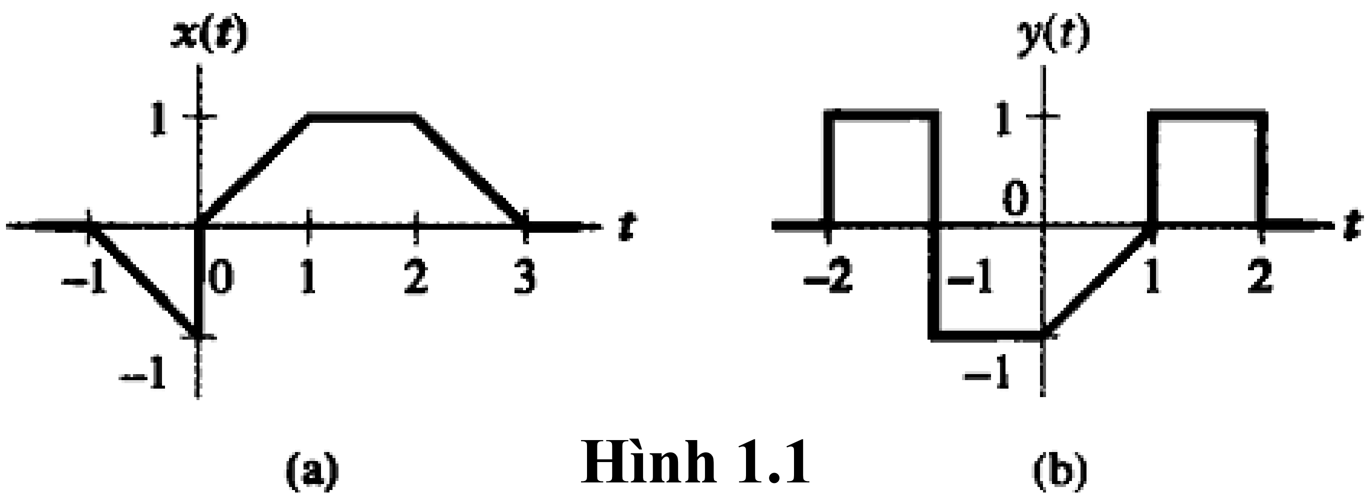
1.1. Cho hai tín hiệu liên tục theo thời gian x(t) và y(t) trên hình 1.1(a) và hình 1.1(b). Hãy vẽ và ký hiệu đầy đủ các tín hiệu sau:

