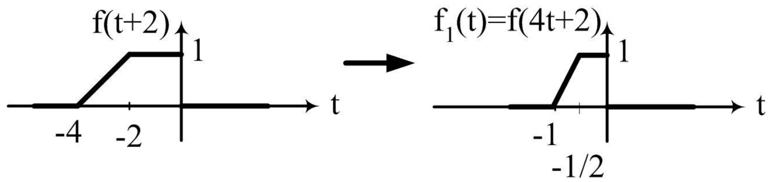
ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 2/2010-2011

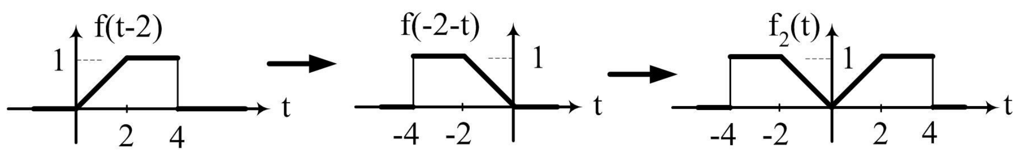
Môn: Tín hiệu và hệ thống – ngày kiểm tra: 13/04/2011

Bài 1. Xác định và vẽ các tín hiệu

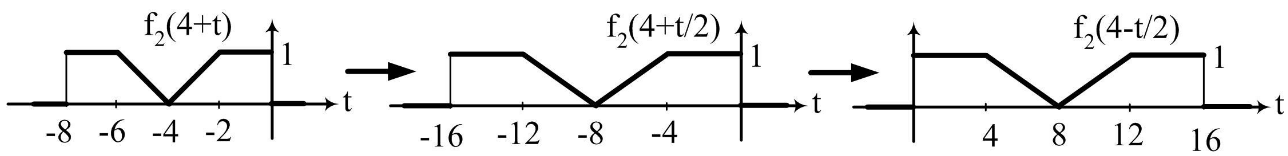
(a) $f_1(t)=f(4t+2)$: ***(0.5 điểm)***



(b) $f_2(t)=f(t-2)+f(-2-t)$: ***(0.5 điểm)***



(c) $f_3(t)=f_2(4-t/2)$: ***(0.5 điểm)***



Bài 2. Hệ thống mô tả bởi phương trình $y(t)=\int_{-\infty}^{t} e^{-3(t-\tau)} f(\tau-1)d\tau$

(a) Ngõ vào $f_1(t) \rightarrow y_1(t)=\int_{-\infty}^{t} e^{-3(t-\tau)} f_1(\tau-1)d\tau$

Ngõ vào $f_2(t) \rightarrow y_2(t)=\int_{-\infty}^{t} e^{-3(t-\tau)} f_2(\tau-1)d\tau$

Ngõ vào $f(t)=k_1f_1(t)+k_2f_2(t) \rightarrow y(t)=\int_{-\infty}^{t} e^{-3(t-\tau)} [k_1f_1(\tau-1)+k_2f_2(\tau-1)]d\tau$

$\Leftrightarrow y(t)=k_1y_1(t)+k_2y_2(t)$ → Hệ thống có tính tuyến tính ***(0.5 điểm)***

(b) Ngõ vào $f(t) \rightarrow y(t)=\int_{-\infty}^{t} e^{-3(t-\tau)} f(\tau-1)d\tau \Rightarrow y(t\text{-}t_0)=\int_{-\infty}^{t\text{-}t_0} e^{-3(t\text{-}t_0-\tau)} f(\tau-1)d\tau$

Ngỏ vào $f_1(t)=f(t\text{-}t_0) \rightarrow y_1(t)=\int_{-\infty}^{t} e^{-3(t-\tau)} f_1(\tau-1)d\tau = \int_{-\infty}^{t} e^{-3(t-\tau)} f(\tau-1-t_0)d\tau$

Đổi biến $z=\tau-t_0 \Rightarrow y_1(t)=\int_{-\infty}^{t\text{-}t_0} e^{-3(t\text{-}t_0\text{-}z)} f(z-1)dz = y(t-t_0)$ → Hệ thống có tính bất biến ***(0.5 điểm)***

(c) y(t) phụ thuộc vào ngỏ vào trước thời điểm t → Hệ thống có nhớ ***(0.25 điểm)***

(d) y(t) chỉ phụ thuộc vào ngỏ vào trước thời điểm t → Hệ thống nhân quả ***(0.25 điểm)***

