

Lecture 8

Chương 4. Đáp ứng tần số của hệ thống LTI & thiết kế bộ lọc tương tự (cont...)

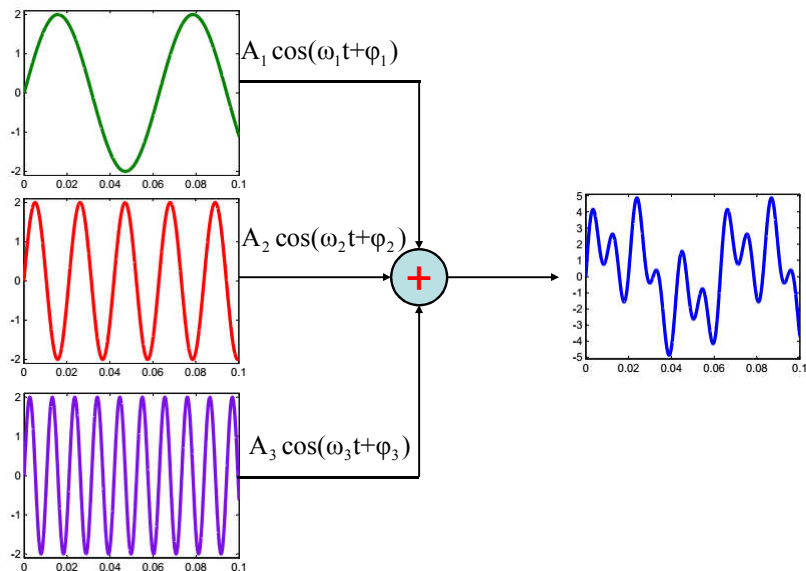
Chương 4. Đáp ứng TS của HT LTI & TK bộ lọc tương tự

