

BÀI GIẢNG GIẢI TÍCH 2

CHƯƠNG 1-BÀI 0. KIẾN THỨC CHUẨN BỊ

TS. NGUYỄN ĐÌNH DƯƠNG
BỘ MÔN TOÁN ỨNG DỤNG - KHOA KHOA HỌC ỨNG DỤNG

Email: duongnd@hcmut.edu.vn

Ngày 15/02/2021



1.1 Bài 1.1: Hàm nhiều biến

1.2 Bài 1.2: Đạo hàm riêng

1.3 Bài 1.3: Đạo hàm theo hướng và Gradient

1.4 Bài 1.4: Đạo hàm hàm hợp, hàm ẩn

1.5 Bài 1.5: Công thức Taylor

1.6 Bài 1.6: Cực trị hàm nhiều biến

1.7 Bài 1.7: Giá trị bé nhất, lớn nhất trên miền đóng, bị chặn



Nội dung

Nhắc lại Kiến thức

1.1 Giải tích 1

1.2 Từ 2D tới 3D

Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2.1 Đường bậc hai

2.2 Mặt trụ

2.3 Mặt bậc hai

Trao đổi



Nội dung

Nhắc lại Kiến thức

1.1 Giải tích 1

1.2 Từ 2D tới 3D

Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2.1 Đường bậc hai

2.2 Mặt trụ

2.3 Mặt bậc hai

Trao đổi

1. Nhắc lại Kiến thức

1. 1. Giải tích 1

Sử dụng đạo hàm của hàm 1 biến số

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

để tính:

- Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại $x = x_0$
- Tốc độ biến thiên của hàm f tại $x = x_0$

Sử dụng đạo hàm có thể tìm: khoảng biến thiên, cực trị địa phương và cực trị toàn cục (GTLN, GTNN). Ngoài ra, cần nhớ kí hiệu vi phân của f ,

$$df(x) = f'(x) dx$$

1. Nhắc lại Kiến thức

1. 1. Giải tích 1

Sử dụng *tích phân* của hàm f :

$$\int_a^b f(x) dx$$

để tính:

- Diện tích phần mặt phẳng nằm dưới đồ thị $y = f(x)$ với x nằm giữa a và b
- Sự biến thiên của F với tốc độ biến thiên $f(x) = F'(x)$ giữa $x = a$ và $x = b$

Tích phân là giới hạn của *tổng Riemann*. Một số đại lượng hình học (diện tích, độ dài cung, thể tích) hoặc đại lượng vật lý (quãng đường, vận tốc) đều viết được dưới dạng giới hạn của tổng Riemann nên có thể tính được bằng tích phân.

1. Nhắc lại Kiến thức

1. 1. Giải tích 1

Định lí cơ bản của Giải tích: Nếu f liên tục trên $[a, b]$ và F là một nguyên hàm của f thì

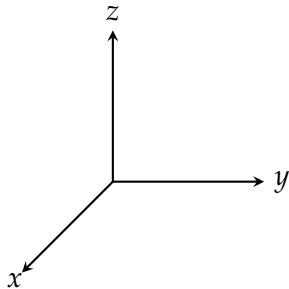
- $\frac{d}{dx} \left(\int_a^x f(t) dt \right) = f(x)$
- $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

Trong Giải tích 2, ta sẽ nghiên cứu mở rộng các khái niệm trên với *số chiều cao hơn*.

1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D

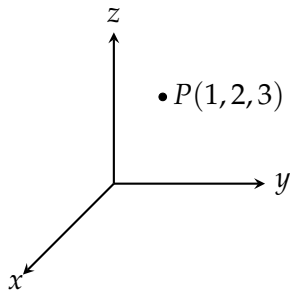
Nhắc lại *không gian 3 chiều*



1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D

Nhắc lại *không gian 3 chiều*

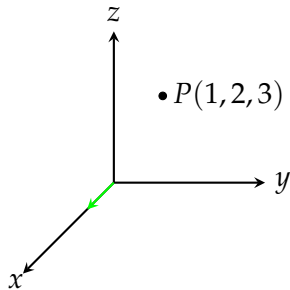


Để xác định điểm P trong không gian ta sử dụng hệ tọa độ $Oxyz$. Ví dụ, $P = (1, 2, 3)$ nhận được từ O bằng:

1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D

Nhắc lại *không gian 3 chiều*



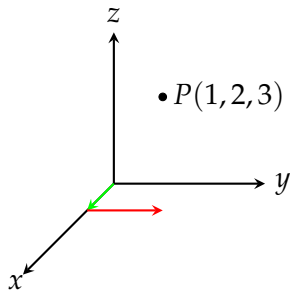
Để xác định điểm P trong không gian ta sử dụng hệ tọa độ $Oxyz$. Ví dụ, $P = (1, 2, 3)$ nhận được từ O bằng:

- 1 đơn vị theo trục x

1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D

Nhắc lại *không gian 3 chiều*



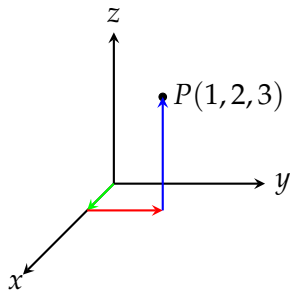
Để xác định điểm P trong không gian ta sử dụng hệ tọa độ $Oxyz$. Ví dụ, $P = (1, 2, 3)$ nhận được từ O bằng:

- 1 đơn vị theo trục x
- 2 đơn vị theo trục y

1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D

Nhắc lại *không gian 3 chiều*

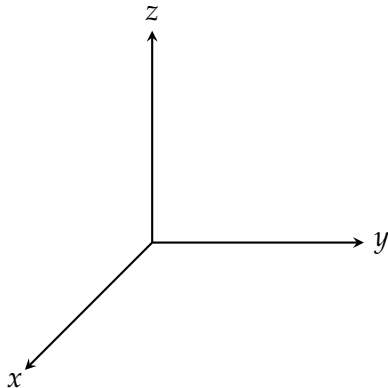


Để xác định điểm P trong không gian ta sử dụng hệ tọa độ $Oxyz$. Ví dụ, $P = (1, 2, 3)$ nhận được từ O bằng:

- 1 đơn vị theo trục x
- 2 đơn vị theo trục y
- 3 đơn vị theo trục z

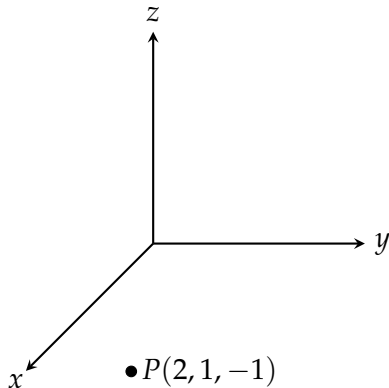
1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D



1. Nhắc lại Kiến thức

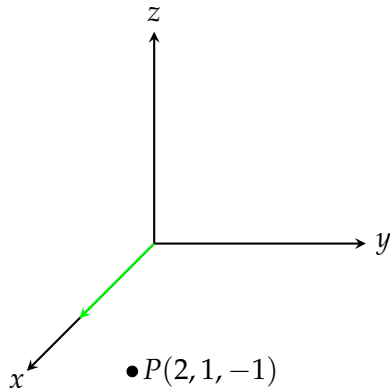
1. 2. Từ 2D tới 3D



Điểm $P = (2, 1, -1)$ nhận được
bằng cách:

1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D

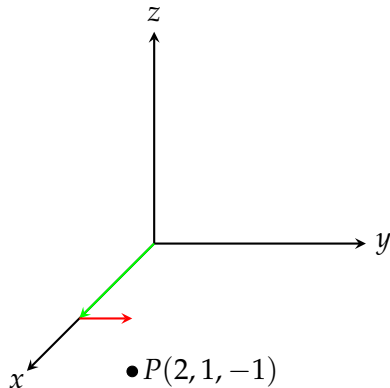


Điểm $P = (2, 1, -1)$ nhận được bằng cách:

- 2 đơn vị theo trục x

1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D

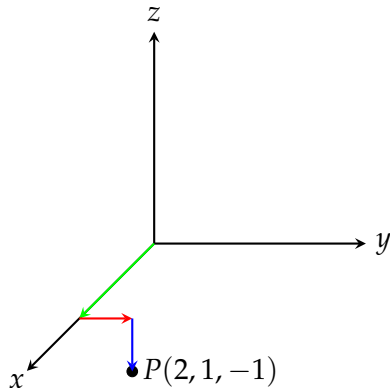


Điểm $P = (2, 1, -1)$ nhận được bằng cách:

- 2 đơn vị theo trục x
- 1 đơn vị theo trục y

1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D



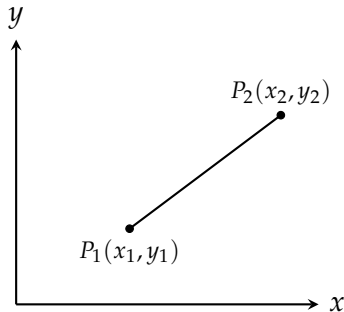
Điểm $P = (2, 1, -1)$ nhận được bằng cách:

- 2 đơn vị theo trục x
- 1 đơn vị theo trục y
- -1 đơn vị theo trục z

1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D

Khoảng cách giữa hai điểm trong mặt phẳng Oxy :

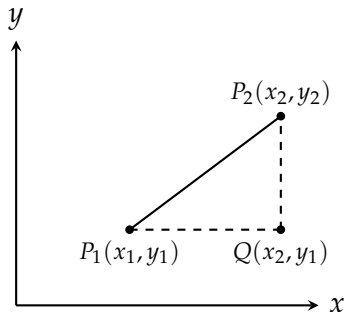


1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D

Khoảng cách giữa hai điểm trong mặt phẳng Oxy :

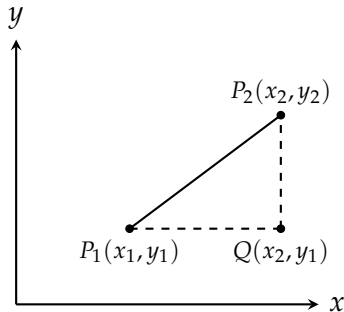
Thêm điểm Q dưới P_2



1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D

Khoảng cách giữa hai điểm trong mặt phẳng Oxy :



