ĐÁP ÁN KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ - HKII/09-10
Môn: Tín hiệu & hệ thống - ngày: 14/04/2010

Bài 1. (1,5 điểm)

Do hệ thống bất biến nên:

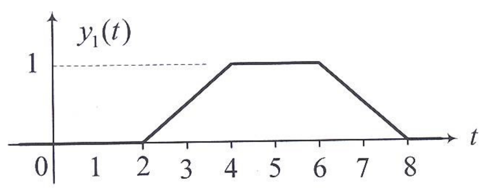
$f(t-1) \longrightarrow \boxed{\text{LTI}} \longrightarrow y(t-1) \quad f(t-3) \longrightarrow \boxed{\text{LTI}} \longrightarrow y(t-3)$

Mặt khác do hệ thống tuyến tính nên:

$f_1(t) = f(t-1) + f(t-3) \longrightarrow \boxed{\text{LTI}} \longrightarrow y_1(t) = y(t-1) + y(t-3)$

Vậy: $y_1(t) = y(t-1) + y(t-3)$

Vẽ $y_1(t)$:



Bài 2. (2 điểm)

Áp dụng K2 ta có: $f(t) = 4y(t) + \frac{dy(t)}{dt} + 3\int_{-\infty}^{t} y(t)dt \Rightarrow \frac{d^2y(t)}{dt^2} + 4\frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = \frac{df(t)}{dt}$ } 0,75đ

Vậy ta có: $(D^2 + 4D + 3)y(t) = Df(t)$

Đáp ứng xung có dạng: $h(t) = [Dy_n(t)]u(t) = \left[\frac{dy_n(t)}{dt}\right]u(t)$ → 0,25đ

Phương trình đặc trưng: $\lambda^2 + 4\lambda + 3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -1; \lambda_2 = -3$

$\Rightarrow y_n(t) = C_1e^{-t} + C_2e^{-3t} \Rightarrow y_n'(t) = -C_1e^{-t} - 3C_2e^{-3t}$

Điều kiện đầu: $y_n'(0) = 1; y_n(0) = 0 \Rightarrow C_1 = 1/2; C_2 = -1/2$ } 1đ

$\Rightarrow y_n(t) = \frac{1}{2}e^{-t} - \frac{1}{2}e^{-3t}$

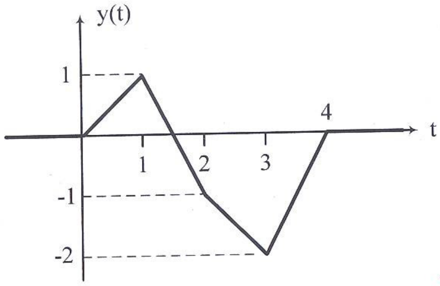
Vậy: $h(t) = \left[-\frac{1}{2}e^{-t} + \frac{3}{2}e^{-3t}\right]u(t)$

Bài 3. (1,5 điểm)

Đáp ứng zero-state của hệ thống: $y(t) = f(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau$

- Nếu t≤0: $y(t) = 0$
- Nếu 0<t≤1: $y(t) = \int_0^t dt = t$
- Nếu $1 < t \le 2$: $y(t) = \int_0^1 dt - 2\int_1^t dt = 1 - 2(t-1) = -2t + 3$ } 1,25
- Nếu $2 < t \le 3$: $y(t) = \int_{t-2}^1 dt - 2\int_1^2 dt = 1 - (t-2) - 2 = -t + 1$
- Nếu $3 < t \le 4$: $y(t) = -2\int_{t-2}^2 dt = -2[2 - (t-2)] = 2t - 8$
- Nếu $t > 4$: $y(t) = 0$

Vẽ y(t):



0,25đ

Bài 4. (2,5 điểm)

a) Chuỗi Fourier hàm mũ: $f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n e^{jn\omega_0 t}$

Với : $T_0=1 \Rightarrow \omega_0=2\pi$ và $D_n=\frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} f(t)e^{-jn\omega_0 t}dt=\int_{-1/4}^{0} e^{-j2n\pi t}dt-\int_{0}^{1/4} e^{-j2n\pi t}dt$ 0,5đ

$$=\frac{1}{-j2n\pi}e^{-j2n\pi t}\Big|_{-1/4}^{0}-\frac{1}{-j2n\pi}e^{-j2n\pi t}\Big|_{0}^{1/4}=\frac{1}{-j2n\pi}\left(1-e^{j\frac{n\pi}{2}}\right)-\frac{1}{-j2n\pi}\left(e^{-j\frac{n\pi}{2}}-1\right)$$

$$=\frac{1}{-j2n\pi}\left(2-e^{j\frac{n\pi}{2}}-e^{-j\frac{n\pi}{2}}\right)=\frac{1}{-j2n\pi}\left[2-2\cos\left(\tfrac{n\pi}{2}\right)\right]$$

0,5đ

$$\Rightarrow D_n=\begin{cases}0 & n=0,\pm4,\pm8,\pm12,\ldots\\ \dfrac{j}{n\pi} & n=\pm1,\pm3,\pm5,\ldots\\ \dfrac{j2}{n\pi} & n=\pm2,\pm6,\pm10,\ldots\end{cases}$$

Vậy: $f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n e^{j2n\pi t}$

b) Ta có : $rect\left(\frac{t}{6\pi}\right)\leftrightarrow 6\pi\sin c(3\pi\omega)\Rightarrow 6\pi\sin c(3\pi t)\leftrightarrow 2\pi rect\left(\frac{\omega}{6\pi}\right)$

$$\Rightarrow 3\sin c(3\pi t)\leftrightarrow rect\left(\frac{\omega}{6\pi}\right)\Rightarrow 3\sin c\left[3\pi(t-1/4)\right]\leftrightarrow rect\left(\frac{\omega}{6\pi}\right)e^{-j\frac{\omega}{4}}$$

