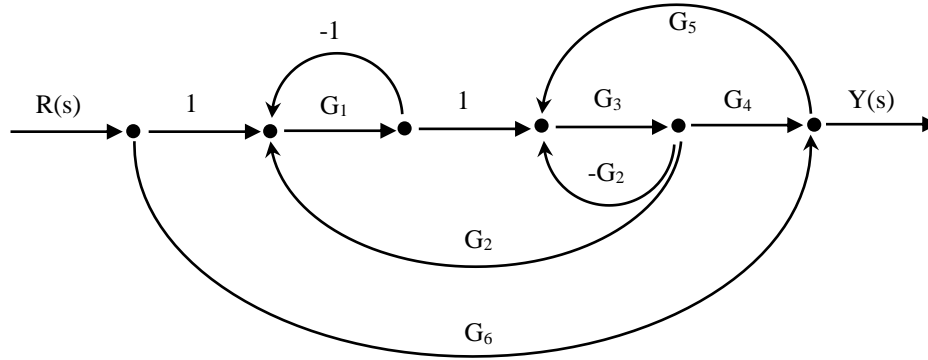


Bài 1: (2 điểm)

- Sơ đồ dòng tín hiệu tương đương : **(0.25đ)**



- Đường tiến : **(0.25đ)**

$$P_1 = G_1 G_3 G_4$$

$$P_2 = G_6$$

- Vòng kín : **(0.5đ)**

$$L_1 = -G_1$$

$$L_2 = G_1 G_3 G_2$$

$$L_3 = -G_3 G_2$$

$$L_4 = G_3 G_4 G_5$$

- Định thức :

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + L_1 L_3 + L_1 L_4 \quad \textbf{(0.25đ)}$$

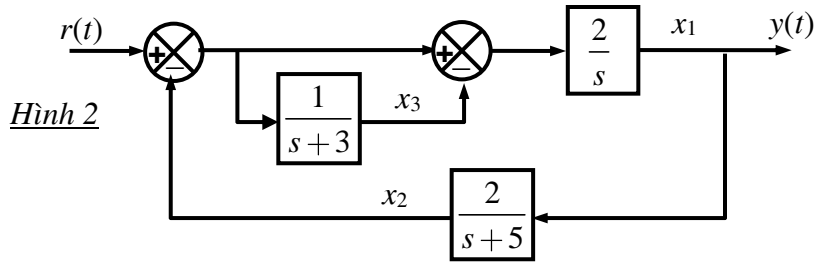
$$\Delta_1 = 1 \quad \textbf{(0.25đ)}$$

$$\Delta_2 = 1 - L_1 - L_2 - L_3 + L_1 L_3 \quad \textbf{(0.25đ)}$$

- Hàm truyền tương đương :

$$\begin{aligned} G_{td}(s) &= \frac{1}{\Delta} (P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2) \\ &= \frac{G_1 G_3 G_4 + G_6 (1 + G_1 - G_1 G_3 G_2 + G_3 G_2 + G_1 G_3 G_2)}{1 + G_1 - G_1 G_3 G_2 + G_3 G_2 - G_3 G_4 G_5 + G_1 G_3 G_2 - G_1 G_3 G_4 G_5} \\ &= \frac{G_1 G_3 G_4 + G_6 (1 + G_1 + G_3 G_2)}{1 + G_1 + G_3 G_2 - G_3 G_4 G_5 - G_1 G_3 G_4 G_5} \end{aligned} \quad \textbf{(0.25đ)}$$

Bài 2A: (2.0 điểm) Viết phương trình trạng thái mô tả hệ kín ở hình 2 với hai biến trạng thái $x_1(t)$ và $x_2(t)$ cho trên sơ đồ, biến $x_3(t)$ tự chọn.



$$X_1(s) = \frac{2}{s}(R(s) - X_2(s) - X_3(s)) \quad \Rightarrow \quad \dot{x}_1(t) = -2x_2(t) - 2x_3(t) + 2r(t) \quad (0.5đ)$$

$$X_2(s) = \frac{2}{s+5} X_1(s) \quad \Rightarrow \quad \dot{x}_2(t) = 2x_1(t) - 5x_2(t) \quad (0.5đ)$$

$$X_3(s) = \frac{1}{s+3}(R(s) - X_2(s)) \quad \Rightarrow \quad \dot{x}_3(t) = -x_2(t) - 3x_3(t) + r(t) \quad (0.5đ)$$

