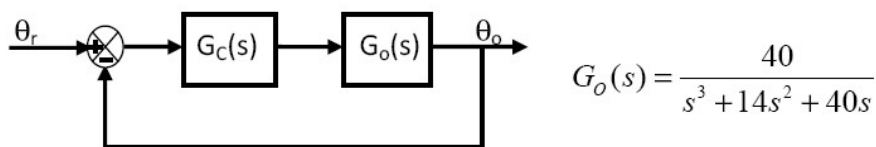


Câu 1 : Cho hệ thống hồi tiếp âm như hình vẽ :



1. Hãy thiết kế khâu hiệu chỉnh $G_C(s)$ để đáp ứng quá độ của hệ thống sau khi hiệu chỉnh thay đổi không đáng kể và có sai số đối với tín hiệu vào hàm dốc là 0.01 (2.5đ)
2. Hãy thiết kế khâu hiệu chỉnh $G_C(s)$ để đáp ứng quá độ của hệ thống sau khi hiệu chỉnh thỏa : $K_V^* = 15$, $\Phi M^* \geq 40^\circ$, $GM^* \geq 10$ dB. Tính độ dự trữ biên và pha của hệ thống sau khi hiệu chỉnh. (3.5đ)
3. Cho $G_C(s)$ là khâu PI, bằng phương pháp Ziegler-Nichols vòng kín hãy xác định các hệ số K_P , K_I . (1đ)

Giải :

1. Thiết kế khâu $G_C(s)$ thỏa $e_{xl} = 0.01$

Theo đề bài :

+ Đáp ứng quá độ không thay đổi

+ Hiệu chỉnh sai số xác lập

→ chọn $G_C(s)$ là khâu trễ pha :

$$G_C(s) = K_C \frac{s + 1/\beta T}{s + 1/T} \quad (\beta < 1)$$

• Bước 1 : Xác định β

Hệ số vận tốc trước khi hiệu chỉnh :

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{40}{s^3 + 14s^2 + 40s} = 1$$

Hệ số vận tốc sau khi hiệu chỉnh :

$$K_V^* = \frac{1}{e_{xl}^*} = \frac{1}{0.01} = 100$$

$$\rightarrow \beta = \frac{K_V}{K_V^*} = 0.01$$

• Bước 2 : Chọn zero của khâu hiệu chỉnh

Các cực của hệ thống trước hiệu chỉnh :

$$1 + G(s) = 0 \quad \leftrightarrow \quad 1 + \frac{40}{s^3 + 14s^2 + 40s} = 0 \quad \leftrightarrow \quad s^3 + 14s^2 + 40s + 40 = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} s_1 = -10.58 \\ s_2 = -1.71 + 0.92i \\ s_3 = -1.71 - 0.92i \end{cases} \rightarrow \text{Cặp cực quyết định : } s_{2,3} = -1.71 \pm 0.92i$$

+ Chọn $\frac{1}{\beta T}$ sao cho $\frac{1}{\beta T} \ll |\operatorname{Re}\{s_2\}| = 1.71 \rightarrow \frac{1}{\beta T} = 0.1$

• **Bước 3 : Xác định cực của khâu hiệu chỉnh**

$$\frac{1}{T} = \beta \frac{1}{\beta T} = 0.01 * 0.1 = 0.001$$

• **Bước 4 : Xác định K_C**

$$|G_C(s)G(s)|_{s=s^*} = 1$$

Để đáp ứng quá độ không thay đổi đáng kể thì cặp cực quyết định cũng không thay đổi \rightarrow chọn :

$$s^* = -1.71 + 0.92i$$

$$\left| K_C \frac{(-1.71 + 0.92i + 0.1)}{(-1.71 + 0.92i + 0.001)} * \frac{40}{(-1.71 + 0.92i)(-1.71 + 0.92i + 4)(-1.71 + 0.92i + 10)} \right| = 1 \rightarrow K_C = 1.046$$

Vậy : $G_C(s) = 1.046 \frac{s + 0.1}{s + 0.001}$

2. Thiết kế khâu $G_C(s)$ thỏa $K_V^* = 15$, $\Phi M^* \geq 40^\circ$, $GM^* \geq 10$ dB

• **Bước 1 : Xác định K_C**

Hệ số vận tốc của hệ thống sau hiệu chỉnh :

$$K_V^* = \lim_{s \rightarrow 0} s G_C(s)G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s K_C \frac{1 + \alpha T s}{1 + T s} * \frac{40}{s^3 + 14s^2 + 40s} = K_C$$

$$\rightarrow K_C = K_V^* = 15$$

• **Bước 2 : Vẽ biểu đồ Bode**

$$G_1(s) = K_C G(s) = \frac{600}{s^3 + 14s^2 + 40s} = \frac{15}{s(1/4s + 1)(1/10s + 1)}$$

$$\omega_1 = 1/T_1 = 1/1/4 = 4, \quad \omega_2 = 1/T_2 = 1/1/10 = 10$$

+ Điểm A : $\begin{cases} \omega = 1 \\ L(\omega) = 20 \lg 15 = 20 \times 1.176 = 23.52 \text{ dB} \end{cases}$

+ Công thức tính góc pha :

$$\varphi(\omega) = -90^\circ - \arctg(T_1 \omega) - \arctg(T_2 \omega) = -90^\circ - \arctg(1/4\omega) - \arctg(1/10\omega)$$

+ Tính góc pha một số điểm đặc biệt :

$$\varphi(0) = -90^\circ - 0^\circ - 0^\circ = -90^\circ$$

$$\varphi(+\infty) = -90^\circ - 90^\circ - 90^\circ = -270^\circ$$

$$\varphi(\omega_1) = -90^\circ - \arctg(1) - \arctg(4/10) = -90^\circ - 45^\circ - 21.8^\circ = -156.8^\circ$$

$$\varphi(\omega_2) = -90^\circ - \arctg(10/4) - \arctg(1) = -90^\circ - 68.2^\circ - 45^\circ = -203.2^\circ$$

+ Vẽ biểu đồ Bode (theo phương pháp gần đúng) của $G_1(s)$ như hình vẽ bên dưới. Có thể chọn khâu hiệu chỉnh $G_C(s)$ là sớm pha hoặc trễ pha. **Chọn trường hợp là sớm pha.**

• **Bước 3 : Xác định tần số cắt trước hiệu chỉnh**

Từ biểu đồ Bode $\rightarrow \omega_C \approx 7$ rad/s

• **Bước 4 : Độ dự trữ pha của hệ chưa hiệu chỉnh**

$$\Phi M = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 180^\circ - 182^\circ \approx -2^\circ$$