Thêm điểm Q dưới P_2

Theo Pythagorean,

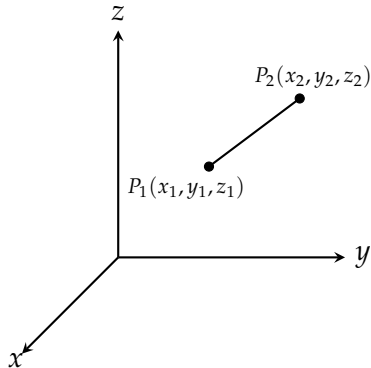
$$|P_1P_2|^2 = |P_1Q_1|^2 + |QP_2|^2$$

do đó

$$\begin{aligned} |P_1P_2| &= \sqrt{|P_1Q_1|^2 + |QP_2|^2} \\ &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \end{aligned}$$

1. Nhắc lại Kiến thức

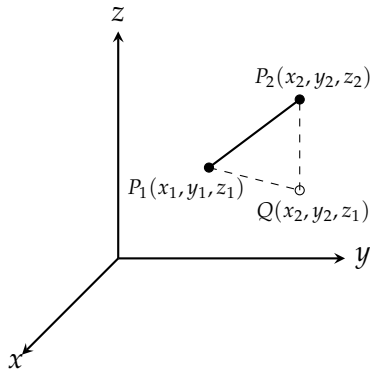
1. 2. Từ 2D tới 3D



1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D

Thêm điểm Q



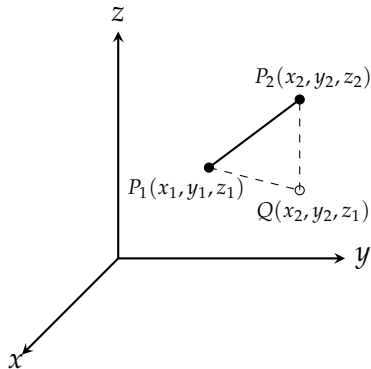
1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D

Thêm điểm Q

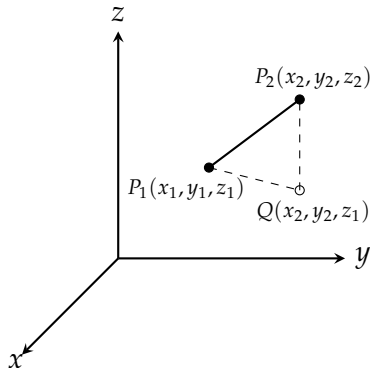
- Theo Pythagorean,

$$|P_1P_2|^2 = |P_1Q|^2 + |QP_2|^2$$



1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D



Thêm điểm Q

- Theo Pythagorean,

$$|P_1P_2|^2 = |P_1Q|^2 + |QP_2|^2$$

- Mà

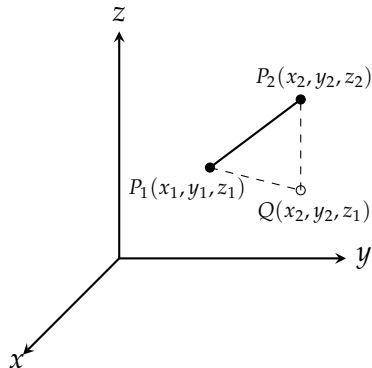
$$|P_1Q|^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$$

còn

$$|QP_2|^2 = (z_2 - z_1)^2$$

1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D



Thêm điểm Q

- Theo Pythagorean,

$$|P_1P_2|^2 = |P_1Q|^2 + |QP_2|^2$$

- Mà

$$|P_1Q|^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$$

còn

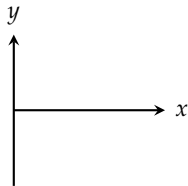
$$|QP_2|^2 = (z_2 - z_1)^2$$

Khi đó

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

1. Nhắc lại Kiến thức

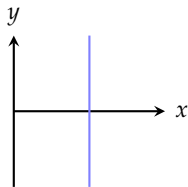
1. 2. Từ 2D tới 3D



Tìm tập hợp các điểm (x, y) thỏa mãn phương trình $x = 2$

1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D

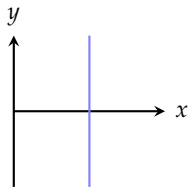


Tìm tập hợp các điểm (x, y) thỏa mãn phương trình $x = 2$

Trả lời: Đường thẳng đứng đi qua điểm có hoành độ $x = 2$

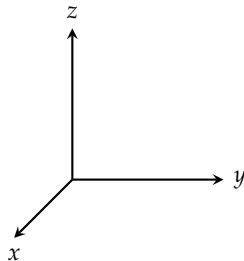
1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D



Tìm tập hợp các điểm (x, y) thỏa mãn phương trình $x = 2$

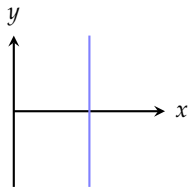
Trả lời: Đường thẳng đứng đi qua điểm có hoành độ $x = 2$



Tìm tập hợp các điểm (x, y, z) thỏa mãn phương trình $y = 2$

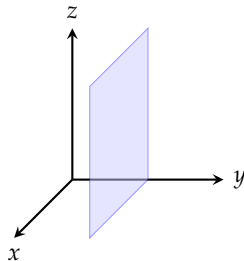
1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D