Phương trình biến trạng thái:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 2 & -5 & 0 \\ 0 & -1 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t) \quad (0.5đ)$$

$$y(t) = [1 \quad 0 \quad 0] x(t)$$

Bài 2B: (2 điểm) Hệ thống phi tuyến:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t)^2 + u(t) = f_1(x, u) \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t)^2 + u(t) = f_2(x, u) \\ \dot{x}_3(t) = 2x_1(t) + u(t) = f_3(x, u) \\ y(t) = x_1(t) = h(x, u) \end{cases}$$

Điểm làm việc tĩnh $\bar{x} = [0.5 \quad 1 \quad 1]^T, \bar{u} = -1$.

Phương trình trạng thái tuyến tính quanh điểm tĩnh:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B\tilde{u} \\ \tilde{y} = C\tilde{x} + D\tilde{u} \end{cases}$$

Trong đó: $\tilde{x} = x - \bar{x}, \tilde{y} = y - \bar{y}, \tilde{u} = u - \bar{u}$;

(0.25đ)

$$A = \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{array} \right]_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} = \left[\begin{array}{ccc} 0 & 2x_2 & 0 \\ 0 & 0 & 2x_3 \\ 2 & 0 & 0 \end{array} \right]_{\substack{x=[0.5 \ 1 \ 1]^T \\ u=-1}} = \left[\begin{array}{ccc} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (0.75d)$$

$$B = \left[\begin{array}{c} \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} \\ \frac{\partial f_3}{\partial u} \end{array} \right]_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} = \left[\begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right] \quad (0.5d)$$

$$C = \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial h}{\partial x_1} & \frac{\partial h}{\partial x_2} & \frac{\partial h}{\partial x_3} \end{array} \right]_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} = 1 \ 0 \ 0 \quad D = \left[\frac{\partial h}{\partial u} \right]_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} = 0 \quad (0.5d)$$

Bài 3: (3 điểm)

$$\text{PTĐT: } 1 + G(s) = 0 \Leftrightarrow 1 + \frac{K(s+2)}{(s+10)(s^2-4s+8)} = 0 \quad (1)$$

Pole : $p_1 = -10, p_{2,3} = 2 \pm i2$

Zero : $z = -2$ (0.25d)

Tiệm cận:

$$\left\{ \begin{array}{l} OA = \frac{p_1 + p_2 + p_3 - z_1}{n - m} = \frac{-10 + 2 + j2 + 2 - j2 - (-2)}{3 - 1} = -2 \\ \alpha = \left[\begin{array}{c} \frac{\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{2} \end{array} \right] \end{array} \right. \quad (0.25d)$$

Điểm tách nhập:

$$(1) \Rightarrow s^3 + 6s^2 + (K - 32)s + 2K + 80 = 0 \quad (2)$$

$$\Rightarrow K = -\frac{(s+10)(s^2-4s+8)}{s+2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial K}{\partial s} = s^3 + 6s^2 + 12s - 72 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} s_1 = 2.3 \\ s_{2,3} = -4.15 \pm j3.73 \end{cases}$$

\Rightarrow QĐNS không có điểm tách nhập.

(0.5đ)

Giao điểm QĐNS với trục ảo: Áp dụng tiêu chuẩn ổn định Hurwitz cho PTĐT (2).

Điều kiện hệ thống ổn định:

$$\begin{cases} K - 32 > 0 \\ 2K + 80 > 0 \\ \Delta_2 = 6(K - 32) - (2K + 80) > 0 \end{cases} \Rightarrow K > 68$$

(0.5đ)

Ta có: $K_{gh} = 68$. Thay vào (1) ta có giao điểm QĐNS với trục ảo giải: $s_{1,2} = \pm j6$

Góc xuất phát tại cực phức p_2 :