(a) $x(t)+2y(t)$ (b) $x(t)y(t-1)$ (c) $x(t-1)y(t)$ (d) $x(t-1)y(-t)$

(e) $x(t)+y(-t)$ (f) $x(t)y(-1-t)$ (g) $x(t)y(2-t)$ (h) $x(2t)y(1+t/2)$

(i) $x(4-t)y(t)$

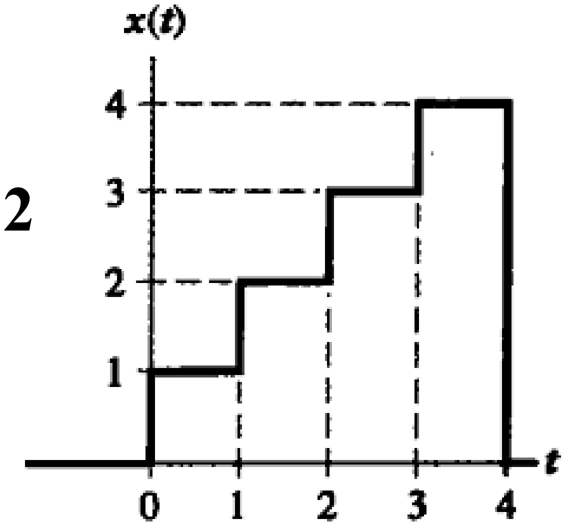


Hình 1.1

1.2. Cho tín hiệu liên tục theo thời gian x(t) trên hình 1.2. Hãy xác định và vẽ tín hiệu sau:

$$y(t)=\int_{-\infty}^{t} x(\tau)\,d\tau$$

Hình 1.2



1.3. Hãy vẽ các tín hiệu sau:

(a) $x(t) = u(t) - u(t-2)$

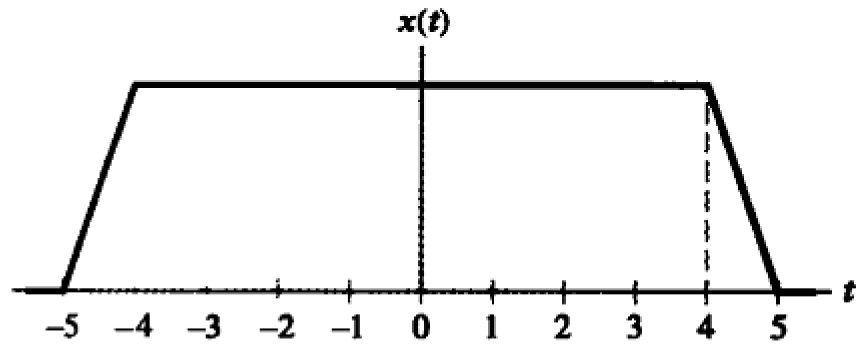
(b) $x(t) = u(t+1) - 2u(t) + u(t-1)$

(c) $x(t) = -u(t+3) + 2u(t+1) - 2u(t-1) + u(t+3)$

(d) $x(t) = u(-2t+4) - u(t+1)$

1.4. Cho tín hiệu liên tục theo thời gian x(t) trên hình 1.3. Hãy viết phương trình của x(t) theo u(t) từ đó xác định và vẽ

(a) $y(t)=\dfrac{dx(t)}{dt}$ (*b*) $g(t)=\dfrac{d^2x(t)}{dt^2}$

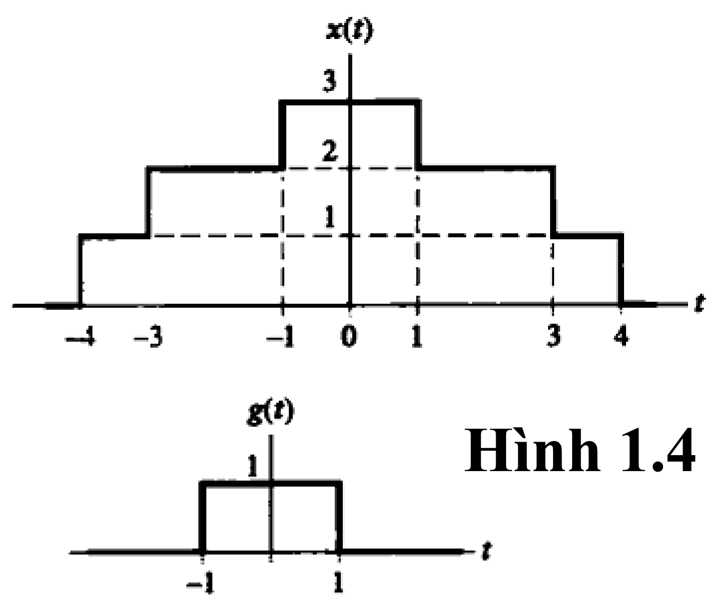


Hình 1.3

1.5. Cho tín hiệu x(t), g(t) trên hình 1.4 và tín hiệu v(t) như sau:

$$v(t) = u(t) - u(t-1)$$

Hãy xác định: (a) phương trình của x(t) theo g(t); (b) phương trình của x(t) theo v(t)



Hình 1.4

Prob1-Cơ bản về tín hiệu và hệ thống

1.6. Rút gọn các hàm sau:

(a) $\left(\frac{\sin t}{t^2+2}\right)\delta(t)$ (b) $\left(\frac{j\omega+2}{\omega^2+9}\right)\delta(\omega)$ (c) $\left[e^{-t}\cos\left(3t-60^0\right)\right]\delta(t)$

(d) $\left[\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}(t-2)\right)}{t^2+4}\right]\delta(t-1)$ (e) $\left(\frac{1}{j\omega+2}\right)\delta(\omega+3)$ (f) $\left(\frac{\sin(k\omega)}{\omega}\right)\delta(\omega)$

