

Câu 1 : Cho $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$. Gọi D_f là miền xác định của $f(x, y)$; E_f là miền giá trị của $f(x, y)$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- | | |
|---|---|
| Ⓐ $D_f = \mathbb{R} - \{0\}; E_f = \mathbb{R}$. | Ⓒ $D_f = \mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\}; E_f = \mathbb{R}^2$. |
| Ⓑ $D_f = \mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\}; E_f = \mathbb{R}$. | Ⓓ $D_f = \mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\}; E_f = (0, +\infty)$. |

Câu 2 : Tính diện tích miền phẳng giới hạn bởi $x^2 + y^2 \leq 9$ và $x^2 + y^2 \leq 2y$

- | | | | |
|------------|------------|-------------|--------------------|
| Ⓐ 8π . | Ⓑ 4π . | Ⓒ 10π . | Ⓓ Các câu kia sai. |
|------------|------------|-------------|--------------------|

Câu 3 : Tính diện tích miền phẳng giới hạn bởi $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1$ và $y \geq 0, x \leq 0$

- | | | | |
|----------------------|----------------------|------------|--------------------|
| Ⓐ $\frac{3\pi}{2}$. | Ⓑ $\frac{3\pi}{4}$. | Ⓒ 3π . | Ⓓ Các câu kia sai. |
|----------------------|----------------------|------------|--------------------|

Câu 4 : Tìm $f'_x(0, 0); f'_y(0, 0)$ với $f(x, y) = \begin{cases} (x+y)\arctg(\frac{x}{y})^2, & y \neq 0 \\ \frac{\pi}{2}x, & y = 0 \end{cases}$

- | | | | |
|--------------------------------------|--------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| Ⓐ $f'_x = \frac{\pi}{2}; f'_y = 0$. | Ⓑ $f'_x = 0; f'_y = 0$. | Ⓒ $f'_x = \frac{\pi}{2}; f'_y = 0$. | Ⓓ $f'_x = \frac{\pi}{2}; f'_y = 1$. |
|--------------------------------------|--------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|

Câu 5 : Đổi thứ tự lấy tích phân $I = \int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{x}} f(x, y) dy + \int_2^4 dx \int_{x-2}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$

- | | |
|---|---|
| Ⓐ $I = \int_0^2 dy \int_{y+2}^{y^2} f(x, y) dx$. | Ⓒ $I = \int_0^2 dy \int_{y^2}^{y+2} f(x, y) dx$. |
| Ⓑ Ba câu kia sai. | Ⓓ $I = \int_0^2 dy \int_{y+2}^4 f(x, y) dx$. |

Câu 6 : Tính $I = \int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 \cos(x^3 - 1) dx$

- | | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| Ⓐ $I = -\frac{1}{2} \sin 1$. | Ⓑ $I = -\frac{1}{3} \sin 1$. | Ⓒ $I = \frac{1}{3} \sin 1$. | Ⓓ $I = \frac{1}{2} \sin 1$. |
|-------------------------------|-------------------------------|------------------------------|------------------------------|

Câu 7 : Cho $f(x, y) = (x+2y)e^{3x+y}$. Tính $I = \frac{\partial^{10}}{\partial x^{10}} f(1, 0)$?

- | | | | |
|---------------------|-------------------|-----------------|----------------------|
| Ⓐ $I = 4.3^9 e^3$. | Ⓑ $I = 3^9 e^3$. | Ⓒ $I = 11e^3$. | Ⓓ $I = 13.3^9 e^3$. |
|---------------------|-------------------|-----------------|----------------------|

Câu 8 : Cho $f(x, y) = \int_{x^2}^{\sin(x+y^2)} e^{t^2} dt$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- | | |
|--|--|
| Ⓐ Ba câu kia sai. | Ⓒ $f'_x(x, y) = e^{\sin^2(x+y^2)} \cdot \cos(x+y^2)$. |
| Ⓑ $f'_x(x, y) = e^{\sin^2(x+y^2)} - e^{x^4}$. | Ⓓ $f'_x(x, y) = e^{\sin^2(x+y^2)} \cdot \cos(x+y^2) - 2xe^{x^4}$. |

Câu 9 : Tính $I = \iint_D 2dxdy; D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 0 \leq x; x^2 \leq y; y \leq x+2\}$

- | | | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| Ⓐ $I = \frac{20}{3}$. | Ⓑ $I = \frac{10}{3}$. | Ⓒ $I = \frac{26}{3}$. | Ⓓ $I = \frac{25}{6}$. |
|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|

Câu 10 : Tính $I = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x^2 + y^2) \cos \frac{1}{x^2 + y^2}$.

- | | | | |
|-------------|-------------------|-----------------|-------------|
| Ⓐ $I = 0$. | Ⓑ $I = +\infty$. | Ⓒ $\exists I$. | Ⓓ $I = 1$. |
|-------------|-------------------|-----------------|-------------|

Câu 11 : Cho $f(x, y) = g(x - 2y, 2x + y)$; đặt $u(x, y) = x - 2y; v(x, y) = 2x + y$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (a) $df(x, y) = g'_u dx + g'_v dy.$
- (c) $df(x, y) = 3g'_u dx - g'_v dy.$
- (b) $df(x, y) = (g'_u - 2g'_v)dx + (g'_v - 2g'_u)dy.$
- (d) $df(x, y) = (g'_u + 2g'_v)dx + (g'_v - 2g'_u)dy.$

Câu 12 : Tìm giá trị lớn nhất $A = \max f$, giá trị nhỏ nhất $B = \min f$ của $f(x, y) = 1 - 3x - 4y$ trên miền D: $x^2 + y^2 \leq 25$.

- (a) $A = f(3, 2) = -16; B = f(-3, -2) = 18.$
- (c) $A = f(-3, -4) = 26; B = f(3, 4) = -24.$
- (b) Ba câu kia sai.
- (d) $A = f(3, -4) = 8; B = f(-3, 4) = -6.$

Câu 13 : Cho $f(x, y) = e^{x+y}$. Tìm khai triển Taylor hàm f đến cấp 2 tại lân cận của điểm $M_0(1, 0)$.

- (a) $1 + (x - 1) + y + \frac{(x-1)^2}{2} + y(x-1) + \frac{y^2}{2} + o(\rho^2); \rho = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}.$
- (b) $e + e(x-1) + ey + e\frac{(x-1)^2}{2} + ey(x-1) + e\frac{y^2}{2} + o(\rho^2); \rho = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}.$
- (c) $e - e(x-1) + ey + e\frac{(x-1)^2}{2} - ey(x-1) + e\frac{y^2}{2} + o(\rho^2); \rho = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}.$
- (d) Ba câu kia sai.

Câu 14 : Viết phương trình mặt phẳng tiếp diện của mặt bậc hai $z = 4x^2 - y^2 + 2y$ tại $(-1, 2, 4)$.

- (a) $8x + 2y + z = 0.$
- (b) $8x + 2y - z = 0.$
- (c) $x + 2y + z = 7.$
- (d) $4x + 2y - z + 4 = 0.$

Câu 15 : Tìm $\frac{df}{dt}$, biết $f(x, y) = x \ln(x + 2y); x = \sin t, y = \cos t$.

