Đại Học Bách Khoa TP.Hồ Chí Minh
Bộ môn Toán Ứng Dụng

ĐỀ THI CHK182 - Môn: GIẢI TÍCH 2
Ngày thi: 06-06-2019
Thời gian: 90 phút
Ca thi : CA 2

Hình thức thi tự luận: ***Đề gồm 7 câu***.

Sinh viên không được sử dụng tài liệu.

Câu 1 : **(1.5đ)**
Cho hàm $f(x,y,z) = y^2z^2 + x^2 - 3xz - 2y - z + 5$. Chứng minh rằng hướng tăng nhanh nhất của hàm f khi đi qua $M(-1,2,2)$ trùng với $\overrightarrow{u} = (-4,7,9)$. Tìm tốc độ biến thiên của hàm f theo hướng này.

Câu 2 : **(1.5đ)**
Tính tích phân $I = \int\limits_C \left(x^2 + y^2 - \frac{z^2}{2}\right) dx + \left(x^2 + z^2 - y^2\right) dy + \left(y^2 + z^2 - 2x^2\right) dz$ với C là giao tuyến của 2 mặt $y^2 + z^2 = x$ và $x = 2y$ lấy ngược chiều kim đồng hồ nhìn theo hướng trục Ox từ âm sang dương.

Câu 3 : **(1.5đ)**
Tính tích phân $I = \iint\limits_S \left(1 + x^2 + y^2\right) ds$ với S là phần mặt trụ $x^2 + y^2 = 1$ bị cắt bởi 2 mặt phẳng $z = 0, z + x = 1$.

Câu 4 : **(1.5đ)**
Tính tích phân $I = \iint\limits_S (2x + yz)\, dydz + \left(y^2 + z^2\right) dzdx - \left(x^2 + 2yz\right) dxdy$ với S là phần mặt nón $x = \sqrt{3y^2 + 3z^2}$ nằm trong mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 4x$ lấy phía tương ứng với vecto pháp tuyến cùng hướng với vecto $\overrightarrow{Ox}$.

Câu 5 : **(1.5đ)**
Khảo sát sự hội tụ của chuỗi số $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\cos \frac{a}{n}\right)^{n^3}$, với a là số thực.

Câu 6 : **(1.5đ)**
Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa:$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{2n-3}{n^2+1}(x-2)^n$.

Câu 7 : **(1đ)**
Tìm tất cả các giá trị thực x thoả đẳng thức: $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1}} \left(\frac{2x+1}{x+2}\right)^n = 4$.

Chủ nhiệm bộ môn

TS. Nguyễn Tiến Dũng

Đại Học Bách Khoa TP.Hồ Chí Minh
Khoa Khoa Học Ứng Dụng
Bộ môn Toán Ứng Dụng

Phụ lục đề kiểm tra/thi
PHỤ LỤC CHUẨN ĐẦU RA MÔN HỌC TƯƠNG ỨNG VỚI ĐỀ THI

Môn thi: Giải tích 2 - MT1005: Đề gồm 7 câu.

Ngày thi 06 tháng 06 năm 2019. Thời gian 90 phút.

Đề thi cuối kì 182 (CA 2).

(Sinh viên không được sử dụng tài liệu).

Nội dung câu hỏi trên đề thi	Nội dung chuẩn đầu ra môn học
C1 : Cho hàm $f(x,y,z) = y^2z^2 + x^2 - 3xz - 2y - z + 5$. Chứng minh rằng hướng tăng nhanh nhất của hàm f là khi đi qua $M(-1,2,2)$ trùng với $\overrightarrow{u} = (-4,7,9)$. Tìm tốc độ biến thiên của hàm f theo hướng này.	L.O.1.1 - Nắm vững cách bản chất của đạo hàm
C2 : Tính tích phân : $I = \int\limits_C \left(x^2 + y^2 - \frac{z^2}{2}\right) dx + \left(x^2 + z^2 - y^2\right) dy + \left(y^2 + z^2 - 2x^2\right) dz$ với C là giao tuyến của 2 mặt $y^2 + z^2 = x$ và $x = 2y$ lấy ngược chiều kim đồng hồ nhìn theo hướng trục Ox từ âm sang dương.	L.O.1.1 - Nắm vững cách tính tích phân đường, tích phân mặt, cách vận dụng các định lý của tích phân mặt.
C3 : Tính $I = \iint\limits_S \left(1 + x^2 + y^2\right) ds$ với S là phần mặt trụ $x^2 + y^2 = 1$ bị cắt bởi 2 mặt phẳng $z = 0, z + x = 1$	L.O.1.1 - Nắm vững cách tính tích phân mặt. loại 1.
C4 : Tính $I = \iint\limits_S (2x + yz)dydz + (y^2 + z^2)dzdx - (x^2 + 2yz)dxdy$ với S là phần mặt nón $x = \sqrt{3y^2 + 3z^2}$ nằm trong mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 4x$ lấy phía tương ứng với vecto pháp tuyến cùng hướng với vecto $\overrightarrow{Ox}$.	L.O.1.1 - Nắm vững cách tính tích phân mặt loại 2 và cách sử dụng công thức Gauss.
C5 : Khảo sát sự hội tụ của chuỗi số $$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\cos \frac{a}{n}\right)^{n^3},$$ với a là số thực.	L.O.1.1 - Nắm vững các khái niệm về chuỗi, các phương pháp khảo sát sự hội tụ của chuỗi.
C6 : Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa $$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n-3}{n^2+1}(x-2)^n.$$	L.O.1.1 - Nắm vững các khái niệm về chuỗi, các phương pháp khảo sát sự hội tụ của chuỗi và tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa.
C7 : Tìm tất cả các giá trị thực x thoả đẳng thức: $$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1}} \left(\frac{2x+1}{x+2}\right)^n = 4.$$	L.O.1.1 - Nắm vững các khái niệm về chuỗi, các phương pháp khảo sát sự hội tụ của chuỗi và cách tính tổng.

