

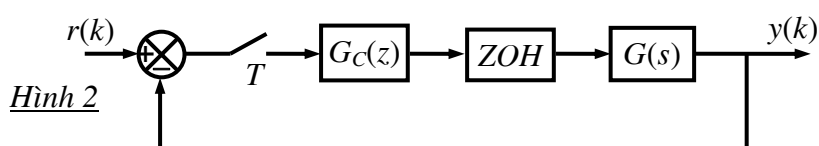
**Bài 1:** (2.5 điểm) Cho hệ thống có sơ đồ khối ở hình 1. Biết rằng  $G(s) = \frac{10(s+2)}{s(s+1)(s+4)}$ .

Hãy thiết kế  $G_C(s)$  sao cho hệ kín sau khi hiệu chỉnh có đáp ứng quá độ thỏa yêu cầu: độ vọt lố bằng 9.5% và thời gian quá độ (chuẩn 2%) bằng 1 giây.

**Bài 2:** (2.5 điểm) Cho hệ thống điều khiển có sơ đồ khối như hình 1, đối tượng  $G(s)$  có biểu đồ Bode kèm theo đề thi.

- Hãy thiết kế khâu trễ pha  $G_C(s)$  sao cho sau hiệu chỉnh hệ thống có sai số xác lập giảm 100 lần và độ dự trữ biên, dự trữ pha mong muốn lần lượt là: 10dB,  $40^\circ$ .
- Vẽ biểu đồ Bode hệ thống sau hiệu chỉnh và xác định độ dự trữ biên, dự trữ pha.

**Bài 3:** (2.5 điểm) Cho hệ thống điều khiển có sơ đồ khối như hình 2.



$$G(s) = \frac{10e^{-0.1}}{s+10}, \quad T = 0.1s$$

**Lưu ý:** Các phép tính phải làm tròn tới 3 chữ số có nghĩa.

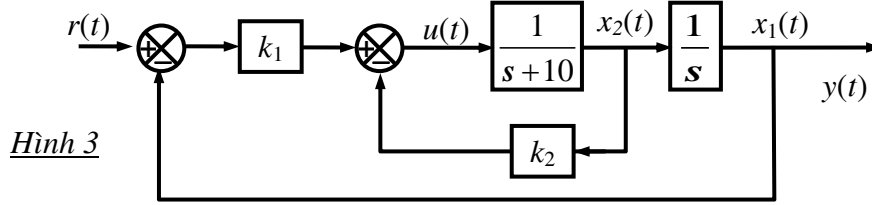
Tín hiệu vào là hàm nấc

- Cho  $G_C(z) = K$ . Về QĐNS khi  $K = 0 \div +\infty$ . Xác định  $K$  để hệ kín ổn định?
- Cho  $G_C(z) = K \frac{z}{z+a}$ . Xác định  $K, a$  để hệ kín có cặp cực quyết định  $z_{1,2}^* = -0.5 \pm j0.5$ .
- Tính thời gian quá độ và sai số xác lập của hệ thống sau khi hiệu chỉnh.

**Xem tiếp mặt sau**

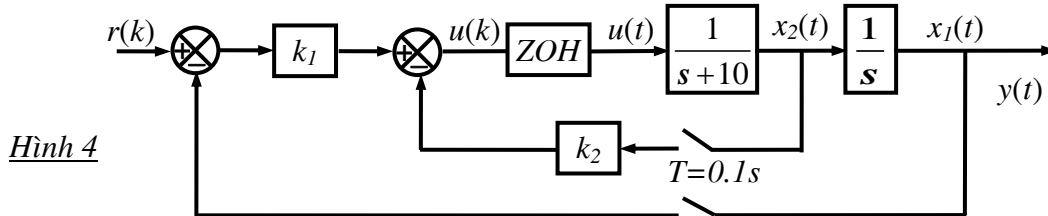
**SV chọn 1 trong 2 câu 4a hoặc 4b**

**Bài 4a:** (2.5 điểm) Cho hệ thống điều khiển có sơ đồ khối như hình 3.



- Xác định phương trình trạng thái mô tả hệ hữ với các biến trạng thái  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ , ngõ ra  $y(t)$  và ngõ vào  $u(t)$ .
- Xác định  $k_1$  và  $k_2$  để đáp ứng ngõ ra thỏa:  $POT = 9.5\%$ ,  $t_{qd}(2\%) = 1$  giây. Tính ngõ ra xác lập ? Cho ngõ vào là hàm nấc đơn vị.
- Thiết kế bộ ước lượng trạng thái cho hệ thống trên. Biết bộ ước lượng có tất cả các cực bằng  $-10$ . Viết PTTT mô tả bộ ước lượng.