4.3. Thiết kế bộ lọc tương tự

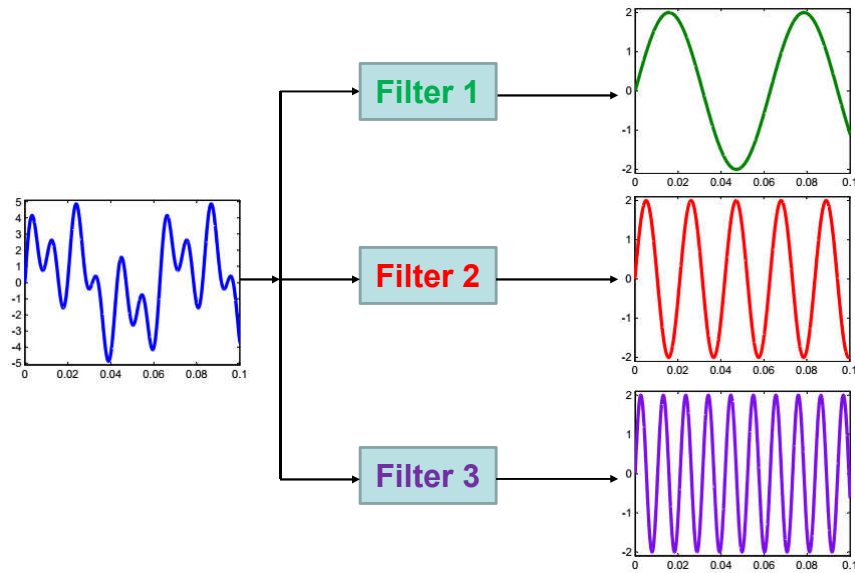
4.3. Thiết kế bộ lọc tương tự

4.3.1. Bộ lọc & các thông số của bộ lọc

a) Giới thiệu



a) Giới thiệu

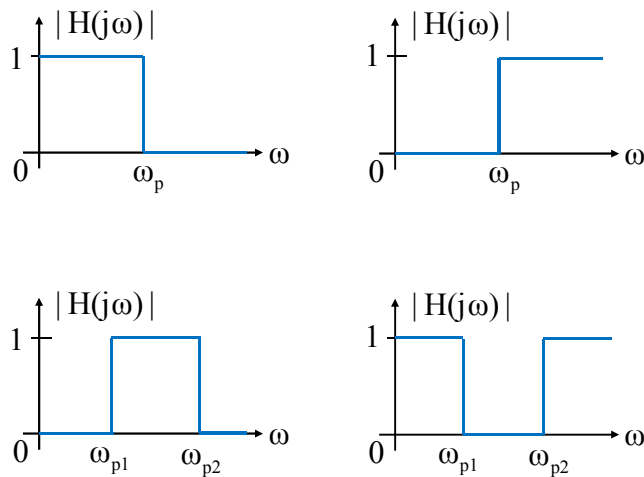


Signals and Systems

--HK191--

© Tran Quang Viet – FEEE – HCMUT

b) Đáp ứng biên độ của bộ lọc lý tưởng

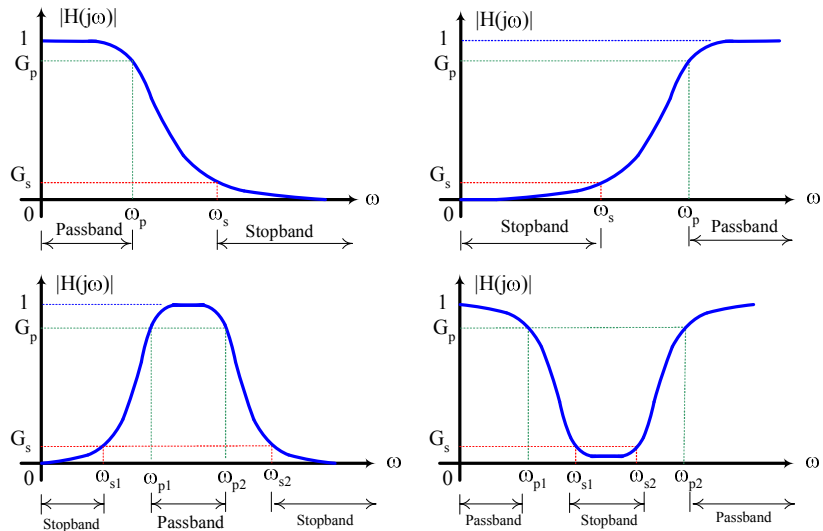


Signals and Systems

--HK191--

© Tran Quang Viet – FEEE – HCMUT

c) Đáp ứng biên độ của bộ lọc thực tế

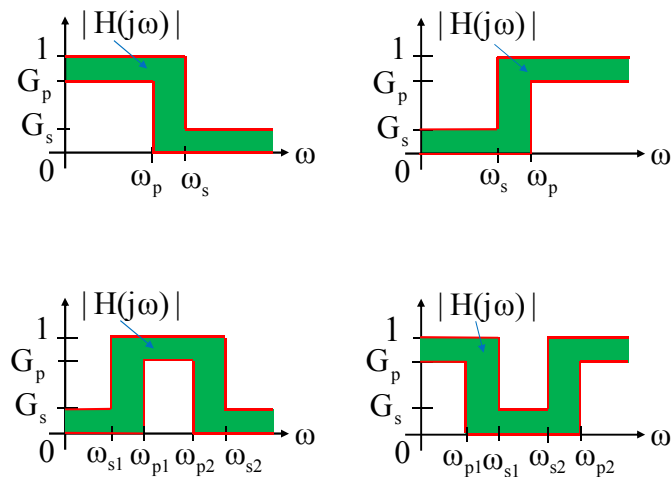


Signals and Systems

--HK191--

© Tran Quang Viet – FEEE – HCMUT

d) Các thông số của bộ lọc thực tế



Signals and Systems

--HK191--

© Tran Quang Viet – FEEE – HCMUT

4.3. Thiết kế bộ lọc tương tự

4.3.2. Thiết kế bộ lọc thông thấp Butterworth

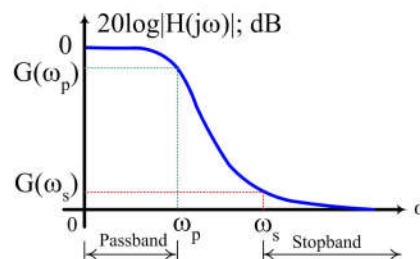
a) Đáp ứng biên độ của bộ lọc Butterworth

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}}}$$

- Tại tần số ω_c , đáp ứng biên độ bằng $1/(2)^{1/2}$ hoặc -3dB → công suất suy giảm $1/2$: gọi là **tần số cắt**, **tần số 3dB** hoặc **tần số $1/2$ công suất**

- Yêu cầu thiết kế:

- Chỉ rõ ω_p
- Chỉ rõ $G(\omega_p) \geq G_p$
- Chỉ rõ ω_s
- Chỉ rõ $G(\omega_s) \leq G_s$



b) Xác định bậc và tần số cắt

- Độ lợi (dB) tại tần số ω : $G(\omega) = -10 \log_{10} \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2n} \right]$
- Độ lợi (dB) tại tần số ω_p : $G(\omega_p) = -10 \log_{10} \left[1 + \left(\frac{\omega_p}{\omega_c} \right)^{2n} \right] \geq G_p$
- Độ lợi (dB) tại tần số ω_s : $G(\omega_s) = -10 \log_{10} \left[1 + \left(\frac{\omega_s}{\omega_c} \right)^{2n} \right] \leq G_s$