ĐÁP ÁN CA 2

Câu 1 $\nabla f(M) = (-8, 14, 18)$ **(0.5)**, cùng hướng với $\overrightarrow{u}$ **(0.5)**, $v = \|\nabla f(M) =\| \sqrt{584}$ **(0.5)**

Câu 2 Chọn S là mặt phẳng $x = 2y$, phần nằm trong mặt paraboloid $y^2 + z^2 = x$, lấy phía sao cho vecto pháp ngược chiều với vecto $\overrightarrow{Ox}$ (hoặc phía sau theo hướng Ox) hoặc pháp vector đơn vị của S là $\overrightarrow{n} = \dfrac{(-1, 2, 0)}{\sqrt{5}}$

$I = \iint\limits_S (2y - 2z)dydz + (-z + 4x)dzdx + (2x - 2y)dxdy$**(0.5)**

$I = \iint\limits_S \dfrac{8x - 2y}{\sqrt{5}} ds = \iint\limits_{y^2+z^2 \le 2y} (8.2y - 2y)dydz$ **(0.5)Không bắt buộc đi qua tp mặt 1**

$= 14 \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int\limits_0^{2\cos\varphi} r.r\cos\varphi dr = 14\pi$ **(0.5)**

Câu 3 $S_{1,2} : y = \pm\sqrt{1 - x^2}$, $D_{zx} : 0 \le z \le 2, -1 \le x \le 1 - z$

$I = \iint\limits_{S_1} 2ds + \iint\limits_{S_2} 2ds$ **(0.5)**

$= 4 \iint\limits_{Dxz} \dfrac{dxdz}{\sqrt{1 - x^2}}$ **(0.5)**

$= 4 \int\limits_0^2 dz \int\limits_{-1}^{1-z} \dfrac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = 4 \int\limits_0^2 \left(\arcsin(1 - z) + \dfrac{\pi}{2}\right) dz = 4\pi$ **(0.5)**

Câu 4 Phần mặt nón bị cắt bởi mặt cầu cũng là phần mặt nón bị cắt bởi mặt phẳng $x = 3$. Do đó, gọi S_1 là phần mp $x = 3$ bị cắt bởi mặt nón lấy phía sao cho vecto pháp quay về phía nửa âm trục Ox để được $S \cup S_1$ là mặt biên phía trong của hình nón $V : x = 3, x = \sqrt{3y^2 + 3z^2}$

$I = -\iiint\limits_V (2 + 2y - 2y)\, dxdydz - \iint\limits_S (6 + yz)dydz$ **(0.5)**

$= -2.V + \iint\limits_{y^2+z^2 \le 3} (6 + yz)dydz$ **(0.5)** $= -2.\dfrac{1}{3}.3.3\pi + 6.3\pi = 12\pi$ **(0.5)**

Cách 2: $S : x = \sqrt{3y^2 + 3z^2}$ lấy phía trước theo hướng Ox (pvt hướng về chiều dương Ox),D_{yz} : $y^2 + z^2 \le 3$**(0.5)**

, $I = \iint\limits_{D_{yz}} (2x + yz, y^2 + z^2, -x^2 - 2yz) \left(1, -\dfrac{\sqrt{3}y}{\sqrt{y^2 + z^2}}. - \dfrac{\sqrt{3}z}{\sqrt{y^2 + z^2}}\right) dydz$**(0.5)**

$= \iint\limits_{D_{yz}} \left[2x + yz - y\sqrt{3(y^2) + z^2} + (x^2 - 2yz)\dfrac{\sqrt{3}z}{\sqrt{y^2 + z^2}}\right] dydz$

Sử dụng tính đối xứng: $I = \iint\limits_{D_{yz}} 2xdydz = \iint\limits_{D_{yz}} 2\sqrt{3(y^2 + z^2)}dydz$

$= 2\sqrt{3} \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{\sqrt{3}} r^2 dr = 12\pi$**(0.5)**

Câu 5 $a = 0$ pk **(0.5)**, $a \ne 0, C_n = \left(\cos\dfrac{a}{n}\right)^{n^2} = \left(1 + \cos\dfrac{a}{n} - 1\right)^*$ **(0.5)**

$C = e^{-\frac{a^2}{2}} < 1$ ht**(0.5)**

Câu 6 $R = 1$**(0.5)**, Khoảng ht $(1, 3)$**(0.5)**, tại $x = 1$: ht theo tc Leibnitz, tại $x = 3$:ss với $\sum\limits_0^\infty \dfrac{1}{n} \to$ pk **(0.5)**

Câu 7 $S(x) = \dfrac{4}{3}(x + 2), x > -\dfrac{5}{4}$, **(0.5)** nghiệm $x_0 = 1$**(0.5)**