- (a) $\cos t \cdot [\ln(x + 2y) + \frac{x}{x+2y}].$
- (c) $[\ln(x + 2y) + \frac{x}{x+2y}] - \frac{2x}{x+2y}.$
- (b) $\cos t \cdot [\ln(x + 2y) + \frac{x}{x+2y}] - \frac{2x}{x+2y} \sin t.$
- (d) $[\ln(x + 2y) + \frac{x}{x+2y}] - \frac{2x}{x+2y} \sin t.$

Câu 16 : Tìm f'_x , biết $f(x, t) = e^{\sin(\frac{t}{x})}$

- (a) $-\frac{t}{x^2}e^{\sin(\frac{t}{x})}.$
- (b) $-\frac{t}{x^2} \cos(\frac{t}{x})e^{\sin(\frac{t}{x})}.$
- (c) $\cos(\frac{t}{x^2})e^{\sin(\frac{t}{x})}.$
- (d) $\frac{t}{x^2} \cos(\frac{t}{x})e^{\sin(\frac{t}{x})}.$

Câu 17 : Tìm $\frac{\partial f}{\partial t}$, biết $f(x, y) = e^x \sin y; x = st^2, y = s^2t$.

- (a) $2ste^{st^2} \sin(s^2t).$
- (c) Các câu kia sai.
- (b) $e^{st^2} \sin(s^2t) + e^{st^2} \cos(s^2t).$
- (d) $2ste^{st^2} \sin(s^2t) - s^2e^{st^2} \cos(s^2t).$

Câu 18 : Cho hàm $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1$. Khẳng định nào đúng?

- (a) f đạt cực tiểu tại $(1, 1)$ và tại $(-1, -1)$.
- (c) Hàm chỉ có một cực tiểu và một cực đại.
- (b) f không đạt cực trị tại $(-1, -1)$.
- (d) Hàm chỉ có một cực tiểu.

Câu 19 : Tìm f'''_{xxy} , biết $f(x, y) = e^{xy^2}$.

- (a) $2y^3e^{xy^2}(2 - xy^2).$
- (b) $4y^3e^{xy^2}.$
- (c) $2y^3e^{xy^2}(2 + xy^2).$
- (d) Các câu kia sai.

Câu 20 : Cho $f(x, y) = \ln(x + y + 3)$. Tìm khai triển Maclaurin của hàm f đến cấp 2.

Ký hiệu $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$

- (a) $\ln 3 + \frac{x}{3} + \frac{y}{3} - \frac{x^2}{18} - \frac{xy}{9} - \frac{y^2}{18} + o(\rho^2).$
- (c) Các câu kia sai.
- (b) $\ln 3 + \frac{x}{3} + \frac{y}{3} - \frac{x^2}{9} - \frac{xy}{9} - \frac{y^2}{9} + o(\rho^2).$
- (d) $\ln 3 + \frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{x^2}{18} + \frac{xy}{9} + \frac{y^2}{18} + o(\rho^2).$

Câu 21 : Tìm $df(0, 1)$, biết $f(x, y) = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$

- (a) $2dx + dy.$
- (b) $2dx + 3dy.$
- (c) $dx - dy.$
- (d) $dx + dy.$

Câu 22 : Cho mặt bậc hai $x^2 + x + 1 = z$. Đây là mặt gì?

- (a) Mặt trụ. (b) Mặt cầu. (c) Paraboloid elliptic. (d) Các câu kia sai.

Câu 23 : Cho mặt bậc hai $z + x^2 + y^2 + x + y = 3$. Đây là mặt gì?

- (a) Mặt trụ. (b) Paraboloid elliptic. (c) Mặt cầu. (d) Ellipsoid.

Câu 24 : Tìm cực trị tự do của $f(x, y) = (x^2 + y)e^{y/2}$.

- (a) $(0, -2)$ là điểm cực đại. (c) $(0, -2)$ không là điểm dừng.
(b) $(0, 0)$ là điểm cực đại. (d) $(0, -2)$ là điểm cực tiểu.

Câu 25 : Viết phương trình mặt phẳng tiếp diện của mặt cong $z = e^{x^2-y^2}$ tại $(1, -1, 1)$.

- (a) $2x + 2y - z + 1 = 0$. (b) $x + 2y - z + 2 = 0$. (c) $2x - 2y + z - 5 = 0$. (d) Các câu kia sai.

Câu 26 : Tìm z'_y , biết $z = z(x, y)$ là hàm ẩn xác định từ phương trình $\ln(x + yz) = 1 + xy^2z^3$.

- (a) $\frac{2xyz^3(x + yz) - z}{y + 3xy^2z^2(x + yz)}$. (c) Các câu kia sai.
(b) $\frac{2xyz^3(x + yz) - z}{y - 3xy^2z^2(x + yz)}$. (d) $\frac{z - 2xyz^3(x + yz)}{y - 3xy^2z^2(x + yz)}$.

Câu 27 : Ý nghĩa hình học của $f'_x(1, 2)$ là: (ký hiệu: hệ số góc của tiếp tuyến là HSGTT)

- (a) HSGTT với đường cong là giao của $y = 2$ và $f(x, y)$ tại điểm có hoành độ bằng 1.
(b) HSGTT với đường cong là giao của $y = 1$ và $f(x, y)$ tại điểm có hoành độ bằng 2.
(c) HSGTT với đường cong là giao của $x = 1$ và $f(x, y)$ tại điểm có tung độ bằng 2.
(d) Các câu kia sai.

Câu 28 : Tìm $df(3, 4)$, biết $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

- (a) $3dx + 4dy$. (b) $\frac{3}{5}dx + \frac{4}{5}dy$. (c) $\frac{3}{10}dx + \frac{4}{10}dy$. (d) $\frac{7}{5}$.

Câu 29 : Cho hàm số $f(x, y) = x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (a) Các câu kia sai. (c) f không có cực trị tại $(-1, -1)$.
(b) f đạt cực tiểu tại $(-1, -1)$. (d) f đạt cực đại tại $(-1, -1)$.

Câu 30 : Cho hàm $f(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$. Khẳng định nào đúng?

- (a) f đạt cực tiểu tại $(0, 0)$, cực đại tại $(-1, -2)$.
(b) f có 3 điểm dừng.
(c) f đạt cực đại tại $(0, 0)$, không có cực trị tại $(-1, -2)$.
(d) f đạt cực tiểu tại $(0, 0)$, không có cực trị tại $(-1, -2)$.

Câu 31 : Tìm giá trị lớn nhất (GTLN), giá trị nhỏ nhất (GTNN) của $f(x, y) = x^2 + 2y^2$ trên miền $x^2 + y^2 \leq 1$.

- (a) GTLN = 1, GTNN = 0. (c) GTLN = 2, GTNN = -1.
(b) GTLN = 0, GTNN = -1. (d) Các câu kia sai.