Tìm tập hợp các điểm (x, y) thỏa mãn phương trình $x = 2$

Trả lời: Đường thẳng đứng đi qua điểm có hoành độ $x = 2$

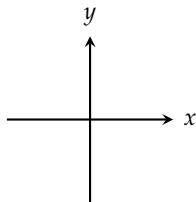


Tìm tập hợp các điểm (x, y, z) thỏa mãn phương trình $y = 2$

Trả lời: Mặt phẳng vuông góc và cắt trục y tại điểm có $y = 2$

1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D

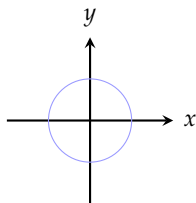


Tìm tập hợp các điểm (x, y) thỏa mãn phương trình

$$x^2 + y^2 = 1$$

1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D



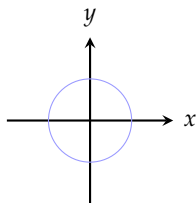
Tìm tập hợp các điểm (x, y) thỏa mãn phương trình

$$x^2 + y^2 = 1$$

Đáp số: Đường tròn tâm $(0, 0)$, bán kính 1

1. Nhắc lại Kiến thức

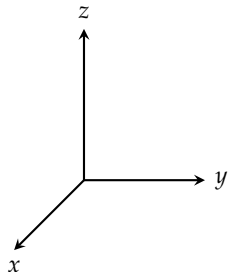
1. 2. Từ 2D tới 3D



Tìm tập hợp các điểm (x, y) thỏa mãn phương trình

$$x^2 + y^2 = 1$$

Đáp số: Đường tròn tâm $(0, 0)$, bán kính 1

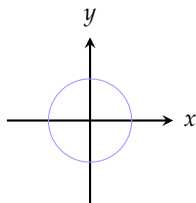


Tìm tập hợp các điểm (x, y, z) thỏa mãn

$$x^2 + y^2 = 1$$

1. Nhắc lại Kiến thức

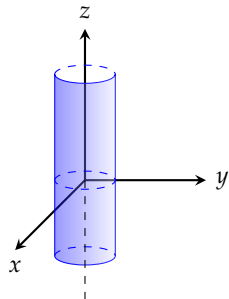
1. 2. Từ 2D tới 3D



Tìm tập hợp các điểm (x, y) thỏa mãn phương trình

$$x^2 + y^2 = 1$$

Đáp số: Đường tròn tâm $(0, 0)$, bán kính 1



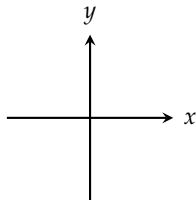
Tìm tập hợp các điểm (x, y, z) thỏa mãn

$$x^2 + y^2 = 1$$

Đáp số: Hình trụ có đáy là đường tròn tâm $(0, 0, 0)$, bán kính 1

1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D

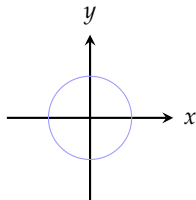


Tìm tập hợp các điểm (x, y) thỏa mãn phương trình

$$x^2 + y^2 = 1$$

1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D



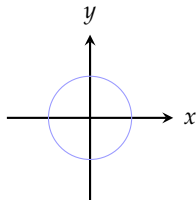
Tìm tập hợp các điểm (x, y) thỏa mãn phương trình

$$x^2 + y^2 = 1$$

Đáp số: Đường tròn tâm $(0, 0)$, bán kính bằng 1

1. Nhắc lại Kiến thức

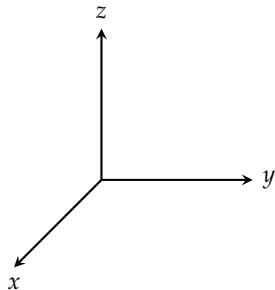
1. 2. Từ 2D tới 3D



Tìm tập hợp các điểm (x, y) thỏa mãn phương trình

$$x^2 + y^2 = 1$$

Đáp số: Đường tròn tâm $(0, 0)$, bán kính bằng 1

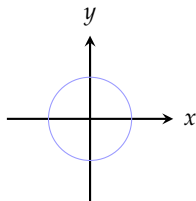


Tìm tập hợp các điểm (x, y, z) thỏa mãn phương trình

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

1. Nhắc lại Kiến thức

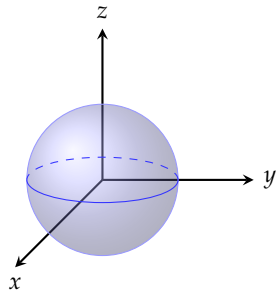
1. 2. Từ 2D tới 3D



Tìm tập hợp các điểm (x, y) thỏa mãn phương trình

$$x^2 + y^2 = 1$$

Đáp số: Đường tròn tâm $(0, 0)$, bán kính bằng 1



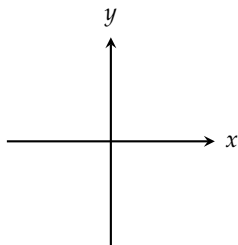
Tìm tập hợp các điểm (x, y, z) thỏa mãn phương trình

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

Đáp số: Mặt cầu tâm $(0, 0, 0)$, bán kính 1.

