

## Môn học

# CƠ SỞ TỰ ĐỘNG

**Biên soạn: TS. Huỳnh Thái Hoàng**

**Bộ môn điều khiển tự động**

**Khoa Điện – Điện Tử**

**Đại học Bách Khoa TPHCM**

**Email: [hthoang@hcmut.edu.vn](mailto:hthoang@hcmut.edu.vn)**

**Homepage: [www4.hcmut.edu.vn/~hthoang/](http://www4.hcmut.edu.vn/~hthoang/)**

**Giảng viên: HTHoàng, NVHảo, NĐHoàng, BTHuyền, HHPhương, HMTrí**

## Chương 6

# THIẾT KẾ HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN LIÊN TỤC

- ★ Khái niệm
- ★ Ảnh hưởng của các khâu hiệu chỉnh đến chất lượng của hệ thống
- ★ Thiết kế hệ thống dùng phương pháp QĐNS
- ★ Thiết kế hệ thống dùng phương pháp biểu đồ Bode
- ★ Thiết kế bộ điều khiển PID
- ★ Thiết kế hệ thống dùng phương pháp phân bố cực
- ★ Thiết kế bộ ước lượng trạng thái

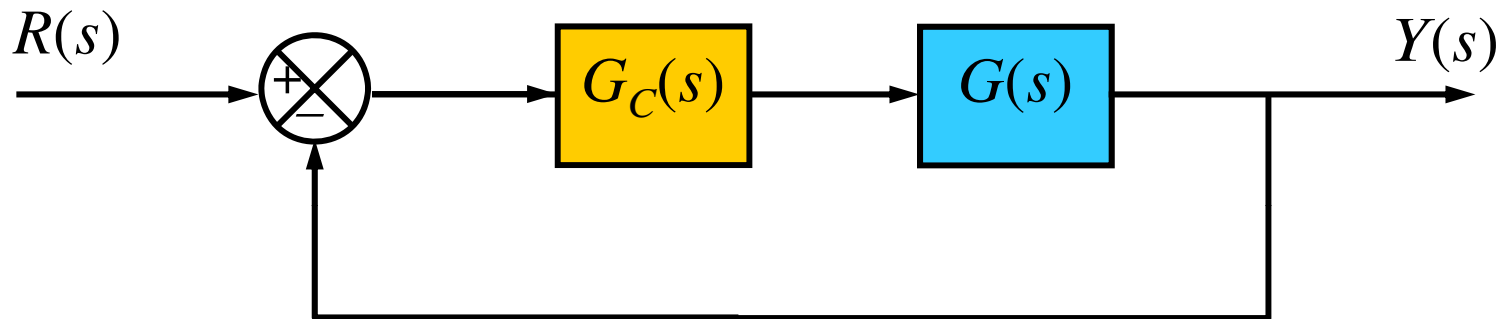
# Khái niệm



## Khái niệm

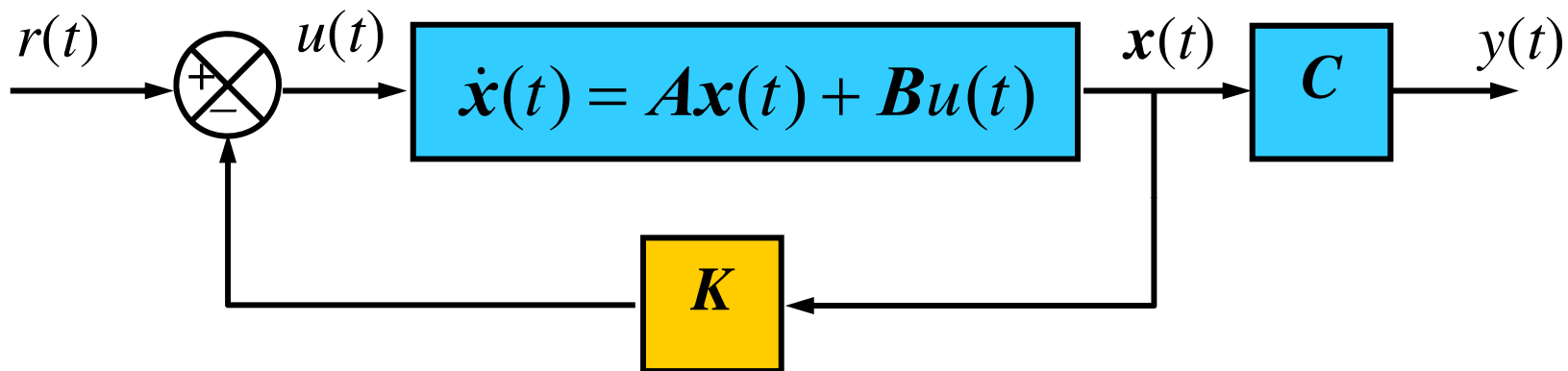
- ★ Thiết kế là toàn bộ quá trình bổ sung các thiết bị **phần cứng** cũng như thuật toán **phần mềm** vào hệ cho trước để được hệ mới thỏa mãn yêu cầu về tính ổn định, độ chính xác, đáp ứng quá độ,...

- ★ Bộ điều khiển nối tiếp với hàm truyền của hệ hở.



- ★ Các bộ điều khiển: sớm pha, trễ pha, sớm trễ pha, P, PD, PI, PID,...
- ★ Phương pháp thiết kế: QĐNS, biểu đồ Bode

- ★ Tất cả các trạng thái của hệ thống được phản hồi trở về ngõ vào



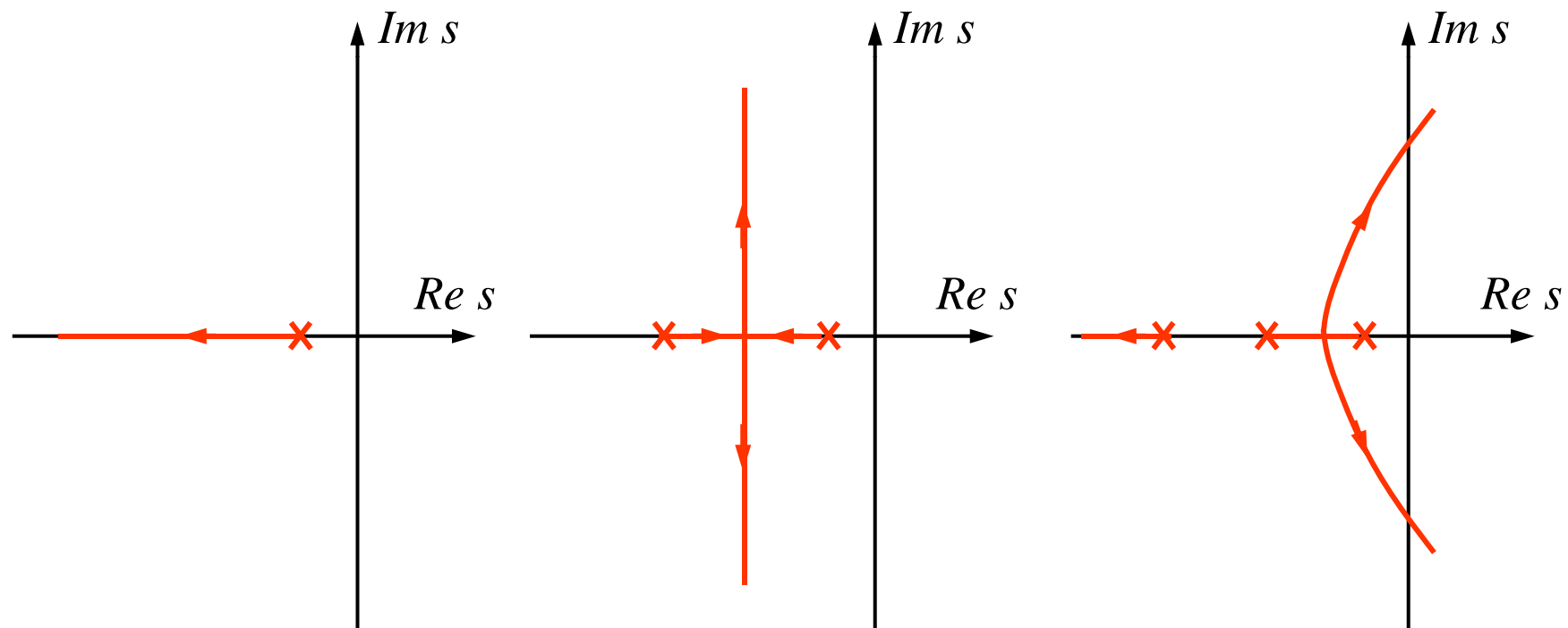
- ★ Bộ điều khiển:  $u(t) = r(t) - \mathbf{K}\mathbf{x}(t)$   
 $\mathbf{K} = [k_1 \quad k_2 \quad \dots \quad k_n]$

- ★ Phương pháp thiết kế: phân bố cực, LQR,...

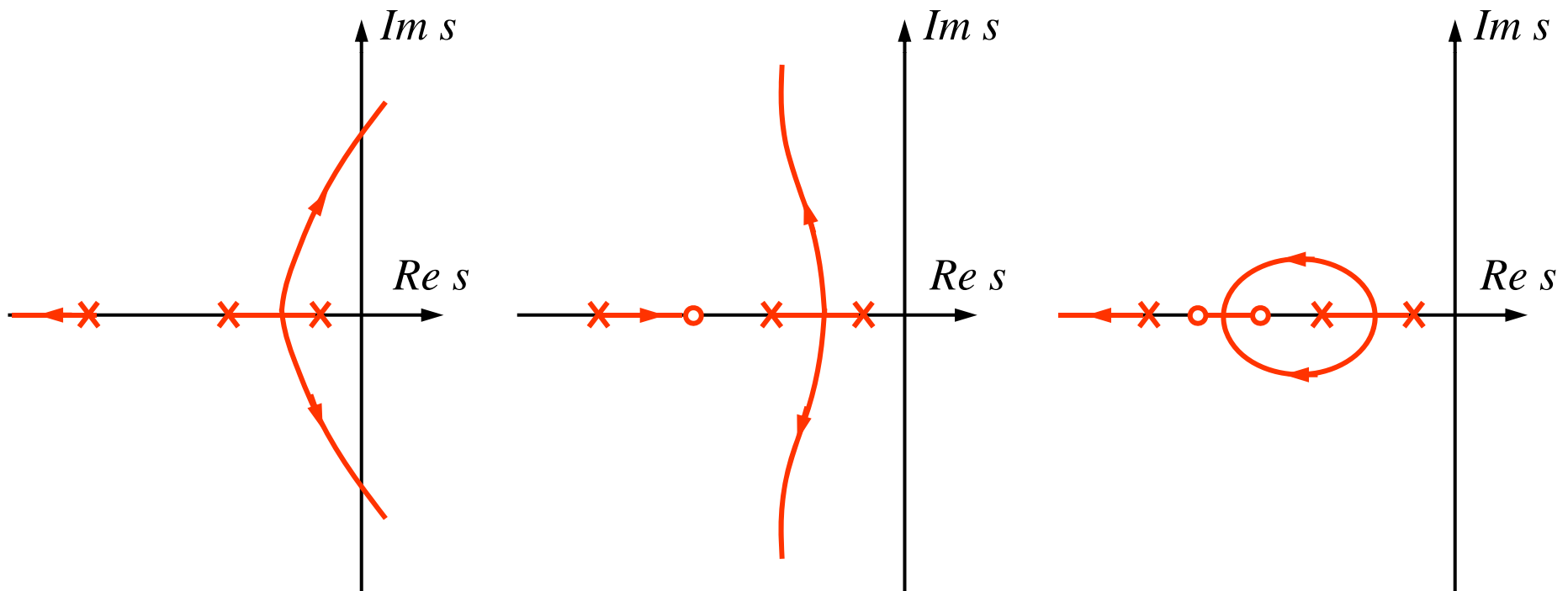
# **Ảnh hưởng của các khâu hiệu chỉnh đến chất lượng của hệ thống**



- ★ Khi thêm 1 cực có phần thực âm vào hàm truyền hệ hở thì QĐNS của hệ kín có xu hướng **tiến về phía trục ảo**, hệ thống sẽ kém ổn định hơn, độ dự trữ biên và độ dự trữ pha giảm, độ vọt lố tăng.



- ★ Khi thêm 1 zero có phần thực âm vào hàm truyền hệ hở thì QĐNS của hệ kín có xu hướng tiến xa trục ảo, do đó hệ thống sẽ ổn định hơn, độ dự trữ biên và độ dự trữ pha tăng, độ vọt lố giảm.



## ★ Hàm truyền:

$$G_C(s) = K_C \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} \quad (\alpha > 1)$$

## ★ Đặc tính tần số:

$$G_C(j\omega) = K_C \frac{1 + \alpha Tj\omega}{1 + Tj\omega}$$

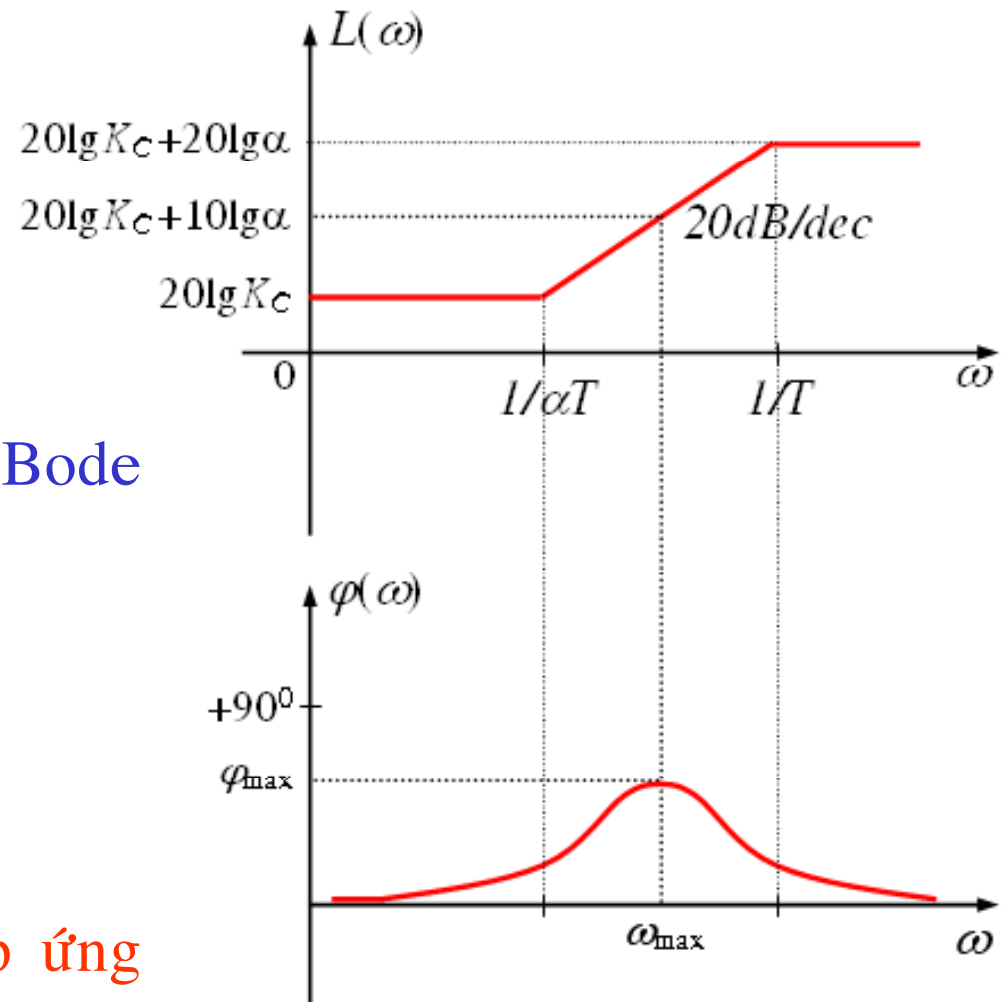
## ★ Chú ý các giá trị trên biểu đồ Bode

$$\varphi_{\max} = \sin^{-1} \left( \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \right)$$

$$\omega_{\max} = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}}$$

$$L(\omega_{\max}) = 20 \lg K_C + 10 \lg \alpha$$

## ★ Khâu sớm pha cải thiện đáp ứng quá độ (POT, tqđ,...)



# Ảnh hưởng của khâu hiệu chỉnh trễ pha

## ★ Hàm truyền:

$$G_C(s) = K_C \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} \quad (\alpha < 1)$$

## ★ Đặc tính tần số:

$$G_C(j\omega) = K_C \frac{1 + \alpha Tj\omega}{1 + Tj\omega}$$

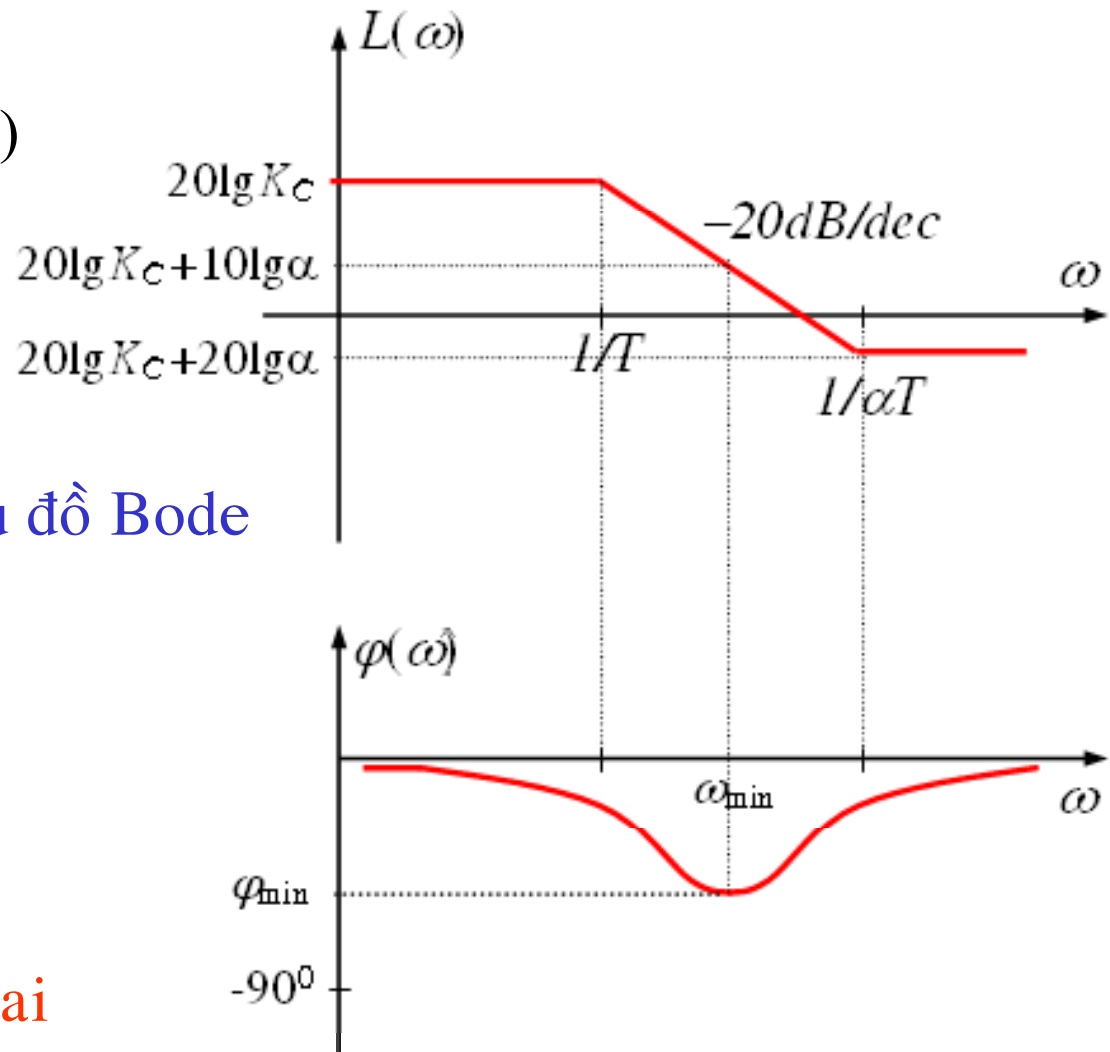
## ★ Chú ý các giá trị trên biểu đồ Bode