Câu 32 : Tìm đạo hàm riêng cấp hai $z''_{xx}(1, 0)$ của hàm 2 biến $z = \ln(x + y^2 + 1)$.

- (a) $-\frac{1}{4}$. (b) $\frac{1}{2}$. (c) $\frac{1}{4}$. (d) $\frac{1}{3}$.

Câu 33 : Cho $f(x, y) = \frac{xy}{x+y}$. Tính $df(2, -1)$

- Ⓐ $dx + 4dy$. Ⓑ $dx + dy$. Ⓒ Các câu kia sai. Ⓓ $4dx + dy$.

Câu 34 : Tính tích phân $I = \iint_D (x+y)dxdy$ với D giới hạn bởi các đường $x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 4, y = 0, y = x$ lấy phần $x \geq 0$.

- Ⓐ Các câu kia sai. Ⓑ $I = \frac{2}{3}$. Ⓒ $I = \frac{1}{3}$. Ⓓ $I = \frac{7}{3}$.

Câu 35 : Cho mặt bậc hai $x + \sqrt{3y^2 + z^2} - 1 = 0$. Đây là mặt gì?

- Ⓐ Mặt trụ. Ⓑ Paraboloid elliptic. Ⓒ Nửa mặt cầu. Ⓓ Mặt nón một phía.

Câu 36 : Tính tích phân $I = \iint_D \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}dxdy$ với D giới hạn bởi các đường $x^2 + y^2 = 4, y = x, y = x\sqrt{3}$ lấy phần $y \geq x$.

- Ⓐ $I = \frac{\pi}{3}$. Ⓑ $I = \frac{\pi}{6}$. Ⓒ $I = \frac{2}{9}$. Ⓓ Các câu kia sai.

Câu 37 : Tính tích phân $I = \iint_D 2y dxdy$ với D giới hạn bởi các đường $x = y^2 + y - 1, x = y + 3$.

- Ⓐ $I = -16$. Ⓑ $I = 0$. Ⓒ $I = 16$. Ⓓ $I = 4$.

Câu 38 : Tính tích phân $I = \iint_D (x+y)dxdy$ với D giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = x$.

- Ⓐ $I = 3/20$. Ⓑ $I = 1/3$. Ⓒ $I = 3/10$. Ⓓ Các câu kia sai.

Câu 39 : Tìm z'_x , biết $z = z(x, y)$ là hàm ẩn xác định từ phương trình $xe^y + yz + ze^x = 0$.

- Ⓐ $\frac{e^y + ze^x}{y + e^x}$. Ⓑ $-\frac{e^y + ze^x}{y + e^x}$. Ⓒ $-\frac{e^y}{y + e^x}$. Ⓓ $-\frac{y + e^x}{e^y + ze^x}$.

Câu 40 : Cho $f(x, y) = \frac{2 \cos x}{e^y}$. Tìm khai triển Maclaurin của hàm f đến cấp 2.

- Ⓐ Các câu kia sai. Ⓑ $2 - 2y - x^2 + y^2 + o(\rho^2)$. Ⓒ $1 + 2y + x^2 - y^2 + o(\rho^2)$. Ⓓ $2x - 2y - x^2 + y^2 + o(\rho^2)$.

Câu 41 : Tính tích phân $I = \iint_D x dxdy$ với D là tam giác OAB, $O(0, 0), A(1, 1), B(0, 1)$.

- Ⓐ $I = \frac{1}{9}$. Ⓑ Các câu kia sai. Ⓒ $I = \frac{1}{6}$. Ⓓ $I = \frac{1}{3}$.

Câu 42 : Cho $f(x, y) = x \ln(xy)$. Tính f'''_{xy^2} .

- Ⓐ 0. Ⓑ $\frac{1}{y^2}$. Ⓒ $\frac{-1}{y^2}$. Ⓓ $\frac{1}{xy}$.

Câu 43 : Cho mặt bậc hai $\sqrt{4 - 2x^2 - z^2} + y - 1 = 0$. Đây là mặt gì?

- Ⓐ Nửa mặt ellipsoid. Ⓑ Paraboloid elliptic. Ⓒ Mặt cầu. Ⓓ Mặt trụ.

Câu 44 : Tính $I = \iiint_{\Omega} x dxdydz$ với Ω giới hạn bởi $y = x; y = 3x; x = 1; z = 0; z = 4 - y$.

- Ⓐ $I = \frac{2}{5}$. Ⓑ $I = \frac{1}{3}$. Ⓒ $I = \frac{5}{3}$. Ⓓ Các câu kia sai.

Câu 45 : Khảo sát cực trị của hàm $z = 5 - 4x - 8y$ với điều kiện $x^2 - 8y^2 = 8$. Cho $P(4, -1)$ là điểm dừng của hàm Lagrange ứng với $\lambda = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (a) P là điểm cực tiểu có điều kiện.
- (c) P là điểm cực đại có điều kiện.
- (b) Các câu khác đều sai.
- (d) P không là điểm cực trị có điều kiện.

Câu 46 : Tính $I = \iiint_{\Omega} x dx dy dz$ với Ω giới hạn bởi $y = x; y = 2x; x = 1; z = 0; z = 4 - x$.

- (a) $I = \frac{1}{3}$.
- (b) $I = \frac{13}{12}$.
- (c) $I = \frac{2}{13}$.
- (d) Các câu kia sai.

Câu 47 : Tìm vi phân cấp một dz của hàm 2 biến $z = \sin x + \cos y + xy$

- (a) Các câu kia sai.
- (c) $dz = (\cos x - y)dx + (x - \sin y)dy$.
- (b) $dz = (\cos x + y)dx + (x - \sin y)dy$.
- (d) $dz = (\cos x + y)dx + (x + \sin y)dy$.

Câu 48 : Tìm $y'(x)$, biết $y = y(x)$ là hàm ẩn xác định từ phương trình $y^5 + x^2y^3 = 1 + ye^{x^2}$.

- (a) $\frac{2xye^{x^2}}{5y^4 + 3x^2y^2 - e^{x^2}}$.
- (b) $\frac{2xye^{x^2} + 2xy^3}{5y^4 + 3x^2y^2}$.
- (c) Các câu kia sai.
- (d) $\frac{2xy^3 - 2xye^{x^2}}{5y^4 + 3x^2y^2 - e^{x^2}}$.

Câu 49 : Hàm $f(t) = e^{\sqrt[3]{t}}$ với $t = x^2 + y^2$ thoả phương trình nào sau đây

- (a) Các câu kia sai.
- (b) $xf'_x + yf'_y = 0$.
- (c) $yf'_x + xf'_y = 0$.
- (d) $yf'_x - xf'_y = 0$.

Câu 50 : Cho hàm số $f(x, y) = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right)$. Tính $df(1, 1)$

- (a) $\frac{1}{5}dx + \frac{2}{5}dy$.
- (b) $\frac{1}{2}dx - \frac{1}{2}dy$.
- (c) $2dx - \frac{2}{5}dy$.
- (d) $\frac{1}{2}dx + \frac{1}{2}dy$.