• **Bước 5 : Góc pha cần bù**

$$\varphi_{\max} = \Phi M^* - \Phi M + \theta = 40^\circ + 2^\circ + 8^\circ = 50^\circ$$

• **Bước 6 : Xác định α**

$$\alpha = \frac{1 + \sin(\varphi_{\max})}{1 - \sin(\varphi_{\max})} \approx 7.5$$

• **Bước 7 : Xác định tần số cắt mới**

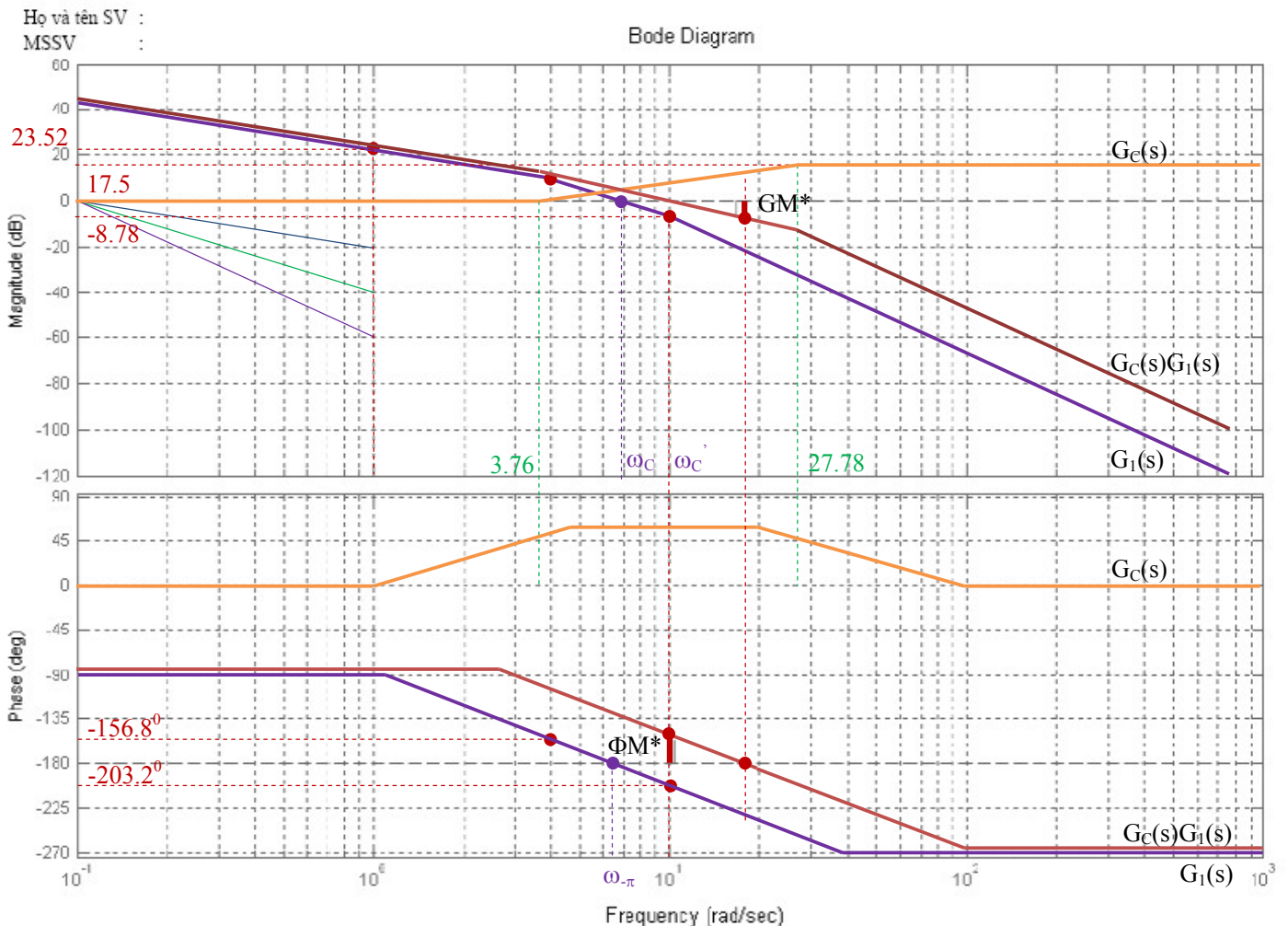
$$\text{Từ điều kiện } L_1(\omega_c') = -10 \log(\alpha) = -8.78 \text{ dB}$$

$$\text{Dựa vào biểu đồ Bode} \rightarrow \omega_c' \approx 10 \text{ rad/s}$$

• **Bước 8 : Xác định T**

$$T = \frac{1}{\omega_c' \sqrt{\alpha}} \approx 0.036 \rightarrow \alpha T = 0.266$$

$$\text{Vậy : } G_c(s) = 15 \frac{1 + 0.266s}{1 + 0.036s}$$



• **Bước 9 : Tính độ dự trữ biên và pha sau khi hiệu chỉnh**

+ Vẽ biểu đồ Bode sau khi hiệu chỉnh bằng cách vẽ thêm :

$$G_C(s) = \frac{1 + 0.266s}{1 + 0.036s}$$

+ Lưu ý : không gộp K_C vào trong $G_C(s)$ vì nó đã được tính trong $G_1(s)$ ở bước 2.

$$1/\alpha T = 1/0.266 = 3.76$$

$$1/T = 1/0.036 = 27.78$$

$$20 \lg(\alpha) = 20 \lg(7.5) = 17.5 \quad dB$$

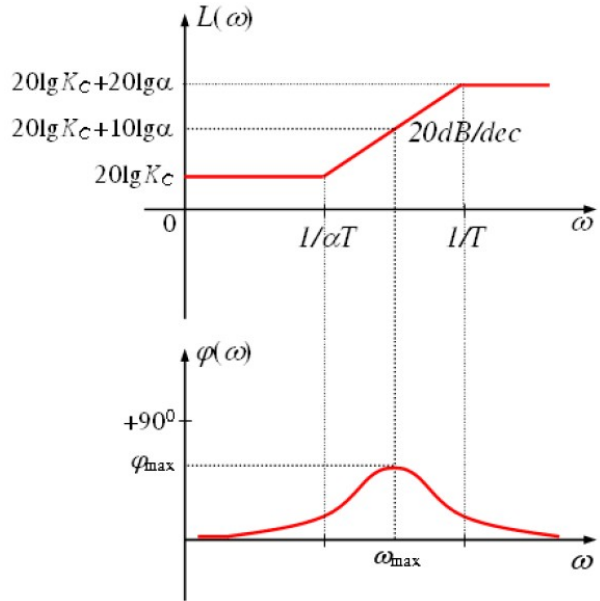
$$\omega_{\max} = \omega'_C \approx 10 \quad rad/s$$

$$\varphi_{\max} = 50^\circ$$

+ Sau khi vẽ $\rightarrow GM^* \approx 9 \text{ dB}$, $\Phi M^* \approx 25^\circ$

Kết luận : theo yêu cầu đề bài $\Phi M^* \geq 40^\circ \rightarrow$

thực hiện lại bước 5, tức chọn lại φ_{\max} theo hướng lớn hơn 50°



• **Chú ý :** Chỉ làm đến đây là xong, không cần làm lại bước 5.