**Bài 4b:** (2.5 điểm) Cho hệ thống điều khiển có sơ đồ khối như hình 4.



**Lưu ý:** Các phép tính phải làm tròn tới 3 chữ số có nghĩa

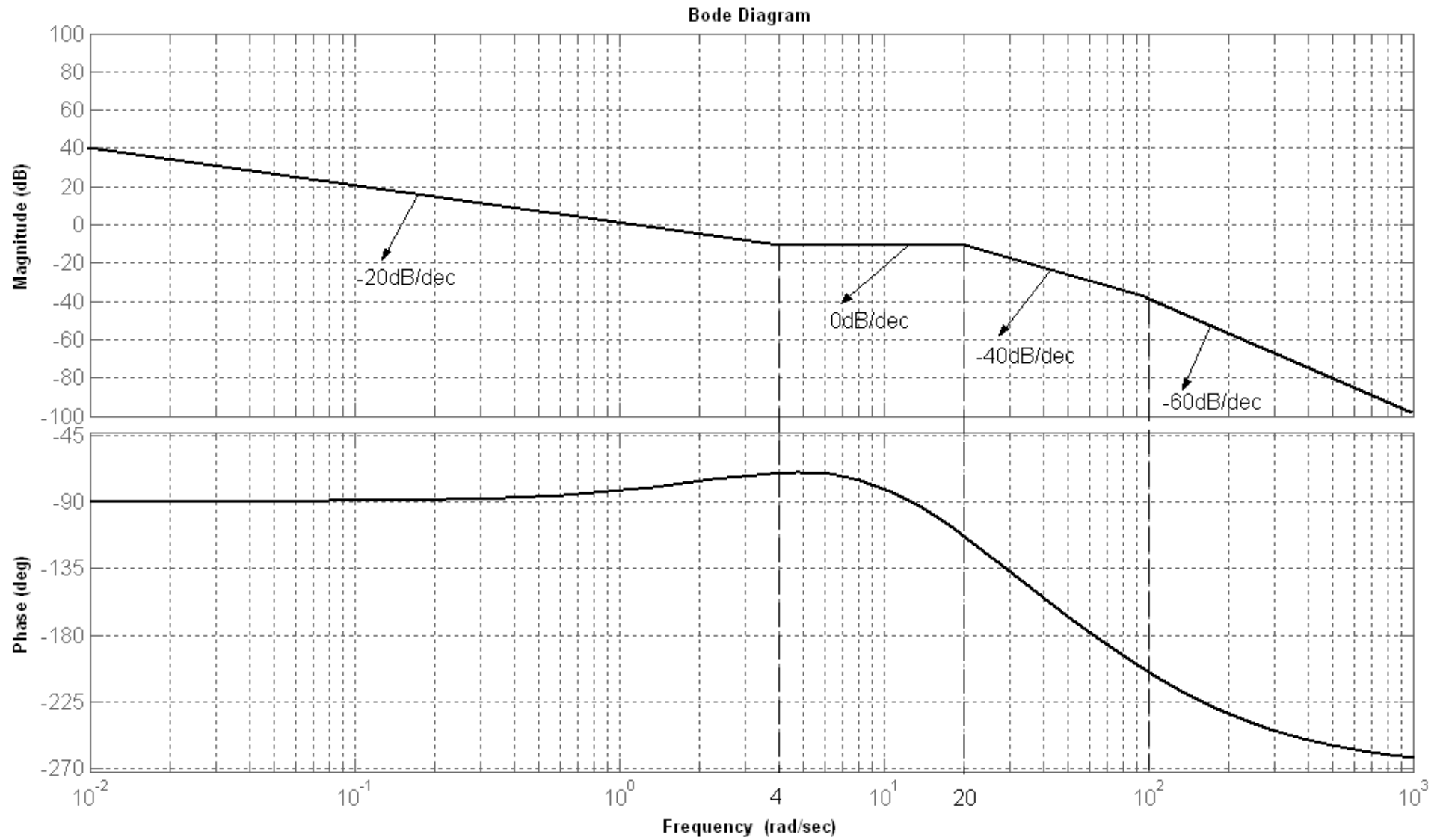
- Xác định phương trình trạng thái rời rạc mô tả hệ hữ với các biến trạng thái  $x_1(k)$ ,  $x_2(k)$ , ngõ ra  $y(k)$  và ngõ vào  $u(k)$ .
- Cho  $k_1 = 100$  và  $k_2 = 8$ . Xác định đáp ứng ngõ ra  $y(k)$ . Tính và vẽ  $y(k)$  với  $k = 0 \div 7$ . Tính  $POT$ ,  $t_{qd}(2\%)$  ?