Câu 51 : Tính tích phân $I = \iint_D (x + y + 1) dx dy$ với D là miền giới hạn bởi $0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 2$.

- (a) $I = 3$.
- (b) $I = 5$.
- (c) Các câu kia sai.
- (d) $I = 2$.

Câu 52 : Tính tích phân $I = \iint_D \sqrt{1 - x^2 - y^2} dx dy$ với D là hình tròn đơn vị.

- (a) $I = \frac{2\pi}{3}$.
- (b) $I = \frac{\pi}{2}$.
- (c) Các câu kia sai.
- (d) $I = \pi$.

Câu 53 : Cho mặt bậc hai $x^2 - y^2 - z^2 = 2y + 1$. Đây là mặt gì?

- (a) Mặt trụ.
- (b) Paraboloid elliptic.
- (c) Mặt cầu.
- (d) Mặt nón hai phía.

Câu 54 : Khảo sát cực trị tự do của hàm $z = 3(x^2 + y^2) - x^3 + 4y$. Cho $P(0, -\frac{2}{3})$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (a) P là điểm cực tiểu.
- (c) P không là điểm cực trị.
- (b) P là điểm cực đại.
- (d) P không là điểm dừng.

Câu 55 : Cho $f(x, y) = \frac{8e^x}{2+y}$. Tìm khai triển Maclaurin của hàm f đến cấp 2.

- (a) Các câu kia sai.
- (c) $4 + 4x - 2y + 2x^2 - 2xy + y^2 + o(\rho^2)$.
- (b) $4 + 2x - 3y + 4x^2 - 2xy + y^2 + o(\rho^2)$.
- (d) $4x + 2y + 2x^2 + 2xy + y^2 + o(\rho^2)$.

Câu 56 : Cho $f(x, y) = \sqrt[3]{x^3 - y^3}$. Tính $f'_x(0, 0), f'_y(0, 0)$.

- (a) $f'_x(0, 0) = 1, f'_y(0, 0) = -1$.
- (c) Các câu kia sai.
- (b) $f'_x(0, 0) = 1, f'_y(0, 0) = 1$.
- (d) không tồn tại.

Câu 57 : Tính tích phân $I = \iint_D \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$ với D là miền $x^2 + y^2 \leq 2x; y \leq x\sqrt{3}; y \geq x$.

- Ⓐ $I = \sqrt{3} + \sqrt{2}$. Ⓑ $I = \sqrt{3} - \sqrt{2}$. Ⓒ $I = \sqrt{2}$. Ⓓ Các câu kia sai.

Câu 58 : Cho mặt bậc hai $x^2 + z^2 + y = 2x + 1$. Đây là mặt gì?

- Ⓐ Mặt cầu. Ⓑ Paraboloid elliptic. Ⓒ Nón một phía. Ⓓ Mặt trụ.

Câu 59 : Tính tích phân $I = \iint_D (xy + 2y) dx dy$ với D là tam giác OAB, $O(0,0), A(1,1), B(2,0)$.

- Ⓐ Các câu kia sai. Ⓑ $I = 2$. Ⓒ $I = 1$. Ⓓ $I = -1$.

Câu 60 : Tìm $df(-6, 4)$, biết $f(x, y) = \sin(2x + 3y)$

- Ⓐ $2dx + 3dy$. Ⓑ $3dx + dy$. Ⓒ Các câu kia sai. Ⓓ $2dx - 3dy$.

Câu 61 : Cho mặt bậc hai $\sqrt{4 - x^2 - z^2} + 3 - y = 0$. Đây là mặt gì?

- Ⓐ Nửa mặt cầu. Ⓑ Paraboloid elliptic. Ⓒ Mặt trụ. Ⓓ Mặt nón một phía.

Câu 62 : Cho $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$. Tìm miền xác định D_f và miền giá trị E_f .

- Ⓐ $D_f = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}; E_f = (0, +\infty)$. Ⓑ Các câu kia sai.
Ⓑ $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}; E_f = [0, +\infty)$. Ⓒ $D_f = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}; E_f = [0, +\infty)$.

Câu 63 : Tính $I = \iint_D x dx dy$ với D là nửa hình tròn $x^2 + (y-2)^2 \leq 1, x \geq 0$.

- Ⓐ Các câu kia sai. Ⓑ $I = \frac{3}{2}$. Ⓒ $I = \frac{-1}{2}$. Ⓓ $I = \frac{2}{3}$.

Câu 64 : Cho hàm $z = z(x, y)$ xác định từ phương trình $z^3 - 4xz + y^2 - 4 = 0$. Tính $z'_y(1, -2)$ nếu $z(1, -2) = 2$.

- Ⓐ $-\frac{1}{2}$. Ⓑ Các câu kia sai. Ⓒ $\frac{2}{3}$. Ⓓ $\frac{1}{2}$.

Câu 65 : Đổi thứ tự lấy tích phân trong tích phân kép $\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^1 f(x, y) dx$

- Ⓐ $\int_{-1}^0 dx \int_{x^2}^1 f(x, y) dy + \int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy$. Ⓑ Các câu kia sai.
Ⓑ $\int_{-1}^0 dx \int_{x^2}^1 f(x, y) dy$. Ⓒ $\int_{-1}^0 dx \int_{x^2}^1 f(x, y) dy + \int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy$.

Câu 66 : Cho $f(x, y) = y \ln(xy)$. Tính f''_{xx} .

- Ⓐ $\frac{-y}{x^2}$. Ⓑ Các câu kia sai. Ⓒ 0. Ⓓ $\frac{y}{x^2}$.

Câu 67 : Cho $f(x, y) = \frac{x+y}{2x+y}$. Tính $df(1, 1)$

- Ⓐ $\frac{2}{3}dx - \frac{1}{3}dy$. Ⓑ Các câu kia sai. Ⓒ $\frac{-1}{9}dx + \frac{1}{9}dy$. Ⓓ $\frac{-1}{3}dx + \frac{1}{3}dy$.

Câu 68 : Cho $f = f(u, v) = e^{uv}, u = u(x, y) = x^3y, v = v(x, y) = x^2$. Tính df .

- Ⓐ $ve^{uv}(3x^2ydx + x^3dy) + ue^{uv}2xdx$. Ⓑ $ve^{uv}x^3dy + ue^{uv}2xdx$.
Ⓑ $ve^{uv}3x^2ydx + ue^{uv}2xdy$. Ⓒ Các câu kia sai.

Câu 69 : Cho mặt bậc hai $y + \sqrt{4x^2 + z^2} + 2 = 0$. Đây là mặt gì?

- Ⓐ Mặt trụ. Ⓑ Nửa mặt cầu. Ⓒ Paraboloid elliptic. Ⓓ Mặt nón một phía.