Chọn trường hợp là trễ pha

• **Bước 3 : Xác định tần số cắt mới**

$$\varphi_1(\omega'_C) = -180^\circ + \Phi M^* + \theta = -180^\circ + 40^\circ + 5^\circ = -135^\circ$$

$$\text{Từ biểu đồ Bode} \rightarrow \omega'_C \approx 2.41 \quad rad/s$$

• **Bước 4 : Xác định α**

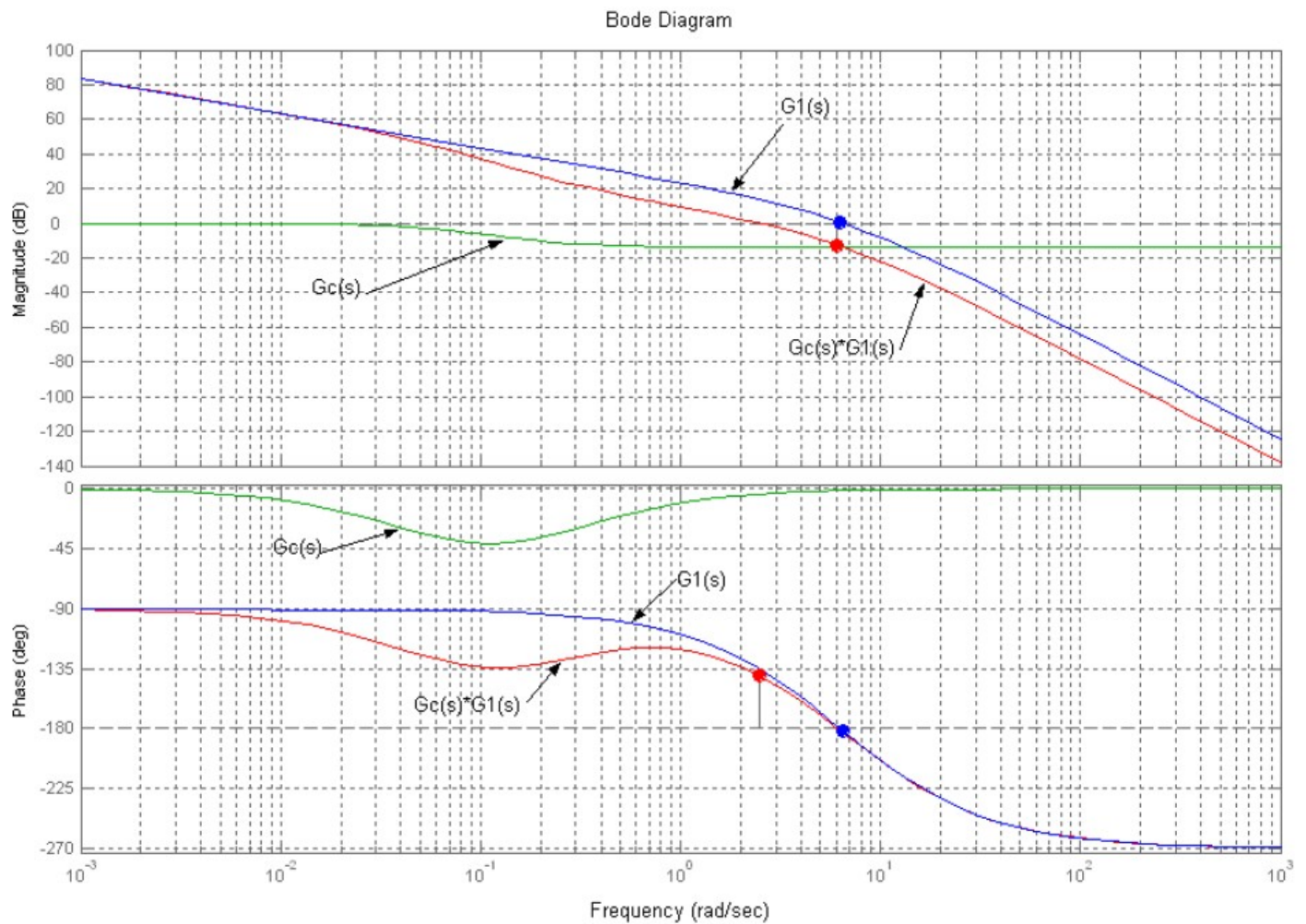
$$\text{Từ biểu đồ Bode} \rightarrow L_1(\omega'_C) \approx 14.3 \quad dB \quad \leftrightarrow \quad -20 \lg(\alpha) = 14.3 \quad \rightarrow \quad \alpha = 0.2$$

• **Bước 5 : Chọn zero khâu trễ pha**

$$\text{Chọn } 1/\alpha T \text{ sao cho } 1/\alpha T \ll \omega'_C = 2.41 \quad \rightarrow \quad 1/\alpha T = 0.25 \quad \rightarrow \quad \alpha T = 4$$

• **Bước 6 : Tính T**

$$T = \frac{\alpha T}{\alpha} = \frac{4}{0.2} = 20 \quad \text{Vậy : } G_C(s) = 15 \frac{1 + 4s}{1 + 20s}$$