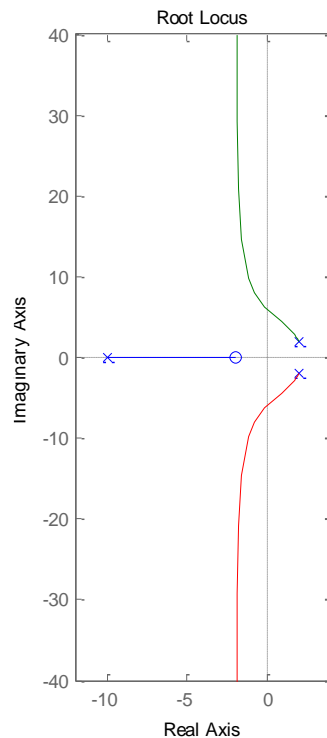
$$\theta = 180^\circ + \arg(p_2 - z_1) - \arg(p_2 - p_1) - \arg(p_2 - p_3)$$

$$= 180^\circ - \arg[s + 2] - \arg(s + 10) - \arg(s - 2 + j2)$$

(0.25đ)

$$= 180^\circ + 26.6^\circ - 9.46^\circ - 90^\circ = 107.1^\circ$$

(Hình 0.75đ)



3.2. Phương trình đặc trưng của hệ thống:

$$s^3 + 6s^2 + (K - 32)s + 2K + 80 = 0 \quad (3)$$

Phương trình đặc trưng của hệ thống có dạng:

$$(s + a)(s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2) = 0$$

Thay $\omega = 7$, suy ra:

$$(s + a)(s^2 + 14\xi s + 49) = 0$$

$$\Rightarrow s^3 + (a + 14\xi)s^2 + (49 + 14a\xi)s + 49a = 0 \quad (4)$$

Đồng nhất 2 phương trình (3) & (4), ta được:

$$\begin{cases} a + 14\xi = 6 \\ 49 + 14a\xi = K - 32 \\ 49a = 2K + 80 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5.12 \\ \xi = 0.0629 \\ K = 85.5 \end{cases}$$

Vậy với $K = 85.5$, PTĐT có nghiệm phức với $\omega_n = 7$ là

$$s = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \xi^2} = -0.44 \pm j6.98 \quad (0.5d)$$

(Nếu SV dựa vào QĐNS tìm ra được nghiệm phức ở trên vẫn được tính điểm)

Bài 4:

Câu 4.1:

$$G(s) = \frac{100(s+1)e^{-Ls}}{(s+0.1)^2(s^2+14s+40)} = \frac{100(s+1)e^{-Ls}}{(s+0.1)^2(s+4)(s+10)}$$

Các tần số gãy: 0.1; 1; 4; 10 (rad/sec)

(0.25d)

Biên độ

ω	0.01	<0.1	<1	<4	<10	100
$\frac{1}{(s+0.1)^2}$	0	0	-40	-40	-40	-40
$(s+1)$	0	0	0	20	20	20
$\frac{1}{s+4}$	0	0	0	0	-20	-20
$\frac{1}{s+10}$	0	0	0	0	0	-20
G(s)	0	0	-40	-20	-40	-60

Hệ số khuếch đại tại tần số xuất phát,

$$K_0 = G|_{\omega_0=0.01} = \frac{100 \times 1}{(0.1)^2 \times 4 \times 10} = 250 \rightarrow 20\lg(K_0) = 48dB \quad (0.25d)$$

Pha:

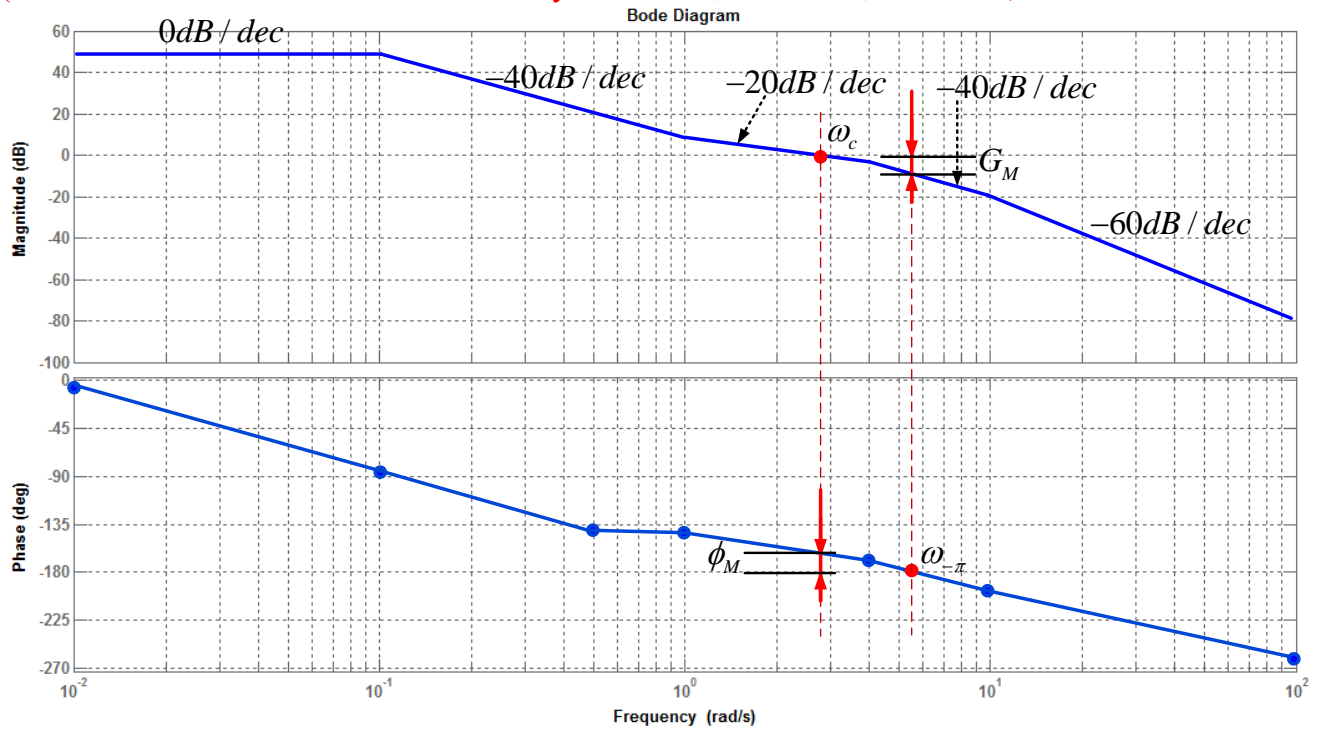
$$\varphi(\omega) = \arctan(\omega / 1) - 2 \arctan(\omega / 0.1) - \arctan(\omega / 4) - \arctan(\omega / 10)$$

ω	0.01	0.1	0.5	1	4	10	100
$\varphi(\omega)$	-11.4	-86.3	-140.8	-143.3	-168	-207.8	-262.5

(Tính đúng bảng góc pha: **(0.5đ)**)

Biểu đồ Bode **(1.0 đ)**

(chỉ được trọn 1.0 đ nếu có chú thích đầy đủ độ dốc, tần số cắt, độ dự trữ)



Từ biểu đồ Bode ta có:

$$\begin{cases} \omega_c \approx 2.7 \text{ rad/s} \\ \omega_{-\pi} \approx 5.6 \text{ rad/s} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} L(\omega_{-\pi}) \approx -10 \text{ dB} \\ \varphi(\omega_c) \approx -155^\circ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} GM = -L(\omega_{-\pi}) = 10 \text{ dB} \\ \phi M = 180 - \varphi(\omega_c) = 25^\circ \end{cases} \quad (0.5\text{đ})$$

→ Hệ thống kín ổn định

Câu 4.2:

Khi bổ sung khâu e^{-Ls} vào hệ thống thì biên độ không đổi (do đó tần số cắt biên không đổi), góc pha của hệ hở thay đổi như sau:

$$\varphi' = \varphi + \angle e^{-Lj\omega} = \varphi - \frac{L\omega \times 180}{\pi}$$

Để hệ thống ổn định thì: $\phi M = 180 + \varphi'(\omega_c) > 0 \rightarrow \varphi'(\omega_c) > -180^\circ$

$$\rightarrow \varphi(\omega_c) - \frac{L\omega_c \times 180}{\pi} > -180 \rightarrow -\frac{L\omega_c \times 180}{\pi} > -25^\circ$$

$$\rightarrow L < \frac{25\pi}{180 \times 2.7} = 0.16 \text{ (sec)} \quad (0.5\text{đ})$$

(Chú ý: Do câu 4 dựa vào biểu đồ Bode nên nếu SV làm đúng phương pháp nhưng tính ra kết quả có sai số so với đáp án vẫn được tính trọn số điểm)