1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D

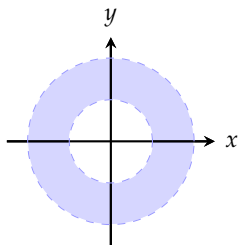


Tìm tập hợp các điểm (x, y) thỏa mãn *bất đẳng thức*

$$1 < x^2 + y^2 < 4$$

1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D



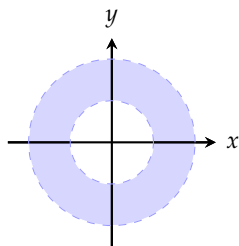
Tìm tập hợp các điểm (x, y) thỏa mãn *bất đẳng thức*

$$1 < x^2 + y^2 < 4$$

Đáp số: Hình vành khuyên có tâm $(0, 0)$, bán kính từ 1 đến 2

1. Nhắc lại Kiến thức

1. 2. Từ 2D tới 3D



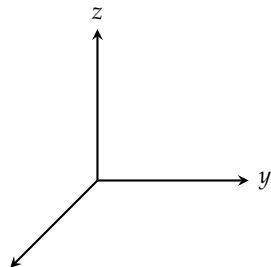
Tìm tập hợp các điểm (x, y) thỏa mãn *bất đẳng thức*

$$1 < x^2 + y^2 < 4$$

Đáp số: Hình vành khuyên có tâm $(0, 0)$, bán kính từ 1 đến 2

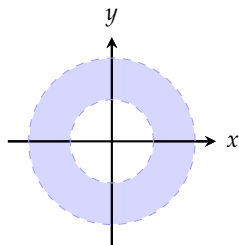
Tìm tập hợp các điểm (x, y, z) thỏa mãn *bất đẳng thức*

$$1 < x^2 + y^2 + z^2 < 4$$



1. Nhắc lại Kiến thức

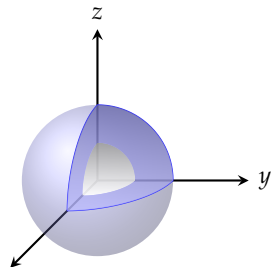
1. 2. Từ 2D tới 3D



Tìm tập hợp các điểm (x, y) thỏa mãn *bất đẳng thức*

$$1 < x^2 + y^2 < 4$$

Đáp số: Hình vành khuyên có tâm $(0, 0)$, bán kính từ 1 đến 2



Tìm tập hợp các điểm (x, y, z) thỏa mãn *bất đẳng thức*

$$1 < x^2 + y^2 + z^2 < 4$$

Đáp số: Vỏ hình cầu tâm $(0, 0, 0)$, có bán kính trong 1 và bán kính ngoài 2



Nội dung

Nhắc lại Kiến thức

- 1.1 Giải tích 1
- 1.2 Từ 2D tới 3D

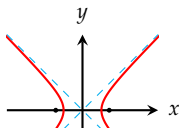
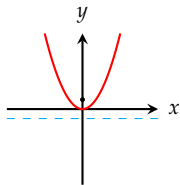
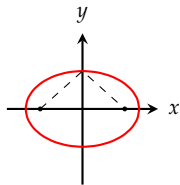
Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

- 2.1 Đường bậc hai
- 2.2 Mặt trụ
- 2.3 Mặt bậc hai

Trao đổi

2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 1. Đường bậc hai



Đường bậc hai là đồ thị của một phương trình bậc hai theo hai biến dưới dạng

$$Ax^2 + By^2 + C = 0, \quad Ax^2 + By^2 + Cy = 0$$

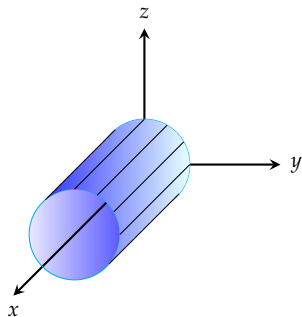
Một số đường cong bậc hai thường gặp:

- Đường elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với tiêu điểm $(\pm c, 0)$, trong đó $a^2 = b^2 + c^2$
- Đường parabol $x^2 = 4py$ với tiêu điểm $(0, p)$ và đường chuẩn $y = -p$
- Đường hyperbol $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ với tiêu điểm $(\pm c, 0)$, trong đó $c^2 = a^2 + b^2$

2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 2. Mặt trụ

Mặt trụ sinh bởi tập hợp các đường thẳng (gọi là **đường sinh**) song song với một đường thẳng d cho trước và tựa trên một đường cong \mathcal{C} không đồng phẳng với d .



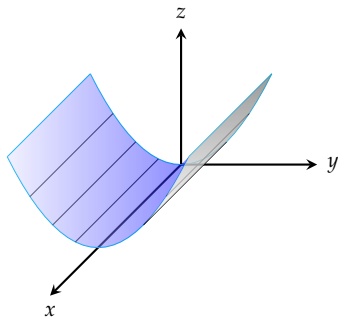
Ví dụ 1: $y^2 + z^2 = 1$

- Đường cong (\mathcal{C})?
- Đường sinh ℓ ?

2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 2. Mặt trụ

Mặt trụ sinh bởi tập hợp các đường thẳng (gọi là **đường sinh**) song song với một đường thẳng d cho trước và tựa trên một đường cong \mathcal{C} không đồng phẳng với d .

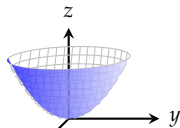
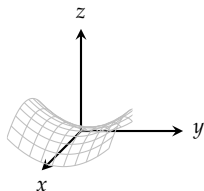
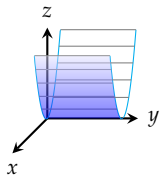


Ví dụ 2: $z = y^2$

- Đường cong (\mathcal{C})?
- Đường sinh ℓ ?