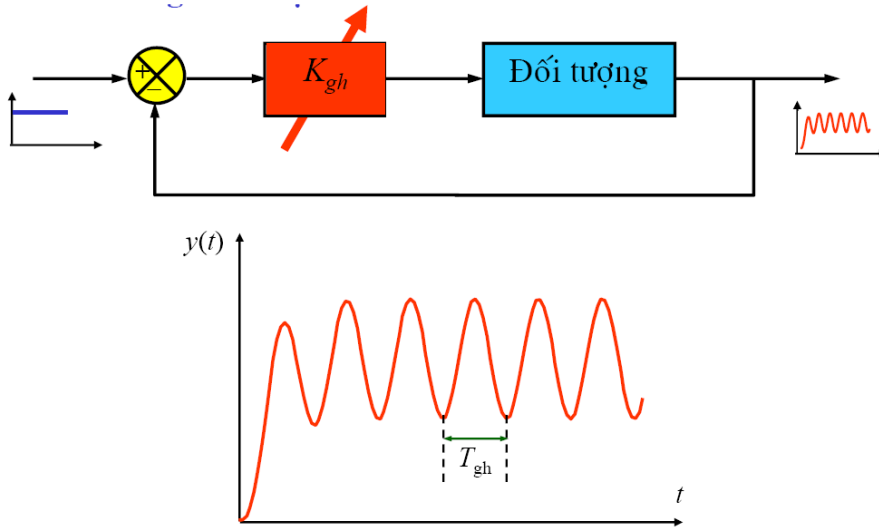


• **Bước 7 : Tính độ dự trữ biên và pha sau khi hiệu chỉnh**

- + Tương tự như bước 9 trong trường hợp sớm pha \rightarrow vẽ thêm $G_c(s) = \frac{1+4s}{1+20s}$ với chú ý vận dụng dạng đặc tuyến tần số của khâu trễ pha.
- + Từ biểu đồ Bode của $G_c(s) \cdot G_1(s)$ tìm được $GM^* \approx 12.7$ dB, $\Phi M^* \approx 39.6^\circ$

Kết luận : Khâu hiệu chỉnh trễ pha đã thiết kế chấp nhận được theo yêu cầu của đề bài.

3. Thiết kế bộ điều khiển PI



$$\text{PTĐT: } 1 + KG(s) = 0 \quad \leftrightarrow \quad 1 + K \frac{40}{s^3 + 14s^2 + 40s} = 0$$

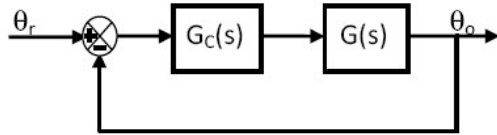
$$\leftrightarrow s^3 + 14s^2 + 40s + 40K = 0$$

$$\text{Thay } s = j\omega \rightarrow -j\omega^3 - 14\omega^2 + 40j\omega + 40K = 0 \rightarrow \begin{cases} -\omega^3 + 40\omega = 0 \\ -14\omega^2 + 40K = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \omega = 0 \\ K = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \omega = \sqrt{40} \\ K = 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T_{gh} = \frac{2\pi}{\omega_{gh}} \approx 1 \\ K_{gh} = 14 \end{cases}$$

- $K_P = 0.45K_{gh} = 6.30$
- $T_I = 0.83T_{gh} = 0.83 \rightarrow K_I = K_P / T_I \approx 7.59$

Câu 2 : Cho hệ thống hồi tiếp âm như hình vẽ :



$$G(s) = \frac{10s + 1}{s(s + 10)^2}$$

1. Bằng phương pháp QĐNS hãy thiết kế khâu hiệu chỉnh $G_C(s)$ để đáp ứng quá độ của hệ thống sau khi hiệu chỉnh thỏa : $POT = 9.5\%$, $t_{qd}(5\%) = 0.2$ s (2.0đ)
2. Bằng phương pháp Bode hãy thiết kế khâu trễ pha $G_C(s)$ để đáp ứng hệ thống sau khi hiệu chỉnh thỏa : $K_V^* = 10$, $\Phi M^* \geq 40^\circ$, $GM^* \geq 20$ dB. Tính GM của hệ thống sau khi hiệu chỉnh (3 đ).
3. Cho $G_C(s) = K$. Tìm K để hàm truyền vòng kín có 1 cực nằm **bên phải** mặt phẳng phức (1 đ).
4. Để sai số xác lập bằng 0 đối với tín hiệu vào hàm dốc (ramp) thì khâu $G_C(s)$ phải có dạng như thế nào ? (0.5 đ).

Giải :

1. Theo đề bài khâu hiệu chỉnh là khâu **sớm pha** : $G(s) = K_C \frac{s + 1/\alpha T}{s + 1/T}$ ($\alpha > 1$)

• **Bước 1 : Xác định cặp cực quyết định**

$$POT = 9.5\% \rightarrow \xi = 0.6$$

$$t_{qd}(5\%) = \frac{3}{\xi \omega_n} = 0.2 \rightarrow \omega_n = 25 \text{ rad/s}$$

$$\rightarrow s_{1,2}^* = -\xi \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = -15 \pm j20$$

• **Bước 2 : Xác định góc pha cần bù**

$$\phi^* = -180^\circ + \arg(-15 + j20) + 2 \arg(-15 + j20 - (-10)) - \arg(-15 + j20 - (-0.1)) = 28.3^\circ$$

• **Bước 3 : Xác định cực và zero theo pp đường phân giác**

$$\widehat{OPx} = \arg(-15 + j20) = 126.9^\circ$$

$$OP = |-15 + j20| = 25$$

$$OB = OP \frac{\sin\left(\frac{\widehat{OPx}}{2} + \frac{\phi^*}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\widehat{OPx}}{2} - \frac{\phi^*}{2}\right)} = 25 \frac{\sin\left(\frac{126.9^\circ}{2} + \frac{28.3^\circ}{2}\right)}{\sin\left(\frac{126.9^\circ}{2} - \frac{28.3^\circ}{2}\right)} = 32.0$$

$$OC = OP \frac{\sin\left(\frac{\widehat{OPx}}{2} - \frac{\phi^*}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\widehat{OPx}}{2} + \frac{\phi^*}{2}\right)} = 25 \frac{\sin\left(\frac{126.9^\circ}{2} - \frac{28.3^\circ}{2}\right)}{\sin\left(\frac{126.9^\circ}{2} + \frac{28.3^\circ}{2}\right)} = 19.5$$

$$\Rightarrow G(s) = K_C \frac{s + 32.0}{s + 19.5}$$

• **Bước 4 : Xác định K_C**

$$|G_C(s)G(s)|_{s=s_1^*} = 1 \rightarrow \left| K_C \frac{-15 + j20 + 32.0}{-15 + j20 + 19.5} \right| * \left| \frac{10(-15 + j20) + 1}{(-15 + j20)(-15 + j20 + 10)^2} \right| = 1$$

$$\rightarrow 0.283K_C = 1 \rightarrow K_C = 54.5$$

$$\rightarrow G_C(s) = 54.5 \frac{s + 32.0}{s + 19.5}$$

2. Theo đề bài khâu hiệu chỉnh là khâu **trễ pha**

• **Bước 1 : Xác định K_C**

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{10s + 1}{s(s + 10)^2} = \frac{1}{100}$$