Câu 70 : Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $z = x^2 + xy - 1$ trong tam giác ABC với $A(1, 1); B(2, 2); C(3, 1)$

- (a) $z_{max} = 11, z_{min} = 7.$
- (c) Các câu kia sai.
- (b) $z_{max} = 11, z_{min} = -7.$
- (d) $z_{max} = 11, z_{min} = 1.$

Câu 71 : Giá trị lớn nhất M và nhỏ nhất m của $f(x, y) = 3 + 2xy$ trên $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$

- (a) $M = 4, m = 2.$
- (b) $M = 4, m = 0.$
- (c) Các câu kia sai.
- (d) $M = 4, m = 3.$

Câu 72 : Cho mặt bậc hai $x^2 + z^2 - y^2 = 2x + 2z - 2$. Đây là mặt gì?

- (a) Paraboloid elliptic.
- (b) Mặt cầu.
- (c) Mặt nón 2 phía.
- (d) Mặt trụ.

Câu 73 : Cho $f(x, y) = 2x^2 - 3xy + y^3$. Tính $d^2f(1, 1)$.

- (a) $4dx^2 - 3dxdy + 6dy^2.$
- (c) $4dx^2 - 6dxdy + 6dy^2.$
- (b) Các câu kia sai.
- (d) $2dx^2 + 6dxdy + 6dy^2.$

Câu 74 : Tính tích phân $I = \iint_D 12y dxdy$ với D giới hạn bởi các đường $x = y^2, x = y$.

- (a) $I = \frac{3}{20}.$
- (b) $I = 1.$
- (c) Các câu kia sai.
- (d) $I = 4.$

Câu 75 : Cho hàm 2 biến $z = (x + y^2)e^{x/2}$ và điểm $P(-2, 0)$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- (a) P không là điểm dừng.
- (c) Các câu kia sai.
- (b) P là điểm đạt cực tiểu.
- (d) P là điểm đạt cực đại.

Câu 76 : Tính tích phân $I = \iint_D 2x dxdy$ với D giới hạn bởi các đường $y = 2 - x^2, y = x$.

- (a) $I = \frac{3}{20}.$
- (b) $I = \frac{-9}{2}.$
- (c) $I = \frac{3}{10}.$
- (d) Các câu kia sai.

Câu 77 : Tính $I = \iint_D y dxdy$ với D là nửa hình tròn $x^2 + (y - 1)^2 \leq 1, x \leq 0$.

- (a) $I = \frac{1}{2}.$
- (b) $I = \frac{\pi}{3}.$
- (c) $I = \frac{\pi}{2}.$
- (d) Các câu kia sai.

Câu 78 : Đổi thứ tự lấy tích phân trong tích phân kép $\int_{-1}^2 dy \int_{y^2-1}^{y+1} f(x, y) dx$

- (a) $\int_{-1}^3 dx \int_{x-1}^{\sqrt{x+1}} f(x, y) dy.$
- (b) $\int_{-1}^0 dx \int_{-\sqrt{x+1}}^{\sqrt{x+1}} f(x, y) dy + \int_0^3 dx \int_{x-1}^{\sqrt{x+1}} f(x, y) dy.$
- (c) $\int_{-1}^0 dx \int_0^{\sqrt{x+1}} f(x, y) dy + \int_0^3 dx \int_{x-1}^{\sqrt{x+1}} f(x, y) dy.$
- (d) Các câu kia sai.

Câu 79 : Cho $f(x, y) = \frac{x}{1 + x + 2y}$. Tìm khai triển Maclaurin của hàm f đến cấp 3.

- (a) $x - x^2 - 2xy + x^3 + 4x^2y + 4xy^2 + o(\rho^3).$
- (c) Các câu kia sai.
- (b) $x - x^2 - 2xy + x^3 + 2xy^2 + o(\rho^3).$
- (d) $x + x^2 + 2xy - 4x^2y + 2xy^2 + o(\rho^3).$

Câu 80 : Tính tích phân $I = \iint_D 3dxdy$ với D giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 4x^2, y = 4$ ($x \geq 0$).

- (a) Các câu kia sai.
- (b) $I = 2.$
- (c) $I = 8.$
- (d) $I = 6.$

Câu 81 : Giá trị lớn nhất M và nhỏ nhất m của hàm $f(x, y) = xy + x - y$ trên miền $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 4\}$ là

- Ⓐ Các câu kia sai. Ⓑ $M = 5, m = -4$. Ⓒ $M = 4, m = -1$. Ⓓ $M = 4, m = -4$.

Câu 82 : Cho hàm hợp $f = f(u, v)$, với $u = 2x + 3y, v = x^2 + 2y$. Tìm $df(x, y)$

- Ⓐ $(2f'_u + 2xf'_v)dx + (3f'_u + 2f'_v)dy$. Ⓑ $2f'_u dx + 2f'_v dy$.
Ⓑ $(2 + 2x)dx + 3dy$. Ⓒ Các câu kia đều sai.

Câu 83 : Cho mặt bậc hai $x^2 - z^2 + y^2 = 2x + 2z$. Đây là mặt gì?

- Ⓐ Mặt cầu. Ⓑ Mặt ellipsoid. Ⓒ Mặt nón 2 phía. Ⓓ Mặt trụ.

Câu 84 : Cho $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$. Tìm miền xác định D_f và miền giá trị E_f .

- Ⓐ $D_f = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}; E_f = [0, +\infty)$. Ⓑ $D_f = \mathbb{R}^2; E_f = [1, +\infty)$.
Ⓒ Các câu kia sai. Ⓓ $D_f = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}; E_f = \mathbb{R}$.

Câu 85 : Cho $f(x, y) = \frac{2x - y}{x + y}$. Tính $df(1, 1)$

- Ⓐ $\frac{1}{3}dx - \frac{2}{3}dy$. Ⓑ $\frac{3}{4}dx - \frac{3}{4}dy$. Ⓒ Các câu kia sai. Ⓓ $-\frac{3}{2}dx + \frac{1}{2}dy$.

Câu 86 : Cho mặt bậc hai $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 2 = 0$. Đây là mặt gì?

- Ⓐ Mặt cầu. Ⓑ Paraboloid elliptic. Ⓒ Mặt trùtròn. Ⓓ Mặt trụ elip.

Câu 87 : Cho mặt bậc hai $x + \sqrt{1 - y^2 - z^2} - 2 = 0$. Đây là mặt gì?

- Ⓐ Paraboloid elliptic. Ⓑ Mặt trụ. Ⓒ Nửa mặt cầu. Ⓓ Mặt nón một phía.

Câu 88 : Cho $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 2y^2}$. Tìm miền xác định D của $f'_x(x, y)$.

- Ⓐ Các câu kia sai. Ⓑ $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x \neq 0\}$.
Ⓒ $D = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$. Ⓓ $D = \mathbb{R}^2$.

Câu 89 : Cho hàm $z = z(x, y)$ là hàm ẩn được xác định từ phương trình $z - x = y \cos(z - x)$. Tìm $I = dz(\frac{\pi}{4}, 0)$; biết $z(\frac{\pi}{4}, 0) = \frac{\pi}{2}$.

- Ⓐ $I = dx - \frac{\sqrt{2}}{2}dy$. Ⓑ $I = dx + \frac{\sqrt{2}}{2}dy$. Ⓒ $I = -dx + \frac{\sqrt{2}}{2}dy$. Ⓓ Các câu kia sai.