(e) Giả sử ngỏ vào bị chặn $|f(t)|\le B$, suy ra $|y(t)|=|\int_{-\infty}^{t} e^{-3(t-\tau)} f(\tau-1)d\tau| \le \int_{-\infty}^{t} e^{-3(t-\tau)} |f(\tau-1)|d\tau$

$\Leftrightarrow |y(t)| \le B\int_{-\infty}^{t} e^{-3(t-\tau)}d\tau = \frac{B}{3}$ → Hệ thống ổn định ***(0.5 điểm)***

Bài 3. Tính y(t)=f(t)*g(t)

Ta có $y(t) = f(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau) f(t-\tau) d\tau$

+ Khi t<2 → y(t)=0 ***(0.25 điểm)***

+ Khi 2<t<4 → $y(t) = \int_{2}^{t} d\tau = t-2$ ***(0.25 điểm)***

+ Khi 4<t<6 → $y(t) = \int_{t-2}^{t} d\tau = 2$ ***(0.25 điểm)***

+ Khi 6<t<8 → $y(t) = \int_{t-2}^{6} d\tau = 8-t$ ***(0.25 điểm)***

+ Khi t>8 → y(t)=0 ***(0.25 điểm)***

Bài 4. Xác định đáp ứng xung: ***(1 điểm)***

$\mathrm{f(t)=e^{-t}u(t)} \to \mathrm{y(t)=[1\text{-}e^{-(t-2)}]u(t-2)}$

$\mathrm{df(t)/dt=\text{-}e^{-t}u(t)+}\delta\mathrm{(t)} \to d\mathrm{y(t)/dt=\text{-}y(t)+h(t)} \Rightarrow \mathrm{h(t)=}d\mathrm{y(t)/dt+y(t)}$

Mà $\mathrm{dy(t)/dt=e^{-(t-2)}u(t-2)} \Rightarrow \mathrm{h(t)=u(t\text{-}2)}$

Bài 5.

(a) Xác định đáp ứng xung của HT: $(D^2+3D+2)y(t)=(2D+6)f(t)$ ***(1.25 điểm)***

+ Xác định $h_a(t)$ khi t>0: $(D^2+3D+2)h_a(t)=0$ → $h_a(t)=K_1e^{-t}+K_2e^{-2t}$

+ Áp dụng điều kiện đầu tại $t=0^+$:

$$\begin{cases} h_a(0^+) = 0 \\ dh_a(0^+)dt = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_1 + K_2 = 0 \\ -K_1 - 2K_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_1 = 1 \\ K_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow h_a(t) = e^{-t} - e^{-2t}; t > 0$$

$$\Rightarrow h_a(t) = (e^{-t} - e^{-2t})u(t)$$

+ Xác định h(t): $h(t)=P(D)h_a(t) \Rightarrow h(t) = 2\dfrac{dh_a(t)}{dt} + 6h_a(t)$

$$\Rightarrow h(t) = (-2e^{-t} + 4e^{-2t})u(t) + 6(e^{-t} - e^{-2t})u(t) = (4e^{-t} - 2e^{-2t})u(t)$$

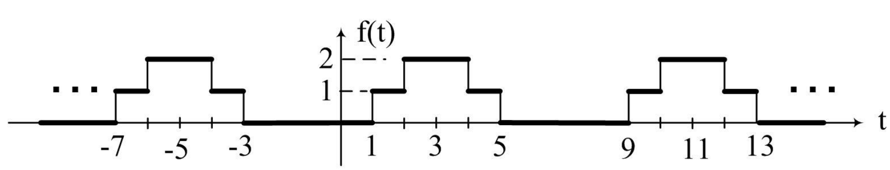
***Lưu ý**: Tính đáp ứng xung theo phương pháp khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa*

(b) Xác định tính ổn định của hệ thống: ***(0.5 điểm)***

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt = \int_{-\infty}^{\infty} |(4e^{-t} - 2e^{-2t})u(t)| dt = \int_{0}^{\infty} |4e^{-t} - 2e^{-2t}| dt < \int_{0}^{\infty} (4e^{-t} + 2e^{-2t}) dt$$