$$\rightarrow K_C = \frac{K_V^*}{K_V} = \frac{10}{1/100} = 1000$$

• **Bước 2 : Vẽ biểu đồ Bode $G_1(s)$**

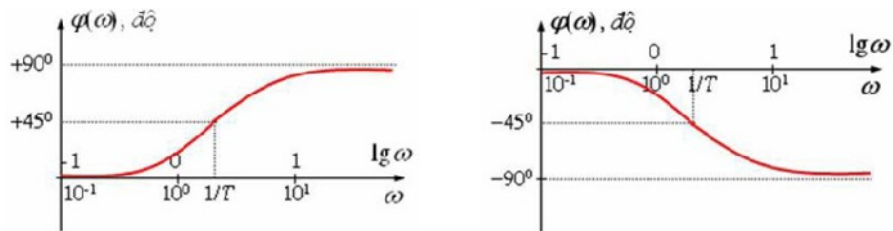
$$G_1(s) = K_C G(s) = 1000 \frac{10s + 1}{s(s + 10)^2} = 10 \frac{10s + 1}{s(0.1s + 1)^2}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{10} = 0.1 \text{ rad/s}, \quad \omega_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0.1} = 10 \text{ rad/s}$$

$$A: \begin{cases} \omega_0 = 0.01 \text{ rad/s} \\ L(\omega_0) = -20 \log(0.01) + 20 \log(10) = 60 \text{ dB} \end{cases}$$

+ Công thức tính góc pha :

$$\varphi(\omega) = -90^\circ + \arctg(T_1\omega) - 2\arctg(T_2\omega) = -90^\circ + \arctg(10\omega) - 2\arctg(0.1\omega)$$



+ Tính góc pha một số điểm đặc biệt :

$$\varphi(0) = -90^\circ + 0^\circ - 0^\circ = -90^\circ$$

$$\varphi(+\infty) = -90^\circ + 90^\circ - 180^\circ = -180^\circ$$

$$\varphi(\omega_1) = -90^\circ + \arctg(1) - 2\arctg(0.01) = -90^\circ + 45^\circ - 1.15^\circ \approx -45^\circ$$

$$\varphi(\omega_2) = -90^\circ + \arctg(100) - 2\arctg(1) = -90^\circ + 89.43^\circ - 90^\circ \approx -90^\circ$$

+ Vẽ biểu đồ Bode (theo phương pháp gần đúng) của $G_1(s)$ như hình vẽ bên dưới.

• **Bước 3 : Xác định tần số cắt mới**

$$\varphi_1(\omega'_c) = -180^\circ + \Phi M * +\theta = -180^\circ + 40^\circ + 5^\circ = -135^\circ$$

$$\text{Từ biểu đồ Bode suy ra : } \omega'_c = 25 \text{ rad/s}$$

• **Bước 4 : Tính α**

$$L(\omega'_c) = -20 \log(\alpha) = 25 \text{ dB} \rightarrow \alpha = 0.056$$

• **Bước 5 : Chọn zero**

$$\frac{1}{\alpha T} \ll \omega'_c = 25 \rightarrow \frac{1}{\alpha T} = 2.5 \rightarrow \alpha T = 0.4$$

• **Bước 6 : Tính T**

$$T = \frac{\alpha T}{\alpha} = \frac{0.4}{0.056} = 8.5 \rightarrow G_c(s) = 1000 \frac{0.4s + 1}{8.5s + 1}$$

• **Bước 7 : Tính độ dự trữ biên sau khi hiệu chỉnh**

+ Vẽ Bode sau khi hiệu chỉnh bằng cách vẽ thêm :

$$G_c(s) = \frac{0.4s + 1}{8.5s + 1}$$

+ Tính một số giá trị :

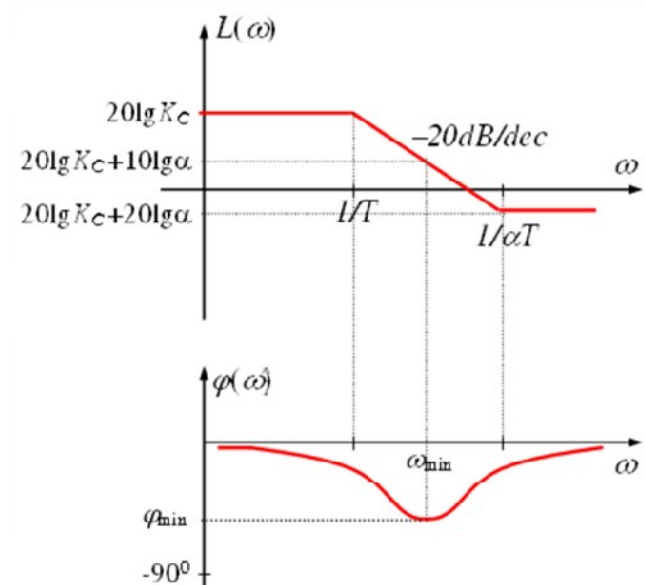
$$\frac{1}{T} = \frac{1}{8.5} = 0.12, \quad \frac{1}{\alpha T} = 2.5$$

