứng $y(t)$ của hệ thống với ngõ vào $f(t)=e^{3t}u(-t)$

Giải:

B1: Tra bảng ta có:

$$H(s)=\mathcal{L}\{h(t)\}=1/(s+2); \text{ ROC: } R_h = (\text{Re}\{s\} > -2)$$

$$F(s)=\mathcal{L}\{f(t)\}=-1/(s-3); \text{ ROC: } R_f = (\text{Re}\{s\} < 3)$$

B2: Xác định $Y(s)$:

$$Y(s)=F(s)H(s)=-1/(s+2)(s-3); \text{ ROC: } R = (-2 < \text{Re}\{s\} < 3)$$

B3: Xác định $y(t)$: $y(t)=\mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\}=\frac{1}{5}e^{-2t}u(t)+\frac{1}{5}e^{3t}u(-t)$

3.2. Phân tích hệ thống LTI dùng biến đổi Laplace

3.2.3. ROC của $H(s)$ của hệ thống LTI

a) ROC của hệ thống LTI nhân quả

Hệ thống nhân quả: $h(t)=0$ khi $t<0$

ROC của $H(s)$ có $h(t)$ là tín hiệu phía phải: $\text{Re}\{s\} > \sigma_{\min}$

ROC của $H(s)$ của hệ thống nhân quả nằm bên phải 1 đường thẳng hoặc nằm bên phải của cực bên phải nhất

b) ROC của hệ thống LTI ổn định

Hệ thống ổn định: $\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| dt$ hữu hạn

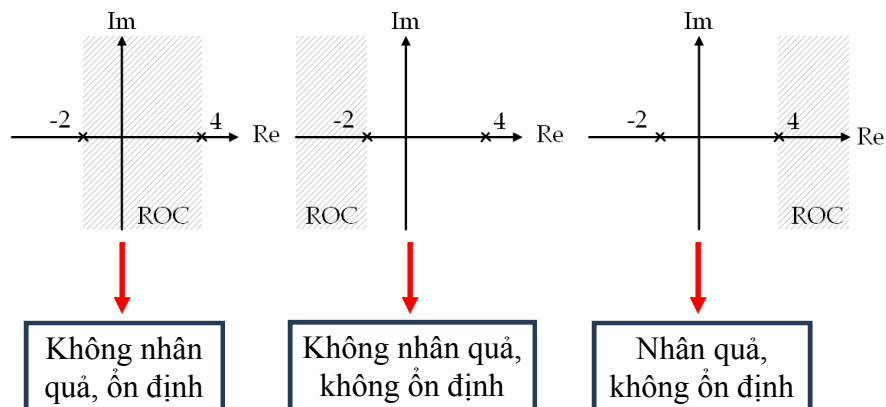
ROC của $H(s)$: $\text{Re}\{s\}=\sigma$ thỏa $\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)e^{-\sigma t}| dt$ hữu hạn

→ Hệ thống ổn định thì $\text{Re}\{s\}=\sigma=0$ thuộc ROC

ROC của $H(s)$ chứa trục ảo thì hệ thống ổn định

c) Ví dụ ROC của hệ thống LTI

$$H(s) = \frac{2}{(s+2)(s-4)}$$



d) ROC của hệ thống LTI nhân quả, ổn định

ROC của $H(s)$ của hệ thống nhân quả, ổn định phải nằm bên phải của cực bên phải nhất và chứa trục ảo \rightarrow “Hệ thống LTI nhân quả, ổn định phải có tất cả các cực nằm bên trái mặt phẳng phức”

Chương 3: PT và thực hiện HT LTI dùng BĐ Laplace

3.3. Thực hiện hệ thống LTI nhân quả bằng sơ đồ khối

3.3. Thực hiện HT LTI nhân quả bằng sơ đồ khối

3.3.1. Các dạng ghép nối cơ bản và hàm truyền

3.3.1. Các dạng ghép nối cơ bản và hàm truyền

Hệ thống LTI nhân quả được tạo thành từ việc kết nối các hệ thống LTI nhân quả thành phần.