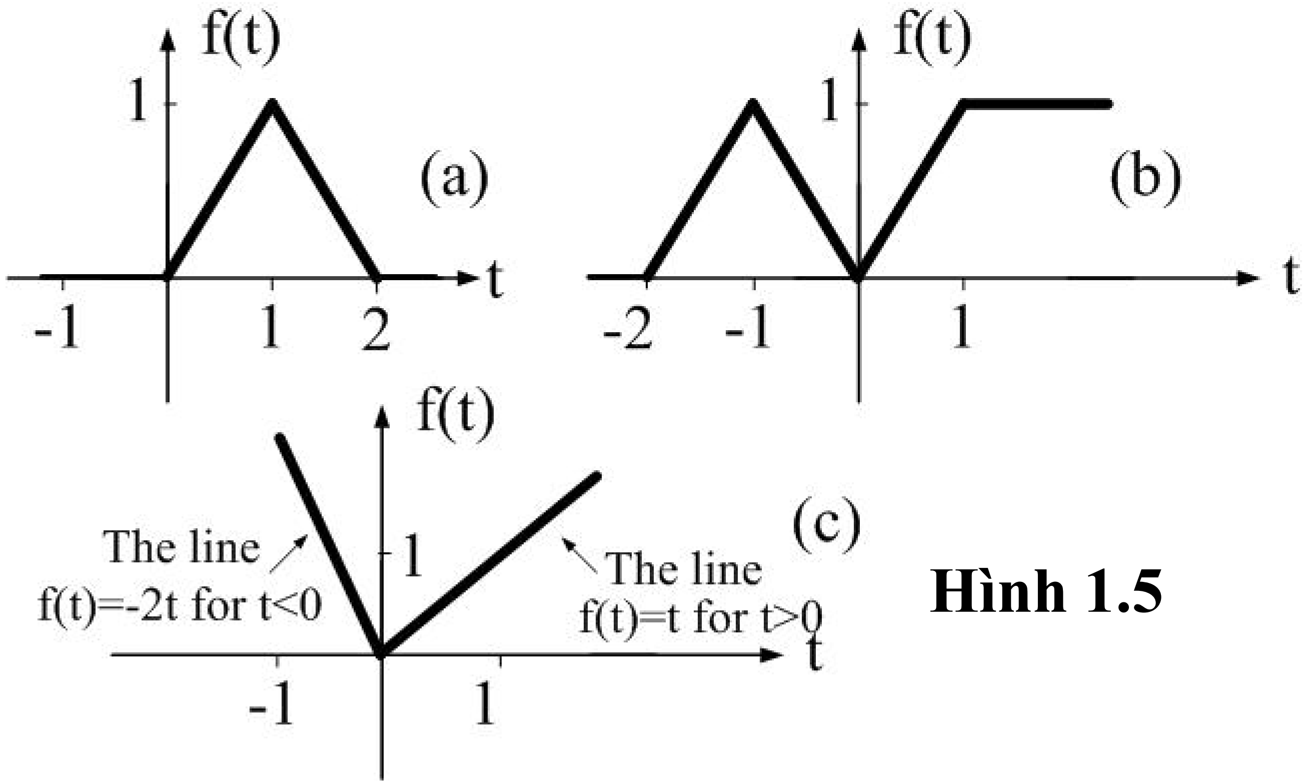
1.7. Tính các tích phân sau:

(a) $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(\tau)f(t-\tau)d\tau$ (b) $\int_{-\infty}^{\infty}f(\tau)\delta(t-\tau)d\tau$ (c) $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)e^{-j\omega t}dt$

(d) $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t\text{-}2)\sin\left(\pi t\right)dt$ (e) $\int_{-\infty}^{\infty}\delta\left(t+3\right)e^{-t}dt$ (f) $\int_{-\infty}^{\infty}\left(t^3+4\right)\delta(1\text{-}t)dt$

(g) $\int_{-\infty}^{\infty}f\left(2\text{-}t\right)\delta(3\text{-}t)dt$ (h) $\int_{-\infty}^{\infty}e^{(x-1)}\cos\left[\frac{\pi}{2}(x\text{-}5)\right]\delta(x\text{-}3)dx$

1.8. Xác định và vẽ thành phần chẵn và thành phần lẻ của tín hiệu trên hình 1.5.



Hình 1.5

1.9. Xác định thành phần chẵn và thành phần lẻ của các tín hiệu sau: (a) $u(t)$; (b) $tu(t)$; (c) $\sin(\omega_0 t)u(t)$; (d) $\cos(\omega_0 t)u(t)$; (e) $\sin\omega_0 t$; và (f) $\cos\omega_0 t$?

1.10. Tín hiệu $x(t)$ có thành phần chẵn $x_e(t)$ và thành phần lẻ $x_o(t)$. Chứng minh rằng:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)\,dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x_e^2(t)\,dt + \int_{-\infty}^{+\infty} x_o^2(t)\,dt$$

1.11. Cho biết các tín hiệu sau có phải tuần hoàn không, nếu phải hãy xác định chu kỳ của chúng

(a) $x(t)=\cos(3t)+\sin(2t)$ (b) $x(t)=\cos(3t)+\sin(12t)$

(c) $x(t)=\sum_{-\infty}^{+\infty}(-1)^k\delta(t-2k)$ (d) $x(t)=\cos(2t)u(t)$ (e) $x(t)=\cos^2(t)$

(f) $x(t)=e^{j\pi t}$ (g) $x(t)=\cos(2t-\frac{\pi}{4})$

1.12. Cho tín hiệu $x_1(t)$ tuần hoàn với chu kỳ T_1, tín hiệu $x_2(t)$ tuần hoàn với chu kỳ T_2. Hãy cho biết điều kiện của T_1 và T_2 để tín hiệu g(t) tuần hoàn, xác định chu kỳ của g(t) khi đó. Biết: $g(t)=k_1x_1(t)+k_2x_2(t)$, k_1 và k_2 là các hằng số.

