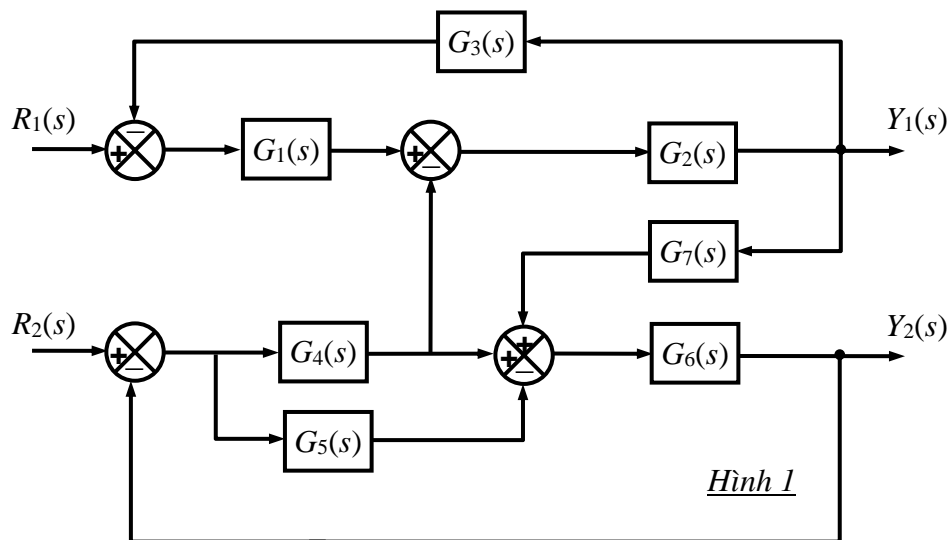


LƯU Ý: - Sinh viên **được phép** sử dụng tài liệu viết tay.
- Đề thi gồm 04 câu, 02 trang.

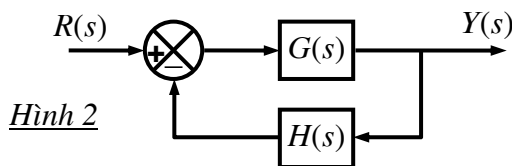
Câu 1: (L.O.1.4) (3.5 đ) Cho hệ thống có sơ đồ khối ở hình 1, tính hàm truyền tương đương $G_{22}(s) = \frac{Y_2(s)}{R_2(s)} \Big|_{R_1(s)=0}$



Câu 2: (L.O.1.5) (1.5đ) Viết phương trình trạng thái cho hệ thống mô tả bởi phương trình vi phân:

$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 7y(t) = 2\ddot{u}(t) + u(t)$$

Câu 3: (L.O.2) (2.5 đ) Cho hệ thống ở hình 2.



$$G(s) = \frac{5}{(s+1)(s+3)}$$

$$H(s) = \frac{K}{Ts+1}$$

3.1 Cho $K > 0$ và $T > 0$, tìm điều kiện của K và T để hệ thống ổn định.

3.2 Cho $K = 5$, vẽ QĐNS của hệ thống khi $0 \leq T < +\infty$.

Câu 4: (L.O.2.4) (2.5 đ) Cho hệ thống điều khiển có sơ đồ khối ở hình 2, trong đó:

$$G(s) = \frac{20(2s+1)e^{-0.3s}}{(s+4)}; H(s) = \frac{10}{(s+10)}$$

Vẽ biểu đồ Bode biên độ và pha của hàm truyền hở $G_h(s)=G(s)H(s)$. Xác định độ dự trữ biên và độ dự trữ pha của hệ hở, từ đó kết luận tính ổn định của hệ kín.