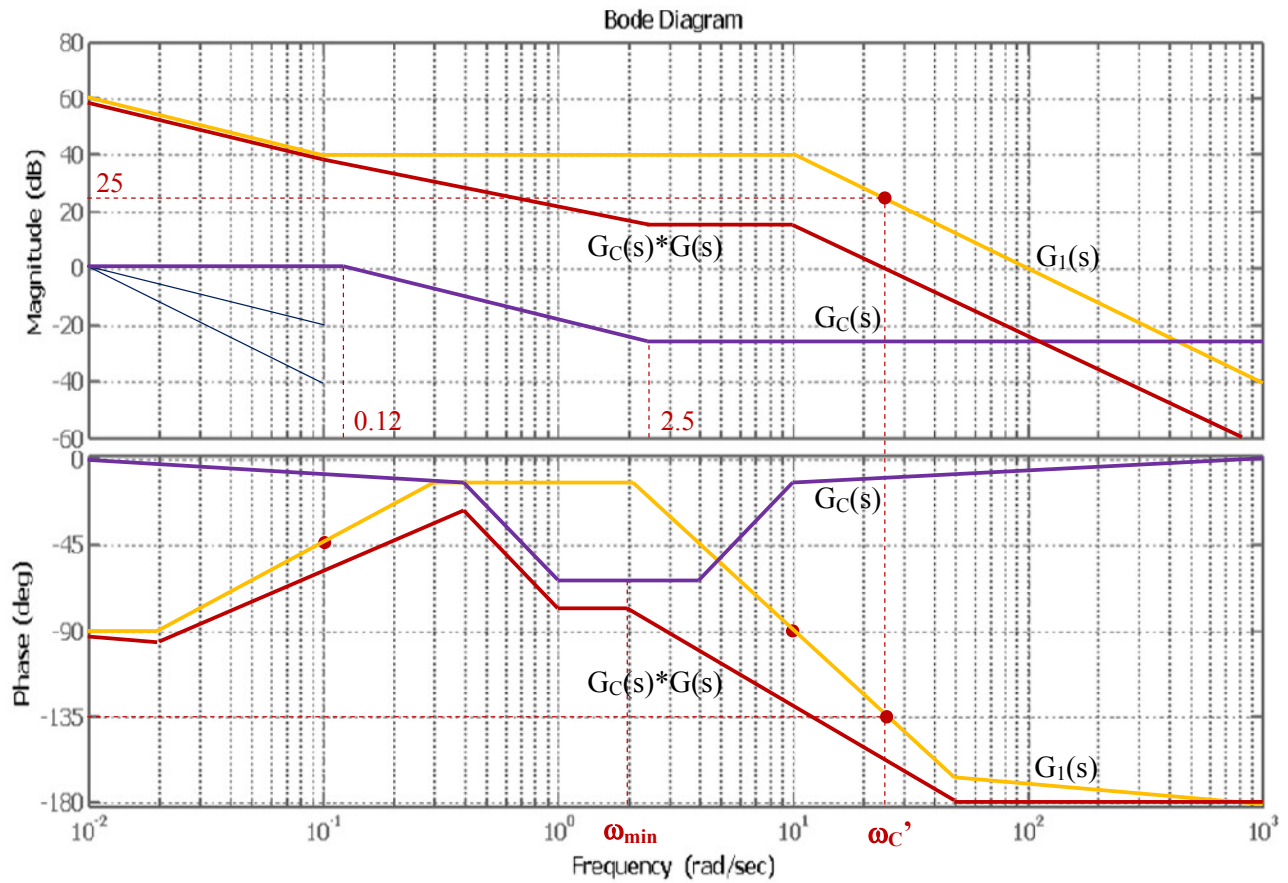
$$20 \log(\alpha) = -L(\omega'_c) = -25 \text{ dB}$$

$$\omega_{\min} = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}} = \frac{1}{8.5\sqrt{0.056}} \approx 2.0 \text{ rad/s}$$

$$\varphi_{\min} = \sin^{-1}\left(\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{0.056 - 1}{0.056 + 1}\right) \approx -63^\circ$$

• Biểu đồ Bode pha của hệ sau khi hiệu chỉnh tiệm cận với đường ngang -180° . Vậy **GM** = ∞





3. Hàm truyền vòng kín

$$G_k(s) = \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)} = \frac{10Ks + K}{s^3 + 20s^2 + (100 + 10K)s + K}$$

Để $G_k(s)$ có 1 cực bên phải mặt phẳng phức thì nghiệm của pt : $s^3 + 20s^2 + (100 + 10K)s + K = 0$ phải có một nghiệm nằm bên phải mặt phẳng phức.

Áp dụng tiêu chuẩn ổn định Routh :

s^3	1	100+10K
s^2	20	K
s^1	$100 + 199K/20$	0
s^0	K	

Theo tiêu chuẩn ổn định Routh thì để có 1 nghiệm bên phải mặt phẳng phức thì các hệ số cột 1 bảng Routh đổi dấu 1 lần. Từ đó suy ra :

$$\begin{cases} 100 + \frac{199K}{20} > 0 \\ K < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} 100 + \frac{199K}{20} < 0 \\ K < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -\frac{2000}{199} < K < 0 \cup K < -\frac{2000}{199}$$

Trường hợp : $K = -\frac{2000}{199}$ ta thay hàng s^1 bởi $[40 \ 0]$ thì các hệ số cột 1 bảng Routh cũng đổi dấu 1 lần. Tóm lại, $K < 0$ thì hệ kín có 1 cực bên phải mặt phẳng phức.

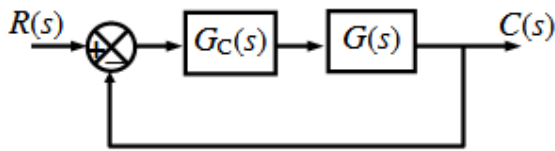
4. Ta có :

$$e(\infty) = \frac{1}{K_V} = 0 \Rightarrow K_V \rightarrow \infty$$

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} s G_C(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s G_C(s) \frac{10s+1}{s(s+10)^2} = \lim_{s \rightarrow 0} G_C(s) \frac{1}{100} \rightarrow \infty$$

Vậy $G_C(s)$ phải có ít nhất 1 khâu tích phân lý tưởng, tức là $G_C(s) = \frac{G'_C(s)}{s}$

Câu 3 : Cho hệ thống có sơ đồ khối như hình bên dưới. Biết rằng $G(s) = \frac{K}{s(s+a)}$ và nếu $G_C(s) = 1$ thì hệ thống kín có cặp cực phức với hệ số tắt $\xi = 1/\sqrt{2}$ và tần số dao động tự nhiên $\omega_n = \sqrt{2}$ (rad/sec).



- 3.1 Xác định hàm truyền $G(s)$.
- 3.2 Tính độ vọt lố và thời gian quá độ theo tiêu chuẩn 5% của hệ thống trước khi hiệu chỉnh.
- 3.3 Thiết kế $G_C(s)$ sao cho hệ kín sau khi hiệu chỉnh có đáp ứng quá độ thay đổi không đáng kể, đồng thời sai số xác lập đối với tín hiệu vào là hàm dốc bằng 0.01.

Giải :

3.1 Tìm hàm truyền $G(s)$

• PTĐT :

$$G_K(s) = \frac{K}{s(s+a)+K} = \frac{K}{s^2 + as + K}$$

$$\Rightarrow s^2 + as + K = 0 \Leftrightarrow s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2\xi\omega_n = 2 \\ K = \omega_n^2 = 2 \end{cases}$$

$$G(s) = \frac{2}{s(s+2)}$$

3.2 Độ vọt lố và thời gian quá độ

$$POT = \exp\left(\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) 100\% = 4.32\%$$

$$t_s = \frac{3}{\xi\omega_n} = \frac{3}{1/\sqrt{2} * \sqrt{2}} = 3 \text{ sec}$$

3.3 Thiết kế $G_C(s)$

Yêu cầu chất lượng quá độ không đổi nhưng cải thiện sai số xác lập \rightarrow chọn bộ trễ pha :

$$G_C(s) = K_C \frac{s + (1/\beta T)}{s + (1/T)} \quad (\beta < 1)$$

- Hệ số vận tốc trước hiệu chỉnh :

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{2}{s(s+2)} = 1$$

- Hệ số vận tốc mong muốn sau hiệu chỉnh :

$$K_V^* = \frac{1}{e_{xl}^*} = 1/0.01 = 100$$

- Xác định β :

$$\beta = \frac{K_V}{K_V^*} = 1/100 = 0.01$$

- Chọn zero :