(Hết)

CNBM

Phụ lục

Họ và tên SV:.....  
Mã số SV: .....



**Bài 1 :** Yêu cầu cải thiện đáp ứng quá độ → chọn bù sớm pha.

**B1. Cặp cực quyết định (1.0đ)**

$$POT = \exp\left(-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \leq 0.095 \Rightarrow \xi \geq -\frac{\log(0.095)}{\sqrt{\pi^2 + (\log(0.095))^2}} = 0.6 \rightarrow \text{chọn } \xi=0.707$$

$$t_{qd}(2\%) = \frac{4}{\xi\omega_n} \leq 1 \Rightarrow \omega_n \geq \frac{4}{\xi} = 5.66$$

$$s_{1,2}^* = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = -0.707 \times 5.66 \pm j5.66\sqrt{1-0.707^2} = -4 \pm j4$$

**B2. Góc pha cần bù (0.5đ)**

$$\begin{aligned} \phi^* &= -180^\circ + \{\arg[(-4+j4)-0] + \arg[(-4+j4)-(-1)] + \arg[(-4+j4)-(-4)]\} - \{\arg[(-4+j4)-(-2)]\} \\ &= -180^\circ + \{\arg(-4+j4) + \arg(-3+j4) + \arg(j4)\} - \{\arg(-2+j4)\} \\ &= -180^\circ + 135^\circ + 126.87^\circ + 90^\circ - 116.57^\circ = 55.3^\circ \end{aligned}$$

**B3. Cực & zero của khâu sớm pha (0.5đ)**

$$OPx = \text{angle}(-4+j*4)*180/\pi = 135^\circ$$

$$OP = \text{abs}(-4+j*4) = 5.66$$

$$OB = OP \frac{\sin\left(\frac{OPx}{2} + \frac{\phi^*}{2}\right)}{\sin\left(\frac{OPx}{2} - \frac{\phi^*}{2}\right)} = 5.66 \frac{\sin\left(\frac{135}{2} + \frac{55.3}{2}\right)}{\sin\left(\frac{135}{2} - \frac{55.3}{2}\right)} = 5.66 \frac{1}{0.64} = 8.84 \approx 9$$

$$OC = OP \frac{\sin\left(\frac{OPx}{2} - \frac{\phi^*}{2}\right)}{\sin\left(\frac{OPx}{2} + \frac{\phi^*}{2}\right)} = 5.66 \frac{\sin\left(\frac{135}{2} - \frac{55.3}{2}\right)}{\sin\left(\frac{135}{2} + \frac{55.3}{2}\right)} = 5.66 \frac{0.64}{1} = 3.62 \approx 4$$

$$G_c(s) = K_c \frac{s+4}{s+9}$$

**Chú ý: SV chọn giá trị  $\xi$  và  $\omega_n$  khác miễn thỏa mãn điều kiện POT và tqd vẫn chấp nhận.  
Các phương pháp xác định cực và zero khác cũng được chấp nhận**