1.13. Cho hệ thống có ngõ vào x(t), ngõ ra y(t) với quan hệ vào ra như sau:

$$y(t)=T\{x(t)\}=\frac{1}{2t_0}\int_{t-t_0}^{t+t_0} x(\tau)d\tau;\ t_0>0$$

Hãy cho biết và giải thích hệ thống thỏa hay không thỏa các thuộc tính sau: (a) Tuyến tính; (b) Bất biến; (c) nhân quả

1.14. Cho hệ thống có ngõ vào x(t), ngõ ra y(t) với quan hệ vào ra như sau:

$$y(t)=T\{x(t)\}=\sum_{k=0}^{m} b_k \frac{d^k x(t)}{dt^k}$$

Với m số nguyên dương; $b_0, b_1, \ldots, b_m$ là các hằng số

Hãy cho biết và giải thích hệ thống thỏa hay không thỏa các thuộc tính sau: (a) Tuyến tính; (b) Bất biến; (c) nhân quả

1.15. Cho các hệ thống có ngõ vào f(t), ngõ ra y(t) có quan hệ vào ra $y(t)=\mathbf{T}\{f(t)\}$ thỏa mãn:

(a) $y(t)=f(t-2)$ (b) $y(t)=f(-t)$ (c) $y(t)=f(at)$

(d) $y(t)=tf(t-2)$ (e) $y(t)=\int_{-5}^{5} f(\tau)d\tau$ (f) $y(t)=f(t-2)+f(2-t)$

Hãy cho biết và giải thích hệ thống thỏa hay không thỏa các thuộc tính sau: (a) Tuyến tính; (b) Bất biến; (c) nhân quả; (d) ổn định

1.16. Cho các hệ thống có ngõ vào f(t), ngõ ra y(t) có quan hệ vào ra $y(t)=\mathbf{T}\{f(t)\}$ thỏa mãn:

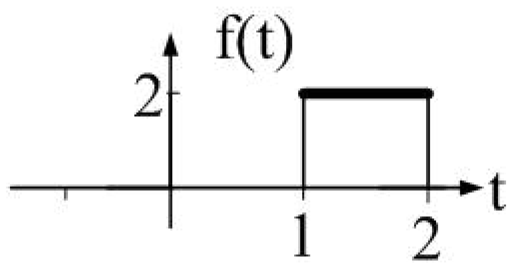
(a) $y(t)=\cos[3f(t)]$ (b) $y(t)=[\cos(3t)]f(t)$

(d) $y(t)=\begin{cases} 0 & (t<0) \\ f(t)+f(t-2); & (t \geq 0) \end{cases}$ (e) $y(t)=\begin{cases} 0 & [f(t)<0] \\ f(t)+f(t-2); & [f(t) \geq 0] \end{cases}$

Hãy cho biết và giải thích hệ thống thỏa hay không thỏa các thuộc tính sau: (a) Tuyến tính; (b) Bất biến; (c) nhân quả; (d) ổn định

1.17. Cho hệ thống tuyến tính bất biến (LTI) quan hệ vào ra $y(t)=\mathbf{T}\{f(t)\}$. Biết $y_0(t)=\mathbf{T}\{f_0(t)\}$ với $f_0(t)=u(t)$, $y_0(t)=e^{-t}u(t)+u(-1-t)$. Xác định và vẽ ngõ ra y(t) của hệ thống khi ngõ vào f(t) như trên H-1.10