$$\varphi_{\min} = \sin^{-1} \left( \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \right)$$

$$\omega_{\min} = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}}$$

$$L(\omega_{\min}) = 20\lg K_C + 10\lg \alpha$$

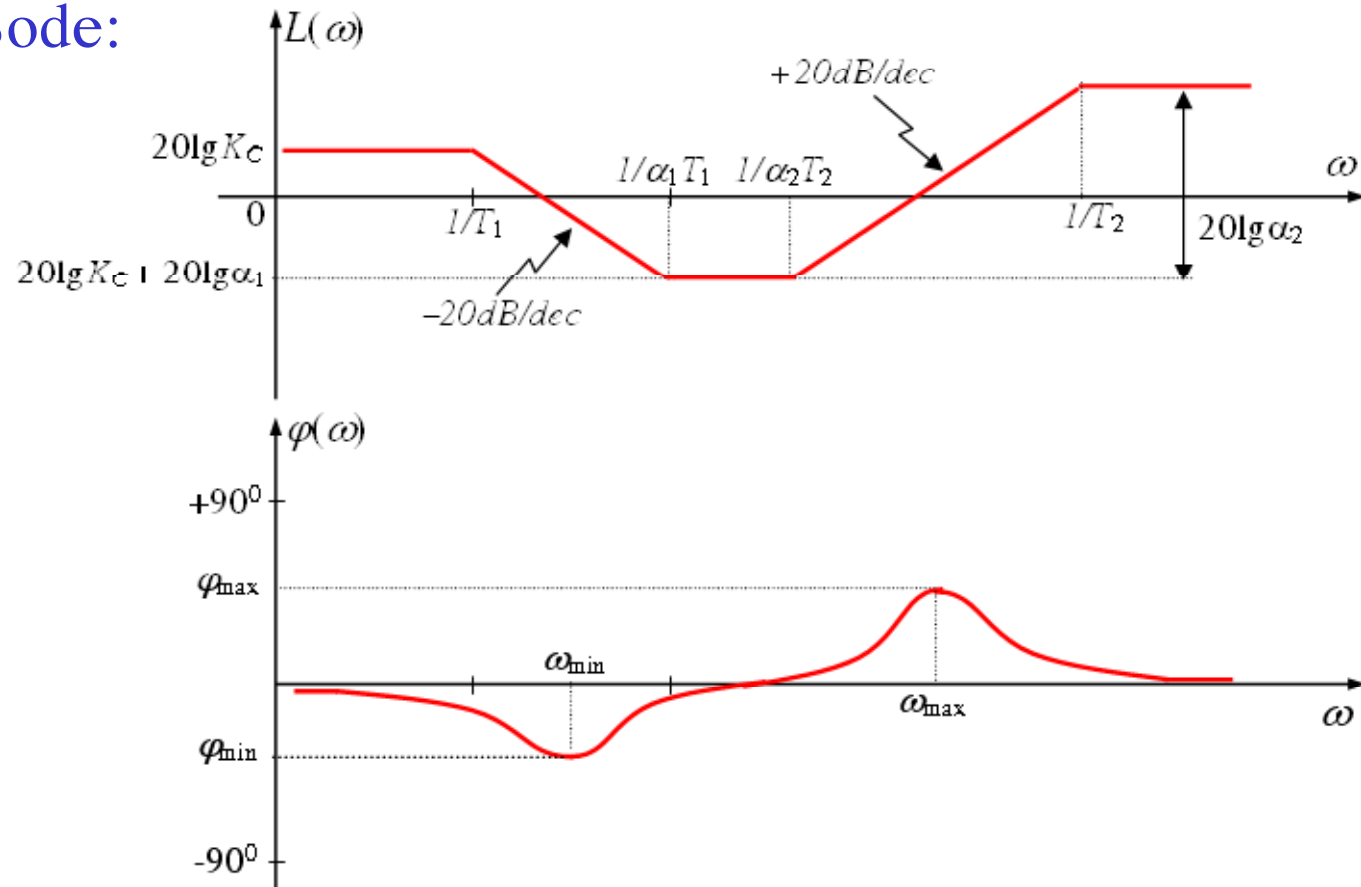
## ★ Khâu trễ pha làm giảm sai số xác lập.



## Ảnh hưởng của khâu hiệu chỉnh sớm trễ pha

★ Hàm truyền:  $G_C(s) = K_C \left( \frac{1 + \alpha_1 T_1 s}{1 + T_1 s} \right) \left( \frac{1 + \alpha_2 T_2 s}{1 + T_2 s} \right) \quad (\alpha_1 < 1, \alpha_2 > 1)$

★ Biểu đồ Bode:



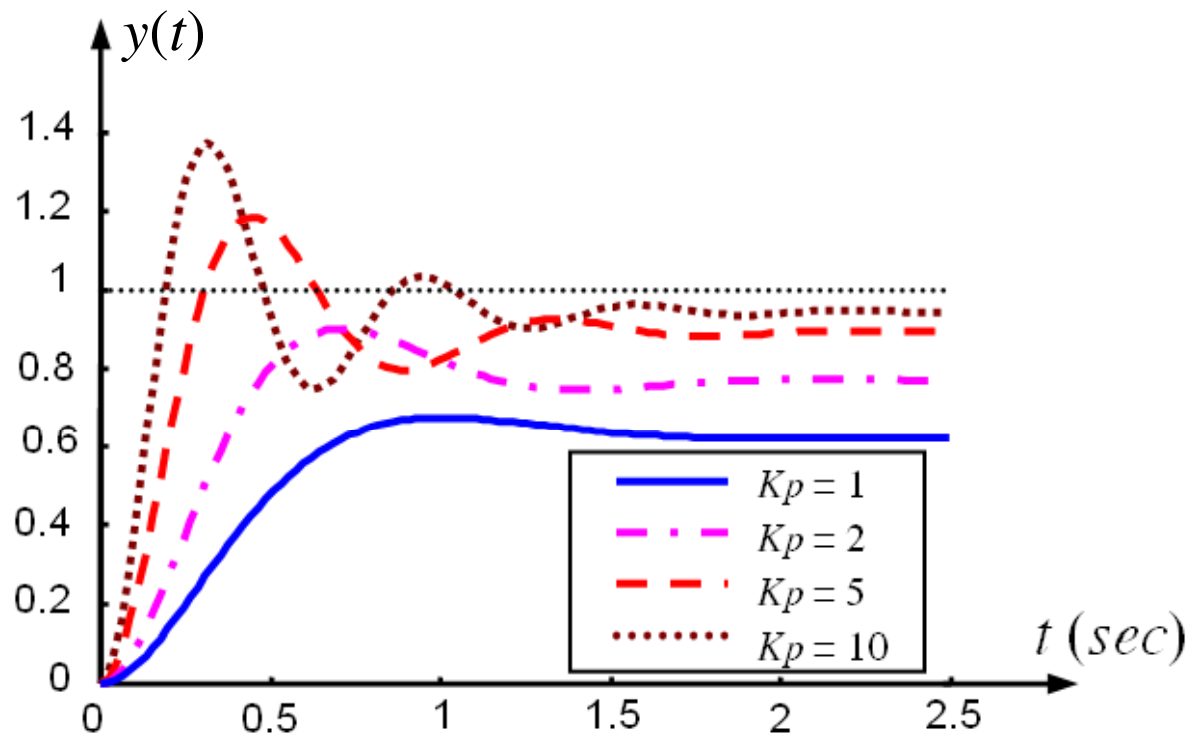
★ Khâu sớm trễ pha cải thiện đáp ứng quá độ, giảm sai số xác lập.

## Ảnh hưởng của khâu hiệu chỉnh tỉ lệ (P)

- ★ Hàm truyền:  $G_C(s) = K_P$
- ★ Hệ số tỉ lệ càng lớn sai số xác lập càng nhỏ.
- ★ Trong đa số các trường hợp hệ số tỉ lệ càng lớn độ vọt lố càng cao, hệ thống càng kém ổn định.

★ Thí dụ: đáp ứng của hệ thống hiệu chỉnh nối tiếp dùng bộ điều khiển tỉ lệ với hàm truyền đối tượng là:

$$G(s) = \frac{10}{(s+2)(s+3)}$$



# Ảnh hưởng của khâu hiệu chỉnh vi phân tỉ lệ (PD)

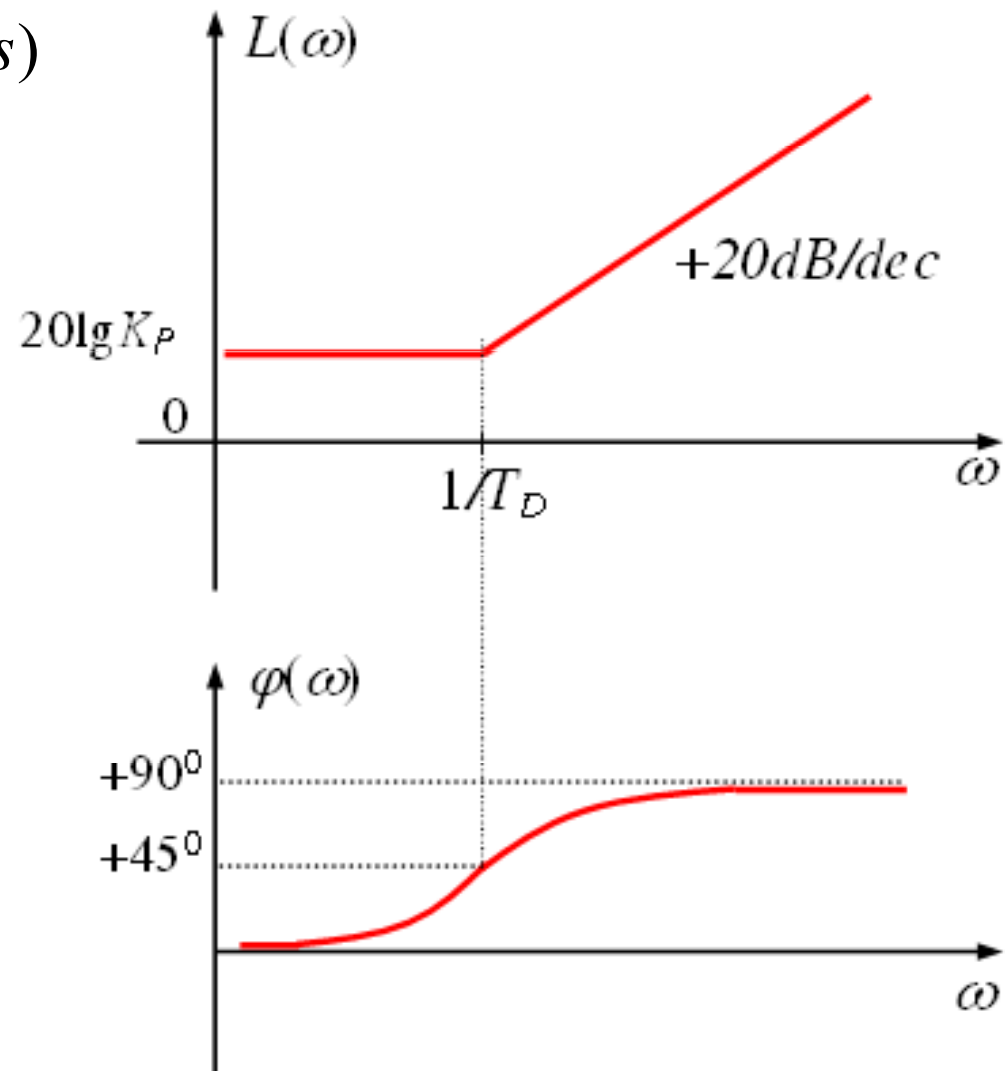
## ★ Hàm truyền:

$$G_C(s) = K_P + K_D s = K_P(1 + T_D s)$$

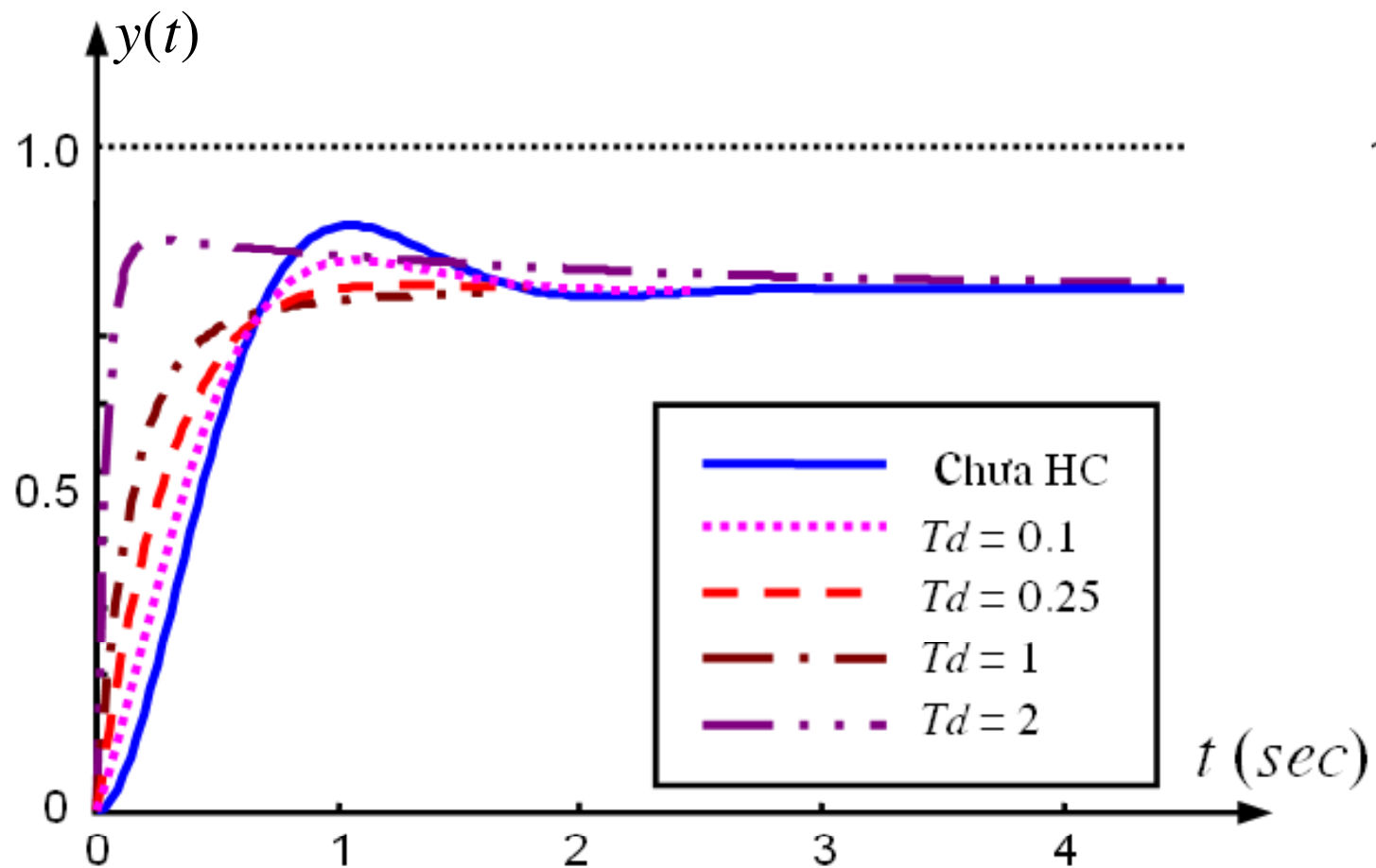
★ Khâu hiệu chỉnh PD là một trường hợp riêng của khâu hiệu chỉnh sớm pha, trong đó độ lệch pha cực đại giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào là  $\varphi_{\max} = 90^\circ$ , tương ứng với tần số  $\omega_{\max} = +\infty$ .

★ Khâu hiệu chỉnh PD làm nhanh đáp ứng của hệ thống, tuy nhiên cũng làm cho hệ thống **rất nhạy với nhiễu tần số cao**

## ★ Biểu đồ Bode



★ Chú ý: Thời hằng vi phân càng lớn đáp ứng càng nhanh





# Ảnh hưởng của khâu hiệu chỉnh tích phân tỉ lệ (PI)

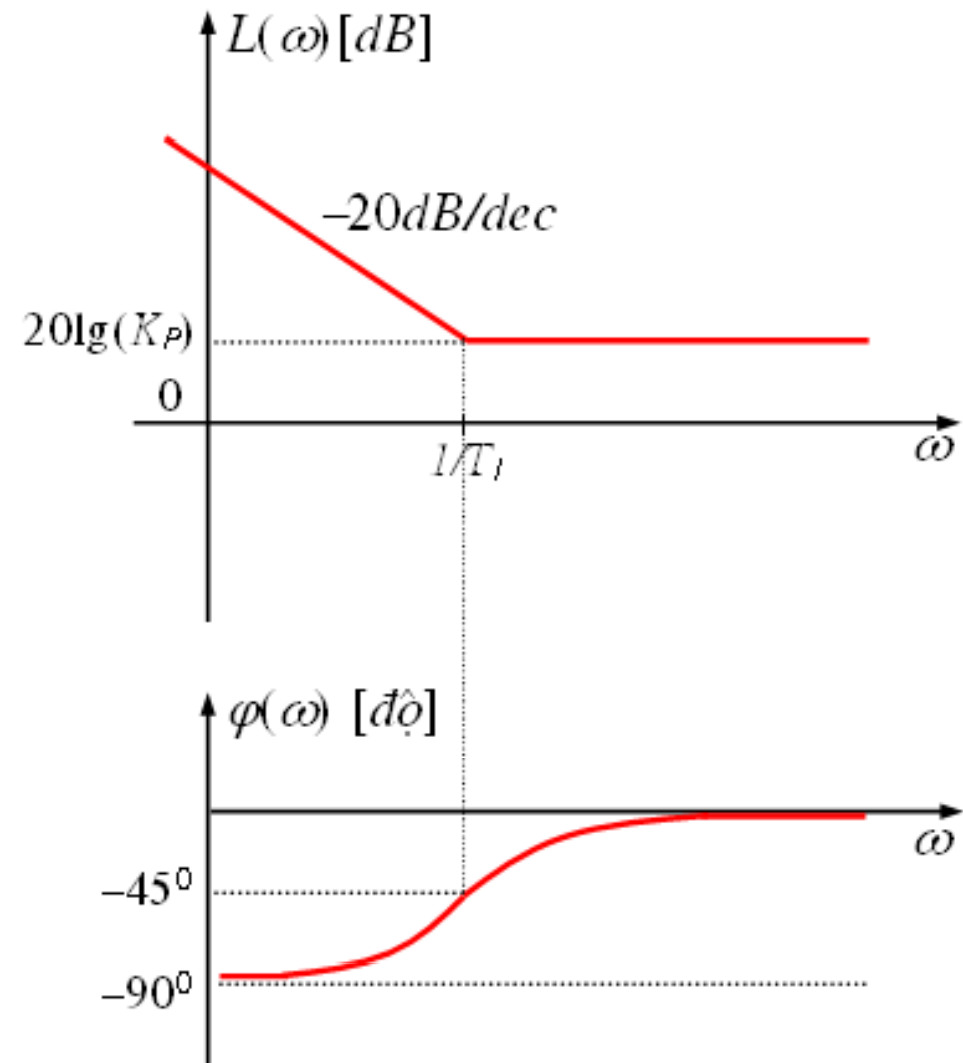
★ Hàm truyền:

$$G_C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right)$$

★ Khâu hiệu chỉnh PI là một trường hợp riêng của khâu hiệu chỉnh trễ pha, trong đó độ lệch pha cực tiểu giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào là  $\varphi_{\min} = -90^\circ$ , tương ứng với tần số  $\omega_{\min} = 0$ .