**B4. Hệ số khuếch đại (0.5đ)**

$$K_c * \text{abs}\left[\frac{(-4+j*4+4)*10*(-4+j*4+2)}{(-4+j*4+9)*(-4+j*4)*(-4+j*4+1)*(-4+j*4+4)}\right] = 1$$

$$K_c * 0.25 = 1 \Rightarrow K_c = 4$$

**Đáp số :**  $G_c(s) = 4 \frac{s+4}{s+9}$

## **Bài 2:**

a) Thiết kế hệ thống:

Từ biểu đồ Bode hệ thống ta thấy đối tượng có 1 khâu tích phân lý tưởng (do độ dốc ban đầu là  $-20\text{dB/dec}$ ). Vì vậy hệ thống tồn tại sai số xác lập đối với đáp ứng tín hiệu vào là hàm dốc (ramp)

Khâu hiệu chỉnh trễ pha có dạng:  $G_c = K_c \frac{\alpha Ts + 1}{Ts + 1}$

Xác định hệ số gain  $K_c$  của khâu hiệu chỉnh:

$$K_c = \frac{K_v}{K_v'} = \frac{e_{xl}}{e_{xl}'} = 100 \quad \text{(0.5đ)}$$

Đặt  $G_1(s) = K_c G(s)$ . Biểu đồ Bode biên độ của  $G_1(s)$  được nâng lên  $20\log K_c = 40\text{dB}$  so với biểu đồ Bode của  $G(s)$  (đường màu đỏ - hình 1), biểu đồ pha của  $G_1(s)$  trùng với biểu đồ Bode pha của  $G(s)$ .

Tìm tần số cắt mới:

$$\varphi(\omega_c') = -180 + \phi M^* + \theta$$

Chọn  $\theta = 10^\circ$ ,  $\Rightarrow \varphi(\omega_c') = -180 + 40 + 10 = 130^\circ$

Dựa vào Biểu đồ Bode, suy ra

$$\omega_c' \approx 27 \text{ rad/s} \quad \text{(0.5đ)}$$

Xác định  $\alpha$ :

Từ Bode  $\Rightarrow$  biên độ cần bù tại tần số cắt mới:  $L(\omega_c') \approx -22\text{dB}$

$$\Rightarrow 20\log(\alpha) = -22 \Rightarrow \alpha = 0.08 \quad \text{(0.5đ)}$$

Xác định cực và zero của khâu hiệu chỉnh (0.5đ)

$$\text{Zero: } z_c = \frac{1}{\alpha T} = \frac{1}{10} \omega_c' = 2.7 \text{ rad/s} \quad \Rightarrow \alpha T = 0.37$$

$$\text{Cực: } p_c = \alpha \frac{1}{T} = 0.08 \times 2.7 = 0.216 \quad \Rightarrow T = 4.63$$

$$\text{Vậy khâu trễ pha cần thiết } G_c(s) = 100 \frac{0.37s + 1}{4.63s + 1}$$

(Chú ý: T.số cắt mới và hệ số  $\alpha$  chỉ được tính điểm nếu có chỉ rõ cách xác định trên biểu đồ Bode)

