Đại Học Bách Khoa TP.Hồ Chí Minh
Bộ môn Toán Ứng Dụng

ĐỀ THI CHK182 - Môn: GIẢI TÍCH 2
Ngày thi: 06-06-2019
Thời gian thi: 90 phút
Ca thi : CA 1

Hình thức thi tự luận: ***Đề gồm 7 câu***.

Sinh viên không được sử dụng tài liệu.

Câu 1: **(1.5đ)**
Cho hàm $f(x,y,z) = xz^3 - 3x^2 + 4xy - 4y - 12z + 3$. Tìm tất cả các điểm $M(x,y,z)$ mà tại đó hướng tăng nhanh nhất của hàm f là $\overrightarrow{u} = (1,0,0)$.

Câu 2: **(1.5 đ)**
Tính tích phân: $I = \iiint\limits_V (2xz + y)dxdydz$
với V là miền hữu hạn giới hạn bởi các mặt $y = z^2 - 1, y = 1, y = 1 - x, x = 2$.

Câu 3: **(1.5đ)**
Cho miền phẳng $D : x^2 + y^2 \leq 4, x \leq 1$ và C là biên định hướng dương của D. Tính $I = \int\limits_C \dfrac{(x-1)\mathrm{d}y - y\mathrm{d}x}{x^2 + y^2}$.

Câu 4: **(1.5đ)**
Tính $I = \iint\limits_S (y+z)dydz - 2x^2zdzdx + \left(x^2 + y^2\right) dxdy$ với S là phần mặt trụ $y = 1 - x^2$ bị cắt bởi 3 mặt phẳng $y = 0, z = 0, z + y = 1$ lấy phía tương ứng với vecto pháp tuyến ngược hướng với vecto $\overrightarrow{Oy}$.

Câu 5: **(1.5đ)**
Khảo sát sự hội tụ của chuỗi số $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n! + (5n)^{n-1}}{(2n-1)!!}$.

Câu 6: **(1.5đ)**
Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2 - n}{(-3)^n + 1} x^{n-1}$.

Câu 7: **(1đ)**
Tìm tất cả các giá trị thực x thoả đẳng thức: $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{2n-3}{(-3)^n} x^n = 3$.

Chủ nhiệm bộ môn

TS. Nguyễn Tiến Dũng

Đại Học Bách Khoa TP.Hồ Chí Minh
Khoa Khoa Học Ứng Dụng
Bộ môn Toán Ứng Dụng

Phụ lục đề kiểm tra/thi
PHỤ LỤC CHUẨN ĐẦU RA MÔN HỌC TƯƠNG ỨNG VỚI ĐỀ THI

Môn thi: Giải tích 2 - MT1005: Đề gồm 7 câu.

Ngày thi 06 tháng 06 năm 2019. Thời gian 90 phút.

Đề thi cuối kì 182 (CA 1).

(Sinh viên không được sử dụng tài liệu).

Nội dung câu hỏi trên đề thi	Nội dung chuẩn đầu ra môn học
C1 : Cho hàm $f(x,y,z) = xz^3 - 3x^2 + 4xy - 4y - 12z + 3$. Tìm tất cả các điểm $M(x,y,z)$ mà tại đó hướng tăng nhanh nhất của hàm f là $\overrightarrow{u} = (1,0,0)$.	L.O.1.1 - Nắm vững bản chất của đạo hàm riêng
C2 : Tính tích phân : $I = \iiint\limits_V (2xz + y)dxdydz$ với V là miền hữu hạn giới hạn bởi các mặt. $y = z^2 - 1, y = 1, y = 1 - x, x = 2$	L.O.1.1 - Nắm vững cách tính tích phân bội. L.O.2.1 - Ứng dụng tích phân bội trong các bài toán thực tế.
C3 : Cho miền phẳng$D : x^2 + y^2 \leq 4, x \leq 1$ và C là biên định hướng dương của D Tính $I = \int\limits_C \dfrac{(x-1)\mathrm{d}y - y\mathrm{d}x}{x^2+y^2}$.	L.O.1.1 - Nắm vững cách tính tích phân đường và cách sử dụng công thức Green.
C4 : Tính $I = \iint\limits_S (y+z)dydz - 2x^2zdzdx + \left(x^2+y^2\right)dxdy$ với S là phần mặt trụ $y = 1 - x^2$ bị cắt bởi 3 mặt phẳng $y = 0, z = 0, z + y = 1$ lấy phía tương ứng với vecto pháp tuyến ngược hướng với vecto $\overrightarrow{Oy}$.	L.O.1.1 - Nắm vững cách tính tích phân mặt, các phương pháp đưa tích phân mặt về tích phân thông thường.
C5 : Khảo sát sự hội tụ của chuỗi số $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! + (5n)^{n-1}}{(2n-1)!!}.$$	L.O.1.1 - Nắm vững các khái niệm về chuỗi, các phương pháp khảo sát sự hội tụ của chuỗi.
C6 : Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - n}{(-3)^n + 1} x^{n-1}.$$	L.O.1.1 - Nắm vững các khái niệm về chuỗi, các phương pháp khảo sát sự hội tụ của chuỗi và tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa.
C7 : Tìm tất cả các giá trị thực x thoả đẳng thức: $$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n-3}{(-3)^n} x^n = 3.$$	L.O.1.1 - Nắm vững các khái niệm về chuỗi, các phương pháp khảo sát sự hội tụ của chuỗi và cách tính tổng.