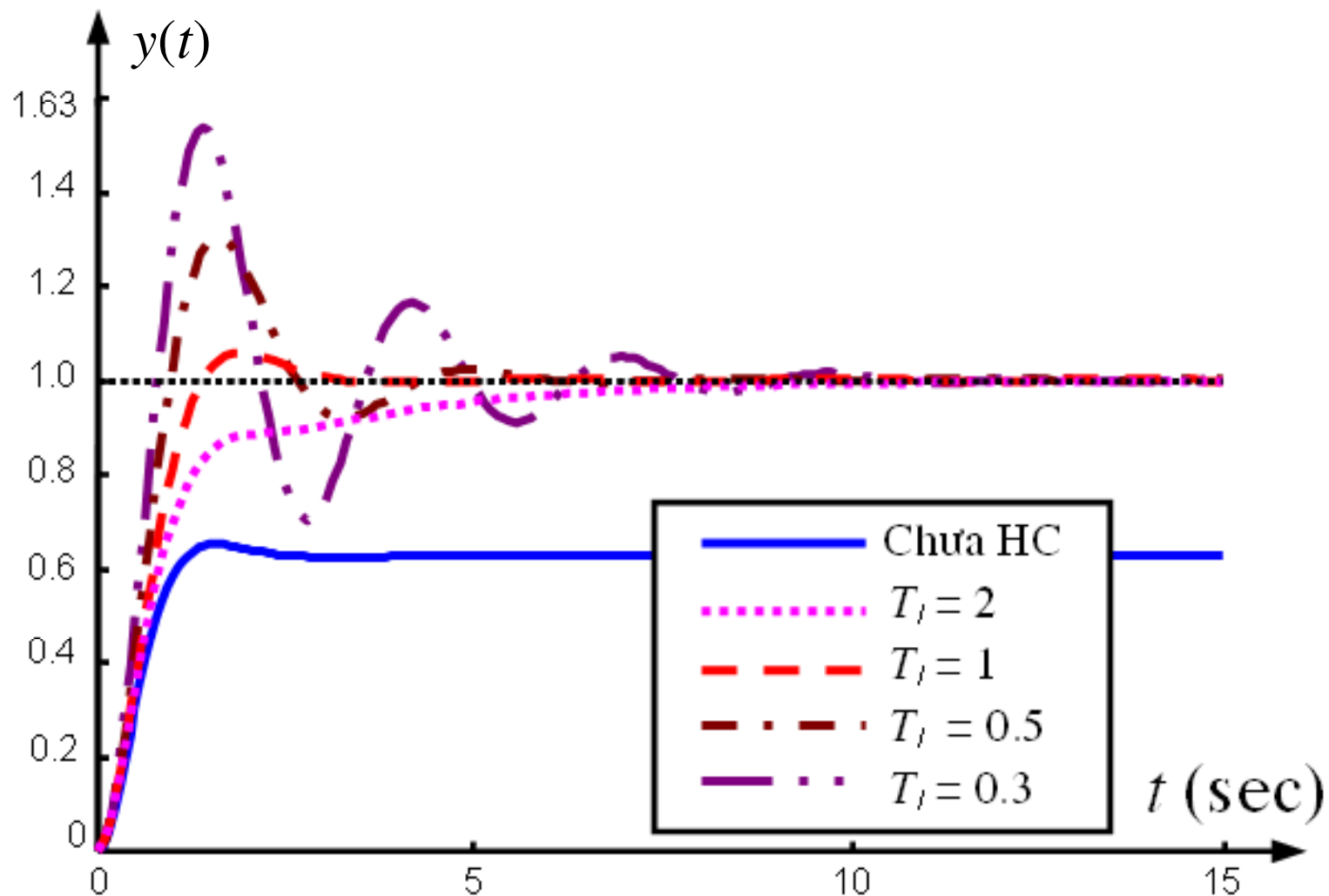
★ Khâu hiệu chỉnh PI làm tăng bậc vô sai của hệ thống, tuy nhiên cũng làm cho hệ thống có vọt lố, thời gian quá độ tăng lên

★ Biểu đồ Bode



## Ảnh hưởng của khâu hiệu chỉnh tích phân tỉ lệ (PI)

★ Chú ý: Thời hằng tích phân càng nhỏ độ vọt lố càng cao



# Ảnh hưởng của khâu hiệu chỉnh vi tích phân tỉ lệ (PID)

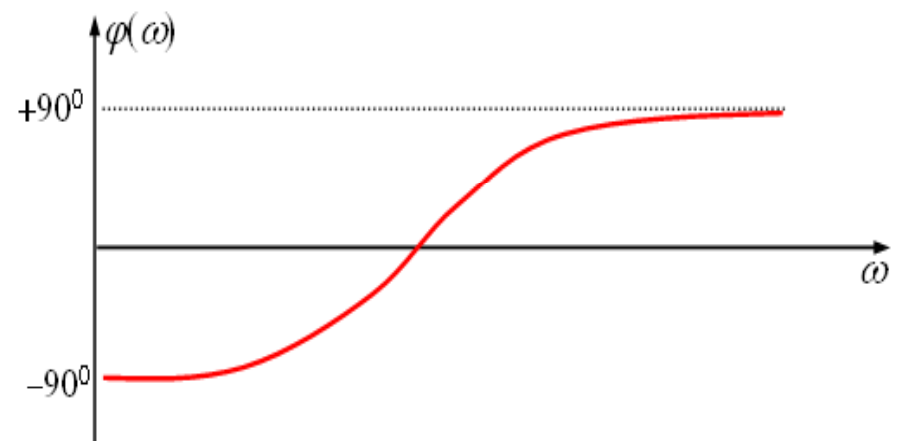
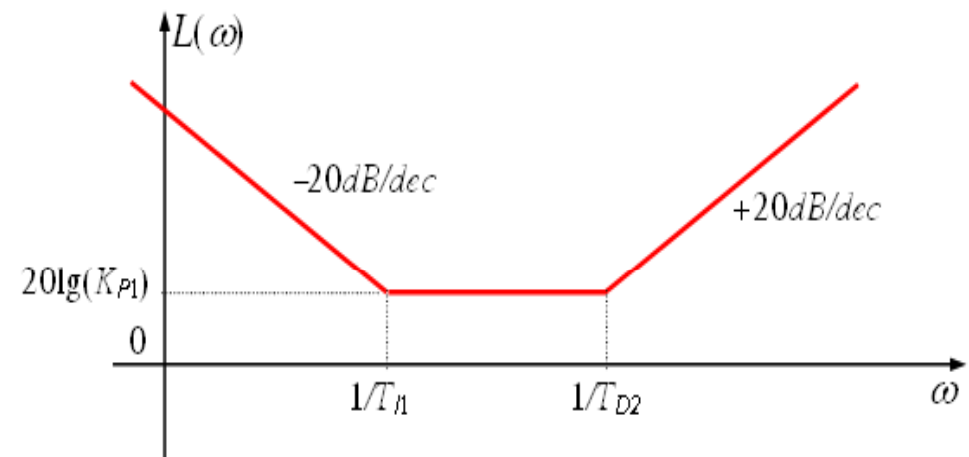
## ★ Hàm truyền:

$$G_C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

$$\Leftrightarrow G_C(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

$$\Leftrightarrow G_C(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_{I1} s} \right) (1 + T_{D2} s)$$

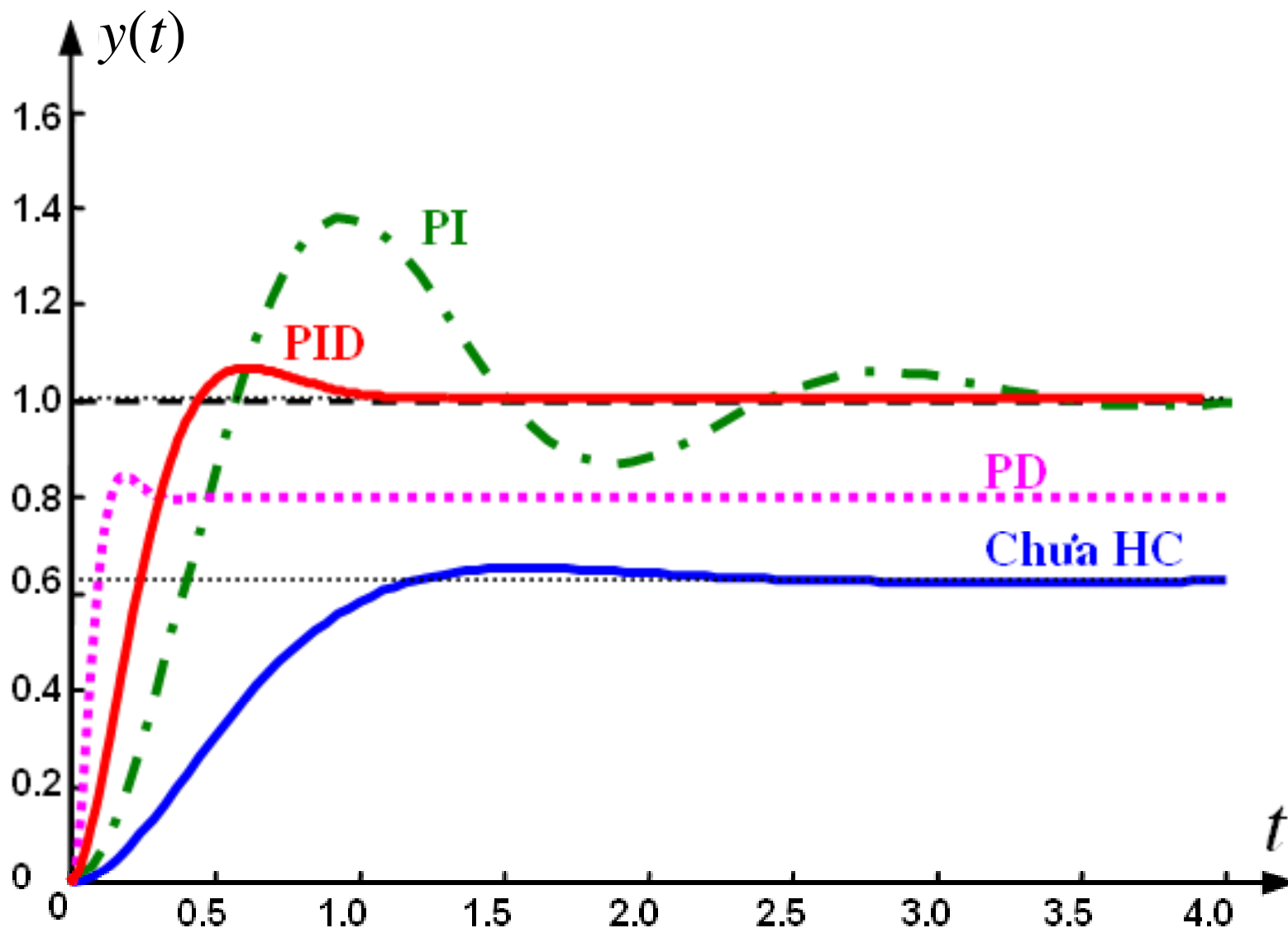
## ★ Biểu đồ Bode:



## ★ Khâu hiệu chỉnh PID:

- ▲ làm nhanh đáp ứng quá độ
- ▲ tăng bậc vô sai của hệ thống.

# So sánh các khâu hiệu chỉnh PD. PI. PID



# Thiết kế hệ thống điều khiển liên tục dùng phương pháp quỹ đạo nghiệm số

**Khâu hiệu chỉnh cần thiết kế**  $G_c(s) = K_c \frac{s + (1/\alpha T)}{s + (1/T)} \quad (\alpha > 1)$

★ **Bước 1:** Xác định cặp cực quyết định từ yêu cầu thiết kế về chất lượng của hệ thống trong quá trình quá độ:

$$\begin{cases} \text{Độ vọt lố POT} \\ \text{Thời gian quá độ,...} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \xi \\ \omega_n \end{cases} \Rightarrow s_{1,2}^* = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

★ **Bước 2:** Xác định góc pha cần bù để cặp cực quyết định  $s_{1,2}^*$  nằm trên QĐNS của hệ thống sau khi hiệu chỉnh bằng công thức:

$$\phi^* = -180^0 + \sum_{i=1}^n \arg(s_1^* - p_i) - \sum_{i=1}^m \arg(s_1^* - z_i)$$

trong đó  $p_i$  và  $z_i$  là các cực của hệ thống  $G(s)$  trước khi hiệu chỉnh.

$$\phi^* = -180^0 + \sum \text{góc từ các cực của } G(s) \text{ đến cực } s_1^* - \sum \text{góc từ các zero của } G(s) \text{ đến cực } s_1^*$$

### ★ *Bước 3: Xác định vị trí cực và zero của khâu hiệu chỉnh*

Vẽ 2 nửa đường thẳng bất kỳ xuất phát từ cực quyết định  $s_1^*$  sao cho 2 nửa đường thẳng này tạo với nhau một góc bằng  $\phi^*$ . Giao điểm của hai nửa đường thẳng này với trục thực là vị trí cực và zero của khâu hiệu chỉnh.

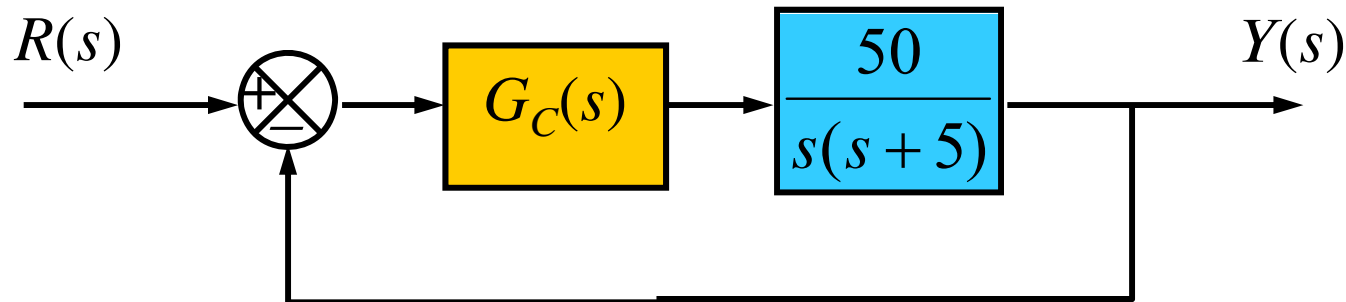
Có hai cách vẽ thường dùng:

- ▲ PP đường phân giác (để cực và zero của khâu H/C gần nhau)
- ▲ PP triệt tiêu nghiệm (để hạ bậc của hệ thống)

### ★ *Bước 4: Tính hệ số khuếch đại $K_C$ bằng cách áp dụng công thức:*

$$\left| G_C(s)G(s) \right|_{s=s_1^*} = 1$$

## Thí dụ thiết kế khâu hiệu chỉnh sớm pha dùng QĐNS



★ **Yêu cầu:** thiết kế khâu hiệu chỉnh  $G_C(s)$  để đáp ứng quá độ của hệ thống sau khi hiệu chỉnh thỏa: POT < 20%; tqđ < 0,5 sec (tiêu chuẩn 2%).

★ **Giải:**

★ Vì yêu cầu thiết kế cải thiện đáp ứng quá độ nên khâu hiệu chỉnh cần thiết kế là khâu sớm pha

$$G_C(s) = K_c \frac{s + (1/\alpha T)}{s + (1/T)} \quad (\alpha > 1)$$



## ★ Bước 1: Xác định cặp cực quyết định

$$POT = \exp\left(-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) < 0.2 \quad \Rightarrow \quad -\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}} < \ln 0.2 = -1,6 \quad \Rightarrow \quad \xi > 0,45$$

Chọn  $\xi = 0,707$

$$t_{qđ} = \frac{4}{\xi\omega_n} < 0,5 \quad \Rightarrow \quad \omega_n > \frac{4}{0,5 \times \xi} \quad \Rightarrow \quad \omega_n > 11,4$$

Chọn  $\omega_n = 15$

Cặp cực quyết định là:

$$s_{1,2}^* = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = -0,707 \times 15 \pm j15\sqrt{1-0,707^2}$$

$$s_{1,2}^* = -10,5 \pm j10,5$$

## ★ Bước 2: Xác định góc pha cần bù

Cách 1:  $\phi^* = -180^0 + \{\arg[(-10,5 + j10,5) - 0] + \arg[(-10,5 + j10,5) - (-5)]\}$

$$= -180^0 + \left\{ \arctan\left(\frac{10,5}{-10,5}\right) + \arctan\left(\frac{10,5}{-5,5}\right) \right\}$$

$$= -180^0 + (135 + 117,6)$$

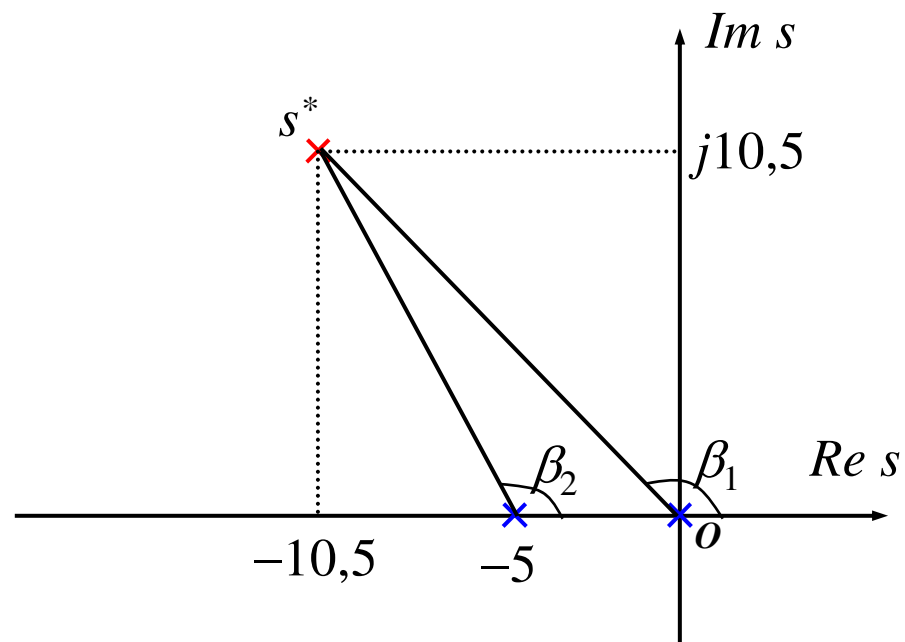
$$\phi^* = 72,6^0$$

## Cách 2:

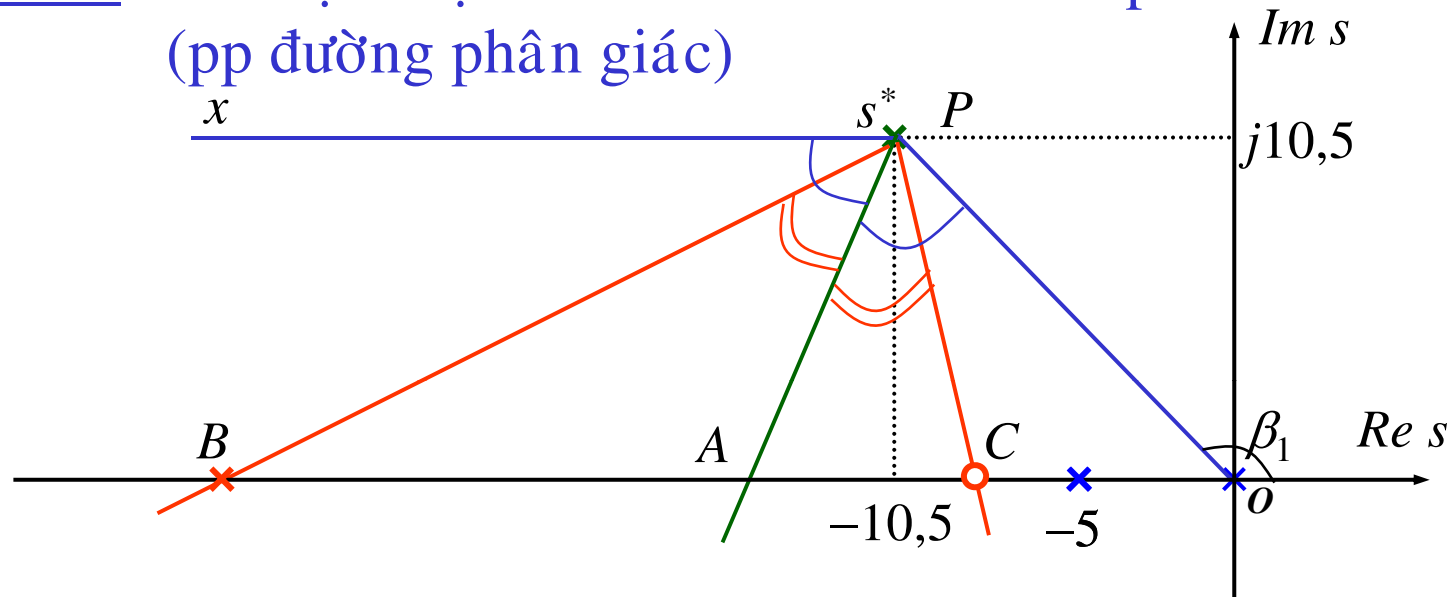
$$\phi^* = -180^0 + (\beta_1 + \beta_2)$$