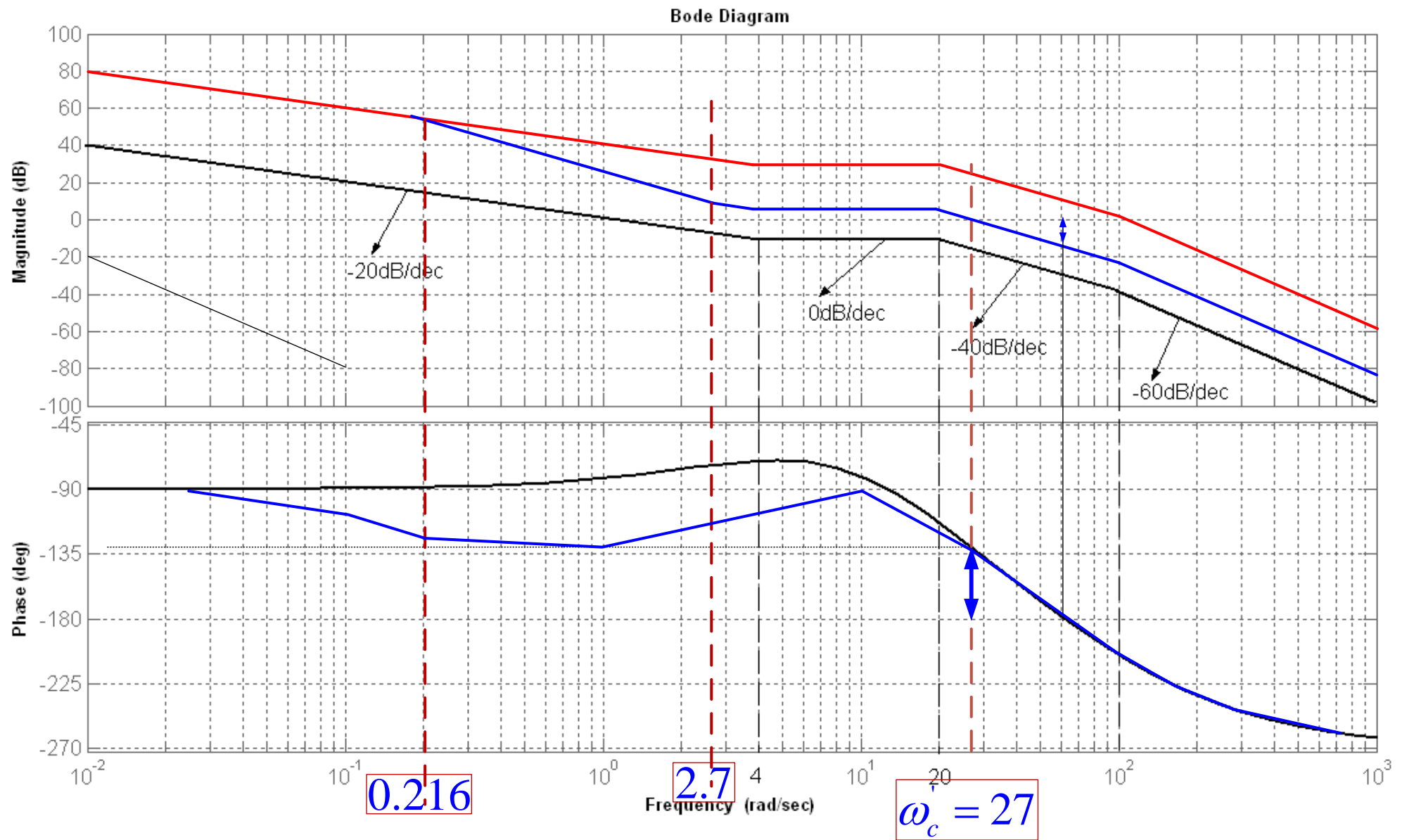
b) Vẽ lại Bode: (0.5đ)

Biểu đồ Bode sau thiết kế (đường màu xanh).

Độ dự trữ biên:  $LM \approx 15\text{dB}$ ,

Độ dự trữ pha:  $\Phi M \approx 45^\circ$ .

Các khâu hiệu chỉnh thỏa cho tần số cắt mới  $< 30 \text{ rad/s}$  và biên độ cần bù  $\approx 20\text{dB}$  sẽ thỏa mãn yêu cầu thiết kế.