Câu 90 : Cho $f(x, y) = x^3 - 3xy + 2y^2$. Tính $d^2f(2, 1)$.

- Ⓐ $12dx^2 - 6dxdy + 4dy^2$. Ⓑ $12dx^2 - 3dxdy + 4dy^2$.
Ⓑ $2dx^2 - 6dxdy + 4dy^2$. Ⓒ Các câu kia sai.

Câu 91 : Cho $f(x, y) = \arctan(\frac{x}{y})$. Tính $f''_{xx}(1, 1)$.

- Ⓐ $-\frac{1}{2}$. Ⓑ Các câu kia sai. Ⓒ $\frac{1}{4}$. Ⓓ -2 .

Câu 92 : Cho hàm 2 biến $z = (x^2 - 2y^2)e^{x-y}$ và điểm $P(0, 0)$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- Ⓐ z không có cực trị tại P . Ⓑ P không là điểm dừng.
Ⓒ Các câu kia sai. Ⓒ P là điểm đạt cực tiểu.

Câu 93 : Khảo sát cực trị tự do của hàm $f(x, y) = x^2 + y^2 - 32 \ln(xy)$

- Ⓐ Hàm có 1 điểm cực tiểu là $(4, 4)$ và 1 điểm cực đại là $(-4, -4)$.
Ⓑ Ba câu kia sai.
Ⓒ Hàm có 1 điểm cực tiểu là $(-4, -4)$ và 1 điểm cực đại là $(4, 4)$.
Ⓓ Hàm có hai điểm cực tiểu là $(4, 4)$ và $(-4, -4)$.

Câu 94 : Tìm vi phân dz của hàm 2 biến $z = \sin x + \cos y + xy$

- (a) $dz = (\cos x - y)dx + (x - \sin y)dy$. (c) $dz = (\cos x - y)dx + (x + \sin y)dy$.
 (b) Ba câu kia sai. (d) $dz = (\cos x + y)dx + (x - \sin y)dy$.

Câu 95 : Tìm khai triển Maclaurin của $f(x, y) = \frac{x}{x+y+2}$ đến cấp 2, đặt $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$.

- (a) $\frac{x}{2} - \frac{x^2}{4} - \frac{xy}{4} + 0(\rho^2)$. (c) $\frac{x}{2} - \frac{x^2}{2} - \frac{xy}{4} + 0(\rho^2)$.
 (b) $\frac{x}{2} + \frac{x^2}{4} - \frac{xy}{4} + 0(\rho^2)$. (d) Ba câu kia sai.

Câu 96 : Tìm cực trị của hàm $f(x, y) = x + 2y$ với điều kiện $x^2 + y^2 = 5$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (a) f đạt cực tiểu tại $(1, 2)$. (c) f đạt cực đại tại $(-1, -2)$.
 (b) f đạt cực đại tại $(1, 2)$. (d) Ba câu kia sai.

Câu 97 : Cho mặt bậc hai $x^2 + y^2 = 2x + 2y + 1$. Đây là mặt gì?

- (a) Paraboloid elliptic (b) Ba câu kia sai. (c) Mặt trụ. (d) Mặt cầu.

Câu 98 : Cho hàm số $f(x, y) = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right)$. Tính $A = f''_{xx} + f''_{yy}$

- (a) $A = 1$. (b) $A = 0$. (c) $A = 2xy$. (d) Ba câu kia sai.

Câu 99 : Cho hàm số $z = x^2y + \cos(xy) + y$. Đẳng thức nào sau đây đúng :

- (a) $z'_y = 2xy + \sin(xy) + 1$. (c) Ba câu kia sai.
 (b) $z'_y = x^2 - x \sin(xy) + 1$. (d) $z'_y = 2xy + x^2 - x \sin(xy) + 1$.

Câu 100 : Tìm $I = \iint_D dxdy$ biết miền phẳng D giới hạn bởi $y = \frac{x}{2}; y = 2x; xy = 2$ phần $x \geq 0$.

- (a) Ba câu kia sai. (b) $I = 2$. (c) $I = \ln 2$. (d) $I = 2 \ln 2$.

Câu 101 : Tìm vi phân cấp 2 của hàm 2 biến $z = xe^y$

- (a) $d^2z = e^y dxdy + xe^y dy^2$. (c) $d^2z = e^y dx^2 + e^y dxdy + xe^y dy^2$.
 (b) Ba câu kia sai. (d) $d^2z = 2e^y dxdy + xe^y dy^2$.

Câu 102 : Tìm giá trị lớn nhất (GTLN) và giá trị nhỏ nhất (GTNN) của $f(x, y) = 1 + x + 2y$ xét trên miền $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1$.

- (a) GTLN là 3, GTNN là 2. (c) Ba câu kia sai.
 (b) GTLN là 3, GTNN là 1.

Tìm $x f'_x + y f'_y$, biết $f(x, y) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

- (a) 0. (b) 1. (c) -1. (d) Ba câu kia sai.

Câu 103 : Cho $f(x, y) = \operatorname{arctg}\frac{y}{x}$. Tính $df(1, 1)$

- (a) $-\frac{dx}{2} + \frac{dy}{2}$. (b) Ba câu kia sai. (c) $\frac{dx}{2} + \frac{dy}{4}$. (d) $-\frac{dx}{2} - \frac{dy}{2}$.

Câu 104 : Tìm đạo hàm riêng cấp một z'_x của hàm 2 biến $z = \ln(x + y^2 + 1)$ tại $(0, 1)$.

- (a) Ba câu kia sai. (b) $z'_x = 1$. (c) $z'_x = \frac{2}{3}$. (d) $z'_x = \frac{-1}{3}$.

Câu 105 : Tính tích phân $\iint_D x dx dy$ với D giới hạn bởi $x \geq 0; y \leq 2 - x^2; y \geq x.$

Câu 106 : Tìm $df(-2, 4)$, biết $f(x, y) = \sin(4x + 2y)$

- Ⓐ $4dx + 2dy$. Ⓑ Các câu kia sai. Ⓒ $3dx + 2dy$. Ⓓ $4dx - 2dy$.

Câu 107 : Tìm cực trị hàm $f(x, y) = 2 - x - 2y$ với điều kiện $\varphi(x, y) = x^2 + y^2 = 5$. Đặt DCT là điểm cực tiểu; DCD là điểm cực đại.

- (a) Có 2 ĐCT là $(1, 2)$ và $(-1, -2)$.
 (b) ĐCT là $(1, 2)$; ĐCD là $(-1, -2)$.

Câu 108 : Tính $I = \iint_D 10y dx dy$, D được giới hạn bởi $y = x^2$ và $y = 1$.

- Ⓐ $I = 6$. Ⓑ $I = 4$. Ⓒ $I = 8$. Ⓓ $I = 3$.

Câu 109 : Tìm f'_x với $f(u,v) = u \ln(v^2)$; $u(x,y) = y^2 + 3x$; $v(x,y) = xy$.