Các hệ thống LTI nhân quả có ROC của hàm truyền nằm bên phải cực bên phải nhất \rightarrow luôn luôn tồn tại phần giao của ROC \rightarrow luôn tồn tại hàm truyền $H(s)$ tổng hợp.

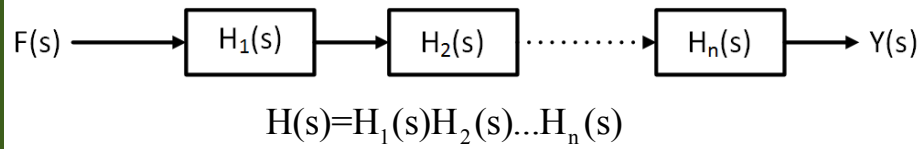
Khi xác định $H(s)$ từ các hệ thống LTI nhân quả thành phần, ta không cần thiết phải xét tới ROC của chúng

Có 3 dạng kết nối cơ bản như sau:

- Ghép liên tầng
- Ghép song song
- Ghép hồi tiếp

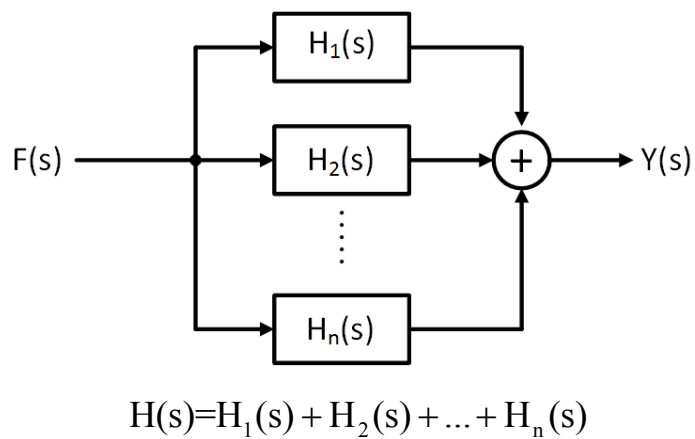
3.3.1. Các dạng ghép nối cơ bản và hàm truyền

Hệ thống ghép liên tầng:



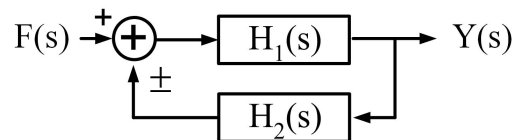
3.3.1. Các dạng ghép nối cơ bản và hàm truyền

Hệ thống ghép song song:



3.3.1. Các dạng ghép nối cơ bản và hàm truyền

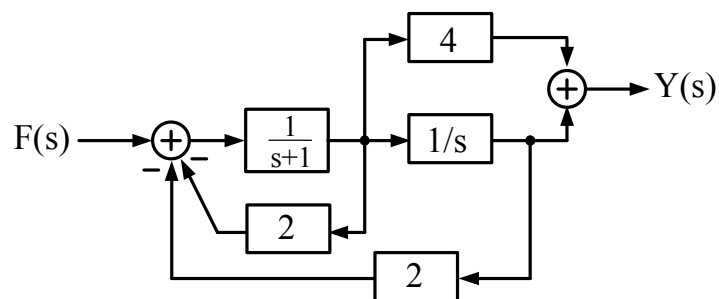
Hệ thống ghép hồi tiếp:



$$H(s) = \frac{H_1(s)}{1 \mp H_1(s)H_2(s)}$$

3.3.1. Các dạng ghép nối cơ bản và hàm truyền

Ví dụ tổng hợp:



$$H(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{4s+1}{s^2 + 3s + 2}$$

3.3. Thực hiện HT LTI nhân quả bằng sơ đồ khối

3.3.2. Sơ đồ khối HT LTI nhân quả mô tả bởi PTVP

3.3.2. Sơ đồ khối HT LTI nhân quả mô tả bởi PTVP

Áp dụng biến đổi Laplace lên 2 vế của PTVP:

$$\sum_{k=0}^n a_k \frac{d^k y(t)}{dt^k} = \sum_{k=0}^m b_k \frac{d^k f(t)}{dt^k}$$

$$\Rightarrow \sum_{k=0}^n a_k s^k Y(s) = \sum_{k=0}^m b_k s^k F(s)$$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{\sum_{k=0}^m b_k s^k}{\sum_{k=0}^n a_k s^k} = \frac{P(s)}{Q(s)}$$