2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai



Ta xét một số *mặt bậc hai* trong không gian, cụ thể:

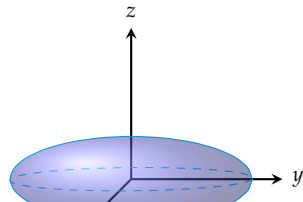
2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

Mặt bậc hai là đồ thị của phương trình bậc hai theo biến x, y và z theo dạng

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + D = 0, \quad Ax^2 + By^2 + Cz = 0$$

Ta có thể vẽ đồ thị mặt bậc hai bằng việc xét *giao tuyến* của nó với các mặt phẳng tọa độ hoặc mặt phẳng song song với các mặt phẳng tọa độ. Giao tuyến nhận được luôn là các đường cong bậc hai!



Ví dụ, vẽ đồ thị của *ellipsoid*

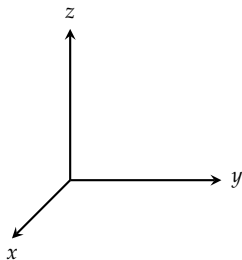
$$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1$$

2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

Vẽ đồ thị của Ellipsoid

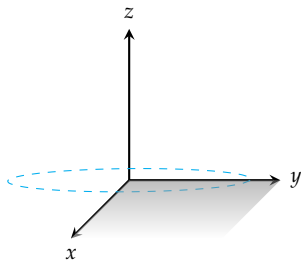
$$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1$$



2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

Vẽ đồ thị của Ellipsoid



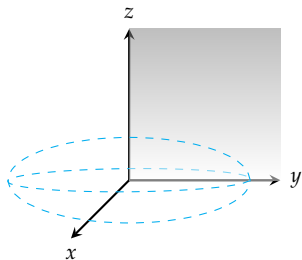
$$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1$$

Giao tuyến với mặt (Oxy) ($z = 0$): $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$

2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

Vẽ đồ thị của Ellipsoid



$$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1$$

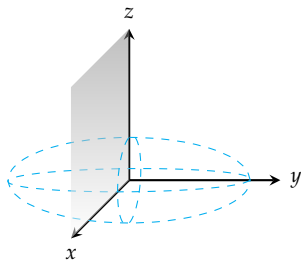
Giao tuyến với mặt (Oxy) ($z = 0$): $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$

Giao tuyến với mặt (Oyz) ($x = 0$): $\frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1$

2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

Vẽ đồ thị của Ellipsoid



$$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1$$

Giao tuyến với mặt (Oxy) ($z = 0$): $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$

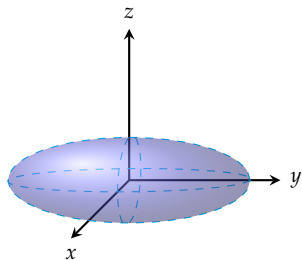
Giao tuyến với mặt (Oyz) ($x = 0$): $\frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1$

Giao tuyến với mặt (Oxz) ($y = 0$): $x^2 + \frac{z^2}{2} = 1$

2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

Vẽ đồ thị của Ellipsoid



$$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1$$

Giao tuyến với mặt (Oxy) ($z = 0$): $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$

Giao tuyến với mặt (Oyz) ($x = 0$): $\frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1$

Giao tuyến với mặt (Oxz) ($y = 0$): $x^2 + \frac{z^2}{2} = 1$

2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2.3. Mặt bậc hai

Ta có thể tìm thêm giao tuyến với các mặt *song song* với (Oxy) , (Oxz) , hay (Oyz) .

$$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1$$

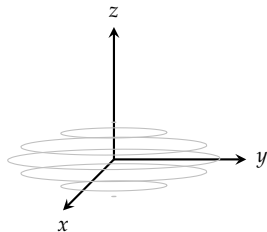
Giao tuyến với $z = k$:

$$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{k^2}{2} = 1$$

$$x^2 + \frac{y^2}{4} = 1 - \frac{k^2}{2}$$

$$\frac{x^2}{1 - k^2/2} + \frac{y^2}{4 - 2k^2} = 1$$

- Giao tuyến là các đường ellipse
- Không có giao tuyến nếu $|k| > \sqrt{2}$



2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

Ta có thể tìm thêm giao tuyến với các mặt *song song* với (Oxy) , (Oxz) , hay (Oyz) .

$$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1$$

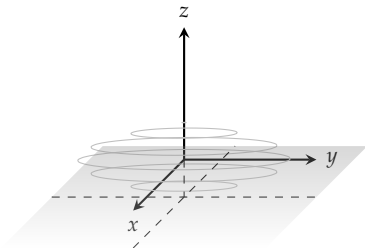
Giao tuyến với $z = k$:

$$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{k^2}{2} = 1$$

$$x^2 + \frac{y^2}{4} = 1 - \frac{k^2}{2}$$

$$\frac{x^2}{1 - k^2/2} + \frac{y^2}{4 - 2k^2} = 1$$

- Giao tuyến là các đường ellipse
- Không có giao tuyến nếu $|k| > \sqrt{2}$



2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

Ta có thể tìm thêm giao tuyến với các mặt *song song* với (Oxy) , (Oxz) , hay (Oyz) .