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

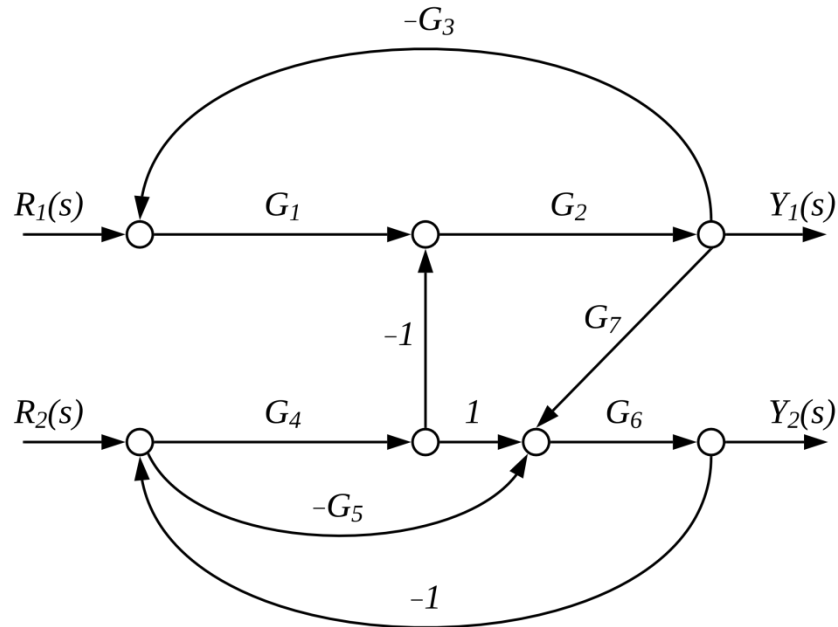
CHỦ NHIỆM BỘ MÔN

GIÁO VIÊN RA ĐỀ

Đáp án :

Câu 1:

Từ sơ đồ khối suy ra sơ đồ dòng tín hiệu



Đường tiến

$$P_1 = G_4 G_6$$

$$P_2 = -G_5 G_6$$

$$P_3 = -G_2 G_4 G_6 G_7$$

Vòng kín

$$L_1 = -G_1 G_2 G_3$$

$$L_2 = -G_4 G_6$$

$$L_3 = G_5 G_6$$

$$L_4 = G_2 G_4 G_6 G_7$$

Định thức của sơ đồ dòng tín hiệu

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + L_1 L_2 + L_1 L_3$$

Các định thức con

$$\Delta_1 = 1 - L_1$$

$$\Delta_2 = 1 - L_1$$

$$\Delta_3 = 1$$

Hàm truyền tương đương cần tìm

$$G_{22}(s) = \frac{Y_2(s)}{R_2(s)} \bigg|_{R_1(s)=0} = \frac{1}{\Delta} (P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2 + P_3 \Delta_3)$$

$$G_{22}(s) = \frac{(G_4 G_6 - G_5 G_6)(1 + G_1 G_2 G_3) - G_2 G_4 G_6 G_7}{1 + G_1 G_2 G_3 + G_4 G_6 - G_5 G_6 - G_2 G_4 G_6 G_7 + G_1 G_2 G_3 G_4 G_6 - G_1 G_2 G_3 G_5 G_6}$$

Câu 2:

Phương trình trạng thái có dạng:
$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

$$\beta_1 = \frac{0}{1} = 0, \quad \beta_2 = \frac{2-3 \times 0}{1} = 2, \quad \beta_3 = \frac{0-3 \times 2-0 \times 0}{1} = -6, \quad \beta_4 = \frac{1-3 \times (-6)-0 \times 2-7 \times 0}{1} = 19$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{a_4}{a_0} & -\frac{a_3}{a_0} & -\frac{a_2}{a_0} & -\frac{a_1}{a_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -4 & -7 & 0 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -6 \\ 19 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

Câu 3:

3.1. Hàm truyền của hệ thống kín: $G_k(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$

Phương trình đặc trưng của hệ thống kín:

$$1 + G(s)H(s) = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{12}{(s+1)(s+3)} \frac{K}{(s+a)} = 0$$

$$\Leftrightarrow s^3 + (a+4)s^2 + (4a+3)s + (12K+3a) = 0$$

Cách 1: Áp dụng tiêu chuẩn Hurwitz cho hệ thống bậc 3

$$\begin{cases} a_i > 0, & i = \overline{0,3} \\ a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+4 > 0 \\ 4a+3 > 0 \\ 12K+3a > 0 \\ (a+4)(4a+3) - (12K+3a) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -\frac{3}{4} \\ K > -\frac{a}{4} \\ K < \frac{a^2+4a+3}{3} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện đề bài, suy ra điều kiện ổn định là:

$$\begin{cases} a > 0 \\ 0 < K < \frac{a^2+4a+3}{3} \end{cases}$$

Cách 2: Áp dụng tiêu chuẩn ổn định đại số Routh

Điều kiện cần: $\begin{cases} a+4 > 0 \\ 4a+3 > 0 \\ 12K+3a > 0 \end{cases}$

Điều kiện đủ: Tất cả các phần tử nằm ở cột 1 của bảng Routh đều dương

	s^3	1	$4a+3$
	s^2	$a+4$	$12K+3a$
$\frac{1}{a+4}$	s^1	$(4a+3) - \frac{12K+3a}{a+4}$	0
	s^0	$12K+3a$	

Như vậy điều kiện cần và đủ là $\begin{cases} a+4 > 0 \\ 4a+3 > 0 \\ 12K+3a > 0 \\ (a+4)(4a+3) - (12K+3a) > 0 \end{cases}$