3.3.2. Sơ đồ khối HT LTI nhân quả mô tả bởi PTVP

Bậc của hệ thống $n \geq m$. Tổng quát chọn $m=n$

Khi đó $H(s)$ có dạng:
$$H(s) = \frac{\sum_{k=0}^n b_k s^k}{\sum_{k=0}^n a_k s^k} = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{Y(s) X(s)}{X(s) F(s)}$$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{X(s)}{F(s)} = \sum_{k=0}^n b_k s^k, \quad \frac{Y(s)}{X(s)} = 1 / \sum_{k=0}^n a_k s^k \quad (\text{Dạng trực tiếp I}) \\ \frac{X(s)}{F(s)} = 1 / \sum_{k=0}^n a_k s^k, \quad \frac{Y(s)}{X(s)} = \sum_{k=0}^n b_k s^k \quad (\text{Dạng trực tiếp II}) \end{array} \right.$

3.3.2. Sơ đồ khối HT LTI nhân quả mô tả bởi PTVP

Nguyên tắc thực hiện: dùng bộ tích phân kết hợp với bộ cộng & khuếch đại.

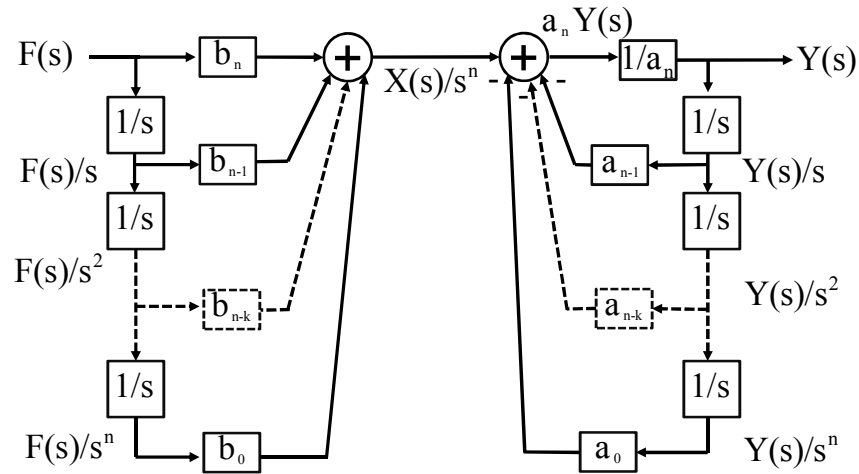
Bộ tích phân: $F(s) \rightarrow \boxed{1/s} \rightarrow F(s)/s$

Bộ khuếch đại: $F(s) \rightarrow \boxed{K} \rightarrow KF(s)$

Bộ cộng:
$$\begin{array}{c} F_1(s) \rightarrow \bigoplus \rightarrow F_1(s) + F_2(s) + F_3(s) + \dots + F_n(s) \\ \quad \quad \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \quad \quad \quad F_2(s) \quad F_3(s) \quad F_n(s) \end{array}$$

3.3.2. Sơ đồ khối HT LTI nhân quả mô tả bởi PTVP

Dạng trực tiếp I: $\frac{X(s)}{F(s)} = \sum_{k=0}^n b_k s^k$, $\frac{Y(s)}{X(s)} = 1 / \sum_{k=0}^n a_k s^k$