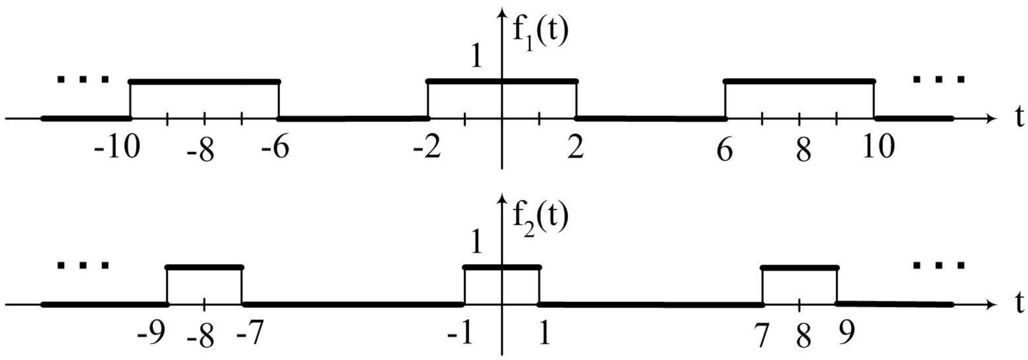
$\Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < 5$ → Hệ thống ổn định

Bài 6. Xác định chuỗi Fourier phức của tín hiệu tuần hoàn f(t) như hình 3. ***(1.5 điểm)***



Hình 3

Ta có f(t)=f_1(t-3)+f_2(t-3); với f_1(t) và f_2(t) như hình vẽ.



Giả sử: $f(t) \leftrightarrow D_n; f_1(t) \leftrightarrow D_{1n}; f_2(t) \leftrightarrow D_{2n}$

Suy ra: $D_n = (D_{1n} + D_{2n})e^{-j3n\omega_0}$ với $\omega_0 = 2\pi/8 = \pi/4$

Ta có: $D_{10} = \frac{1}{8}\int_{-2}^{2} dt = 1/2$; $D_{1n} = \frac{1}{8}\int_{-2}^{2} e^{-j(n\pi/4)t}dt = \frac{1}{-j2n\pi}(e^{-jn\pi/2} - e^{jn\pi/2}) = \frac{\sin(n\pi/2)}{n\pi}$

Và : $D_{20} = \frac{1}{8}\int_{-1}^{1} dt = 1/4$; $D_{2n} = \frac{1}{8}\int_{-1}^{1} e^{-j(n\pi/4)t}dt = \frac{1}{-j2n\pi}(e^{-jn\pi/4} - e^{jn\pi/4}) = \frac{\sin(n\pi/4)}{n\pi}$

Vậy: $D_n = [\frac{\sin(n\pi/2)}{n\pi} + \frac{\sin(n\pi/4)}{n\pi}]e^{-j3n\pi/4}$

Kết quả chuỗi Fourier phức của f(t) là: $f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-j\frac{3n\pi}{4}}}{n\pi}[\sin(n\pi/2)+\sin(n\pi/4)]e^{j\frac{n\pi}{4}t}$

Bài 7. Xác định và vẽ phổ của tín hiệu $f(t)=\text{sinc}^2(-2t+1)\cos(20t)$

Đặt $x(t)=\text{sinc}^2(t)$ và $z(t)=x(-2t+1) \Rightarrow f(t)=z(t)\cos(20t)=\frac{1}{2}z(t)e^{j20t} + \frac{1}{2}z(t)e^{-j20t}$

Ta có: $\Delta(\frac{t}{T}) \leftrightarrow \frac{T}{2}\text{sinc}^2(\frac{\omega T}{4}) \Rightarrow \Delta(\frac{t}{4}) \leftrightarrow 2\,\text{sinc}^2(\omega) \Rightarrow 2\,\text{sinc}^2(t) \leftrightarrow 2\pi\Delta(\frac{-\omega}{4})$

$\Rightarrow \text{sinc}^2(t) \leftrightarrow \pi\Delta(\frac{\omega}{4})$ hay $X(\omega) = \pi\Delta(\frac{\omega}{4})$

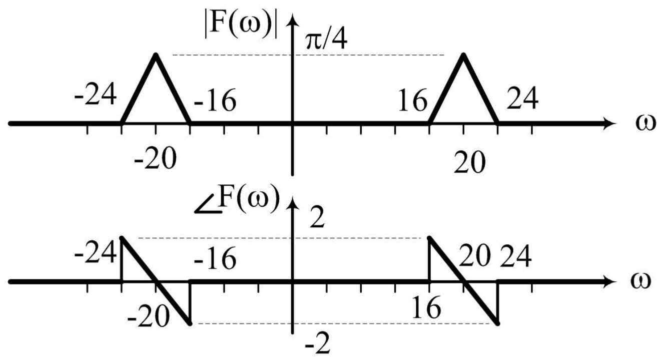
Ta có: $x(t+1) \leftrightarrow X(\omega)e^{j\omega} \Rightarrow x(-2t+1) \leftrightarrow \frac{1}{2}X(\frac{\omega}{-2})e^{j\frac{\omega}{-2}} = \frac{1}{2}X(-\frac{\omega}{2})e^{-j\frac{\omega}{2}}$