**Câu 3:**

a) Vẽ quỹ đạo nghiệm số khi  $0 \leq K \leq +\infty$

$$G(z) = (1 - z^{-1}) \mathbb{Z} \left\{ \frac{10e^{-0.1s}}{s(s+10)} \right\} = \frac{0.632}{z(z-0.368)}$$

Phương trình đặc trưng vòng kín :

$$1 + G_c(s)G(s) = 0$$

$$1 + \frac{0.632K}{z(z-0.368)} = 0$$

- Cực:  $z_1 = 0, z_2 = 0.368$  (0.25đ)

Zero: Không có

- Tiệm cận:

$$\overline{OA} = 0.184 \quad \text{color: red; font-weight: bold;">(0.25đ)$$

$$\alpha = \pm \pi / 2$$

- Điểm tách nhập:

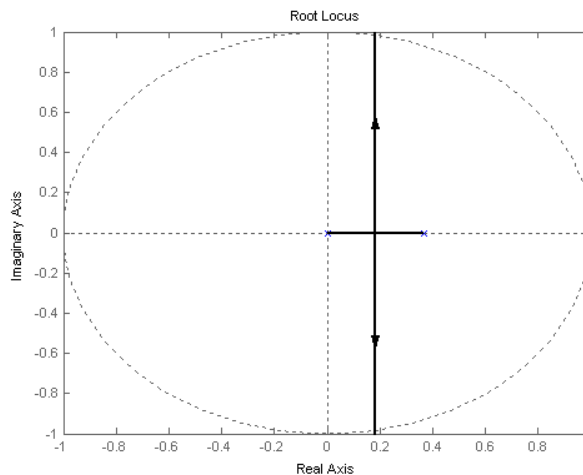
$$z = 0.184 \quad \text{color: red; font-weight: bold;">(0.25đ)$$

- Giao điểm QĐNS với vòng tròn đơn vị:

$$K = 1 \quad \text{tại} \quad z = -0.184 \pm 0.983j \Rightarrow K_{gh} = 1.58$$

$$K_{gh} = 1.58 \quad \text{color: red; font-weight: bold;">(0.25đ)$$

Hình 0.25 điểm



b) Tìm  $K, a$

Phương trình đặc trưng hệ thống:

$$1 + G_c(s)G(s) = 0$$

$$1 + K \frac{z}{z+a} \frac{0.632}{z(z-0.368)} = 0 \quad \text{color: red; font-weight: bold;">(0.25 đ)$$

$$z^2 + (a - 0.368)z - 0.368a + 0.632K = 0$$

Phương trình đặc trưng mong muốn:

$$(z + 0.5 - j0.5)(z + 0.5 + j0.5) = 0$$

$$z^2 + z + 0.5 = 0$$

Đồng nhất 2 phương trình :



$$\begin{cases} a - 0.368 = 1 \\ -0.368a + 0.632K = 0.5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1.368 \\ K = 1.58 \end{cases} \quad (0.5đ)$$

c)

$$z = -0.5 \pm j0.5$$

$$r = |z| = \sqrt{0.5^2 + 0.5^2} = 0.707$$

$$\varphi = 2.356$$

$$\xi = \frac{-\ln r}{\sqrt{(\ln r)^2 + \varphi^2}} = 0.146$$

$$\omega_n = \frac{1}{T} \sqrt{(\ln r)^2 + \varphi^2} = 23.82 \text{ rad/s} \Rightarrow T_s = \frac{3}{\xi \omega_n} = 1.15 \text{ s}$$

(0.25đ)

- Sai số xác lập khi tín hiệu vào là hàm nấc:

$$C_{xl} = \lim_{x \rightarrow \infty} (1 - z^{-1})C(z) = \lim_{x \rightarrow \infty} (1 - z^{-1})G_K(z)R(z)$$

$$C_{xl} = \lim_{x \rightarrow \infty} (1 - z^{-1}) \frac{1}{(z + 1.368)(z - 0.368) + 1} \frac{z}{z - 1} = 0.4$$

$$e_{xl} = r_d - c_{xl} = 1 - 0.4 = 0.6$$

(0.25đ)

#### Bài 4A

a) Phương trình BTT hệ hở:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

(0.5 đ)

b) Phương trình BTT hệ thống vòng kín:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A - BK)x + k_1 Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

PTĐT vòng kín:

$$\det(sI - A + BK) = \det \left( \begin{bmatrix} s & -1 \\ k_1 & s + k_2 + 10 \end{bmatrix} \right) = 0$$

(0.25đ)

$$s^2 + (k_2 + 10)s + k_1 = 0 \quad (1)$$

PPĐT mong muốn:

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + 8s + 44.4 = 0 \quad (2)$$

Cân bằng (1), (2):

$$k_1 = 44.4, \quad k_2 = -2$$

(0.25đ)

Hệ thống có khâu tích phân nên  $e_{xl} = 0$  với đầu vào hàm nấc  $\Rightarrow y_{xl} = 1$ . **(0.5đ)**

c) **PTĐT của bộ ước lượng:**

$$\det(sI - A + LC) = \det \begin{bmatrix} s + l_1 & -1 \\ l_2 & s + 10 \end{bmatrix} = 0$$

$$s^2 + (l_1 + 10)s + 10l_1 + l_2 = 0 \quad (3) \quad \textbf{(0.25đ)}$$

PPĐT của bộ ước lượng mong muốn:

$$(s + 10)^2 = s^2 + 10s + 100 = 0 \quad (4) \quad \textbf{(0.25đ)}$$

Cân bằng (3), (4):

$$l_1 = 10, \quad l_2 = 0 \quad \textbf{(0.25đ)}$$

Phương trình trạng thái mô tả bộ ước lượng:

$$\hat{x}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t))$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1(t) \\ \dot{\hat{x}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 1 \\ 0 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix} y(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad \textbf{(0.25đ)}$$

$$\hat{y}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \end{bmatrix}$$

#### **Bài 4B**

a) Phương trình BTT hệ hở:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad \textbf{(0.5 đ)}$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Ma trận quá độ:

$$\phi(s) = [sI - A]^{-1} = \begin{bmatrix} s & -1 \\ 0 & s + 10 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{s(s + 10)} \begin{bmatrix} s + 10 & 1 \\ 0 & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s(s + 10)} \\ 0 & \frac{1}{(s + 10)} \end{bmatrix}$$

$$\phi(t) = L^{-1}\{\phi(s)\} = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 - 0.1e^{-10t} \\ 0 & 0.1e^{-10t} \end{bmatrix} \quad \textbf{(0.5 đ)}$$

Phương trình trạng thái rời rạc:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k + 1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d u(k) \\ y(k) = \mathbf{C}_d \mathbf{x}(k) \end{cases}$$

$$\mathbf{A}_d = \phi(T) = \begin{bmatrix} 1 & 0.0632 \\ 0 & 0.0368 \end{bmatrix} \quad \textbf{(0.25 đ)}$$

$$\mathbf{B}_d = \int_0^{0.1} \phi(\tau) \mathbf{B} d\tau = \begin{bmatrix} 0.00368 \\ 0.00632 \end{bmatrix} \quad (0.25 \text{ đ})$$

$$\mathbf{C}_d = \mathbf{C} = [1 \ 0]$$

b) Phương trình trạng thái của hệ kín:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) - \mathbf{B}_d \mathbf{K} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d k_1 r(k) \\ y(k) = \mathbf{C}_d \mathbf{x}(k) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} 1 & 0.0632 \\ 0 & 0.0368 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.00368 \\ 0.00632 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 & 8 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.00368 \\ 0.00632 \end{bmatrix} 100r(k)$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.632 & -0.0231 \\ -0.632 & -0.0138 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.368 \\ 0.632 \end{bmatrix} r(k) \quad (0.5 \text{ đ})$$

Với điều kiện đầu bằng 0, từ phương trình trên suy ra: (0.25 đ)

$$x_1(k) = [0 \ 0.3680 \ 0.5860 \ 0.7293 \ 0.8230 \ 0.8843 \ 0.9243 \ 0.9505 \ 0.9676 \ 0.9788 \ 0.9862]$$

$$x_2(k) = [0 \ 0.6320 \ 0.3907 \ 0.2563 \ 0.1675 \ 0.1095 \ 0.0716 \ 0.0468 \ 0.0306 \ 0.0200 \ 0.0131]$$

Dựa vào đáp ứng ta thấy hệ thống không có vọt lố (POT=0%) và thời gian quá độ là 1 giây (do hệ thống cần 10 chu kỳ lấy mẫu để đến trạng thái xác lập theo tiêu chuẩn 2%) (0.25 đ)