- Ⓐ Ba câu kia sai. Ⓑ $f'_x = 3 \ln(v^2) + \frac{2u}{v}y$.
 Ⓒ $f'_x = 3 \ln(v^2) + \frac{2u}{v}$. Ⓓ $f'_x = -4 \ln(v) + \frac{2u}{v}y$.

Câu 110 : Cho mặt bậc hai $x + y^2 + z^2 + 2y = 3$. Đây là mặt gì?

- ⓐ Măt trũ. ⓑ Ellipsoid. ⓒ Paraboloid elliptic. ⓔ Măt cầu.

Câu 111 : Cho hàm $f(x, y) = \sqrt{2x^2 + y^2} - 3$. Tìm cực trị tự do của hàm $f(x, y)$.

- (a) Hàm đạt cực đại tại $(0, 0)$.
 (b) Hàm $f(x, y)$ không có cực trị.
 (c) Hàm đạt cực tiểu tại $(0, 0)$.
 (d) Ba câu kia sai.

Câu 112 : Cho $f(x, y) = \frac{1}{2+x+2y}$. Tìm khai triển Maclaurin của hàm f đến cấp 2.

- ⓐ $\frac{1}{2} - \frac{x}{4} - \frac{y}{2} + \frac{x^2}{8} + \frac{xy}{2} + \frac{y^2}{2} + R_2.$ ⓒ Ba câu kia sai.
 ⓑ $\frac{1}{2} - \frac{x}{4} + \frac{y}{2} - \frac{x^2}{8} + \frac{xy}{2} - \frac{y^2}{2} + R_2.$ ⓔ $\frac{1}{2} + \frac{x}{4} + \frac{y}{2} - \frac{x^2}{8} - \frac{xy}{2} + \frac{y^2}{2} + R_2.$

Câu 113 : Hàm $f(x, y) = x^3 - 3xy - y^3$.

- Ⓐ Hàm có một điểm cực đại. Ⓑ Có một điểm cực tiểu, một điểm cực đại.
Ⓑ Ba câu kia sai. Ⓒ Hàm có một điểm cực tiểu.

Câu 114 : Cho mặt bậc hai $x^2 = 2x + y + 1$. Đây là mặt gì?

- Ⓐ Nón mít phía. Ⓑ Mặt trụ tròn. Ⓒ Mặt trụ parabol. Ⓓ Paraboloid elliptic.

Câu 115 : Tính $I = \iint_{OABC} |y - x^2| dx dy$; với A(-1,0); B(1,0); C(1,1); D(-1,1).

- Ⓐ $I = \frac{11}{15}$. Ⓑ $I = \frac{8}{5}$. Ⓒ $I = \frac{11}{30}$. Ⓓ $I = \frac{1}{5}$.

Câu 116 : Tìm $d^2z(1, 2)$ của hàm $z = y \ln x$

- Ⓐ $d^2z = -dx^2 + 2dxdy + 2dy^2$. Ⓑ $d^2z = -2dx^2 + 2dxdy$.
 Ⓒ $d^2z = -2dx^2 + 2dxdy$. Ⓓ $d^2z = -2dx^2 + 2dxdy + dy^2$.

Câu 117 : Cho mặt bậc hai $z = 2 + \sqrt{1 - x^2 - y^2}$. Đây là mặt gì?

- (a) Mặt trụ. (b) Mặt nón một phia. (c) Paraboloid elliptic. (d) Nửa mặt cầu.

Câu 118 : Tính tích phân $\iint_D 2xdxdy$ với D là tam giác OAB với $O(0,0); A(1,1); B(2,0)$.

- (a) -1. (b) 2. (c) 0. (d) 1.

Câu 119 : Tìm cực trị tự do của hàm $f(x, y) = e^{4y-x^2-y^2}$.

- (a) Hàm đạt cực đại tại $(1, 2)$. (c) Các câu kia sai.
 (b) Hàm đạt cực đại tại $(0, 2)$. (d) Hàm đạt cực tiểu tại $(0, 2)$.

Câu 120 : Cho $f(x, y) = x \ln(xy)$. Tìm $f'_x(1, e)$.

- (a) 1. (b) Ba câu kia sai. (c) e . (d) 2.

Câu 121 : Cho $f(x, y) = \frac{8e^y}{2+x}$. Tìm khai triển Maclaurin của hàm f đến cấp 2.

- (a) Các câu kia sai. (c) $-4 + 2x - 4y + x^2 - 2xy + 2y^2 + o(\rho^2)$.
 (b) $4 - 2x + 4y + x^2 - 2xy + 2y^2 + o(\rho^2)$. (d) $4 + 2x + 4y + x^2 + 2xy + 2y^2 + o(\rho^2)$.

Câu 122 : Cho $z = z(x, y)$ là hàm ẩn xác định từ phương trình $z^3 - 2xz - x^2 + 4yz = 0$. Tính $z'_y(0, -1)$, biết $z(0, -1) = 2$.

- (a) $\frac{1}{2}$. (b) 1. (c) $-\frac{1}{2}$. (d) Ba câu kia sai.

Câu 123 : Cho $f(x, y) = \frac{x+1}{x+y+2}$. Tìm khai triển Maclaurin của hàm f đến cấp 2. Ký hiệu $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$

- (a) $\frac{1}{2} + \frac{x}{4} - \frac{y}{4} - \frac{y^2}{8} + o(\rho^2)$. (c) $\frac{1}{2} + \frac{x}{4} - \frac{y}{4} - \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{8} + o(\rho^2)$.
 (b) $\frac{1}{2} + \frac{x}{2} + \frac{y}{4} - \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{8} + o(\rho^2)$. (d) $\frac{1}{2} - \frac{x}{4} - \frac{y}{4} - \frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{8} + o(\rho^2)$.

Câu 124 : Tìm giá trị lớn nhất $A = \max f$, giá trị nhỏ nhất $B = \min f$ của $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2 - 4x - 5$ trên miền D : $x^2 + y^2 \leq 16$.

- (a) $A = 43; B = -11$. (b) $A = 47; B = -7$. (c) $A = 47; B = -11$. (d) $A = 43; B = -7$.

Câu 125 : Đạo hàm riêng cấp hai z''_{xx} của hàm hai biến $z = xe^y + y^2 + y \sin x$ là

- (a) $e^y - y \sin x$. (b) $e^y + y \cos x$. (c) $-y \sin x$. (d) $y \sin x$.

Câu 126 : Tìm giá trị lớn nhất M , giá trị nhỏ nhất m của $f(x, y) = x^2y^2$ trên miền $|x| \leq 1, |y| \leq 1$.

- (a) $m = -1; M = 1$. (b) $m = 0; M = 1$. (c) $m = -1; M = 0$. (d) $m = 1; M = 2$.

Câu 127 : Vi phân cấp hai của hàm $z = y \ln x$ là

- (a) $d^2z = \frac{2}{y}dxdy + \frac{x}{y^2}dy^2$. (c) $d^2z = \frac{1}{y}dxdy + \frac{x}{y^2}dy^2$.
 (b) $d^2z = \frac{1}{x}dxdy - \frac{y}{x^2}dx^2$. (d) $d^2z = \frac{2}{x}dxdy - \frac{y}{x^2}dx^2$.