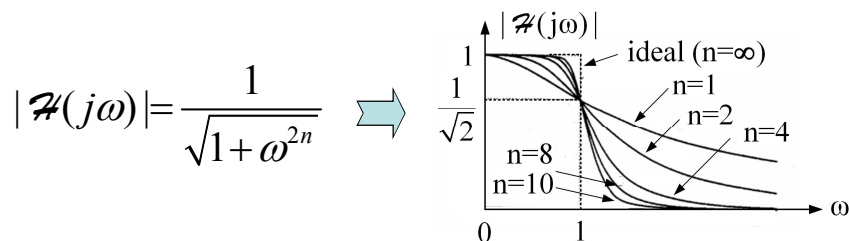
$$\Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{\omega_p}{\omega_c} \right)^{2n} \leq 10^{-G_p/10} - 1 \\ \left(\frac{\omega_s}{\omega_c} \right)^{2n} \geq 10^{-G_s/10} - 1 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{\omega_s}{\omega_p} \right)^{2n} \geq \frac{10^{-G_s/10} - 1}{10^{-G_p/10} - 1}$$

$$\Rightarrow n \geq \frac{\log \left[(10^{-G_s/10} - 1) / (10^{-G_p/10} - 1) \right]}{2 \log(\omega_s / \omega_p)}$$

$$\Rightarrow \frac{\omega_p}{(10^{-G_p/10} - 1)^{1/2n}} \leq \omega_c \leq \frac{\omega_s}{(10^{-G_s/10} - 1)^{1/2n}}$$

c) Xác định hàm truyền chuẩn hóa

- Trong thiết kế, ta dùng đáp ứng chuẩn hóa ($\omega_c=1$) như sau:



- Suy ra $H(s)$ khi biết hàm truyền của đáp ứng chuẩn hóa:

$$\mathcal{H}(s) \xrightarrow{s \leftarrow s/\omega_c} H(s)$$

c) Xác định hàm truyền chuẩn hóa

- Xác định các poles của bộ lọc chuẩn hóa:

$$\mathcal{H}(j\omega)\mathcal{H}(-j\omega) = \frac{1}{1+\omega^{2n}}$$

$$s = j\omega \Rightarrow \mathcal{H}(s)\mathcal{H}(-s) = \frac{1}{1+(s/j)^{2n}}$$

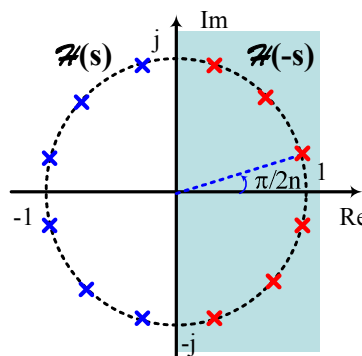
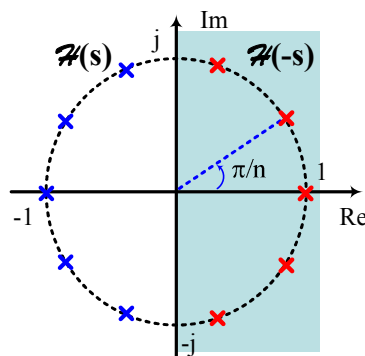
Các poles của $\mathcal{H}(s)\mathcal{H}(-s)$ phải thỏa: $s^{2n} = -(j)^{2n}$

$$\begin{cases} -1 = e^{j\pi(2k-1)} \\ j = e^{j\pi/2} \end{cases} \Rightarrow s^{2n} = e^{j\pi(2k+n-1)}$$

c) Xác định hàm truyền chuẩn hóa

- Phân bố các poles của $\mathcal{H}(s)\mathcal{H}(-s)$ trên mặt phẳng phức s:

$$s_k = e^{\frac{j\pi}{2n}(2k+n-1)}; k = 1, 2, 3, \dots, 2n$$



Kết luận: n poles của $\mathcal{H}(s)$: $s_k = e^{\frac{j\pi}{2n}(2k+n-1)}; k = 1, 2, 3, \dots, n$

c) Xác định hàm truyền chuẩn hóa

□ Hàm truyền $\mathcal{H}(s)$ có dạng:

$$\mathcal{H}(s) = \frac{1}{(s - s_1)(s - s_2)(s - s_3)\dots(s - s_n)}$$

$$s_k = e^{\frac{j\pi}{2n}(2k+n-1)}; k = 1, 2, 3, \dots, n$$

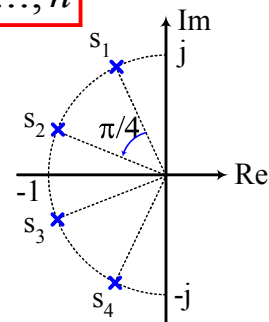
Ví dụ: xét trường hợp $n=4$

$$s_1 = e^{j5\pi/8} = -0.3827 + j0.9239$$

$$s_2 = e^{j7\pi/8} = -0.9239 + j0.3827$$

$$s_3 = e^{j9\pi/8} = -0.9239 - j0.3827$$

$$s_4 = e^{j11\pi/8} = -0.3827 - j0.9239$$



c) Xác định hàm truyền chuẩn hóa

$$\mathcal{H}(s) = \frac{1}{(s+0.3827-j0.9239)(s+0.3827+j0.9239)(s+0.9239-j0.3827)(s+0.9239+j0.3827)}$$