Cực của hệ thống trước hiệu chỉnh :

$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = -1 \pm j$$

Chọn :

$$\frac{1}{\beta T} \ll |\text{Re}\{s_1\}| = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\beta T} = 0.1$$

- Tính cực :

$$\frac{1}{T} = \beta \frac{1}{\beta T} = 0.01 * 0.1 = 0.001$$

Vậy :

$$G_C(s) = K_C \frac{s + 0.1}{s + 0.001}$$

- Tính K_C :

$$|G_C(s)G(s)|_{s=s_1} = 1$$

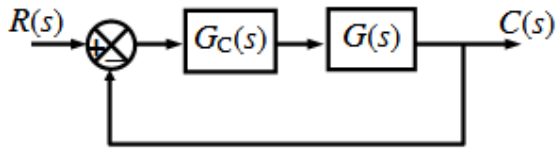
$$\left| K_C \frac{s + 0.1}{s + 0.001} * \frac{2}{s(s+2)} \right|_{s=s_1} = \left| K_C \frac{(-1+j+0.1)}{(-1+j+0.001)} * \frac{2}{(-1+j)(-1+j+2)} \right| = 1$$

$$\Rightarrow K_C = 1.0507$$

- Kết luận :

$$G_C(s) = 1.05 \frac{s + 0.1}{s + 0.001}$$

Câu 4 : Cho hệ thống có sơ đồ khối như hình bên dưới. Cho biểu đồ Bode của đối tượng kèm theo phía dưới bài tập.



- 4.1 Xác định hàm truyền $G(s)$.
- 4.2 Tính sai số xác lập khi tín hiệu vào là hàm nấc đơn vị trước khi hiệu chỉnh
- 4.3 Dựa vào biểu đồ Bode, thiết kế khâu hiệu chỉnh $G_C(s)$ sao cho hệ kín ổn định có độ dự trữ pha $\Phi M^* \geq 60^\circ$, sai số xác lập đối với tín hiệu vào là hàm nấc đơn vị bằng 0.02.

Giải :

4.1 Hàm truyền $G(s)$ có dạng

$$G(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)^2}$$

Theo biểu đồ Bode, ta có:

$$20 \lg K = 16.9 \text{ (dB)} \Rightarrow K = 7$$

$$\frac{1}{T_1} = 0.5 \text{ (rad/sec)} \Rightarrow T_1 = 2$$

$$\frac{1}{T_2} = 2 \text{ (rad/sec)} \Rightarrow T_2 = 0.5$$

$$\text{Do đó: } G(s) = \frac{7}{(2s + 1)(0.5s + 1)^2}$$

4.2 Hệ số vị trí

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{7}{(2s + 1)(0.5s + 1)^2} = 7$$

Sai số xác lập khi tín hiệu vào là hàm nấc đơn vị:

$$e_{xl} = \frac{1}{1 + K_p} = \frac{1}{8} = 0.125 \Rightarrow e_{xl} = 0.125$$

4.3 Thiết kế khâu hiệu chỉnh $G_C(s)$

- Tính K_C

Hệ số vị trí mong muốn:

$$e_{xl}^* = \frac{1}{1 + K_p^*} = 0.02 \Rightarrow K_p^* = \frac{1}{e_{xl}^*} - 1 = \frac{1}{0.02} - 1 \Rightarrow K_p^* = 49$$

$$\Rightarrow K_C = \frac{K_p^*}{K_p} = \frac{49}{7} \Rightarrow K_C = 7$$

- Đặt $G_1(s) = K_C G(s)$.

Biểu đồ Bode biên độ của $G_1(s)$ nâng lên $20 \lg K_C = 16.9 \text{ (dB)}$ so với b.đồ Bode biên độ của $G(s)$,

Biểu đồ Bode pha của $G_1(s)$ không đổi so với biểu đồ Bode pha của $G(s)$

Theo biểu đồ Bode: $\Rightarrow \Phi M \approx -40^0 \Rightarrow$ không thể bù sớm pha $\Rightarrow G_C(s)$ là khâu trễ pha

$$G_C(s) = K_C \frac{\alpha Ts + 1}{Ts + 1}$$

Tần số cắt mới: $\varphi(\omega'_C) = -180 + \Phi M + 5^0 \Rightarrow \varphi(\omega'_C) = -115^0$

Theo biểu đồ Bode: $\Rightarrow \omega'_C \approx 0.9$ (rad/sec)

Chọn : $\frac{1}{\alpha T} \ll \omega'_C$ (rad/sec) $\Rightarrow \frac{1}{\alpha T} = 0.09$ (rad/sec) $\Rightarrow \alpha T = 11$

Tính α

$$20 \lg \alpha = -L_1(\omega'_C) \approx -28 \text{ (dB)}$$

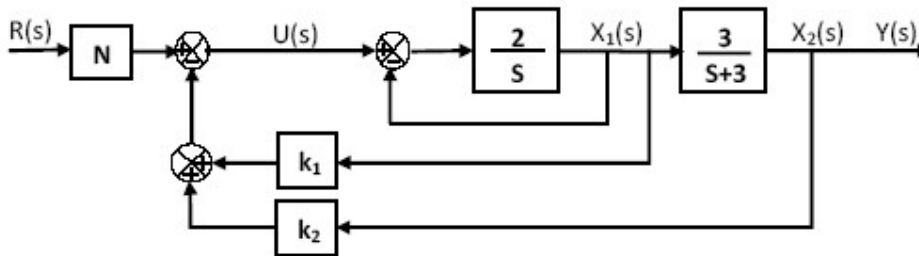
$$\Rightarrow \alpha = 0.04$$

$$\Rightarrow T = \frac{11}{0.04} = 275$$

Kết luận: Hàm truyền của khâu hiệu chỉnh cần thiết kể là:

$$G_C(s) = 7 \frac{11s + 1}{275s + 1}$$

Câu 5 : Cho hệ thống có sơ đồ khối :



5.1 Tìm PTTT mô tả hệ hở (1.0đ)

5.2 Tìm điều kiện của k_1, k_2, N , để hệ kín ổn định (0.75đ)

5.3 Cho $N = 1$. Thiết kế luật điều khiển $u(t) = N \cdot r(t) - k_1 \cdot x_1(t) - k_2 \cdot x_2(t)$ để hệ kín có cặp cực quyết định $s_{1,2}^* = -3 \pm 3i$ (0.75đ)

5.4 Tìm N sao cho $e(\infty) = 0$ với k_1, k_2 tìm được ở câu 1.3. Lưu ý $[e(t) = r(t) - y(t)]$. (1.0đ)

Giải :