$$= -180^0 + (135^0 + 117,6^0)$$

$$\phi^* = 72,6^0$$



★ Bước 3: Xác định cực và zero của khâu sớm pha (pp đường phân giác)



$$OB = OP \frac{\sin\left(\frac{OPx}{2} + \frac{\phi^*}{2}\right)}{\sin\left(\frac{OPx}{2} - \frac{\phi^*}{2}\right)} = 28,12$$

$$OC = OP \frac{\sin\left(\frac{OPx}{2} - \frac{\phi^*}{2}\right)}{\sin\left(\frac{OPx}{2} + \frac{\phi^*}{2}\right)} = 8,0$$

$$G_c(s) = K_c \frac{s + 8}{s + 28}$$

## ★ Bước 4: Xác định hệ số khuếch đại

$$|G_C(s)G(s)|_{s=s^*} = 1$$

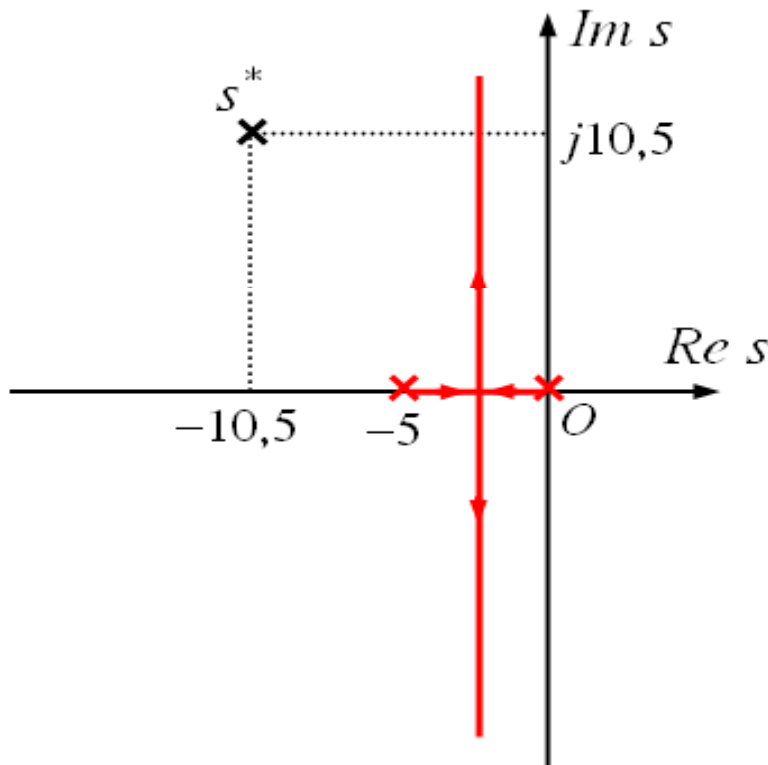
$$\Leftrightarrow \left| K_C \frac{-10,5 + j10,5 + 8}{-10,5 + j10,5 + 28} \cdot \frac{50}{(-10,5 + j10,5)(-10,5 + j10,5 + 5)} \right| = 1$$

$$\Leftrightarrow K_C \frac{10,79 \times 50}{20,41 \times 15 \times 11,85} = 1$$

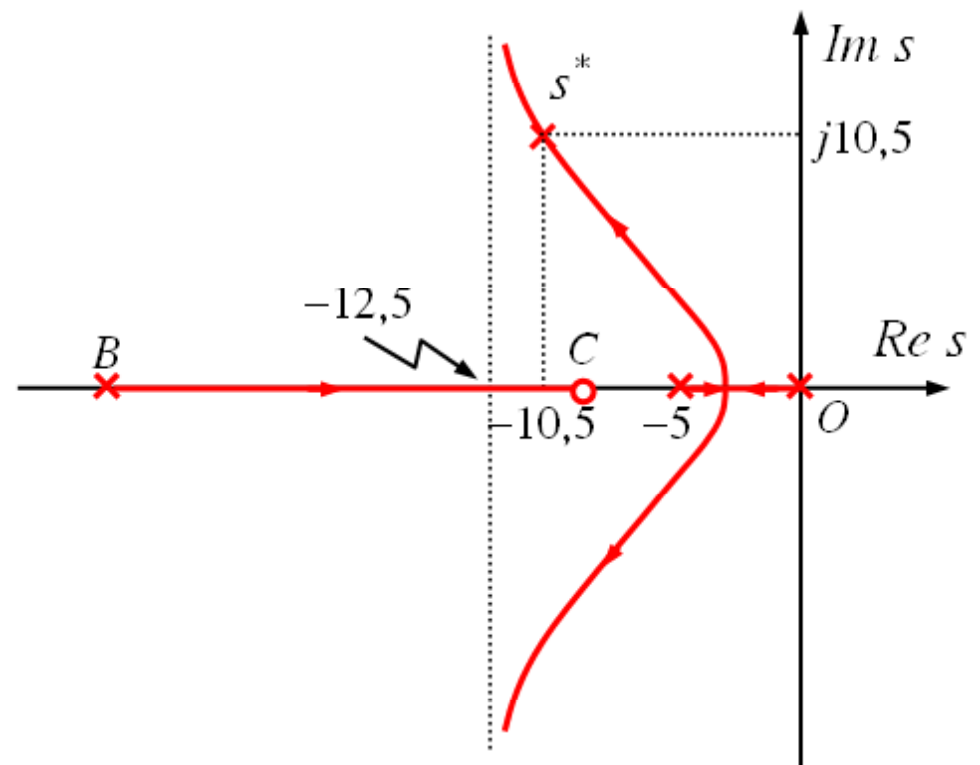
$$\Leftrightarrow K_C = 6,7$$

$$G_C(s) = 6,7 \frac{s + 8}{s + 28}$$

# QĐNS của hệ thống sau khi hiệu chỉnh sớm pha

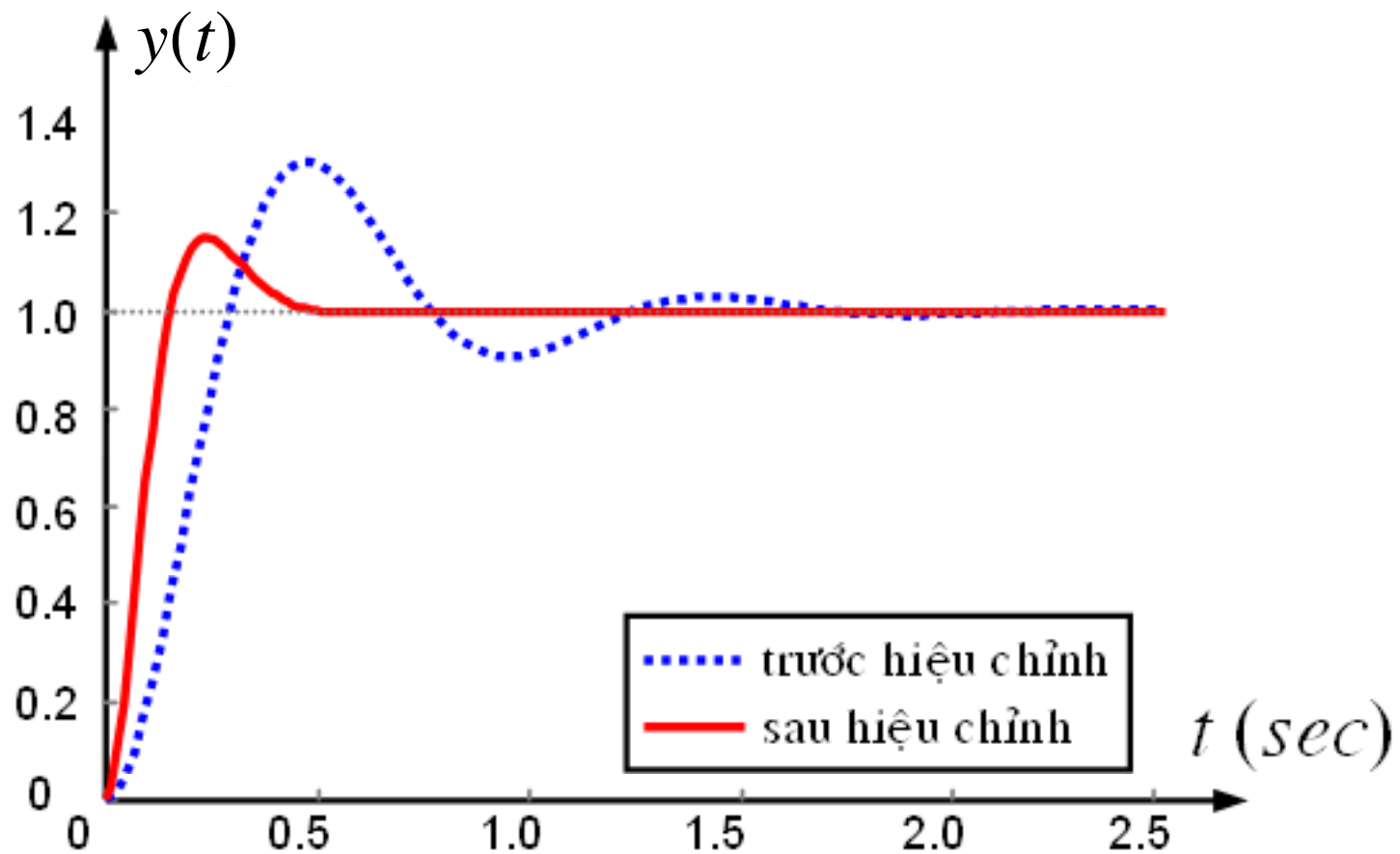


QĐNS trước khi hiệu chỉnh



QĐNS sau khi hiệu chỉnh

## Đáp ứng của hệ thống sau khi hiệu chỉnh sớm pha



Đáp ứng của hệ thống

*Khâu hiệu chỉnh cần thiết kế*

$$G_C(s) = K_C \frac{s + (1/\beta T)}{s + (1/T)} \quad (\beta < 1)$$

★ **Bước 1: Xác định  $\beta$**  từ yêu cầu về sai số xác lập.

$$\beta = \frac{K_P}{K_P^*} \quad \text{hoặc} \quad \beta = \frac{K_V}{K_V^*} \quad \text{hoặc} \quad \beta = \frac{K_a}{K_a^*}$$

★ **Bước 2: Chọn zero** của khâu hiệu chỉnh:

$$\frac{1}{\beta T} \ll |\operatorname{Re}(s_{1,2}^*)|$$

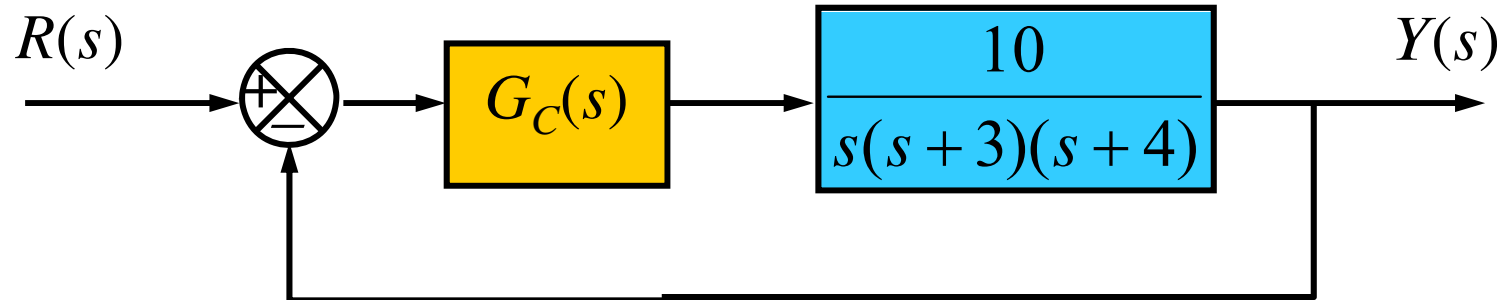
★ **Bước 3: Tính cực** của khâu hiệu chỉnh:

$$\frac{1}{T} = \beta \cdot \frac{1}{\beta T}$$

★ **Bước 4: Tính  $K_C$**  thỏa mãn điều kiện biên độ:

$$|G_C(s)G(s)|_{s=s_{1,2}^*} = 1$$

## Thí dụ thiết kế khâu hiệu chỉnh trễ pha dùng QĐNS



★ **Yêu cầu:** thiết kế khâu hiệu chỉnh  $G_C(s)$  sao cho hệ thống sau khi hiệu chỉnh có **sai số** đối với tín hiệu vào là **hàm dốc** là 0,02 và đáp ứng quá độ thay đổi không đáng kể.

★ **Giải:**

★ Khâu hiệu chỉnh cần thiết kế là khâu trễ pha:

$$G_C(s) = K_C \frac{s + (1/\beta T)}{s + (1/T)} \quad (\beta < 1)$$



### ★ Bước 1: Xác định $\beta$

Hệ số vận tốc trước khi hiệu chỉnh:

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{10}{s(s+3)(s+4)} = 0.83$$

Hệ số vận tốc mong muốn:

$$K_V^* = \frac{1}{e_{xl}^*} = \frac{1}{0,02} = 50$$

Do đó:  $\beta = \frac{K_V}{K_V^*} = \frac{0.83}{50}$

$$\beta = 0,017$$

## ★ Bước 2: Chọn zero của khâu trễ pha

Cực của hệ thống trước khi hiệu chỉnh là nghiệm của phương trình:

$$1 + G(s) = 0 \Leftrightarrow 1 + \frac{10}{s(s+3)(s+4)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} s_{1,2} = -1 \pm j \\ s_3 = -5 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Cực quyết định của hệ thống trước khi hiệu chỉnh là:  $s_{1,2} = -1 \pm j$

Chọn:  $\frac{1}{\beta T} \ll |\operatorname{Re}\{s_1\}| = 1 \Rightarrow \frac{1}{\beta T} = 0,1$

## ★ Bước 3: Tính cực của khâu trễ pha

$$\frac{1}{T} = \beta \frac{1}{\beta T} = (0,017)(0,1) \Rightarrow \frac{1}{T} = 0,0017$$

$$\Rightarrow G_C(s) = K_C \frac{s + 0,1}{s + 0,0017}$$

## ★ Bước 4: Xác định hệ số khuếch đại

$$\begin{aligned} & |G_C(s)G(s)|_{s=s^*} = 1 \\ \Leftrightarrow & \left| K_C \frac{s + 0,1}{s + 0,0017} \cdot \frac{10}{s(s + 3)(s + 4)} \right|_{s=s^*} = 1 \end{aligned}$$

Để đáp ứng quá độ không thay đổi đáng kể:  $s_{1,2}^* = s_{1,2} = -1 \pm j$

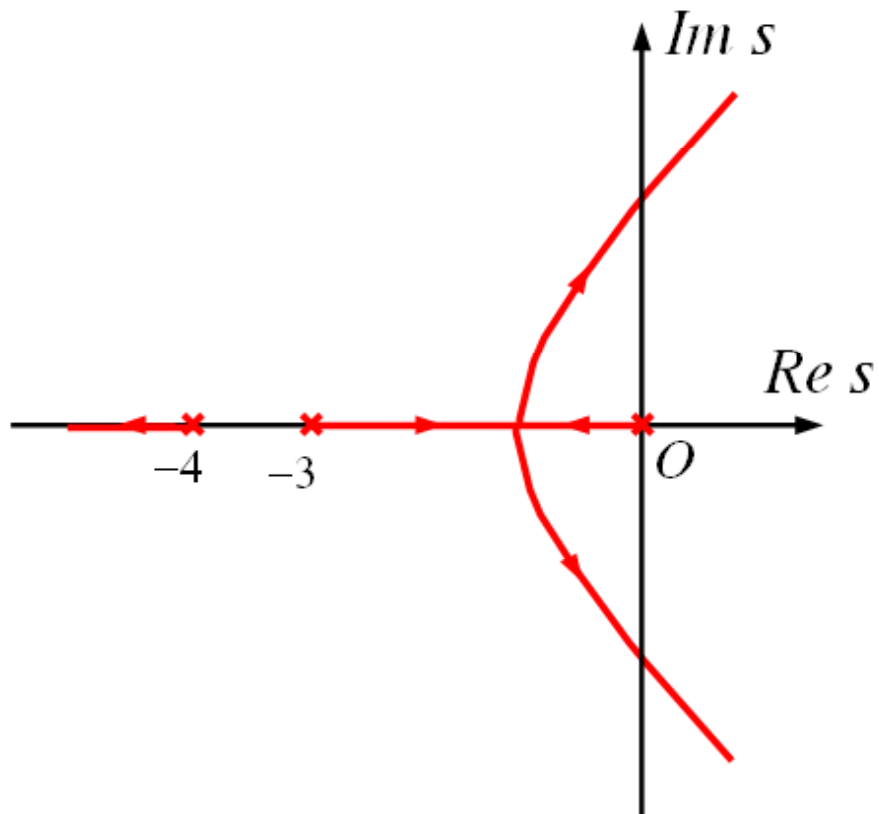
$$\Rightarrow \left| K_C \frac{(-1 + j + 0,1)}{(-1 + j + 0,0017)} \cdot \frac{10}{(-1 + j)(-1 + j + 3)(-1 + j + 4)} \right| = 1$$