$$\Rightarrow \mathcal{H}(s) = \frac{1}{(s^2 + 0.7654s + 1)(s^2 + 1.8478s + 1)}$$

$$\Rightarrow \mathcal{H}(s) = \frac{1}{s^4 + 2.6131s^3 + 3.4142s^2 + 2.6131s + 1}$$

Làm tương tự ta có thể tính được cho trường hợp bậc n bất kỳ:

$$\mathcal{H}(s) = \frac{1}{B_n(s)} = \frac{1}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + 1}$$

$B_n(s)$: Gọi là đa thức Butterworth!!!

c) Xác định hàm truyền chuẩn hóa

Coefficients of Butterworth Polynomial $B_n(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + 1$

n	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9
2	1.41421356								
3	2.00000000	2.00000000							
4	2.61312593	3.41421356	2.61312593						
5	3.23606798	5.23606798	5.23606798	3.23606798					
6	3.86370331	7.46410162	9.14162017	7.46410162	3.86370331				
7	4.49395921	10.09783468	14.59179389	14.59179389	10.09783468	4.49395921			
8	5.12583090	13.13707118	21.84615097	25.68835593	21.84615097	13.13707118	5.12583090		
9	5.75877048	16.58171874	31.16343748	41.98638573	41.98638573	31.16343748	16.58171874	5.75877048	
10	6.39245322	20.43172909	42.80206107	64.88239627	74.23342926	64.88239627	42.80206107	20.43172909	6.39245322

c) Xác định hàm truyền chuẩn hóa

Butterworth Polynomial in Factorized Form

n	$B_n(s)$
1	$s + 1$
2	$s^2 + 1.41421356s + 1$
3	$(s + 1)(s^2 + s + 1)$
4	$(s^2 + 0.76536686s + 1)(s^2 + 1.84775907s + 1)$
5	$(s + 1)(s^2 + 0.61803399s + 1)(s^2 + 1.931803399s + 1)$
6	$(s^2 + 0.51763809s + 1)(s^2 + 1.41421356s + 1)(s^2 + 1.93185165s + 1)$
7	$(s + 1)(s^2 + 0.44504187s + 1)(s^2 + 1.24697960s + 1)(s^2 + 1.80193774s + 1)$
8	$(s^2 + 0.39018064s + 1)(s^2 + 1.11114047s + 1)(s^2 + 1.66293922s + 1)(s^2 + 1.96157056s + 1)$
9	$(s + 1)(s^2 + 0.34729636s + 1)(s^2 + s + 1)(s^2 + 1.53208889s + 1)(s^2 + 1.87938524s + 1)$
10	$(s^2 + 0.31286893s + 1)(s^2 + 0.90798100s + 1)(s^2 + 1.41421356s + 1)(s^2 + 1.78201305s + 1)(s^2 + 1.97537668s + 1)$

d) Các bước thiết kế bộ lọc Butterworth

Ví dụ: Thiết kế bộ lọc thông thấp Butterworth thỏa mãn các yêu cầu sau: Độ lợi dải thông ($0 \leq \omega < 10$) không nhỏ hơn -2dB ; độ lợi dải chặn ($\omega \geq 20$) không vượt quá -20dB

▪ Bước 1: Xác định $n \geq \frac{\log \left[(10^{-G_s/10} - 1) / (10^{-G_p/10} - 1) \right]}{2 \log(\omega_s / \omega_p)}$

▪ Bước 2: Xác định ω_c :

$$\frac{\omega_p}{(10^{-G_p/10} - 1)^{1/2n}} \leq \omega_c \leq \frac{\omega_s}{(10^{-G_s/10} - 1)^{1/2n}}$$

▪ Bước 3: Xác định $\mathcal{H}(s)$: dùng n (bước 1) tra bảng (hoặc tính)

▪ Bước 4: Xác định $H(s)$: $\mathcal{H}(s) \xrightarrow{s \leftarrow s/\omega_c} H(s)$

d) Các bước thiết kế bộ lọc Butterworth

▪ Bước 1: $n \geq \frac{\log \left[(10^2 - 1) / (10^{0.2} - 1) \right]}{2 \log 2} = 3.701 \rightarrow \text{chọn } n=4$