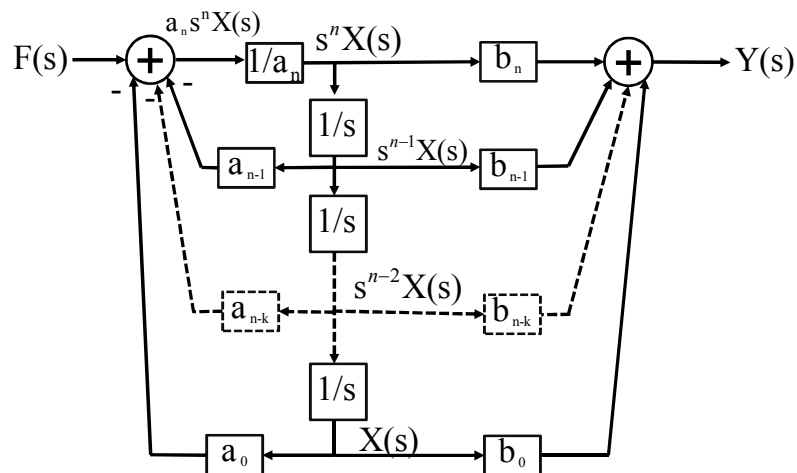
Signals and Systems

--HK191--

© Tran Quang Viet – FEEE – HCMUT

3.3.2. Sơ đồ khối HT LTI nhân quả mô tả bởi PTVP

Dạng trực tiếp II: $\frac{X(s)}{F(s)} = 1 / \sum_{k=0}^n a_k s^k$, $\frac{Y(s)}{X(s)} = \sum_{k=0}^n b_k s^k$



Signals and Systems

--HK191--

© Tran Quang Viet – FEEE – HCMUT

3.3. Thực hiện HT LTI nhân quả bằng sơ đồ khối

3.3.3. Sơ đồ & hàm truyền của mạch điện LTI nhân quả mô tả bởi PTVP

a) Toán tử hóa sơ đồ mạch điện

Mỗi phần tử mạch được xem là một hệ thống LTI nhân quả với quan hệ vào ra là quan hệ dòng điện và điện áp. Hàm truyền của cả mạch điện được xác định dựa vào cách ghép nối các hệ thống thành phần tuân thủ các định luật cơ bản của mạch: KVL, KCL, Ohm

Ta khảo sát quan hệ dòng – áp của các phần tử cơ bản sau:

- Phần tử điện trở
- Phần tử điện cảm
- Phần tử điện dung

a) Toán tử hóa sơ đồ mạch điện

- **Phần tử điện trở:**

$$v(t)=Ri(t) \quad \rightarrow \quad V(s)=RI(s) \quad \rightarrow \quad \text{Thay R bởi } R$$

- **Phần tử điện cảm:**

$$v(t)=L \frac{di(t)}{dt} \quad \rightarrow \quad V(s)=LsI(s) \quad \rightarrow \quad \text{Thay L bởi } Ls$$

- **Phần tử điện dung:**

$$v(t)=\frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau \quad \rightarrow \quad V(s)=\frac{1}{Cs} I(s) \quad \rightarrow \quad \text{Thay C bởi } 1/Cs$$

a) Các định luật cơ bản của mạch trong miền s

- **Định luật Ohm:**

$$V(s)=Z(s)I(s)$$

- **Định luật KCL:**

$$\sum I_k(s) = 0$$

- **Định luật KVL:**

$$\sum V_k(s) = 0$$

b) Mô hình hóa sơ đồ mạch điện

Các mạch điện LTI có thể được mô phỏng dùng các phần mềm mô phỏng mạch điện hoặc có thể mô hình để mô phỏng dưới dạng mô hình hệ thống LTI dùng hàm truyền.

Các bước thực hiện như sau:

- B1: Toán tử hóa sơ đồ mạch điện
- B2: Áp dụng các định luật KCL, KVL, Ohm để viết các quan hệ dòng áp trên các nhánh trong mạch
- B3: Xây dựng sơ đồ khối của hệ thống LTI mô tả cho mạch theo phương pháp trực tiếp dựa vào các phương trình ở B2.

c) Xác định hàm truyền của mạch điện LTI

Các bước thực hiện như sau:

- B1: Toán tử hóa sơ đồ mạch điện
- B2: Áp dụng các định luật KCL, KVL, Ohm để viết các quan hệ dòng áp trên các nhánh trong mạch từ đó lập tỉ số của ngõ ra/ngõ vào.