$\Rightarrow Z(\omega) = \frac{\pi}{2}\Delta(-\frac{\omega}{8})e^{-j\frac{\omega}{2}} = \frac{\pi}{2}\Delta(\frac{\omega}{8})e^{-j\frac{\omega}{2}}$

Áp dụng tính chất điều chế ta có: $F(\omega) = \frac{1}{2}Z(\omega - 20) + \frac{1}{2}Z(\omega + 20)$

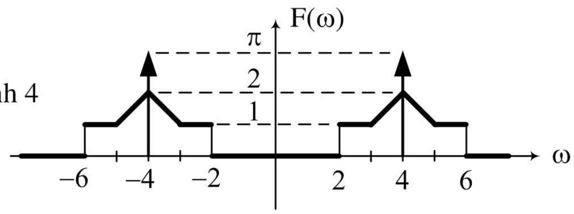
$\Rightarrow F(\omega) = \frac{\pi}{4}\Delta(\frac{\omega - 20}{8})e^{-j\frac{\omega-20}{2}} + \frac{\pi}{4}\Delta(\frac{\omega + 20}{8})e^{-j\frac{\omega+20}{2}}$ ***(1.5 điểm)***

Vẽ phổ biên độ & pha ***(0.5 điểm)***



Bài 8. Xác định tín hiệu f(t) biết phổ F(ω) của nó như hình 4. ***(1.5 điểm)***

Hình 4



Từ hình 4 suy ra $F(\omega)=\pi\delta(\omega-4)+rect(\frac{\omega-4}{4})+\Delta(\frac{\omega-4}{2})+\pi\delta(\omega+4)+rect(\frac{\omega+4}{4})+\Delta(\frac{\omega+4}{2})$

Ta có: $\delta(\mathrm{t})\leftrightarrow 1\Rightarrow 1\leftrightarrow 2\pi\delta(\text{-}\omega)\text{=}2\pi\delta(\omega)\Rightarrow\delta(\omega)\leftrightarrow\frac{1}{2\pi}$

$$\mathrm{rect}(\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{T}})\leftrightarrow T\sin c(\frac{\omega T}{2})\Rightarrow \mathrm{rect}(\frac{\mathrm{t}}{4})\leftrightarrow 4\sin c(2\omega)$$

$$\Rightarrow 4\sin c(2t)\leftrightarrow 2\pi\mathrm{rect}(\frac{\text{-}\omega}{4})\text{=}2\pi\mathrm{rect}(\frac{\omega}{4})\Rightarrow \mathrm{rect}(\frac{\omega}{4})\leftrightarrow\frac{2}{\pi}\sin c(2t)$$

$$\Delta(\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{T}})\leftrightarrow\frac{T}{2}\sin c^2(\frac{\omega T}{4})\Rightarrow\Delta(\frac{\mathrm{t}}{2})\leftrightarrow\sin c^2(\frac{\omega}{2})\Rightarrow\sin c^2(\frac{t}{2})\leftrightarrow 2\pi\Delta(\frac{\text{-}\omega}{2})$$

$$\Rightarrow\Delta(\frac{\omega}{2})\leftrightarrow\frac{1}{2\pi}\sin c^2(\frac{t}{2})$$

Áp dụng những kết quả trên và tính chất điều chế ta có:

$$f(t)=[\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi}\sin c(2t)+\frac{1}{2\pi}\sin c^2(\frac{t}{2})]e^{j4t}+[\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi}\sin c(2t)+\frac{1}{2\pi}\sin c^2(\frac{t}{2})]e^{-j4t}$$

$$\Rightarrow f(t)=[1+\frac{4}{\pi}\sin c(2t)+\frac{1}{\pi}\sin c^2(\frac{t}{2})]\cos(4t)$$

--Hết---

$\sum 1.5+2.0+1.25+1+1.75+1.5+2.0+1.5=12.5$

Ghi chú: >10 làm tròn là 10