▪ Bước 2: $\begin{cases} \omega_c \geq \frac{10}{(10^{0.2} - 1)^{1/8}} = 10.694 \\ \omega_c \leq \frac{20}{(10^2 - 1)^{1/8}} = 11.26 \end{cases} \rightarrow \text{chọn } \omega_c = 11$

$$G(\omega_p) = -10 \log_{10} \left[1 + \left(\frac{10}{11} \right)^8 \right] = -1.66 \text{ dB} > -2 \text{ dB}$$

$$G(\omega_s) = -10 \log_{10} \left[1 + \left(\frac{20}{11} \right)^8 \right] = -20.8 \text{ dB} < -20 \text{ dB}$$

▪ Bước 3: $\mathcal{H}(s) = \frac{1}{(s^2 + 0.76536686s + 1)(s^2 + 1.84775907s + 1)}$

▪ Bước 4: $H(s) = \frac{1}{[(\frac{s}{11})^2 + 0.76536686(\frac{s}{11}) + 1][(\frac{s}{11})^2 + 1.84775907(\frac{s}{11}) + 1]}$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{14641}{(s^2 + 8.41903546s + 121)(s^2 + 20.32534977s + 121)}$$

4.3. Thiết kế bộ lọc tương tự

4.3.3. Thiết kế bộ lọc thông thấp Chebyshev

a) Đáp ứng biên độ của bộ lọc Chebyshev

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 C_n^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)}}$$

- Trong thiết kế, ta dùng đáp ứng chuẩn hóa ($\omega_c=1$):

$$|\mathcal{H}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 C_n^2(\omega)}}$$

- Vậy khi có $\mathcal{H}(s) \rightarrow H(s)$ bằng cách:

$$\mathcal{H}(s) \xrightarrow{s \leftarrow s/\omega_c} H(s)$$

a) Đáp ứng biên độ của bộ lọc Chebyshev

□ Xét đáp ứng biên độ của bộ lọc thông thấp chuẩn hóa Chebyshev :

$$|\mathcal{H}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 C_n^2(\omega)}}$$

$$C_n(\omega) = \cos(n \cos^{-1} \omega); |\omega| < 1$$

$$C_n(\omega) = \cosh(n \cosh^{-1} \omega); |\omega| > 1$$

$C_n(\omega)$ là một đa thức thỏa tính chất sau:

$$C_n(\omega) = 2\omega C_{n-1}(\omega) - C_{n-2}(\omega); n \geq 2$$

Có: $C_0(\omega) = 1$ và $C_1(\omega) = \omega \Rightarrow C_2(\omega) = 2\omega^2 - 1$

Một cách tương tự ta có thể tính được bảng $C_n(\omega)$!!!

Signals and Systems

--HK191--

© Tran Quang Viet – FEEE – HCMUT

a) Đáp ứng biên độ của bộ lọc Chebyshev

Chebyshev Polynomials

n	$C_n(\omega)$
0	1
1	ω
2	$2\omega^2 - 1$
3	$4\omega^3 - 3\omega$
4	$8\omega^4 - 8\omega^2 + 1$
5	$16\omega^5 - 20\omega^3 + 5\omega$
6	$32\omega^6 - 48\omega^4 + 18\omega^2 - 1$
7	$64\omega^7 - 112\omega^5 + 56\omega^3 - 7\omega$
8	$128\omega^8 - 256\omega^6 + 160\omega^4 - 32\omega^2 + 1$
9	$256\omega^9 - 576\omega^7 + 432\omega^5 - 120\omega^3 + 9\omega$
10	$512\omega^{10} - 1280\omega^8 + 1120\omega^6 - 400\omega^4 + 50\omega^2 - 1$

Signals and Systems

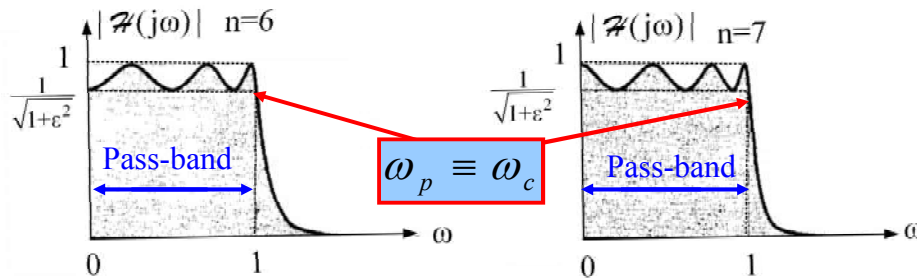
--HK191--

© Tran Quang Viet – FEEE – HCMUT

a) Đáp ứng biên độ của bộ lọc Chebyshev

□ Đáp ứng biên độ bộ lọc Chebyshev:

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 C_n^2(\omega)}}$$



Độ gợn r (Độ lợi max/Độ lợi min) trong dải thông:

$$r = 10 \log_{10}(1 + \varepsilon^2) \text{ (dB)}$$

$$-r \leftrightarrow G_p \text{ (Butterworth)} \text{ (dB)}$$

b) Xác định bậc và ε

□ Xác định $\varepsilon(r)_{design} = 10 \log_{10}(1 + \varepsilon^2) \leq r \Rightarrow \varepsilon \leq \sqrt{10^{r/10} - 1}$

□ Độ lợi tại tần số ω : $G = -10 \log_{10}[1 + \varepsilon^2 C_n^2(\frac{\omega}{\omega_p})]$

□ Độ lợi tại tần số ω_s : $-10 \log_{10}[1 + \varepsilon^2 C_n^2(\frac{\omega_s}{\omega_p})] \leq G_s$

$$\Rightarrow \cosh \left[n \cosh^{-1} \left(\frac{\omega_s}{\omega_p} \right) \right] \geq \left(\frac{10^{-G_s/10} - 1}{10^{r/10} - 1} \right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow n \geq \frac{1}{\cosh^{-1}(\omega_s / \omega_p)} \cosh^{-1} \left(\frac{10^{-G_s/10} - 1}{10^{r/10} - 1} \right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \varepsilon \geq \frac{\sqrt{10^{-G_s/10} - 1}}{\cosh[n \cosh^{-1}(\omega_s / \omega_p)]}$$

c) Xác định hàm truyền chuẩn hóa

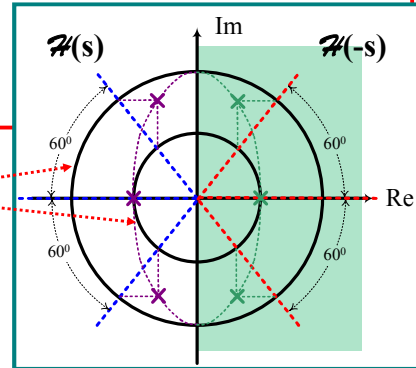
Người ta tính được các poles của $\mathcal{H}(s)$ như sau:

$$s_k = -\sin \frac{(2k-1)\pi}{2n} \sinh x + j \cos \frac{(2k-1)\pi}{2n} \cosh x$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$x = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$a = \sinh x; b = \cosh x$$



c) Xác định hàm truyền chuẩn hóa

$$\Rightarrow \mathcal{H}(s) = \frac{K_n}{(s-s_1)(s-s_2)\dots(s-s_n)}$$

$$\Rightarrow \mathcal{H}(s) = \frac{K_n}{C'_n(s)} = \frac{K_n}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0}$$

K_n được lựa chọn để bảo đảm độ lợi DC:

$$K_n = \begin{cases} a_0 & n \text{ odd} \\ \frac{a_0}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} & n \text{ even} \end{cases}$$

Để việc thiết kế được đơn giản, người ta thành lập bảng $C'_n(s)$ hoặc giá trị của các poles với một số độ gợn r thường gặp → Tra bảng!!!

c) Xác định hàm truyền chuẩn hóa

Chebyshev Filter Coefficients of the Denominator Polynomial

$$C'_n = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + a_{n-2}s^{n-2} + \dots + a_1s + a_0$$

n	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
1	2.8627752						
2	1.5162026	1.4256245					
3	0.7156938	1.5348954	1.2529130				
4	0.3790506	1.0254553	1.7168662	1.1973856			
5	0.1789234	0.7525181	1.3095747	1.9373675	1.1724909		
6	0.0947626	0.4323669	1.1718613	1.5897635	2.1718446	1.1591761	
7	0.0447309	0.2820722	0.7556511	1.6479029	1.8694079	2.4126510	1.1512176
<i>0.5 dB ripple</i> $r = 0.5dB$							
1	1.9652267						
2	1.1025103	1.0977343					
3	0.4913067	1.2384092	0.9883412				
4	0.2756276	0.7426194	1.4539248	0.9528114			
5	0.1228267	0.5805342	0.9743961	1.6888160	0.9368201		
6	0.0689069	0.3070808	0.9393461	1.2021409	1.9308256	0.9282510	
7	0.0307066	0.2136712	0.5486192	1.3575440	1.4287930	2.1760778	0.9231228