$$K_C = 1,0042 \approx 1$$

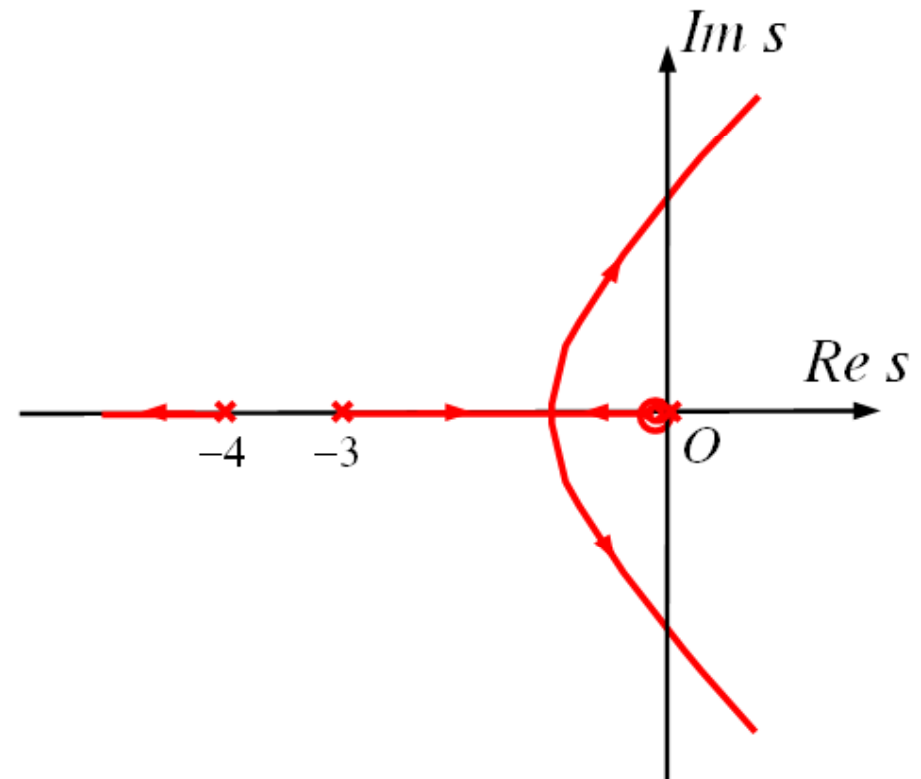
$\Rightarrow$

$$G_C(s) = \frac{s + 0,1}{s + 0,0017}$$

# QĐNS của hệ thống sau khi hiệu chỉnh trễ pha

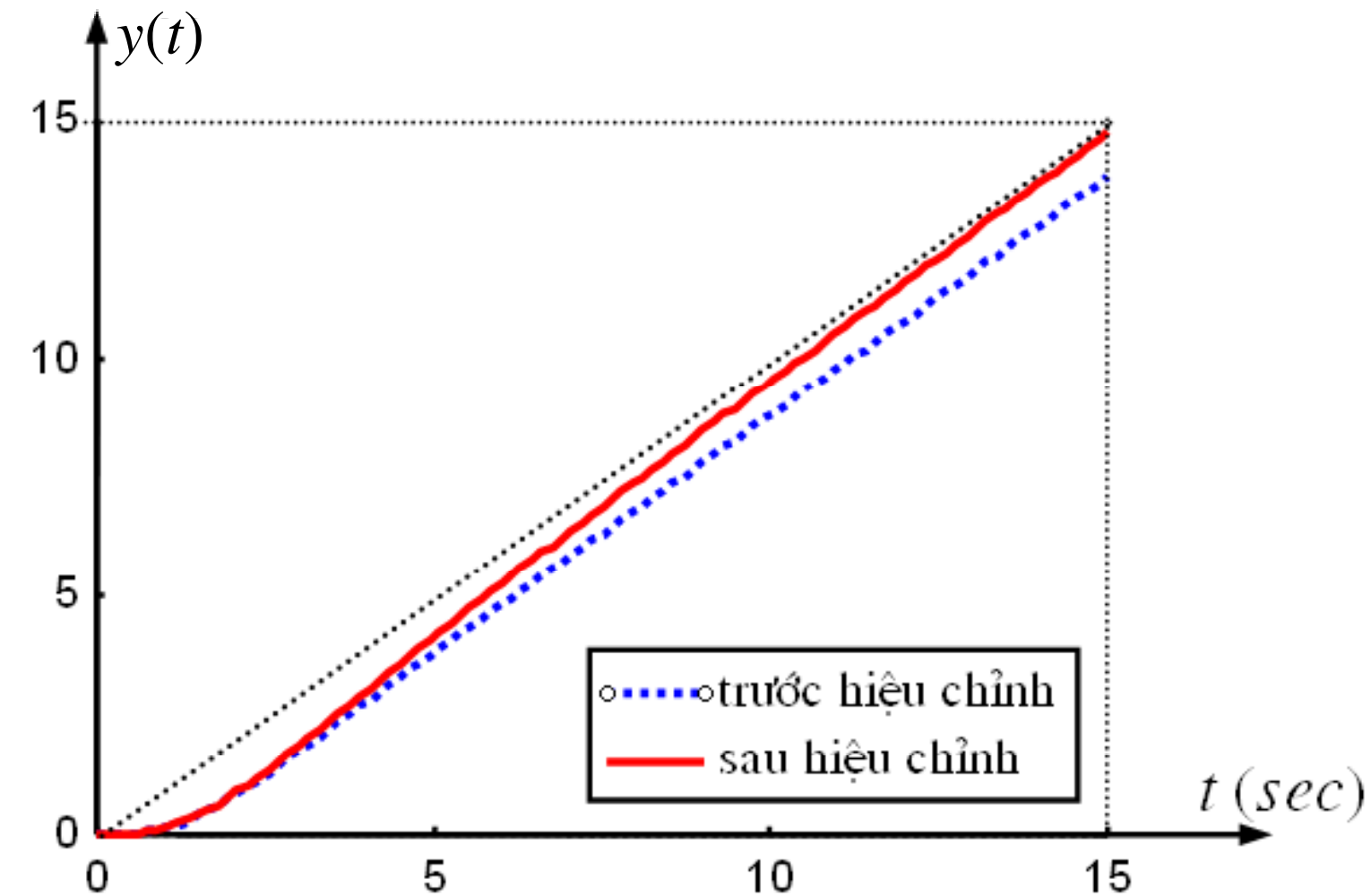


QĐNS trước khi hiệu chỉnh



QĐNS sau khi hiệu chỉnh

# Đáp ứng của hệ thống sau khi hiệu chỉnh trễ pha



Đáp ứng của hệ thống

## Khâu hiệu chỉnh cần thiết kế

$$G_C(s) = G_{C1}(s)G_{C2}(s)$$

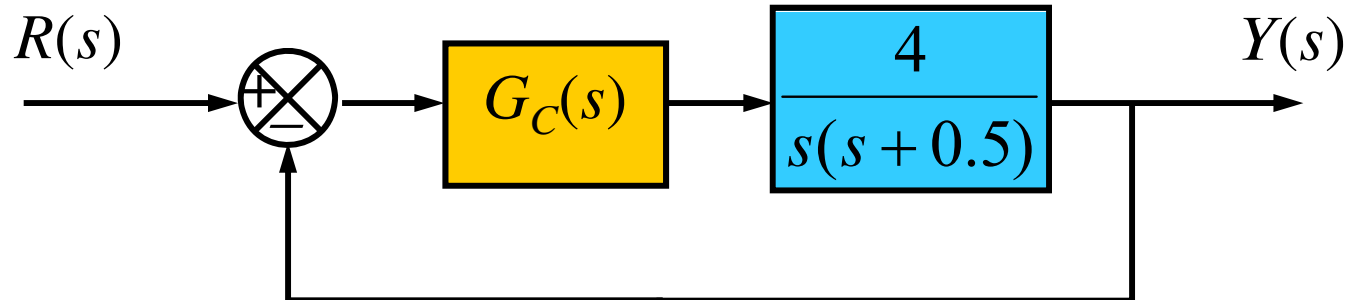
sớm pha

trễ pha

★ **Bước 1:** Thiết kế khâu sớm pha  $G_{C1}(s)$  để thỏa mãn yêu cầu về đáp ứng quá độ

★ **Bước 2:** Đặt  $G_1(s) = G(s) \cdot G_{C1}(s)$   
Thiết kế khâu hiệu chỉnh trễ pha  $G_{C2}(s)$  mắc nối tiếp vào  $G_1(s)$  để thỏa mãn yêu cầu về sai số xác lập mà không thay đổi đáng kể đáp ứng quá độ của hệ thống sau khi đã hiệu chỉnh sớm pha

## Thí dụ thiết kế khâu hiệu chỉnh sớm trễ pha dùng QĐNS



★ **Yêu cầu:** thiết kế khâu hiệu chỉnh  $G_C(s)$  sao cho hệ thống sau khi hiệu chỉnh có cặp cực phức với  $\xi = 0.5$ ,  $\omega_n = 5$  (rad/sec) và hệ số vận tốc  $K_V = 80$ .

★ **Giải:**

★ Vì yêu cầu thiết kế cải thiện đáp ứng quá độ và sai số xác lập nên khâu hiệu chỉnh cần thiết kế là khâu sớm trễ pha:

$$G_C(s) = G_{C1}(s)G_{C2}(s)$$

## ★ Bước 1: Thiết kế khâu sớm pha $G_{C1}(s)$

Cặp cực quyết định:

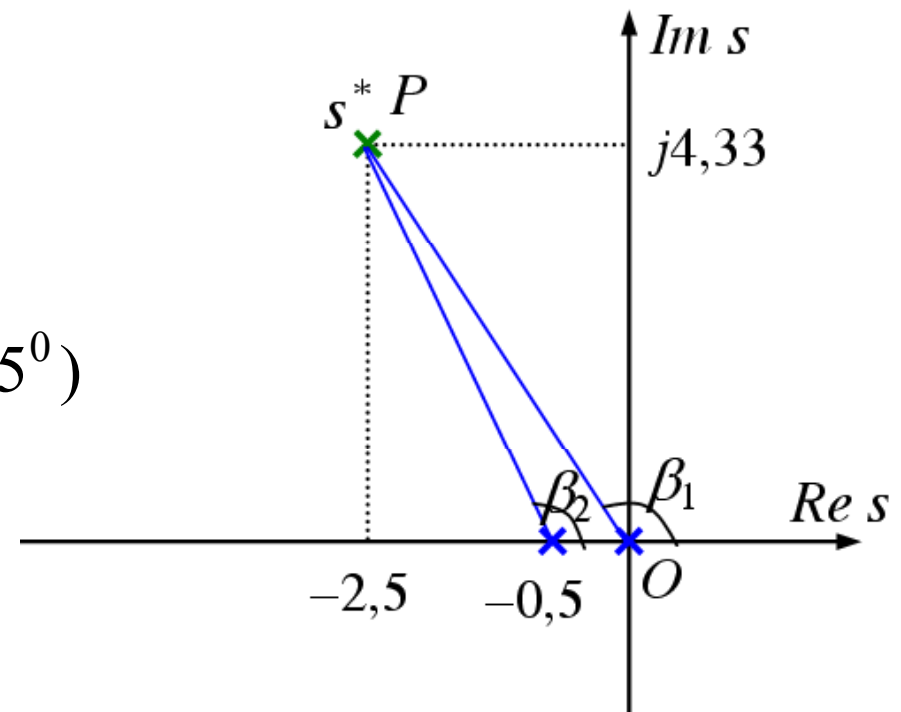
$$s_{1,2}^* = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = -0,5 \times 5 \pm j5\sqrt{1-0,5^2}$$

$$s_{1,2}^* = -2,5 \pm j4,33$$

Góc pha cần bù:

$$\begin{aligned}\phi^* &= -180^0 + (\beta_1 + \beta_2) \\ &= -180^0 + (120^0 + 115^0)\end{aligned}$$

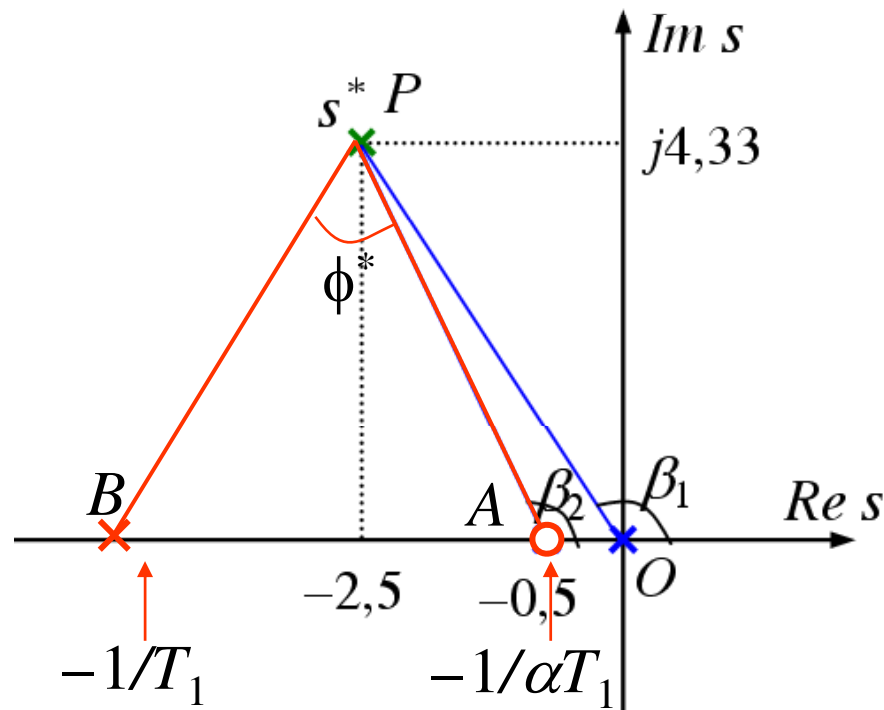
$$\phi^* = 55^0$$





# Thí dụ thiết kế khâu hiệu chỉnh sớm trễ pha dùng QĐNS (tt)

Chọn zero của khâu sớm pha triệt tiêu cực tại  $-0.5$  của  $G(s)$ :



$$\frac{1}{\alpha T_1} = 0,5$$

$$OA = 0,5$$

$$AB = PA \frac{\sin \hat{A}PB}{\sin PAB} = 4.76 \frac{\sin 55^\circ}{\sin 60^\circ} = 4.5$$

$$\frac{1}{T_1} = OA + AB = 5$$

$$G_{C1}(s) = K_{C1} \frac{s + 0,5}{s + 5}$$

Tính  $K_{C1}$ :  $|G_{C1}(s)G(s)|_{s=s^*} = 1$

$$\left| K_{C1} \frac{s + 0,5}{s + 5} \cdot \frac{4}{s(s + 0,5)} \right|_{s=-2,5+j4,33} = 1$$

$$K_{C1} = 6,25$$

$$\Rightarrow G_{C1}(s) = 6,25 \frac{s + 0,5}{s + 5}$$

Hàm truyền hở sau khi hiệu chỉnh sớm pha là:

$$G_1(s) = G_{C1}(s)G(s) = \frac{25}{s(s + 5)}$$

★ Bước 2: Thiết kế khâu trễ pha  $G_{C2}(s)$

$$G_{C2}(s) = K_{C2} \frac{s + \frac{1}{\beta T_2}}{s + \frac{1}{T_2}}$$

– Xác định  $\beta$ :

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} s G_1(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{25}{s(s+5)} = 5$$

$$K_V^* = 80$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{K_V}{K_V^*} = \frac{5}{80} = \frac{1}{16}$$

– Xác định zero của khâu trễ pha thỏa điều kiện:

$$\frac{1}{\beta T_2} \ll |\operatorname{Re}(s^*)| = |\operatorname{Re}(-2,5 + j4,33)| = 2,5$$

Chọn  $\frac{1}{\beta T_2} = 0,16$

– Xác định cực của khâu trễ pha:

$$\frac{1}{T_2} = \beta \cdot \frac{1}{\beta T_2} = \frac{1}{16} \cdot (0,16)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T_2} = 0.01$$

## Thí dụ thiết kế khâu hiệu chỉnh sớm trễ pha dùng QĐNS (tt)

– Tính  $K_{C2}$  dựa vào điều kiện biên độ:  $|G_{C2}(s)G_1(s)|_{s=s^*} = 1$

$$\Rightarrow \left( |G_{C2}(s)|_{s=s^*} \right) \left( |G_1(s)|_{s=s^*} \right) = 1$$

$$\Rightarrow \left| K_{C2} \frac{-2,5 + j4,33 + 0,16}{-2,5 + j4,33 + 0,01} \right| = 1$$

$$\Rightarrow K_{C2} = 1.01$$

Hàm truyền khâu trễ pha:  $G_{C2}(s) = 1,01 \frac{(s + 0,16)}{(s + 0,01)}$

Kết quả:  $G_C(s) = G_{C1}(s)G_{C2}(s) = 6,31 \frac{(s + 0,5)(s + 0,16)}{(s + 5)(s + 0,01)}$

# Thiết kế hệ thống điều khiển liên tục dùng phương pháp biểu đồ Bode

*Khâu hiệu chỉnh cần thiết kế*

$$G_C(s) = K_C \frac{\alpha Ts + 1}{Ts + 1} \quad (\alpha > 1)$$

★ **Bước 1: Xác định**  $K_C$  để thỏa mãn yêu cầu về sai số xác lập

$$K_C = K_P^* / K_P \quad \text{hoặc} \quad K_C = K_V^* / K_V \quad \text{hoặc} \quad K_C = K_a^* / K_a$$

★ **Bước 2: Đặt**  $G_1(s) = K_C G(s)$ . **Vẽ biểu đồ Bode của**  $G_1(s)$

★ **Bước 3: Xác định tần số cắt biên của**  $G_1(s)$  từ điều kiện:

$$L_1(\omega_C) = 0 \quad \text{hoặc} \quad |G_1(j\omega_C)| = 1$$

★ **Bước 4: Xác định độ dự trữ pha của**  $G_1(s)$  (độ dự trữ pha của hệ trước khi hiệu chỉnh):

$$\Phi M = 180 + \varphi_1(\omega_C)$$

★ **Bước 5: Xác định góc pha cần bù**  $\varphi_{\max} = \Phi M^* - \Phi M + \theta$

$\Phi M^*$  là độ dự trữ pha mong muốn,  $\theta = 5^\circ \div 20^\circ$

★ **Bước 6:** Tính  $\alpha$  :

$$\alpha = \frac{1 + \sin \varphi_{\max}}{1 - \sin \varphi_{\max}}$$

★ **Bước 7:** Xác định tần số cắt mới (tần số cắt của hệ sau khi hiệu chỉnh) dựa vào điều kiện:

$$L_1(\omega'_C) = -10 \lg \alpha \quad \text{hoặc} \quad |G_1(j\omega'_C)| = 1/\sqrt{\alpha}$$

★ **Bước 8:** Tính hằng số thời gian  $T$ :

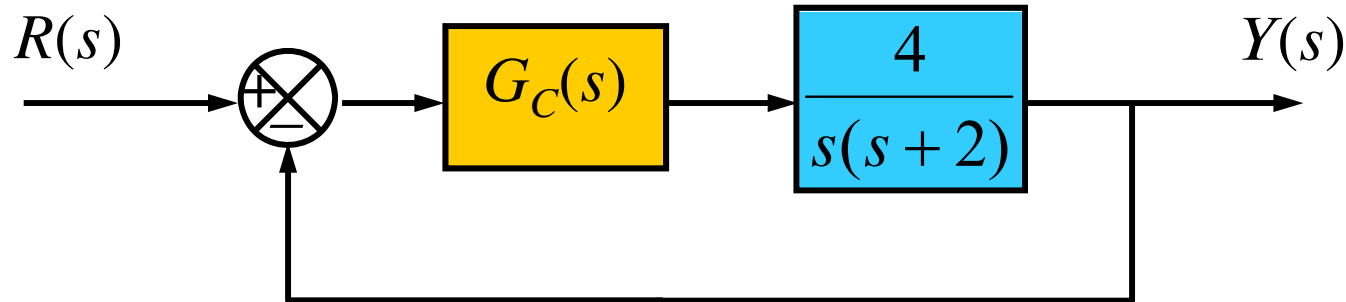
$$T = \frac{1}{\omega'_C \sqrt{\alpha}}$$

★ **Bước 9:** Kiểm tra lại hệ thống có thỏa mãn điều kiện về độ dư trữ biên hay không? Nếu không thỏa mãn thì trở lại bước 5.

★ **Chú ý:** Trong trường hợp hệ thống quá phức tạp khó tìm được lời giải giải tích thì có thể xác định  $\omega_C$  (bước 3),  $\Phi M$  (bước 4) và  $\omega'_C$  (bước 7) bằng cách dựa vào biểu đồ Bode.