ĐÁP ÁN

Câu 1: $\nabla f(M) = (z^3 - 6x + 4y, 4x - 4, 3xz^2 - 12)$ **(0.5)**
Hướng tăng nhanh nhất của f là $\overrightarrow{u} \Leftrightarrow \nabla f(M) = k(1,0,0), k > 0$**(0.5)**
$M\left(1, \dfrac{k-2}{4}, 2\right)$ hay $M\left(1, \dfrac{k+14}{4}, -2\right), k \in \mathbb{R}^+$**(0.5)**
Lưu ý: nếu chỉ tính đúng 2 điểm với 1 giá trị k cụ thể, cho 1đ

Câu 2: **Cách 1**: $D_{xy}: -1 \le y \le 1, 1 - y \le x \le 2$**(0.5)**

$$I = \iint\limits_{D_{xy}} dxdy \int\limits_{-\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1+y}} (2xz + y)dz \ \textbf{(0.5)}$$

$$= \int\limits_{-1}^{1} 2y\sqrt{1+y}dy \int\limits_{1-y}^{2} dx = \int\limits_{-1}^{1} 2y(1+y)\sqrt{1+y}dy = \frac{48\sqrt{2}}{35} \ \textbf{(0.5)}$$

Cách 2: $D_{yz}: -\sqrt{2} \le z \le \sqrt{2}, z^2 - 1 \le y \le 1$**(0.5)**

$$I = \iint\limits_{Dyz} \mathrm{d}y\mathrm{d}z \int\limits_{1-y}^{2} y\mathrm{d}x \text{ (do đối xứng)}\textbf{(0.5)} = \frac{48\sqrt{2}}{35}\textbf{(0.5)}$$

Câu 3: Tham số hoá $C_1: x = 2\cos t, y = 2\sin t, t: \dfrac{\pi}{3} \to \dfrac{5\pi}{3}$,
$C_2: x = 1, y: -\sqrt{3} \to \sqrt{3}$ **(0.5)**

$$I = \frac{1}{4}\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{5\pi}{3}} \left[(2\cos t - 1)2\cos t + 4\sin^2 t\right] dt + \textbf{(0.5)} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{4\pi}{3}\textbf{(0.5)}$$

Lưu ý:
1. Nếu sv KHÔNG xác định hướng đi trên đường cong và viết bdt kép $\dfrac{\pi}{3} \le t \le \dfrac{5\pi}{3}$ **thì CHỈ CHO nửa số điểm phần tính tp trên phần đường tròn.** Tức là điểm tối đa chỉ là 1.0
2. Nếu không tính tp trên đoạn thẳng thì tối đa 1.0

Câu 4: $\overrightarrow{n} = \dfrac{(-2x, -1, 0)}{\sqrt{1 + 4x^2}}$, $D_{zx}: -1 \le x \le 1, 0 \le z \le x^2$ **(0.5)**

$$I = \iint\limits_{S} \frac{-2xy - 2xz + 2x^2z}{\sqrt{1+4x^2}}ds = \iint\limits_{Dzx} \left[-2x(1 - x^2 + z) + 2x^2z\right] \mathrm{d}z\mathrm{d}x \ \textbf{(0.5)} = \frac{2}{7} \ \textbf{(0.5)}$$

Lưu ý: Nếu viết $I = -\displaystyle\iint\limits_{D_{zx}} \left((y+z, -2x^2z, x^2+y^2)(2x, 1, 0)\right) \mathrm{d}z\mathrm{d}x$ và tính đúng vẫn được trọn điểm.

Câu 5: $a_n \sim \dfrac{5^{n-1}.n^{n-1}}{(2n-1)!!} = b_n$**(0.5)**

$$D_n = \frac{b_{n+1}}{b_n} = 5\frac{n}{2n+1}\left(\frac{n+1}{n}\right)^n \textbf{(0.5)}$$

$D = \dfrac{5e}{2}$, phân kỳ **(0.5)**
Lưu ý:
1. Không thay tương đương nhưng tính đúng D trên a_n vẫn được trọn điểm
2.Nếu tách thành tổng 2 chuỗi, chỉ làm đúng chuỗi $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n-1)!!}$. HT thì cho 0.5

Câu 6: $R = 3$ **(0.5)**, khoảng ht: (-3,3) **(0.5)**
Hai biên pk theo ĐKC **(0.5)**

Câu 7: $S(x) = \dfrac{18}{(x+3)^2} - \dfrac{15}{x+3}, x \in (-3, 3),$ **(0.5)**

Nghiệm $x_0 = -2$ **(0.5)**