Signals and Systems

--HK191--

© Tran Quang Viet – FEEE – HCMUT

c) Xác định hàm truyền chuẩn hóa

Chebyshev Filter Coefficients of the Denominator Polynomial

$$C'_n = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + a_{n-2}s^{n-2} + \dots + a_1s + a_0$$

n	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
1	1.3075603						
2	0.8230604	0.8038164					
3	0.3268901	1.0221903	0.7378216				
4	0.2057651	0.5167981	1.2564819	0.7162150			
5	0.0817225	0.4593491	0.6934770	1.4995433	0.7064606		
6	0.0514413	0.2102706	0.7714618	0.8670149	1.7458587	0.7012257	
7	0.0204228	0.1660920	0.3825056	1.1444390	1.0392203	1.9935272	0.6978929
<i>2 dB ripple</i> $r = 2dB$							
1	1.0023773						
2	0.7079478	0.6448996					
3	0.2505943	0.9283480	0.5972404				
4	0.1769869	0.4047679	1.1691176	0.5815799			
5	0.0626391	0.4079421	0.5488626	1.4149874	0.5744296		
6	0.0442467	0.1634299	0.6990977	0.6906098	1.6628481	0.5706979	
7	0.0156621	0.1461530	0.3000167	1.0518448	0.8314411	1.9115507	0.5684201
<i>3 dB ripple</i> $r = 3dB$							

Signals and Systems

--HK191--

© Tran Quang Viet – FEEE – HCMUT

c) Xác định hàm truyền chuẩn hóa

Chebyshev Filter Poles Locations

n	$r = 0.5dB$	$r = 1dB$	$r = 2dB$	$r = 3dB$
1	-2.8628	-1.9652	-1.3076	-1.0024
2	$-0.7128 \pm j1.0040$	$-0.5489 \pm j0.8951$	$-0.4019 \pm j0.8133$	$-0.3224 \pm j0.7772$
3	-0.6265 $-0.3132 \pm j1.0219$	-0.4942 $-0.2471 \pm j0.9660$	-0.3689 $-0.1845 \pm j0.9231$	-0.2986 $-0.1493 \pm j0.9038$
4	$-0.1754 \pm j1.0163$ $-0.4233 \pm j0.4209$	$-0.1395 \pm j0.9834$ $-0.3369 \pm j0.4073$	$-0.1049 \pm j0.9580$ $-0.2532 \pm j0.3968$	$-0.0852 \pm j0.9465$ $-0.2056 \pm j0.3920$
5	-0.3623 $-0.1120 \pm j1.0116$ $-0.2931 \pm j0.6252$	-0.2895 $-0.0895 \pm j0.9901$ $-0.2342 \pm j0.6119$	-0.2183 $-0.0675 \pm j0.9735$ $-0.1766 \pm j0.6016$	-0.1775 $-0.0549 \pm j0.9659$ $-0.1436 \pm j0.5970$
6	$-0.0777 \pm j1.0085$ $-0.2121 \pm j0.7382$ $-0.2898 \pm j0.2702$	$-0.0622 \pm j0.9934$ $-0.1699 \pm j0.7272$ $-0.2321 \pm j0.2662$	$-0.0470 \pm j0.9817$ $-0.1283 \pm j0.7187$ $-0.1753 \pm j0.2630$	$-0.0382 \pm j0.9764$ $-0.1044 \pm j0.7148$ $-0.1427 \pm j0.2616$

Signals and Systems

--HK191--

© Tran Quang Viet – FEEE – HCMUT

c) Xác định hàm truyền chuẩn hóa

Chebyshev Filter Poles Locations

n	$r = 0.5dB$	$r = 1dB$	$r = 2dB$	$r = 3dB$
7	-0.2562 $-0.0570 \pm j1.0064$ $-0.1597 \pm j0.8071$ $-0.2308 \pm j0.4479$	-0.2054 $-0.0457 \pm j0.9953$ $-0.1281 \pm j0.7982$ $-0.1851 \pm j0.4429$	-0.1553 $-0.0346 \pm j0.9866$ $-0.0969 \pm j0.7912$ $-0.1400 \pm j0.4391$	-0.1265 $-0.0281 \pm j0.9827$ $-0.0789 \pm j0.7881$ $-0.1140 \pm j0.4373$
8	$-0.0436 \pm j1.0050$ $-0.1242 \pm j0.8520$ $-0.1859 \pm j0.5693$ $-0.2193 \pm j0.1999$	$-0.0350 \pm j0.9965$ $-0.0997 \pm j0.8447$ $-0.1492 \pm j0.5644$ $-0.1760 \pm j0.1982$	$-0.0265 \pm j0.9898$ $-0.0754 \pm j0.8391$ $-0.1129 \pm j0.5607$ $-0.1332 \pm j0.1969$	$-0.0216 \pm j0.9868$ $-0.0614 \pm j0.8365$ $-0.0920 \pm j0.5590$ $-0.1085 \pm j0.1962$
9	-0.1984 $-0.0345 \pm j1.0040$ $-0.0992 \pm j0.8829$ $-0.1520 \pm j0.6553$ $-0.1864 \pm j0.3487$	-0.1593 $-0.0277 \pm j0.9972$ $-0.0797 \pm j0.8769$ $-0.1221 \pm j0.6509$ $-0.1497 \pm j0.3463$	-0.1206 $-0.0209 \pm j0.9919$ $-0.0603 \pm j0.8723$ $-0.0924 \pm j0.6474$ $-0.1134 \pm j0.3445$	-0.0983 $-0.0171 \pm j0.9896$ $-0.0491 \pm j0.8702$ $-0.0753 \pm j0.6459$ $-0.0923 \pm j0.3437$
10	$-0.0279 \pm j1.0033$ $-0.0810 \pm j0.9051$ $-0.1261 \pm j0.7183$ $-0.1589 \pm j0.4612$ $-0.1761 \pm j0.1589$	$-0.0224 \pm j0.9978$ $-0.1013 \pm j0.7143$ $-0.0650 \pm j0.9001$ $-0.1277 \pm j0.4586$ $-0.1415 \pm j0.1580$	$-0.0170 \pm j0.9935$ $-0.0767 \pm j0.7113$ $-0.0493 \pm j0.8962$ $-0.0967 \pm j0.4567$ $-0.1072 \pm j0.1574$	$-0.0138 \pm j0.9915$ $-0.0401 \pm j0.8945$ $-0.0625 \pm j0.7099$ $-0.0788 \pm j0.4558$ $-0.0873 \pm j0.1570$