## Thí dụ thiết kế khâu hiệu chỉnh sớm pha dùng biểu đồ Bode



★ **Yêu cầu:** thiết kế khâu hiệu chỉnh  $G_C(s)$  sao cho hệ thống sau khi hiệu chỉnh có  $K_V^* = 20$ ;  $\Phi M^* \geq 50^\circ$ ;  $GM^* \geq 10dB$

★ **Giải:**

★ Hàm truyền khâu hiệu chỉnh sớm pha cần thiết kế là:

$$G_C(s) = K_C \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} \quad (\alpha > 1)$$

## ★ Bước 1: Xác định $K_C$

Hệ số vận tốc của hệ sau khi hiệu chỉnh là:

$$K_V^* = \lim_{s \rightarrow 0} s G_C(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s K_C \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} \cdot \frac{4}{s(s + 2)} = 2 K_C$$

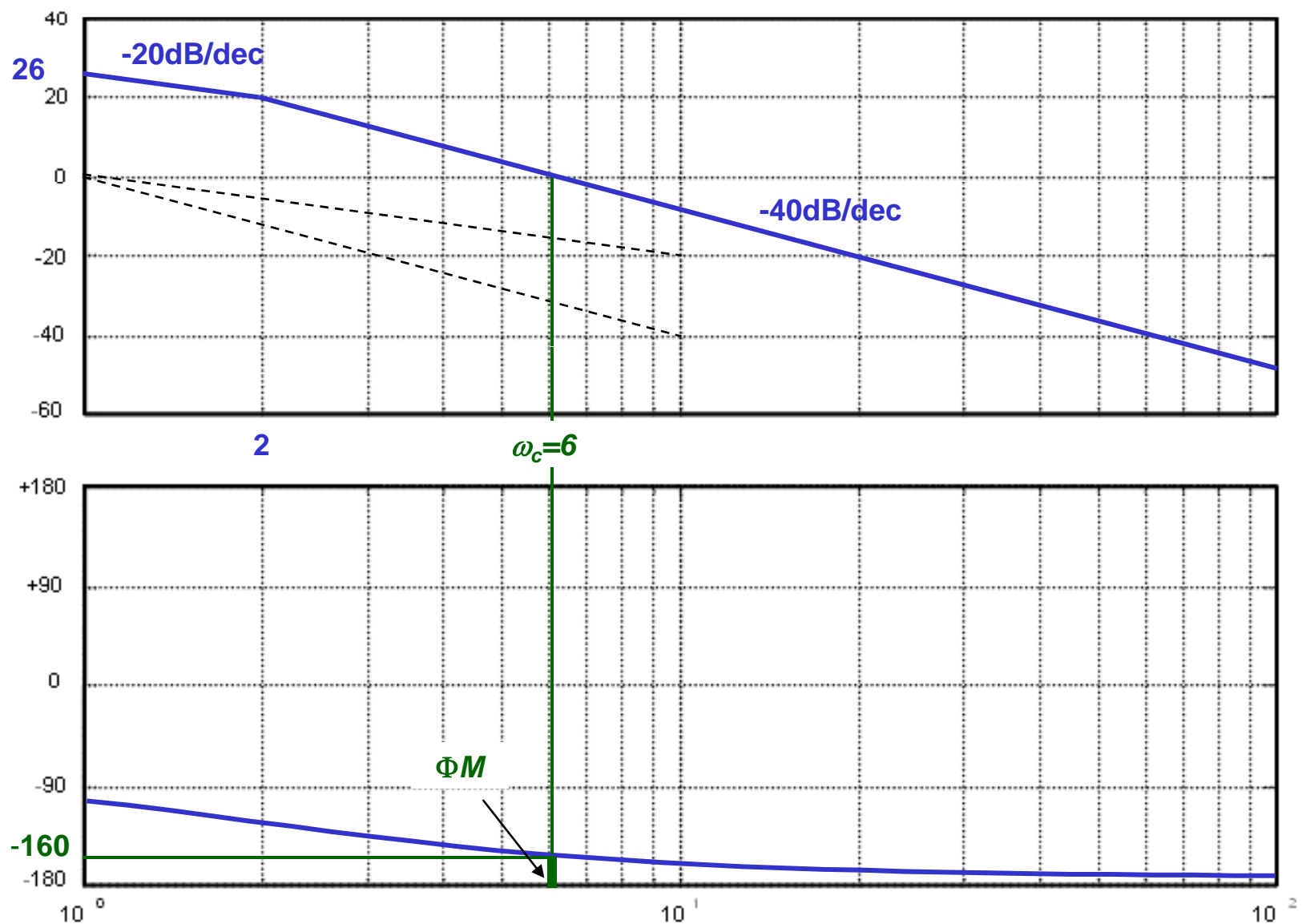
$$\Rightarrow K_C = \frac{K_V^*}{2} = \frac{20}{2} \Rightarrow K_C = 10$$

## ★ Bước 2: Đặt $G_1(s) = K_C G(s) = 10 \cdot \frac{4}{s(s + 2)}$

$$\Rightarrow G_1(s) = \frac{20}{s(0,5s + 1)}$$

Vẽ biểu đồ Bode của  $G_1(s)$

# Thí dụ TK khâu hiệu chỉnh sớm pha dùng biểu đồ Bode (tt)



★ Bước 3: Tần số cắt của hệ trước khi hiệu chỉnh

Theo biểu đồ Bode:  $\omega_c \approx 6$  (rad/sec)

★ Bước 4: Độ dự trữ pha của hệ khi chưa hiệu chỉnh

Theo biểu đồ Bode:  $\varphi_1(\omega_c) \approx -160^\circ$

$$\Phi M = 180 + \varphi_1(\omega_c) \approx 20^\circ$$

★ Bước 5: Góc pha cần bù:

$$\varphi_{\max} = \Phi M^* - \Phi M + \theta \quad (\text{chọn } \theta=7)$$

$$\Rightarrow \varphi_{\max} = 50^\circ - 20^\circ + 7^\circ$$

$$\Rightarrow \varphi_{\max} = 37^\circ$$

★ Bước 6: Tính  $\alpha$

$$\alpha = \frac{1 + \sin \varphi_{\max}}{1 - \sin \varphi_{\max}} = \frac{1 + \sin 37^\circ}{1 - \sin 37^\circ} \Rightarrow \alpha = 4$$

★ Bước 7: Tính số cắt mới dựa vào biểu đồ Bode:

$$L_1(\omega'_C) = -10 \lg \alpha = -10 \lg 4 = -6 \text{ dB}$$

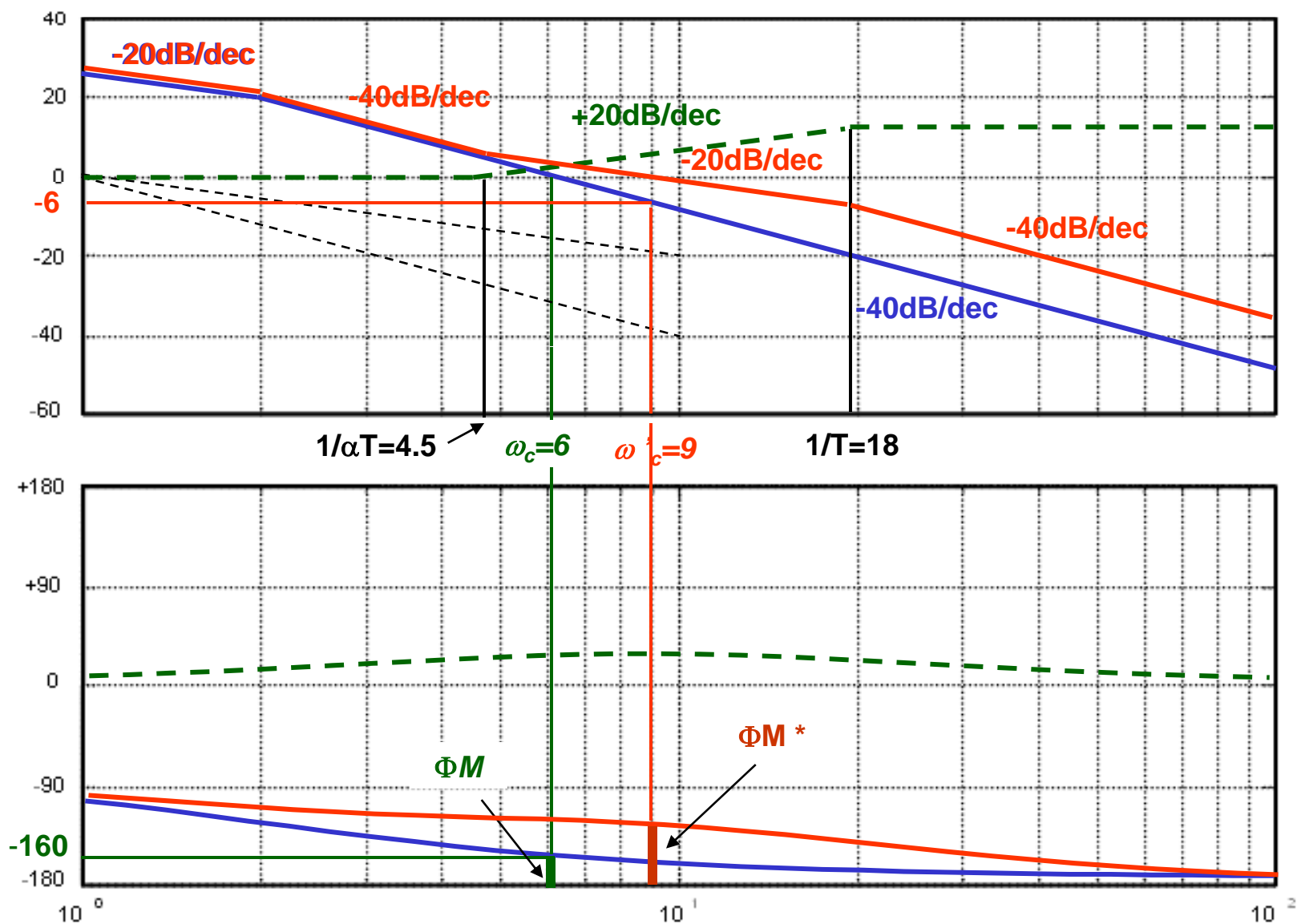
Hoành độ giao điểm của đường thẳng nằm ngang có tung độ 6dB chính là tần số cắt mới. Theo hình vẽ (xem slide 54), ta có:

$$\omega'_C \approx 9 \quad (\text{rad/sec})$$

★ Bước 8: Tính  $T$

$$T = \frac{1}{\omega'_C \sqrt{\alpha}} = \frac{1}{(9)(\sqrt{4})} \Rightarrow T = 0,056 \Rightarrow \alpha T = 0,224$$

# Thí dụ TK khâu hiệu chỉnh sớm pha dùng biểu đồ Bode (tt)



★ Bước 9: Kiểm tra lại điều kiện biên độ

Theo biểu đồ Bode sau khi hiệu chỉnh  $GM^* = +\infty$ , do đó thỏa mãn điều kiện biên độ đề bài yêu cầu.

★ Kết luận: Khâu hiệu chỉnh sớm pha cần thiết kể có hàm truyền là

$$G_C(s) = 10 \frac{1 + 0,224s}{1 + 0,056s}$$

*Khâu hiệu chỉnh cần thiết kế*

$$G_C(s) = K_C \frac{\alpha Ts + 1}{Ts + 1} \quad (\alpha < 1)$$

★ **Bước 1:** Xác định  $K_C$  để thỏa mãn yêu cầu về sai số xác lập

$$K_C = K_P^* / K_P \quad \text{hoặc} \quad K_C = K_V^* / K_V \quad \text{hoặc} \quad K_C = K_a^* / K_a$$

★ **Bước 2:** Đặt  $G_1(s) = K_C G(s)$ . Vẽ biểu đồ Bode của  $G_1(s)$

★ **Bước 3:** Xác định tần số cắt biên mới  $\omega'_C$  sau khi hiệu chỉnh dựa vào điều kiện:

$$\varphi_1(\omega'_C) = -180^\circ + \Phi M^* + \theta$$

$\Phi M^*$  là độ dự trữ pha mong muốn,  $\theta = 5^\circ \div 20^\circ$

★ **Bước 4:** Tính  $\alpha$  từ điều kiện:

$$L_1(\omega'_C) = -20 \lg \alpha \quad \text{hoặc} \quad |G_1(j\omega'_C)| = \frac{1}{\alpha}$$



★ **Bước 5:** Chọn zero của khâu hiệu chỉnh trễ pha sao cho:

$$\frac{1}{\alpha T} \ll \omega'_C \quad \Rightarrow \quad \alpha T$$

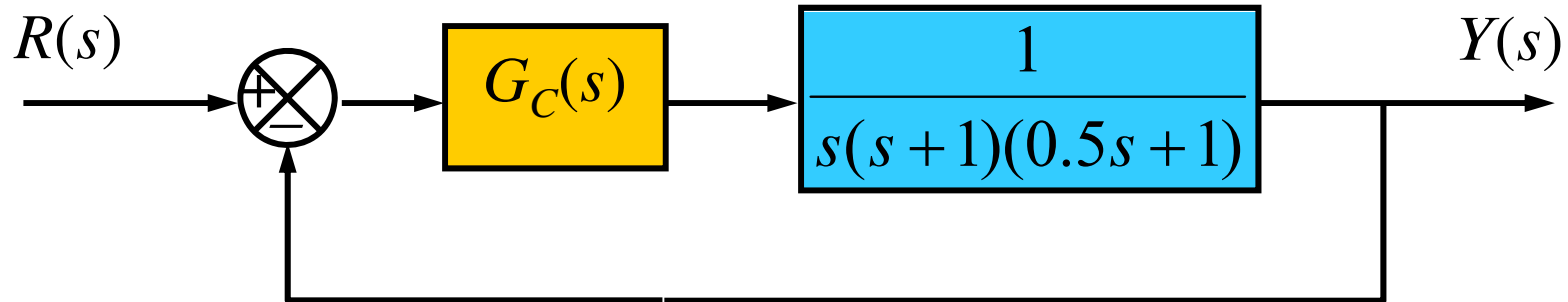
★ **Bước 6:** Tính hằng số thời gian  $T$ :

$$\frac{1}{T} = \alpha \frac{1}{\alpha T} \quad \Rightarrow \quad T$$

★ **Bước 7:** Kiểm tra lại hệ thống có thỏa mãn điều kiện về độ dư trữ biên hay không? Nếu không thỏa mãn thì trở lại bước 3.

★ **Chú ý:** Trong trường hợp hệ thống phức tạp khó tìm được lời giải giải tích thì có thể xác định  $\varphi_1(\omega'_C)$ ,  $\omega'_C$  (bước 3),  $L_1(\omega'_C)$  (bước 4) bằng cách dựa vào biểu đồ Bode.

## Thí dụ thiết kế khâu hiệu chỉnh trễ pha dùng biểu đồ Bode



★ **Yêu cầu:** thiết kế khâu hiệu chỉnh  $G_C(s)$  sao cho hệ thống sau khi hiệu chỉnh có  $K_V^* = 5$ ;  $\Phi M^* \geq 40^\circ$ ;  $GM^* \geq 10dB$

★ **Giải:**

★ Hàm truyền khâu hiệu chỉnh trễ pha cần thiết kế là:

$$G_C(s) = K_C \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} \quad (\alpha < 1)$$

★ Bước 1: Xác định  $K_C$

Hệ số vận tốc của hệ sau khi hiệu chỉnh là:

$$K_V^* = \lim_{s \rightarrow 0} s G_C(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s K_C \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} \cdot \frac{1}{s(s+1)(0.5s+1)} = K_C$$

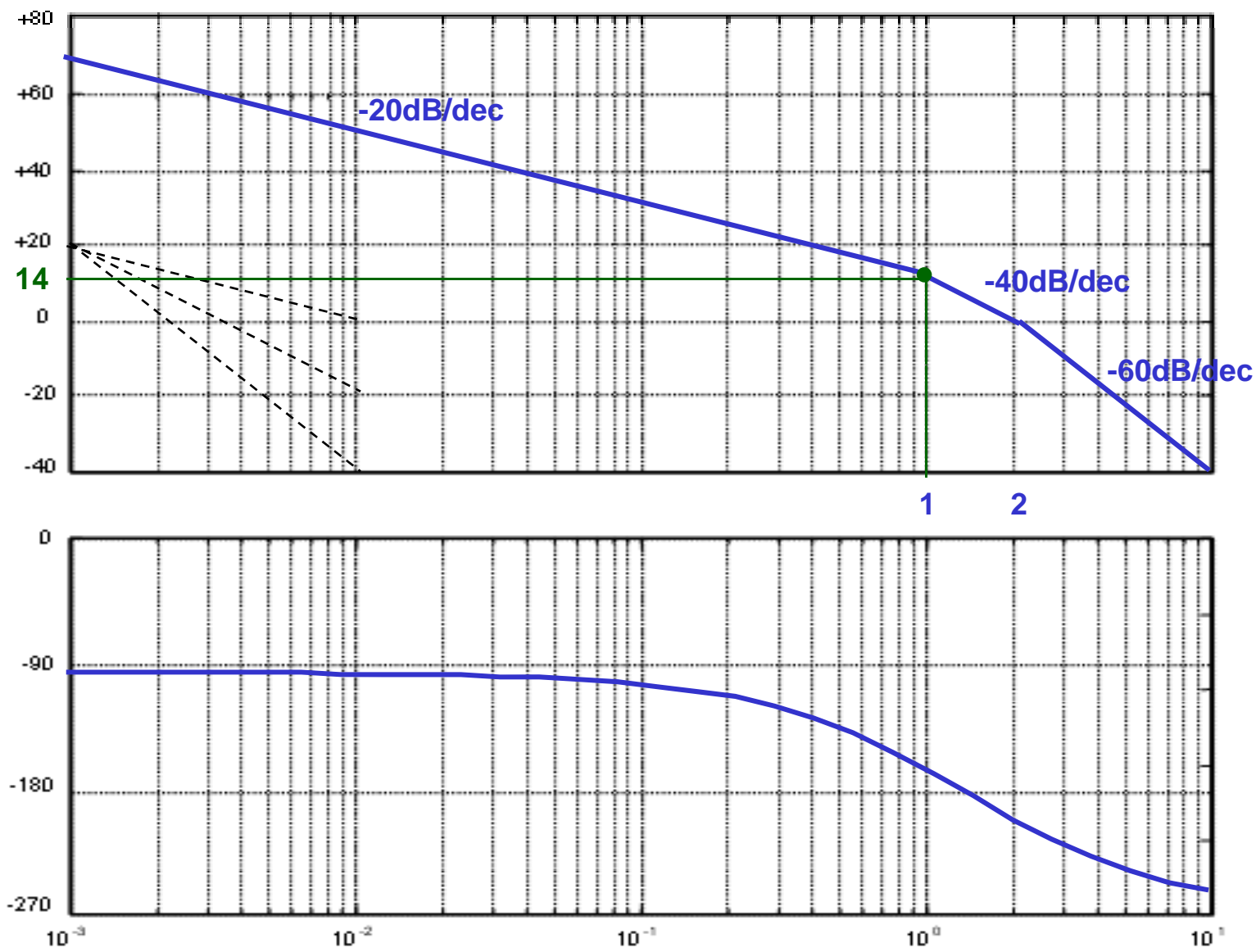
$$\Rightarrow K_C = K_V^* = 5$$

★ Bước 2: Đặt  $G_1(s) = K_C G(s)$

$$\Rightarrow G_1(s) = \frac{5}{s(s+1)(0.5s+1)}$$

Vẽ biểu đồ Bode của  $G_1(s)$

# Thí dụ TK khâu hiệu chỉnh trễ pha dùng biểu đồ Bode (tt)



★ Bước 3: Xác định tần số cắt mới dựa vào điều kiện

$$\varphi_1(\omega'_C) = -180^0 + \Phi M^* + \theta$$

$$\Rightarrow \varphi_1(\omega'_C) = -180^0 + 40^0 + 5^0$$

$$\Rightarrow \varphi_1(\omega'_C) = -135^0$$

Theo biểu đồ Bode ta có:  $\omega'_C \approx 0.5$  (rad/sec)

★ Bước 4: Tính  $\alpha$  từ điều kiện:

$$L_1(\omega'_C) = -20 \lg \alpha$$

Theo biểu đồ Bode ta có:  $L_1(\omega'_C) \approx 18$  (dB)

$$\Rightarrow 18 = -20 \lg \alpha \Rightarrow \lg \alpha = -0,9 \Rightarrow \alpha = 10^{-0,9}$$

$$\Rightarrow \alpha = 0,126$$

★ Bước 5: Chọn zero của khâu trễ pha thỏa:

$$\frac{1}{\alpha T} \ll \omega'_C = 0.5$$

Chọn  $\frac{1}{\alpha T} = 0.05 \Rightarrow \alpha T = 20$

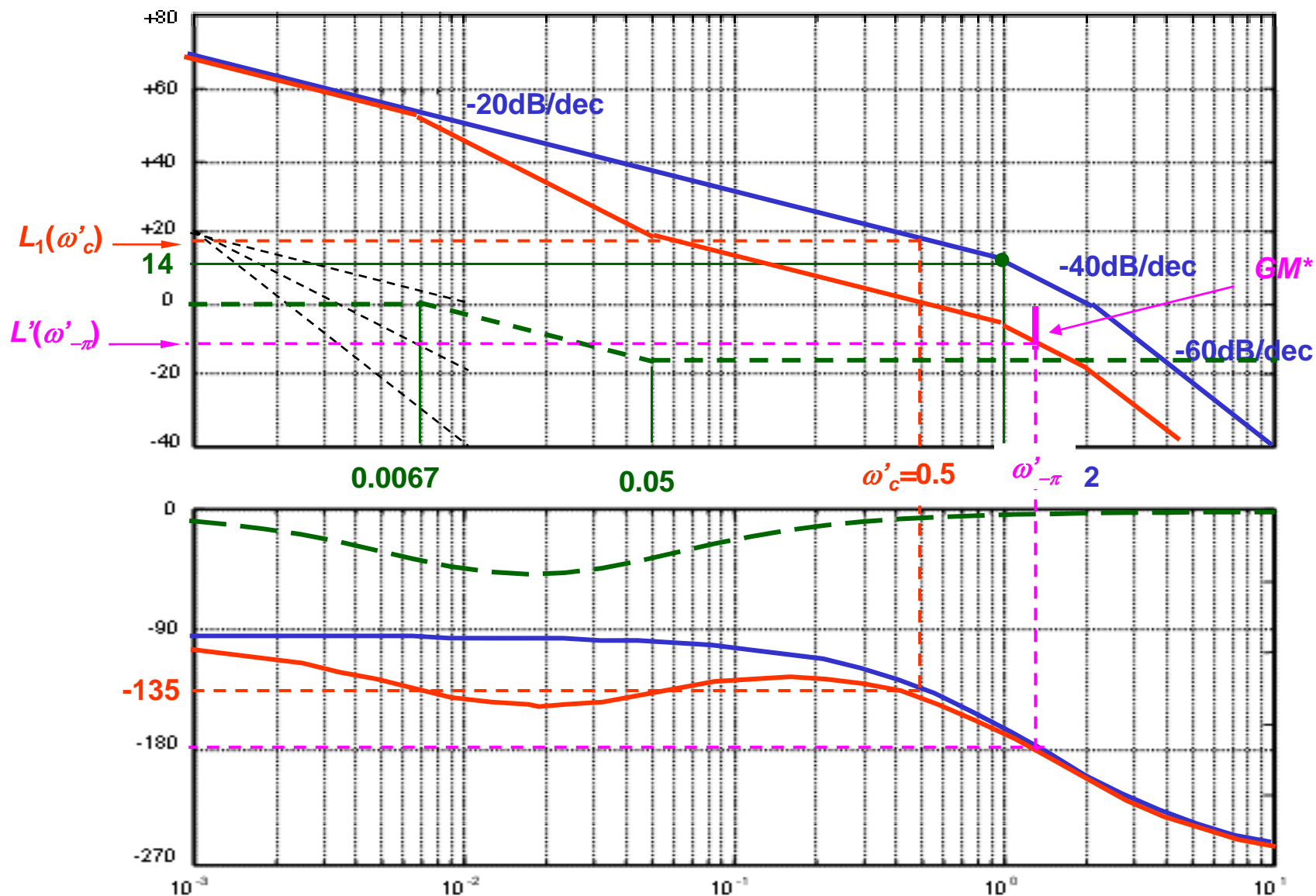
★ Bước 6: Tính thời hằng T

$$\frac{1}{T} = \alpha \frac{1}{\alpha T} = 0,126 \times 0,05 = 0,0063 \Rightarrow T = 159$$

★ Bước 7: Theo biểu đồ Bode, ta thấy hệ thống sau khi hiệu chỉnh thỏa mãn điều kiện biên độ.