Hình 1.6



Prob1-Cơ bản về tín hiệu và hệ thống

1.18. Một hệ thống tuyến tính quan hệ vào ra y(t)=**T**{f(t)} thỏa mãn: cos(kt)=**T**{t^k}. Xác định đáp ứng y(t) của hệ thống với ngõ vào:

$$f(t) = \pi + 6t^2 - 47t^5 + \sqrt{e}t^6$$

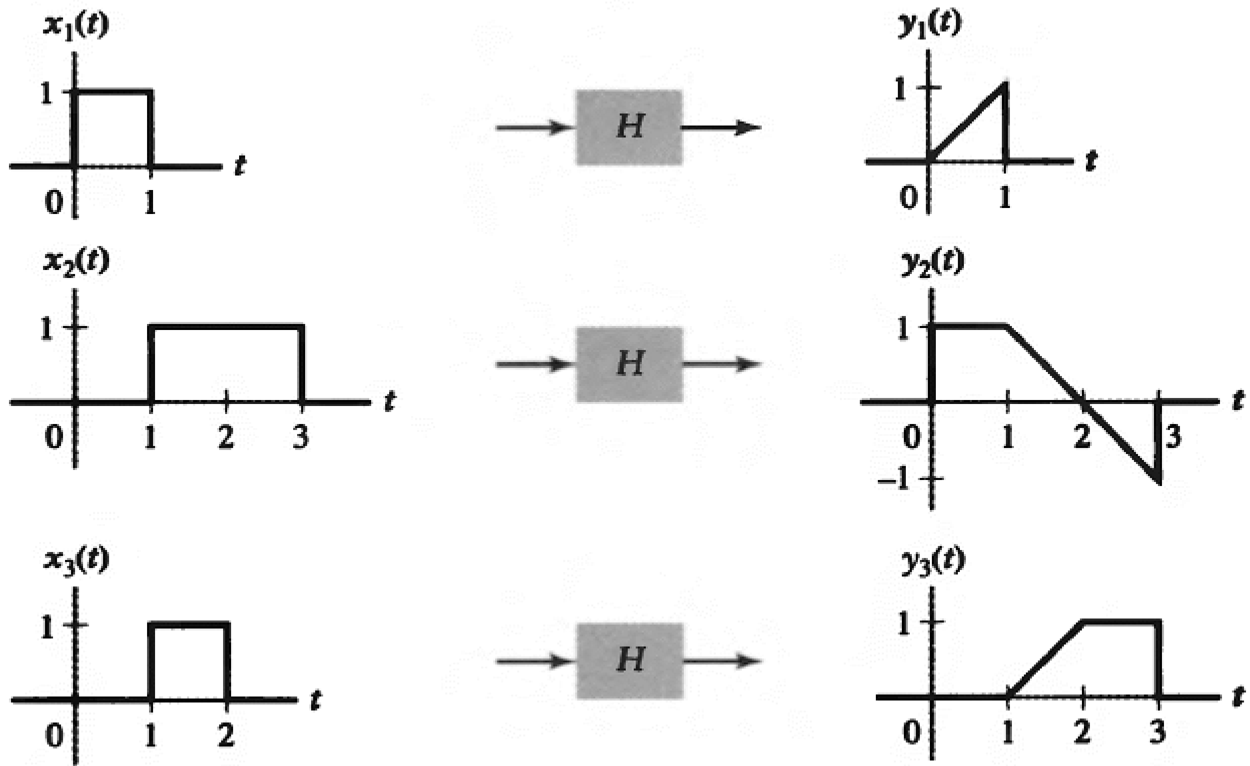
1.19. Một hệ thống tuyến tính quan hệ vào ra y(t)=**T**{f(t)} thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

$$e^{j3t} = T\{e^{j2t}\} \quad \text{và} \quad e^{-j3t} = T\{e^{-j2t}\}$$

a) Xác định đáp ứng $y_1(t)$=**T**{$f_1(t)$} với $f_1(t)$=cos(2t).

b) Xác định đáp ứng $y_2(t)$=**T**{$f_2(t)$} với $f_2(t)$=cos[2(t-1)].

1.20. Một hệ thống tuyến tính quan hệ vào ra y(t)=**T**{x(t)} thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau: $y_3(t)=\mathbf{T}\{x_3(t)\}$, $y_2(t)=\mathbf{T}\{x_2(t)\}$ và $y_1(t)=\mathbf{T}\{x_1(t)\}$. Với $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $y_1(t)$, $y_2(t)$ và $y_3(t)$ trên hình 1.7(a)

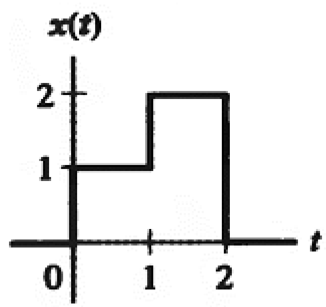


Hình 1.7(a)

a. Hãy cho biết và giải thích hệ thống này thỏa hay không thỏa tính nhân quả.

b. Hãy cho biết và giải thích hệ thống có thể bất biến không

c. Hãy xác định và vẽ ngõ ra y(t) khi ngõ vào là x(t) như hình 1.7(b)



Hình 1.7(b)