Signals and Systems

--HK191--

© Tran Quang Viet – FEEE – HCMUT

d) Các bước thiết kế bộ lọc Chebyshev

Ví dụ: Thiết kế bộ lọc thông thấp Chebyshev thỏa mãn các yêu cầu sau: r trong dải thông ($0 \leq \omega \leq 10$) $\leq 2\text{dB}$; độ lợi dải chặn ($\omega \geq 20$) $G_s \leq -20\text{dB}$

- Bước 1: Xác định: $n \geq \frac{1}{\cosh^{-1}(\omega_s / \omega_p)} \cosh^{-1} \left(\frac{10^{-G_s/10} - 1}{10^{r/10} - 1} \right)^{1/2}$
- Bước 2: Chọn ε : $\frac{\sqrt{10^{-G_s/10} - 1}}{\cosh[n \cosh^{-1}(\omega_s / \omega_p)]} \leq \varepsilon \leq \sqrt{10^{r/10} - 1}$

d) Các bước thiết kế bộ lọc Chebyshev

Nếu ε sao cho $r=0.5\text{dB}$, 1dB , 2dB hoặc $3\text{dB} \rightarrow$ tra bảng $C'_n(s)$; nếu không thỏa \rightarrow tính $C'_n(s)$:

$$s_k = -\sin \frac{(2k-1)\pi}{2n} \sinh x + j \cos \frac{(2k-1)\pi}{2n} \cosh x$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, n; \quad x = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$C'_n(s) = (s - s_1)(s - s_2) \dots (s - s_n)$$

- Bước 3: Xác định $\mathcal{H}(s)$: $\mathcal{H}(s) = \frac{K_n}{C'_n(s)}$

$$K_n = \begin{cases} a_0 & n \text{ odd} \\ \frac{a_0}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} & n \text{ even} \end{cases}$$

- Bước 4: Xác định $H(s)$: $\mathcal{H}(s) \xrightarrow{s \leftarrow s/\omega_p} H(s)$

d) Các bước thiết kế bộ lọc Chebyshev

▪ Bước 1: $n \geq \frac{1}{\cosh^{-1}(2)} \cosh^{-1} \left(\frac{10^2 - 1}{10^{0.2} - 1} \right)^{1/2} = 2.473 \rightarrow \text{chọn } n=3$

▪ Bước 2: $\frac{\sqrt{10^2 - 1}}{\cosh[3 \cosh^{-1}(2)]} \leq \varepsilon \leq \sqrt{10^{0.2} - 1}$
 $\Leftrightarrow 0.382 \leq \varepsilon \leq 0.764 \rightarrow \text{chọn } \varepsilon=0.764 \rightarrow (r)_{\text{design}}=2\text{dB}$

Tra bảng: $C'_n(s) = s^3 + 0.7378s^2 + 1.0222s + 0.3269$

▪ Bước 3: $n \text{ odd} \Rightarrow K_n = a_0 = 0.3269$
 $\Rightarrow \mathcal{H}(s) = \frac{0.3269}{s^3 + 0.7378s^2 + 1.0222s + 0.3269}$

▪ Bước 4: $H(s) = \frac{0.3269}{\left(\frac{s}{10}\right)^3 + 0.7378\left(\frac{s}{10}\right)^2 + 1.0222\frac{s}{10} + 0.3269}$
 $\Rightarrow H(s) = \frac{326.9}{s^3 + 7.378s^2 + 102.22s + 326.9}$