Kết luận  $G_C(s) = 5 \frac{(20s + 1)}{(159s + 1)}$

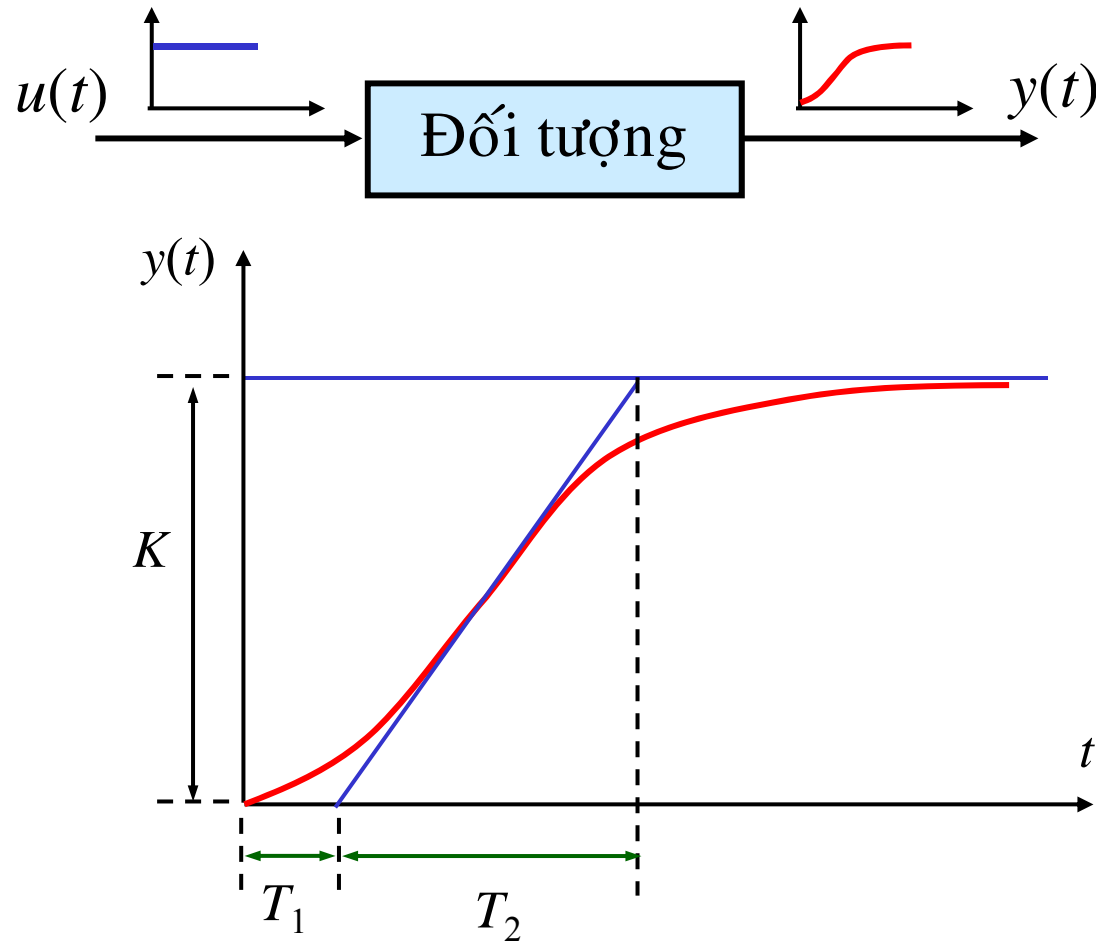
# Thí dụ TK khâu hiệu chỉnh trễ pha dùng biểu đồ Bode (tt)



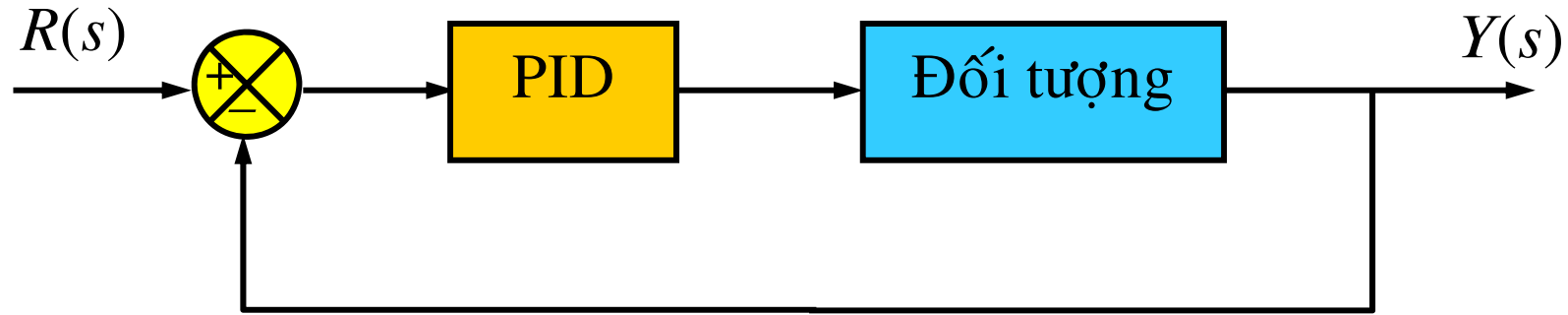
# Thiết kế bộ điều khiển PID



- ★ Xác định thông số bộ điều khiển PID dựa vào đáp ứng nấc của hệ hở



# Phương pháp Zeigler – Nichols. Trường hợp 1

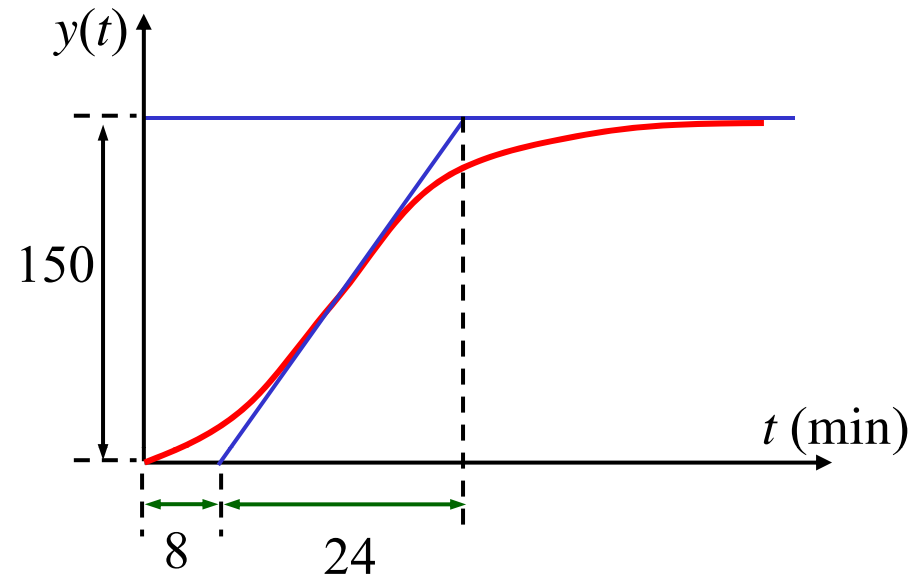


*Bộ điều khiển PID:*

$$G_C(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

Thông số Bộ ĐK	$K_P$	$T_I$	$T_D$
$P$	$\frac{T_2}{T_1 K}$	$\infty$	0
$PI$	$0.9 \frac{T_2}{T_1 K}$	$T_1 / 0.3$	0
$PID$	$1.2 \frac{T_2}{T_1 K}$	$2T_1$	$0.5T_2$

★ **Thí dụ:** Hãy thiết kế bộ điều khiển PID điều khiển nhiệt độ của lò sấy, biết đặc tính quá độ của lò sấy thu được từ thực nghiệm có dạng như sau:



$$K = 150$$

$$T_1 = 8 \text{ min} = 480 \text{ sec}$$

$$T_2 = 24 \text{ min} = 1440 \text{ sec}$$

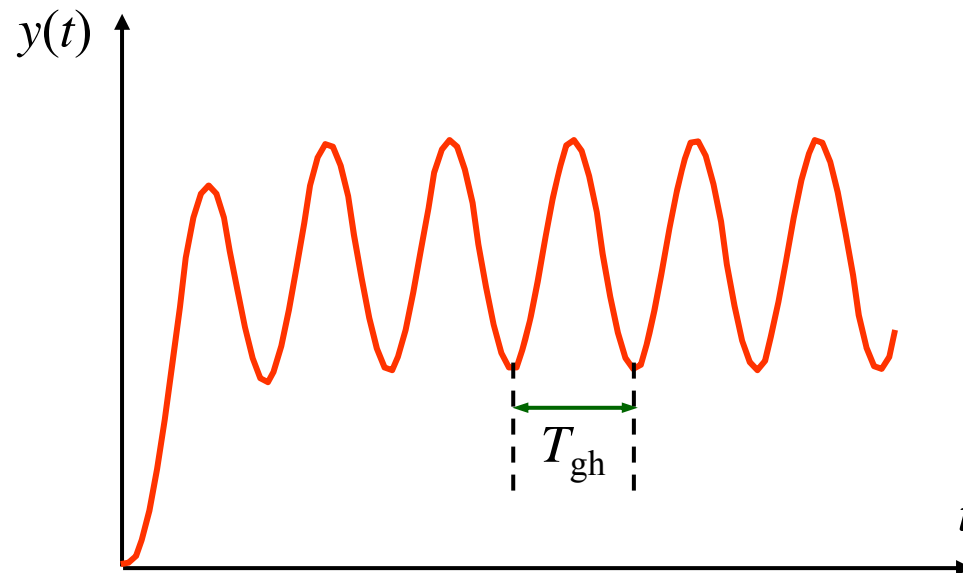
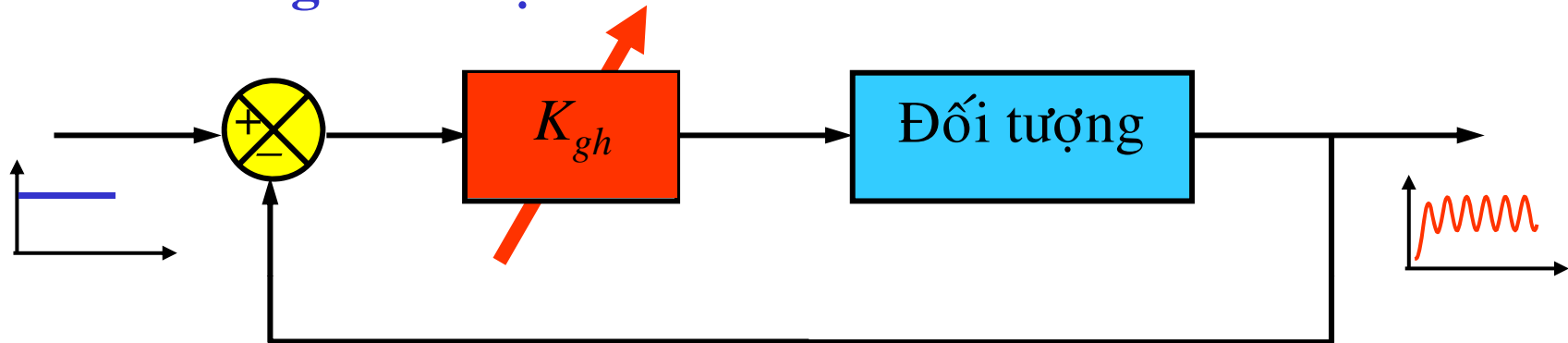
$$K_P = 1.2 \frac{T_2}{T_1 K} = 1.2 \frac{1440}{480 \times 150} = 0.024$$

$$T_I = 2T_1 = 2 \times 480 = 960 \text{ sec}$$

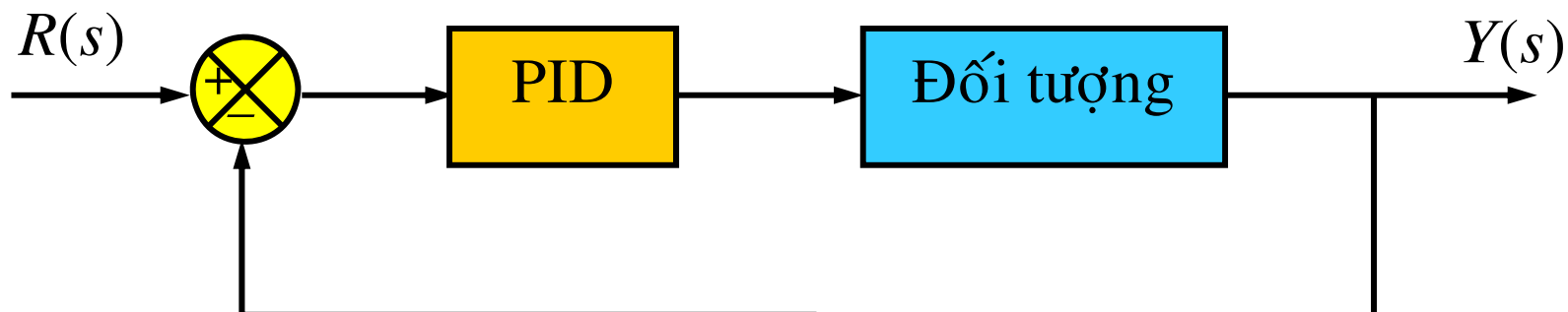
$$T_D = 0.5T_1 = 0.5 \times 480 = 240 \text{ sec}$$

$$G_{PID}(s) = 0.024 \left( 1 + \frac{1}{960s} + 240s \right)$$

★ Xác định thông số bộ điều khiển PID dựa vào đáp ứng của hệ kín ở biên giới ổn định



## Phương pháp Zeigler – Nichols. Trường hợp 2



*Bộ điều khiển PID:*

$$G_C(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

Thông số Bộ ĐK	$K_P$	$T_I$	$T_D$
$P$	$0.5K_{gh}$	$\infty$	0
$PI$	$0.45K_{gh}$	$0.83T_{gh}$	0
$PID$	$0.6K_{gh}$	$0.5T_{gh}$	$0.125T_{gh}$

★ **Thí dụ:** Hãy thiết kế bộ điều khiển PID điều khiển vị trí góc quay của động cơ DC, biết rằng nếu sử dụng bộ điều khiển tỉ lệ thì bằng thực nghiệm ta xác định được khi  $K=20$  vị trí góc quay động cơ ở trạng thái xác lập là dao động với chu kỳ  $T=1$  sec.

★ Theo dữ kiện đề bài

$$K_{gh} = 20$$

$$T_{gh} = 1\text{sec}$$

★ Theo pp Zeigler – Nichols:

$$K_P = 0.6K_{gh} = 0.6 \times 20 = 12$$

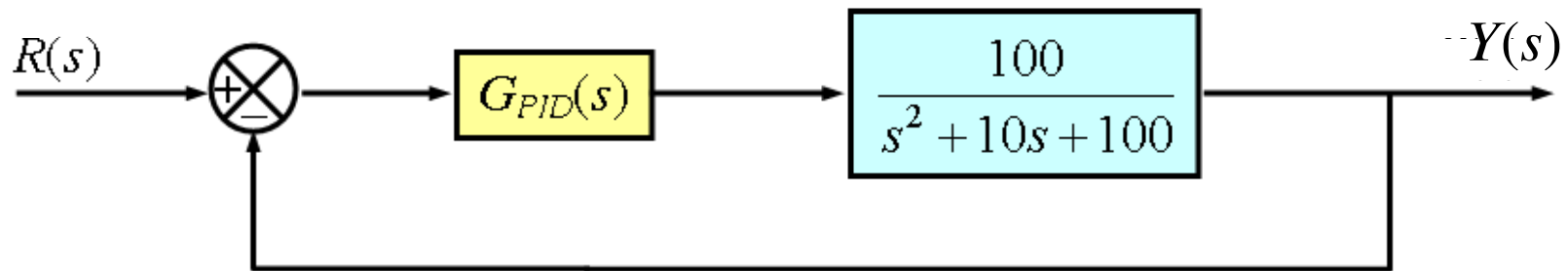
$$T_I = 0.5T_{gh} = 0.5 \times 1 = 0.5\text{sec}$$

$$T_D = 0.125T_{gh} = 0.125 \times 1 = 0.125\text{sec}$$

$$G_{PID}(s) = 12 \left( 1 + \frac{1}{0.125s} + 0.5s \right)$$

## Phương pháp giải tích thiết kế bộ điều khiển PID

- ★ **Thí dụ:** Hãy xác định thông số của bộ điều khiển PID sao cho hệ thống thỏa mãn yêu cầu:
- Hệ có cặp nghiệm phức với  $\xi=0.5$  và  $\omega_n=8$ .
  - Hệ số vận tốc  $K_V = 100$ .