Kết hợp với điều kiện đề bài, suy ra điều kiện ổn định là:

$$\begin{cases} a > 0 \\ 0 < K < \frac{a^2+4a+3}{3} \end{cases}$$

Chú ý: Câu 3.1 chỉ cần SV viết đúng điều kiện ổn định là đạt mức 4, không cần phải vẽ hình (vì đề không yêu cầu)

3.2. Phương trình đặc trưng của hệ thống kín với $K = 1$:

$$1 + G(s)H(s) = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{12}{(s+1)(s+3)} \frac{1}{(s+a)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 12 + s(s+1)(s+3) + a(s+1)(s+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{a(s+1)(s+3)}{12 + s(s+1)(s+3)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 + a \frac{(s+1)(s+3)}{(s+4)(s^2+3)} = 0 \quad (*)$$

Đặt $G_0(s) = a \frac{(s+1)(s+3)}{(s+4)(s^2+3)}$

Các cực: $p_1 = -4, p_{2,3} = -i\sqrt{3}$

Các zero: $z_1 = -1, z_2 = -3$

Như vậy QĐNS có 3 nhánh, trong đó 2 nhánh xuất phát từ 2 cực tiến về 2 zero, 1 nhánh còn lại tiến về vô cùng theo đường tiệm cận:

$$\alpha = \frac{(2l+1)\pi}{n-m} = \frac{(2l+1)\pi}{3-2} = \pi \quad (l=0)$$

Điểm tách nhập:

$$(*) \Leftrightarrow a = -\frac{(s+4)(s^2+3)}{(s+1)(s+3)}$$

$$\Leftrightarrow a = -\frac{s^3 + 4s^2 + 3s + 12}{s^2 + 4s + 3}$$

$$\Rightarrow \frac{da}{ds} = -\frac{(3s^2 + 8s + 3)(s^2 + 4s + 3) - (s^3 + 4s^2 + 3s + 12)(2s + 4)}{(s^2 + 4s + 3)^2}$$

Do đó

$$\frac{da}{ds} = 0 \Leftrightarrow (3s^2 + 8s + 3)(s^2 + 4s + 3) - (s^3 + 4s^2 + 3s + 12)(2s + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow s^4 + 8s^3 + 22s^2 - 39 = 0$$

Phương trình trên có 2 nghiệm thực $s = -1.96$ (điểm tách nhập), $s = 1.1$ (loại).

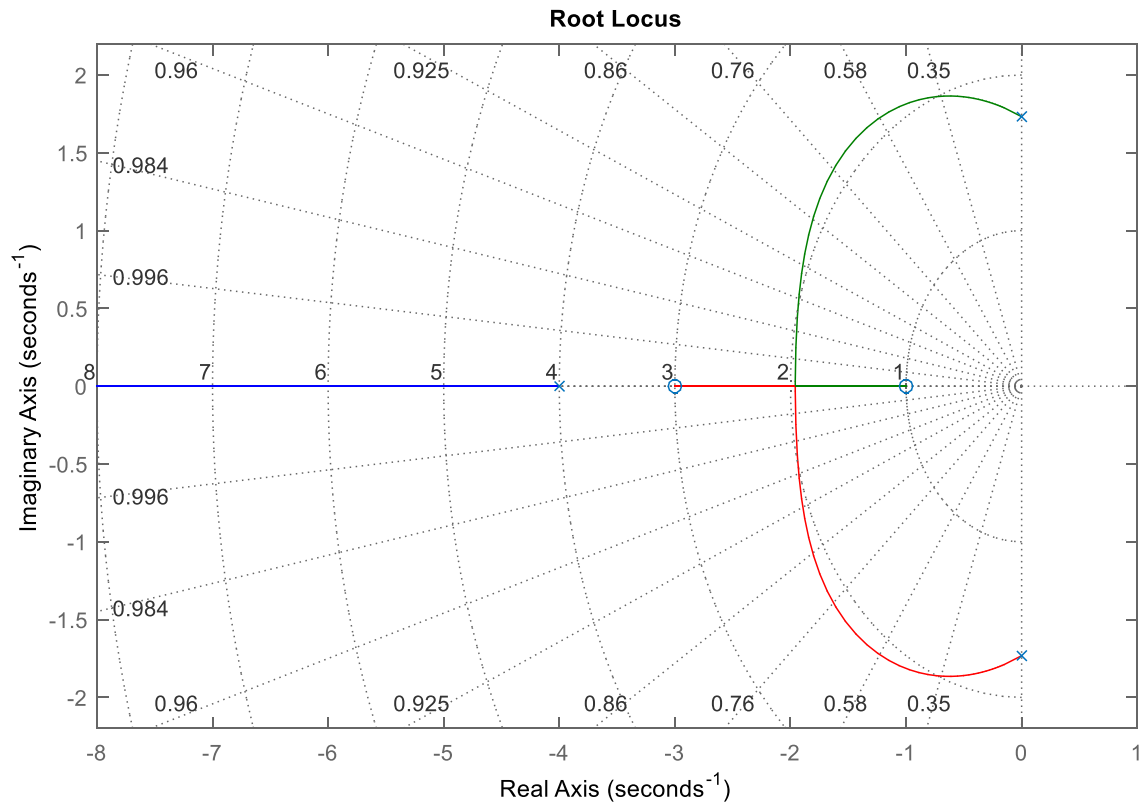
Tìm giao điểm của QĐNS với trục ảo dùng tiêu chuẩn chuẩn ổn định ở câu 3.1 cho trường hợp $K = 1$ ta có:

$$\begin{cases} a > -\frac{3}{4} \\ 1 > -\frac{a}{4} \\ 1 < \frac{a^2 + 4a + 3}{3} \end{cases} \Leftrightarrow a > 0 \Rightarrow a_{gh} = 0$$

Nhận xét: Khi $a = 0$ thì QĐNS xuất phát từ 2 cực nằm trên trục ảo là $p_{2,3} = \pm i\sqrt{3}$.

Góc xuất phát của QĐNS tại cực phức p_2 :

$$\begin{aligned} \theta_2 &= 180^\circ - [\arg(p_2 - p_1) + \arg(p_2 - p_3)] + [\arg(p_2 - z_1) + \arg(p_2 - z_2)] \\ &= 180^\circ - [\arg(i\sqrt{3} - (-4)) + \arg(i\sqrt{3} - (-i\sqrt{3}))] + [\arg(i\sqrt{3} - (-1)) + \arg(i\sqrt{3} - (-3))] \\ &= 156.6^\circ \end{aligned}$$



Câu 4:

$$G_h(s) = G(s)H(s) = \frac{20(2s+1)e^{-0.3s}}{(s+4)} \cdot \frac{10}{(s+10)} = \frac{5(2s+1)e^{-0.3s}}{(0.25s+1)(0.1s+1)}$$

Các tần số gãy: $\omega_1 = 0.5(\text{rad} / \text{s})$, $\omega_2 = 4(\text{rad} / \text{s})$, $\omega_3 = 10(\text{rad} / \text{s})$

Xác định điểm A:

$$A: \begin{cases} \omega_0 = 0.1(\text{rad} / \text{s}) \\ L(\omega_0) = 20\log K = 20\log 5 = 14\text{dB} \end{cases}$$

Pha:

$$\varphi(\omega) = \arctan 2\omega - \arctan(0.25\omega) - \arctan(0.1\omega) - 0.3\omega \frac{180^\circ}{\pi}$$

ω	0.1	0.5	1	4	7	9.2	10	400
$\varphi(\omega)$	7.8°	26.4°	26°	-52.7°	-130°	-180°	-199°	-6970°

Biểu đồ Bode (xem hình trang sau)

Từ biểu đồ Bode ta có:

$$\begin{cases} \omega_c \approx 400\text{rad} / \text{s} \\ \omega_{-\pi} \approx 9.2\text{rad} / \text{s} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \varphi(\omega_c) \approx -6970^\circ \\ L(\omega_{-\pi}) \approx 32\text{dB} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} GM = -L(\omega_{-\pi}) = -32\text{dB} < 0 \\ \phi M = 180 + \varphi(\omega_c) = -6790^\circ < 0 \end{cases}$$

→ Hệ thống kín không ổn định

Thang đánh giá (Rubric): mức độ đạt chuẩn đầu ra mỗi câu hỏi được đánh giá qua 5 mức:

0	Không làm gì
1	Làm sai phương pháp
2	Làm đúng phương pháp, nhưng có nhiều sai sót trong tính toán số liệu
3	Làm đúng phương pháp, có vài sai sót nhỏ trong tính toán số liệu
4	Làm đúng phương pháp, tính toán số liệu đúng hoàn toàn

Cách chấm điểm, ghi điểm:

- Đánh giá mỗi câu hỏi dựa vào thang đánh giá ở trên.
- Nhập số liệu vào file excel đính kèm: máy tính sẽ tự tính điểm qui đổi, có thể copy & paste vào bảng điểm online; đồng thời máy tính cũng sẽ tính mức độ đạt chuẩn đầu ra của SV để phục vụ kiểm định ABET.

Bode Diagram