$$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1$$

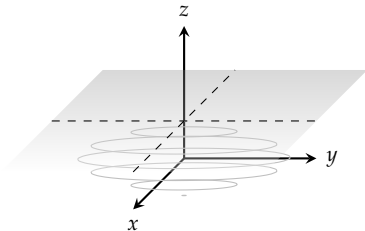
Giao tuyến với $z = k$:

$$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{k^2}{2} = 1$$

$$x^2 + \frac{y^2}{4} = 1 - \frac{k^2}{2}$$

$$\frac{x^2}{1 - k^2/2} + \frac{y^2}{4 - 2k^2} = 1$$

- Giao tuyến là các đường ellipse
- Không có giao tuyến nếu $|k| > \sqrt{2}$



2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

Ta có thể tìm thêm giao tuyến với các mặt *song song* với (Oxy) , (Oxz) , hay (Oyz) .

$$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1$$

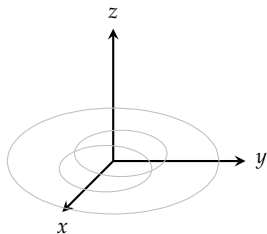
Giao tuyến với mặt $x = k$:

$$k^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1$$

$$\frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1 - k^2$$

$$\frac{y^2}{4 - 4k^2} + \frac{z^2}{2 - 2k^2} = 1$$

- Giao tuyến là các đường ellipse
- Không có giao tuyến nếu $|k| > 1$



2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2.3. Mặt bậc hai

Ta có thể tìm thêm giao tuyến với các mặt *song song* với (Oxy) , (Oxz) , hay (Oyz) .

$$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1$$

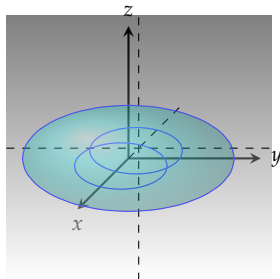
Giao tuyến với mặt $x = k$:

$$k^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1$$

$$\frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1 - k^2$$

$$\frac{y^2}{4 - 4k^2} + \frac{z^2}{2 - 2k^2} = 1$$

- Giao tuyến là các đường ellipse
- Không có giao tuyến nếu $|k| > 1$



2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2.3. Mặt bậc hai

Ta có thể tìm thêm giao tuyến với các mặt *song song* với (Oxy) , (Oxz) , hay (Oyz) .

$$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1$$

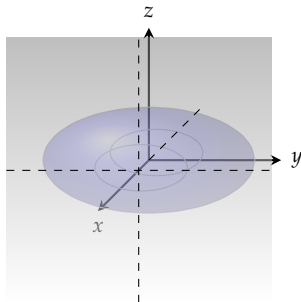
Giao tuyến với mặt $x = k$:

$$k^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1$$

$$\frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1 - k^2$$

$$\frac{y^2}{4 - 4k^2} + \frac{z^2}{2 - 2k^2} = 1$$

- Giao tuyến là các đường ellipse
- Không có giao tuyến nếu $|k| > 1$

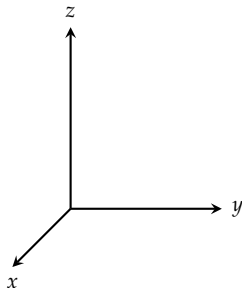


2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

Vẽ mặt *Paraboloid Elliptic*:

$$z = x^2 + y^2$$



Kết hợp lại. . .

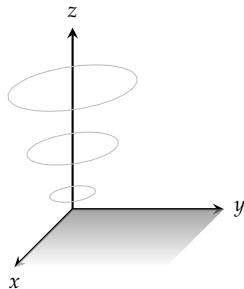
- Giao tuyến với mặt song song (Oxy) là các đường tròn
- Giao tuyến với mặt song song (Oyz) hay (Oxz) là các parabol

2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

Vẽ mặt *Paraboloid Elliptic*:

$$z = x^2 + y^2$$



Giao tuyến với mặt $z = k$: $x^2 + y^2 = k$

- Không có giao tuyến với mặt nằm dưới $z = 0$
- Giao tuyến là các đường tròn bán kính \sqrt{k} và tâm $(0, 0, k)$

Kết hợp lại...

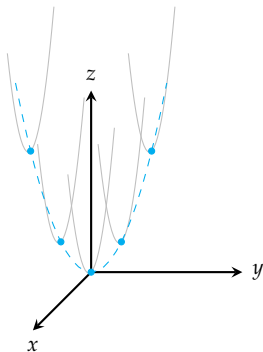
- Giao tuyến với mặt song song (Oxy) là các đường tròn
- Giao tuyến với mặt song song (Oyz) hay (Oxz) là các parabol

2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

Vẽ mặt *Paraboloid Elliptic*:

$$z = x^2 + y^2$$



Giao tuyến với mặt $y = k$: $x^2 + k^2 = z$

- Giao tuyến luôn tồn tại
- Giao tuyến là các parabol có bề lõm hướng lên trên, đỉnh $(0, k, k^2)$

Kết hợp lại...

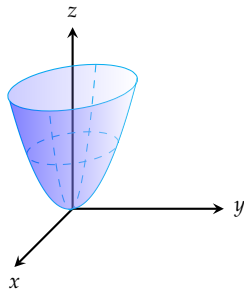
- Giao tuyến với mặt song song (Oxy) là các đường tròn
- Giao tuyến với mặt song song (Oyz) hay (Oxz) là các parabol

2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

Vẽ mặt *Paraboloid Elliptic*:

$$z = x^2 + y^2$$



Kết hợp lại. . .