Câu 5 :

5.1 PTTT mô tả hệ hở

$$\frac{X_1(s)}{U(s)} = \frac{2/s}{1 + 2/s} = \frac{2}{s+2} \Rightarrow \dot{x}_1 = -2x_1 + 2u$$

$$\frac{X_2(s)}{X_1(s)} = \frac{3}{s+3} \Rightarrow \dot{x}_2 = 3x_1 - 3x_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} u \\ y = (0 \quad 1)x \end{cases}$$

5.2 Điều kiện của k_1, k_2, N để hệ kín ổn định

$$u = Nr - k_1 x_1 - k_2 x_2 = Nr - Kx$$

$$\Rightarrow \dot{x} = Ax + Bu = Ax + B(Nr - Kx) = (A - BK)x + BNr$$

$$\Rightarrow sX(s) = (A - BK)X(s) + BNR(s)$$

$$\Rightarrow X(s) = (sI - A + BK)^{-1} BNR(s)$$

$$Y(s) = CX(s) = C(sI - A + BK)^{-1} BNR(s)$$

Phương trình đặc trưng :

$$\det(sI - A + BK) = 0$$

$$\Leftrightarrow \det \begin{pmatrix} s+2+2k_1 & 2k_2 \\ -3 & s+3 \end{pmatrix} = (s+2+2k_1)(s+3) + 6k_2 = s^2 + (2k_1+5)s + 6k_1 + 6k_2 + 6 = 0$$

Điều kiện ổn định :

$$\begin{cases} (2k_1+5) > 0 \\ 6k_1+6k_2+6 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 > -2.5 \\ k_1+k_2 > -1 \end{cases}$$

N tùy ý

5.3 Thiết kế hồi tiếp trạng thái

$$\text{PTĐT :} \quad s^2 + (2k_1+5)s + 6k_1 + 6k_2 + 6 = 0$$

$$\text{PTĐT mong muốn :} \quad (s+3-3i)(s+3+3i) = s^2 + 6s + 18 = 0$$

Cân bằng hệ số hai PTĐT :

$$\begin{cases} (2k_1+5) = 6 \\ 6k_1+6k_2+6 = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = 0.5 \\ k_2 = 1.5 \end{cases}$$

Vậy luật điều khiển là :

$$u(t) = r(t) - 0.5x_1(t) - 1.5x_2(t)$$

5.4 Tìm N

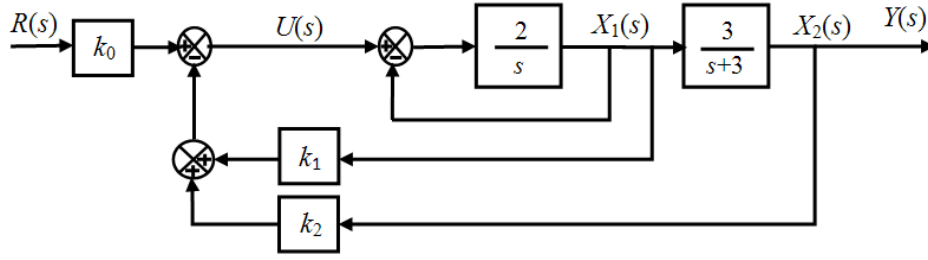
+ Áp dụng định lý giá trị cuối

$$y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{x \rightarrow \infty} sC(sI - A + BK)^{-1} BNR(s) = C(-A + BK)^{-1} BN, \quad (R(s) = 1/s)$$

$$\Rightarrow e(\infty) = 1 - y(\infty) = 1 + C(A - BK)^{-1} BN = 1 - \frac{1}{3}N = 0$$

$$\Rightarrow N = 3$$

Câu 6 : Cho hệ thống có sơ đồ khối :



- 6.1 Thành lập phương trình trạng thái của hệ hở.
- 6.2 Cho $k_0 = 1$. Thiết kế luật điều khiển $u(t) = k_0 r(t) - k_1 x_1(t) - k_2 x_2(t)$ sao cho đáp ứng ngõ ra hệ kín có POT = 4.32% và $t_{qd} = 1$ (giây) (tiêu chuẩn 5%).
- 6.3 Viết hàm truyền của hệ kín với k_1, k_2 tìm được ở trên. Tìm k_0 sao cho $y_{xt} = \lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = 1$ khi tín hiệu vào là hàm nấc đơn vị.

Giải

6.1 Tìm PTTT mô tả hệ hở

$$\frac{X_1(s)}{U(s)} = \frac{\frac{2}{s}}{1 + \frac{2}{s}} = \frac{2}{s+2} \Rightarrow \dot{x}_1 = -2x_1 + 2u$$

$$\frac{X_2(s)}{X_1(s)} = \frac{3}{s+3} \Rightarrow \dot{x}_2 = 3x_1 - 3x_2$$

$$Y(s) = X_2(s) \Rightarrow y = x_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} u \\ y = (0 \quad 1)x \end{cases}$$

6.2 Thiết kế hồi tiếp trạng thái

PTĐT hệ kín:

$$\det(sI - A + BK) = 0$$

$$\Leftrightarrow \det \begin{pmatrix} s+2+2k_1 & 2k_2 \\ -3 & s+3 \end{pmatrix} = (s+2+2k_1)(s+3) + 6k_2 = s^2 + (2k_1+5)s + 6k_1+6k_2+6 = 0$$

Từ POT và t_{qd} , ta có: $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\omega_n = 3\sqrt{2}$

Suy ra, cặp cực quyết định: $s_{1,2}^* = -3 \pm 3i$.

Do đó, PTĐT mong muốn:

$$(s+3-3i)(s+3+3i) = s^2 + 6s + 18 = 0$$

$$\text{Cân bằng hệ số hai PTĐT: } \begin{cases} 2k_1 + 5 = 6 \\ 6k_1 + 6k_2 + 6 = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = 0.5 \\ k_2 = 1.5 \end{cases}$$

Vậy luật điều khiển là: $u(t) = r(t) - 0.5x_1(t) - 1.5x_2(t)$

6.3 Hàm truyền kín:

$$G_K(s) = k_0 C[sI - A + BK]^{-1} B,$$

Đáp ứng của hệ thống:

$$Y(s) = G_K(s)R(s) = k_0 C[sI - A + BK]^{-1} BR(s),$$

Giá trị xác lập:

$$y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s k_0 C[sI - A + BK]^{-1} B \left(\frac{1}{s} \right) = k_0 C[-A + BK]^{-1} B = \frac{1}{3} k_0$$

Suy ra, để $y(\infty) = 1$ ta cần phải chọn $k_0 = 3$