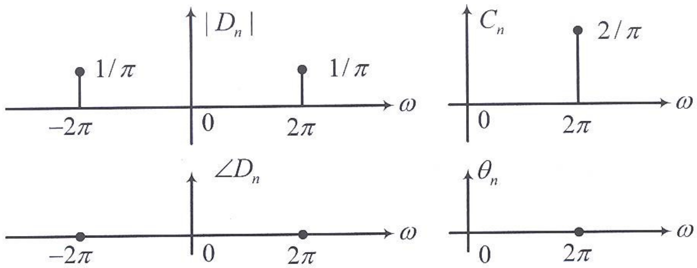
$$\Rightarrow H(\omega)=rect\left(\frac{\omega}{6\pi}\right)e^{-j\frac{\omega}{4}}$$

0,5đ

Áp dụng : $y(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n H(n\omega_0)e^{jn\omega_0 t}=\sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n rect\left(\frac{2n\pi}{6\pi}\right)e^{-j\frac{2n\pi}{4}}e^{j2n\pi t}$

$$\Rightarrow y(t)=-\frac{j}{\pi}e^{j\frac{\pi}{2}}e^{-j2\pi t}+\frac{j}{\pi}e^{-j\frac{\pi}{2}}e^{j2\pi t}=\frac{1}{\pi}\left(e^{j2\pi t}+e^{-j2\pi t}\right)=\frac{2}{\pi}\cos(2\pi t)$$

Vẽ phổ Fourier hàm mũ và lượng giác của y(t):



0,5

c) Tính công suất :

$$P_f = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} f^2(t)dt = \int_{-1/4}^{1/4} dt = \frac{1}{2}$$

$$P_y = |D_{-1}|^2 + |D_1|^2 = \frac{2}{\pi^2}$$

0,5đ

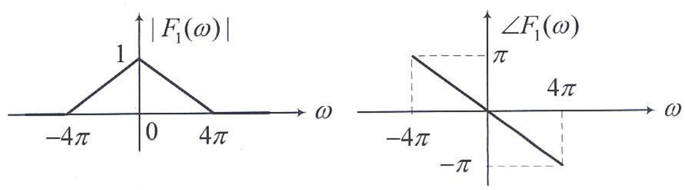
Bài 5. (2,5 điểm)

Xác định f(t): có $\Delta(t/8\pi) \leftrightarrow 4\pi \sin c^2(2\pi\omega) \Rightarrow 4\pi \sin c^2(2\pi t) \leftrightarrow 2\pi\Delta(\omega/8\pi)$

$\Rightarrow 2\sin c^2(2\pi t) \leftrightarrow \Delta(\omega/8\pi) \Rightarrow f(t) = 2\sin c^2(2\pi t)$

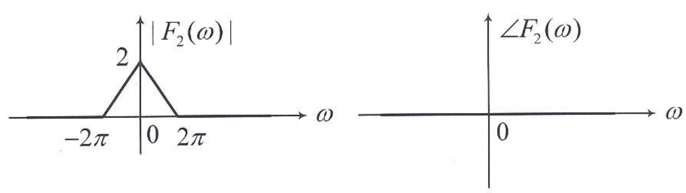
0,5đ

a) Áp dụng tính chất dịch chuyển trong miền thời gian ta có: $F_1(\omega) = F(\omega)e^{-j\frac{\omega}{4}}$



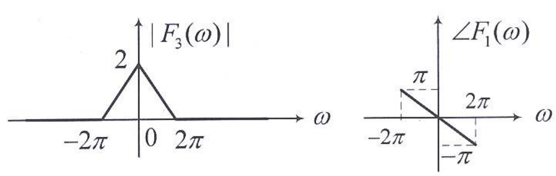
0,5đ

b) Áp dụng tính chất thay đổi thang độ (co dãn) trong miền thời gian: $F_2(\omega) = 2F(2\omega)$



0,5đ

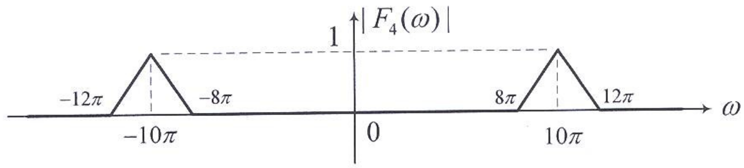
c) Ta có : $f_3 = f_1(t/2) \Rightarrow F_3(\omega) = 2F_1(2\omega) = 2F(2\omega)e^{-j\frac{\omega}{2}}$



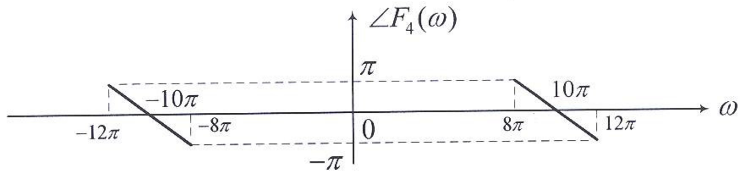
0,5đ

d) Ta có: $f_4 = f_3\cos(10\pi t) = \frac{1}{2}f_3(t)e^{j10\pi t} + \frac{1}{2}f_3(t)e^{-j10\pi t}$. Áp dụng tính chất điều chế, ta có:

$$\mathrm{F}_4(\omega) = \frac{1}{2}F_3(\omega - 10\pi) + \frac{1}{2}F_3(\omega + 10\pi) = F(2\omega - 10\pi)e^{-j\frac{\omega - 10\pi}{2}} + F(2\omega + 10\pi)e^{-j\frac{\omega + 10\pi}{2}}$$



0,5đ



------Hết----------