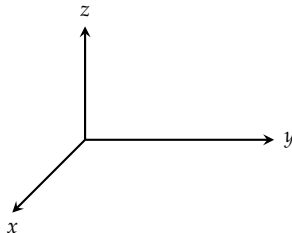
- Giao tuyến với mặt song song (Oxy) là các đường tròn
- Giao tuyến với mặt song song (Oyz) hay (Oxz) là các parabol

2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

Vẽ mặt *Paraboloid Hyperbolic*:

$$z = y^2 - x^2$$

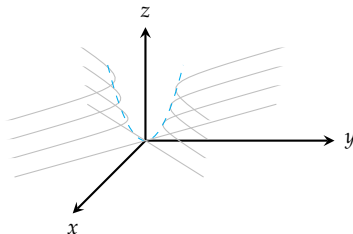


2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

Vẽ mặt *Paraboloid Hyperbolic*:

$$z = y^2 - x^2$$



Giao tuyến với mặt $z = k$: $y^2 - x^2 = k$

Đây là Hyperbol:

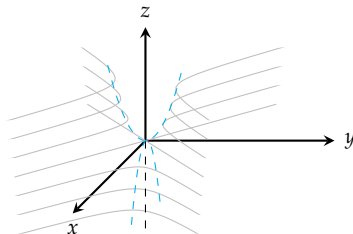
- Mở về hướng y nếu $k > 0$

2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

Vẽ mặt *Paraboloid Hyperbolic*:

$$z = y^2 - x^2$$



Giao tuyến với mặt $z = k$: $y^2 - x^2 = k$

Đây là Hyperbol:

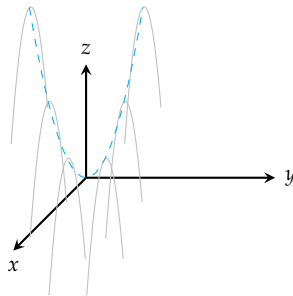
- Mở về hướng y nếu $k > 0$
- Mở về hướng x nếu $k < 0$

2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

Vẽ mặt *Paraboloid Hyperbolic*:

$$z = y^2 - x^2$$



Giao tuyến với mặt $y = k$:

$$z = k^2 - x^2$$

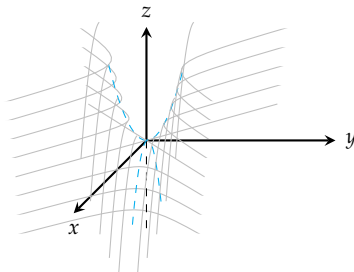
Parabol hướng bề lõm xuống, đỉnh tại $(k^2, 0)$

2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

Vẽ mặt *Paraboloid Hyperbolic*:

$$z = y^2 - x^2$$



Kết hợp lại ...

- Giao tuyến với các mặt song song với (Oxy) là các hyperbol
- Giao tuyến với các mặt song song với (Oxz) là các parabol hướng bề lõm xuống dưới

2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

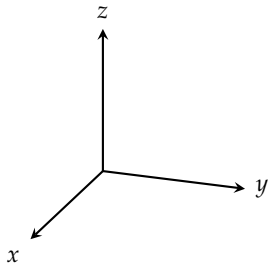
Vẽ mặt *Hyperboloid 1 tầng*:

$$x^2 + y^2 - z^2 = 1$$

Viết lại phương trình dưới dạng:

$$x^2 + y^2 = 1 + z^2$$

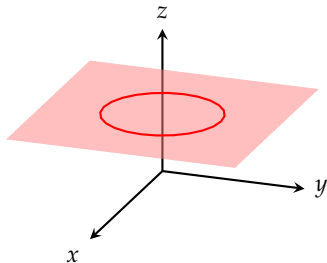
Giao tuyến với mặt $z = k$?



2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

Vẽ mặt *Hyperboloid 1 tầng*:



$$x^2 + y^2 - z^2 = 1$$

Viết lại phương trình dưới dạng:

$$x^2 + y^2 = 1 + z^2$$

Giao tuyến với mặt $z = k$?

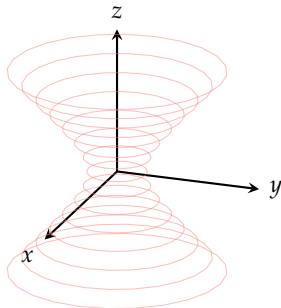
Phương trình: $x^2 + y^2 = 1 + k^2$

Giao tuyến: Đường tròn tâm $(0, 0, k)$,
bán kính $\sqrt{1 + k^2}$

2. Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2. 3. Mặt bậc hai

Vẽ mặt *Hyperboloid 1 tầng*:



$$x^2 + y^2 - z^2 = 1$$

Viết lại phương trình dưới dạng:

$$x^2 + y^2 = 1 + z^2$$

Giao tuyến với mặt $z = k$?

Phương trình: $x^2 + y^2 = 1 + k^2$

Giao tuyến: Đường tròn tâm $(0, 0, k)$,
bán kính $\sqrt{1 + k^2}$

Mặt: *hyperboloid 1 tầng* đối xứng qua
trục z



Nội dung

Nhắc lại Kiến thức

1.1 Giải tích 1

1.2 Từ 2D tới 3D

Một số đường bậc hai và mặt bậc hai

2.1 Đường bậc hai

2.2 Mặt trụ

2.3 Mặt bậc hai

Trao đổi



TRAO ĐỔI