- ★ **Giải:** Hàm truyền bộ điều khiển PID cần thiết kế:

$$G_C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

★ Hệ số vận tốc của hệ sau khi hiệu chỉnh:

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} s G_C(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left( K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s \right) \left( \frac{100}{s^2 + 10s + 100} \right)$$

$$\Rightarrow K_V = K_I$$

Theo yêu cầu đề bài  $K_V = 100$

$$\Rightarrow K_I = 100$$

★ Phương trình đặc trưng của hệ sau khi hiệu chỉnh:

$$1 + \left( K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s \right) \left( \frac{100}{s^2 + 10s + 100} \right) = 0$$

$$\Rightarrow s^3 + (10 + 100K_D)s^2 + (100 + 100K_P)s + 100K_I = 0 \quad (1)$$



★ Phương trình đặc trưng mong muốn có dạng:

$$(s + a)(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2) = 0$$

$$\Rightarrow (s + a)(s^2 + 8s + 64) = 0$$

$$\Rightarrow s^3 + (a + 8)s^2 + (8a + 64)s + 64a = 0 \quad (2)$$

★ Cân bằng các hệ số hai phương trình (1) và (2), suy ra:

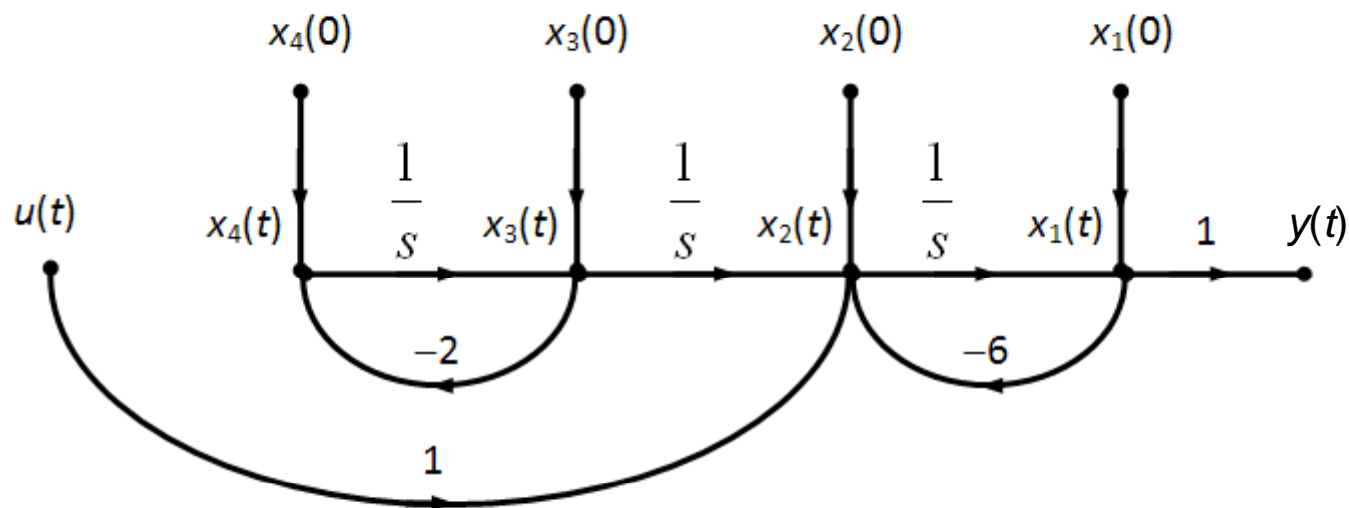
$$\begin{cases} 10 + 100K_D = a + 8 \\ 100 + 100K_P = 8a + 64 \\ 100K_I = 64a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 156.25 \\ K_P = 12,14 \\ K_D = 1,54 \end{cases}$$

Kết luận

$$G_C(s) = 12,64 + \frac{100}{s} + 1,54s$$

# **Thiết kế bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái dùng phương pháp phân bố cực**

- ★ Cho hệ thống: 
$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}$$
- ★ HT được gọi là điều khiển được hoàn toàn nếu tồn tại luật đk  $u(t)$  có khả năng chuyển hệ từ trạng thái đầu  $\mathbf{x}(t_0)$  đến trạng thái cuối  $\mathbf{x}(t_f)$  bất kỳ trong khoảng thời gian hữu hạn  $t_0 \leq t \leq t_f$ .
- ★ Một cách định tính, hệ thống ĐK được nếu mỗi biến trạng thái của hệ đều có thể bị ảnh hưởng bởi tín hiệu điều khiển.



Sơ đồ dòng tín hiệu của một HT không điều khiển được hoàn toàn

★ Đối tượng:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}$$

★ Ma trận điều khiển được (Controlability matrix)

$$\mathcal{C} = [\mathbf{B} \quad \mathbf{A}\mathbf{B} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}]$$

★ Điều kiện cần và đủ để hệ thống điều khiển được là:

$$\text{rank}(\mathcal{C}) = n$$

## Thí dụ khảo sát tính điều khiển được

★ Cho hệ thống 
$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}$$

Trong đó:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [1 \quad 3]$$

Đánh giá tính điều khiển được của hệ thống.

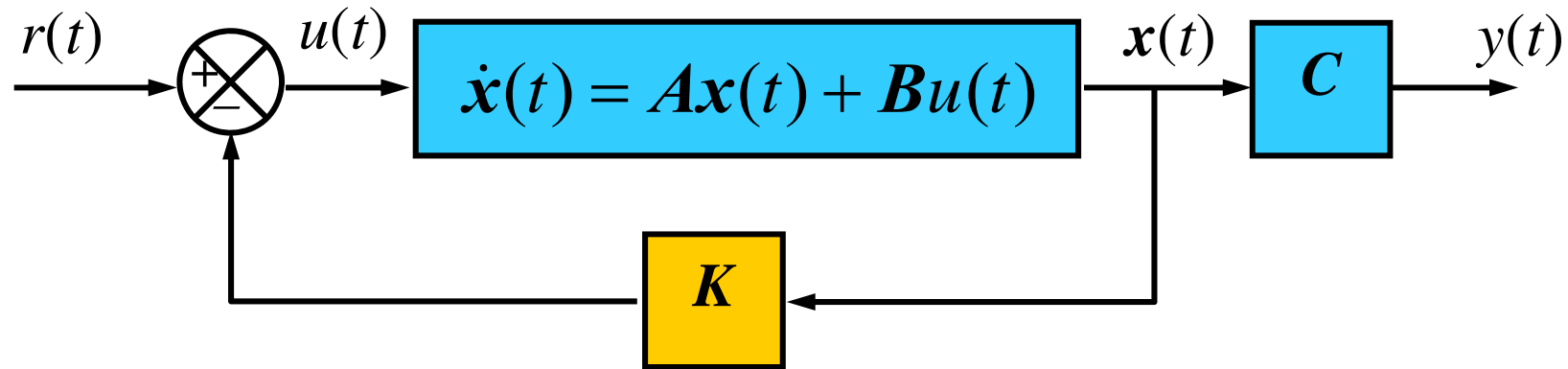
★ **Giải:** Ma trận điều khiển được:

$$\mathcal{C} = [\mathbf{B} \quad \mathbf{A}\mathbf{B}] \quad \Rightarrow \quad \mathcal{C} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & -16 \end{bmatrix}$$

★ Do  $\det(\mathcal{C}) = -84 \quad \Rightarrow \quad \text{rank}(\mathcal{C}) = 2$

$\Rightarrow$  Hệ thống điều khiển được

# Điều khiển hồi tiếp trạng thái



★ Đối tượng:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}$$

★ Bộ điều khiển:  $u(t) = r(t) - \mathbf{K}\mathbf{x}(t)$

★ Phương trình trạng thái mô tả hệ thống kín:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = [\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}]\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}r(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}$$

★ Yêu cầu: Tính  $\mathbf{K}$  để hệ kín thỏa mãn chất lượng mong muốn

Nếu hệ thống điều khiển được, có thể tính được  **$K$**  để hệ kín có cực tại vị trí **bất kỳ**.

★ **Bước 1**: Viết phương trình đặc trưng của hệ thống kín

$$\det[sI - A + BK] = 0 \quad (1)$$

★ **Bước 2**: Viết phương trình đặc trưng mong muốn

$$\prod_{i=1}^n (s - p_i) = 0 \quad (2)$$

$p_i, (i = \overline{1, n})$  là các cực mong muốn

★ **Bước 3**: Cân bằng các hệ số của hai phương trình đặc trưng (1) và (2) sẽ tìm được vector hồi tiếp trạng thái  **$K$** .

★ Thí dụ: Cho đối tượng mô tả bởi phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -7 & -3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [0 \quad 0 \quad 1]$$

★ Hãy xác định luật điều khiển  $u(t) = r(t) - \mathbf{K}\mathbf{x}(t)$  sao cho hệ thống kín có cặp cực phức với  $\xi = 0,6; \omega_n = 10$  và cực thứ ba là cực thực tại  $-20$ .



## ★ Phương trình đặc trưng của hệ thống kín

$$\det[sI - A + BK] = 0$$

$$\Rightarrow \det \left( s \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -7 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$\Rightarrow s^3 + (3 + 3k_2 + k_3)s^2 + (7 + 3k_1 + 10k_2 - 21k_3)s + (4 + 10k_1 - 12k_3) = 0 \quad (1)$$

## ★ Phương trình đặc trưng mong muốn

$$(s + 20)(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2) = 0$$

$$\Rightarrow s^3 + 32s^2 + 340s + 2000 = 0 \quad (2)$$

★ Cân bằng các hệ số của hai phương trình (1) và (2), suy ra:

$$\begin{cases} 3 + 3k_2 + k_3 = 32 \\ 7 + 3k_1 + 10k_2 - 21k_3 = 340 \\ 4 + 10k_1 - 12k_2 = 2000 \end{cases}$$

★ Giải hệ phương trình trên, ta được:

$$\begin{cases} k_1 = 220,578 \\ k_2 = 3,839 \\ k_3 = 17,482 \end{cases}$$

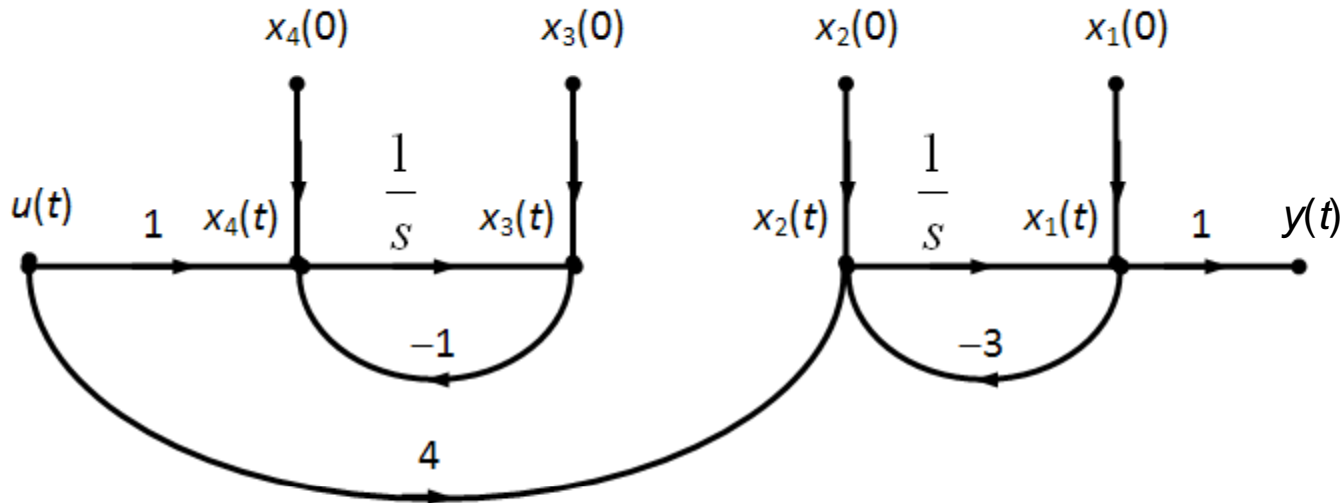
★ Kết luận

$$\mathbf{K} = [220,578 \quad 3,839 \quad 17,482]$$

# Thiết kế bộ ước lượng trạng thái

- ★ Để thực thi được hệ thống điều khiển hồi tiếp trạng thái: cần phải đo được tất cả các trạng thái của hệ thống.
  - ★ Trong một số ứng dụng, chỉ đo được các tín hiệu ra mà không thể đo tất cả các trạng thái của hệ thống.
  - ★ Vấn đề đặt ra là ước lượng trạng thái của hệ thống từ tín hiệu ra đo lường được
- ⇒ Cần thiết kế bộ ước lượng trạng thái (hoặc quan sát trạng thái)

- ★ Cho hệ thống 
$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}$$
- ★ Hệ thống trên được gọi là quan sát được hoàn toàn nếu cho tín hiệu điều khiển  $u(t)$  và tín hiệu ra  $y(t)$  trong khoảng  $t_0 \leq t \leq t_f$  ta có thể xác định được trạng thái đầu  $\mathbf{x}(t_0)$ .
- ★ Một cách định tính, hệ thống là quan sát được nếu mỗi biến trạng thái của hệ đều ảnh hưởng đến đầu ra  $y(t)$ .



Sơ đồ dòng tín hiệu của một HT không quan sát được hoàn toàn

## Điều kiện cần và đủ để hệ thống quan sát được

★ Đối tượng 
$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}$$

Cần ước lượng trạng thái  $\hat{\mathbf{x}}(t)$  từ thông tin biết trước về mô hình toán học của đối tượng và dữ liệu vào ra của đối tượng.

★ Ma trận quan sát được (Observability matrix)

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{n-1} \end{bmatrix}$$

★ Điều kiện cần và đủ để hệ thống quan sát được là:

$$\text{rank}(\mathcal{O}) = n$$

## Thí dụ khảo sát tính quan sát được

★ Cho đối tượng 
$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}$$

trong đó: 
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [1 \quad 3]$$

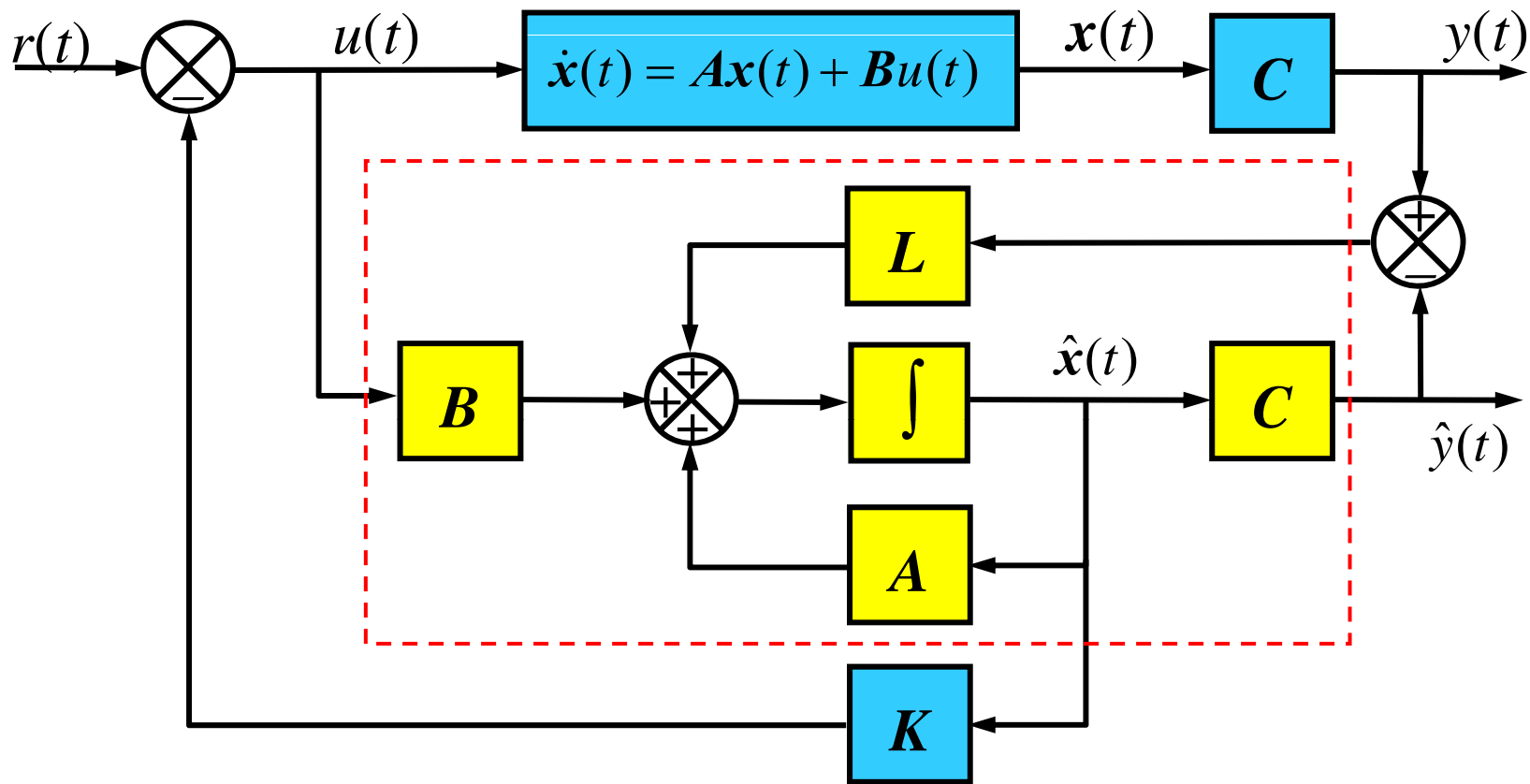
Hãy đánh giá tính quan sát được của hệ thống.

★ **Giải:** Ma trận quan sát được:

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathcal{O} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -6 & -8 \end{bmatrix}$$

★ Do  $\det(\mathcal{O}) = 10 \Rightarrow \text{rank}(\mathcal{O}) = 2$

$\Rightarrow$  Hệ thống quan sát được



★ Bộ quan sát trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases}$$

trong đó:  $L = [l_1 \quad l_2 \quad \dots \quad l_n]^T$



### ★ Yêu cầu:

- Bộ quan sát trạng thái phải ổn định, sai số ước lượng trạng thái tiệm cận tiến về 0.
- Đặc tính động học của bộ quan sát đủ nhanh so với đặc tính động học của hệ thống điều khiển.

### ★ Cần chọn $L$ thỏa mãn:

- Tất cả các nghiệm của phương trình  $\det(sI - A + LC) = 0$  đều nằm bên trái mặt phẳng phức.
- Các nghiệm của phương trình  $\det(sI - A + LC) = 0$  nằm xa trục ảo hơn so với các cực của phương trình  $\det(sI - A + BK) = 0$

### ★ Tùy theo cách thiết kế $L$ ta có các bộ quan sát trạng thái khác nhau:

- Bộ quan sát trạng thái Luenberger
- Bộ lọc Kalman ( $\Rightarrow$  Lý thuyết điều khiển nâng cao)

- ★ **Bước 1**: Viết phương trình đặc trưng của bộ quan sát trạng thái

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{LC}] = 0 \quad (1)$$

- ★ **Bước 2**: Viết phương trình đặc trưng quan sát mong muốn

$$\prod_{i=1}^n (s - p_i) = 0 \quad (2)$$

$p_i, (i = \overline{1, n})$  là các cực mong muốn của bộ quan sát

- ★ **Bước 3**: Cân bằng các hệ số của hai phương trình đặc trưng (1) và (2) sẽ tìm được vector  $\mathbf{L}$ .

## Thí dụ thiết kế bộ quan sát trạng thái

★ Thí dụ: Cho đối tượng mô tả bởi phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -7 & -3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad 0]$$

★ Giả sử không thể đo được các trạng thái của hệ thống. Hãy thiết kế bộ quan sát trạng thái Luenberger, sao cho các cực của bộ quan sát trạng thái nằm tại  $-20$ ,  $-20$  và  $-50$ .

★ *Giải:*

★ Phương trình đặc trưng của bộ quan sát Luenberger

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{LC}] = 0$$

$$\Rightarrow \det \left( s \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -7 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$\Rightarrow s^3 + (l_1 + 3)s^2 + (3l_1 + l_2 + 7)s + (7l_1 + 5l_2 + l_3 + 4) = 0 \quad (1)$$

★ Phương trình đặc trưng của bộ quan sát mong muốn:

$$(s + 20)^2(s + 50) = 0$$

$$\Rightarrow s^3 + 90s^2 + 2400s + 20000 = 0 \quad (2)$$

## Thí dụ thiết kế bộ quan sát trạng thái (tt)

★ Cân bằng các hệ số của hai phương trình (1) và (2), suy ra:

$$\begin{cases} l_1 + 3 = 90 \\ 3l_1 + l_2 + 7 = 2400 \\ 7l_1 + 3l_2 + l_3 + 4 = 20000 \end{cases}$$

★ Giải hệ phương trình trên, ta được:

$$\begin{cases} l_1 = 87 \\ l_2 = 2132 \\ l_3 = 12991 \end{cases}$$

★ Kết luận

$$\mathbf{L} = [87 \quad 2132 \quad 12991]^T$$