Câu 128 : Tính $I = \iint_D e^{-x^2-y^2}dxdy$, D được giới hạn bởi $x = \sqrt{4 - y^2}$ và trục tung.

- (a) $I = \frac{\pi}{2}e^{-4}$. (b) $I = \frac{\pi}{2}(1 - e^{-4})$. (c) $I = \frac{\pi}{2}(2 + e^{-4})$. (d) $I = \frac{\pi}{2}(2 - e^{-4})$.

Câu 129 : Bằng cách thay đổi thứ tự tính tích phân $I = \int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 \sqrt{x^3 + 1} dx$

Ⓐ $I = \frac{4\sqrt{2} - 2}{9}$. Ⓑ $I = \frac{2\sqrt{2} - 2}{9}$. Ⓒ $I = \frac{4\sqrt{2} + 2}{9}$. Ⓓ $I = \frac{2\sqrt{2} + 2}{9}$.

Câu 130 : Giá trị nhỏ nhất m của $f(x, y) = x^2 - 2y$ trên miền $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$.

- Ⓐ $m = -\frac{1}{2}$. Ⓑ $m = 1$. Ⓒ $m = -2$. Ⓓ $m = -1$.

Câu 131 : Cho hàm $f(x, y) = \sqrt{2x^2 + 4y^2} + 5$. Khẳng định nào đúng?

- Ⓐ $(0, 0)$ KHÔNG phải là điểm tối hạn. Ⓑ f đạt cực đại tại $(0, 0)$. Ⓒ Không có cực trị tại $(0, 0)$. Ⓓ f đạt cực tiểu tại $(0, 0)$.

Câu 132 : Tính $I = \iint_D 2y dxdy$, D được giới hạn bởi $y = x^2 + 1$ và $y = 2$.

- Ⓐ $I = \frac{64}{5}$. Ⓑ $I = \frac{32}{15}$. Ⓒ $I = \frac{64}{15}$. Ⓓ $I = \frac{32}{5}$.

Câu 133 : Tìm $f'_x(1, -1)$ với $f(u, v) = u^2 \operatorname{tg} v$; $u(x, y) = x^2 y$; $v(x, y) = x + y$.

- Ⓐ $f'_x(1, -1) = 2$. Ⓑ $f'_x(1, -1) = 1$. Ⓒ $f'_x(1, -1) = 0$. Ⓓ $f'_x(1, -1) = -1$.

Câu 134 : Sử dụng tọa độ cực tính tích phân $I = \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} e^{x^2+y^2} dy$

Ⓐ $I = \frac{\pi}{8}(e-1)$. Ⓑ $I = \frac{\pi}{4}e$. Ⓒ $I = \frac{\pi}{2}(e-1)$. Ⓓ $I = \frac{\pi}{4}(e-1)$.

Câu 135 : Tìm miền xác định D_f và miền giá trị E_f của $f(x, y) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x^2+y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 1, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

- Ⓐ $D_f = \mathbb{R}^2; E_f = (1, +\infty)$. Ⓑ $D_f = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}; E_f = [1, +\infty)$. Ⓒ $D_f = \mathbb{R}^2; E_f = (0, 1]$. Ⓓ $D_f = \mathbb{R}^2; E_f = [1, +\infty)$.

Câu 136 : Cho $f(x, y) = 3 + \sqrt{x^2 + y^3}$. Tìm $A = f'_x(0, 0)$

- Ⓐ $A = 1$. Ⓑ $A = 3$. Ⓒ Không tồn tại A . Ⓓ $A = 0$.

Câu 137 : Bằng cách thay đổi thứ tự tính tích phân $I = \int_0^8 dy \int_{\sqrt[3]{y}}^2 e^{x^4} dx$

Ⓐ $I = \frac{e^{16} + 1}{4}$. Ⓑ $I = \frac{e^{16} - 1}{4}$. Ⓒ $I = \frac{e^{16}}{4}$. Ⓓ $I = \frac{e^8 - 1}{4}$.

Câu 138 : Vi phân cấp một của hàm $z = \operatorname{arctg}(y - x)$ là

- Ⓐ $dz = \frac{dy - dx}{1 + (x - y)^2}$. Ⓑ $dz = \frac{-dy - dx}{1 + (x - y)^2}$. Ⓒ $dz = \frac{dx - dy}{1 + (x - y)^2}$. Ⓓ $dz = \frac{dy + dx}{1 + (x - y)^2}$.

Câu 139 : Cho $z = f(x - y)$. Tìm $A = \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$

- Ⓐ Các câu kia sai. Ⓑ $A = 1$. Ⓒ $A = 3$. Ⓓ $A = -1$.

Câu 140 : Cho $f(x, y) = xe^{3x+4y}$. Tính $df(1, 0)$.

- Ⓐ $4e^3(dx + 2dy)$. Ⓑ Ba câu kia sai. Ⓒ $4e^3(dx + dy)$. Ⓓ $8e^3$.

Câu 141 : Tìm cực trị tự do của $z = x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x + 2y + 4$. Cho $P(1, 0)$. Khẳng định nào đúng?

- | | |
|---------------------------|-------------------------|
| Ⓐ Ba câu kia sai. | Ⓒ P là điểm cực tiểu. |
| Ⓑ P không là điểm dừng. | Ⓓ P là điểm cực đại. |

Câu 142 : Cho $f(x, y) = (x + y)e^{xy}$. Tính $df(1, 1)$

- | | | | |
|-------------------|-------------------|----------|-------------------|
| Ⓐ Ba câu kia sai. | Ⓑ $3e(dx + dy)$. | Ⓒ $6e$. | Ⓓ $2e(dx + dy)$. |
|-------------------|-------------------|----------|-------------------|

Câu 143 : Cho hàm $f(x, y) = e^{4y-x^2-y^2}$. Cho điểm $P(1, 2)$. Khẳng định nào đúng?

- | | |
|---------------------------|------------------------------|
| Ⓐ P không là điểm dừng. | Ⓒ Hàm đạt cực đại tại P . |
| Ⓑ Các câu kia sai. | Ⓓ Hàm đạt cực tiểu tại P . |

Câu 144 : Cho mặt bậc hai $x^2 + z^2 + 2x = 0$. Đây là mặt gì?

- | | |
|------------------------|----------------|
| Ⓐ Mặt nón một phía. | Ⓒ Nửa mặt cầu. |
| Ⓑ Paraboloid elliptic. | Ⓓ Mặt trụ. |

Câu 145 : Cho $f(x, y) = 3^{y/x}$. Tính $df(1, 1)$.

- | | | | |
|-------------------------|-------------------------|--------------------|--------------------------|
| Ⓐ $3 \ln 3(-dx + dy)$. | Ⓑ $3 \ln 3(2dx - dy)$. | Ⓒ Các câu kia sai. | Ⓓ $3 \ln 3(-dx + 2dy)$. |
|-------------------------|-------------------------|--------------------|--------------------------|

Câu 146 : Cho mặt bậc hai $\sqrt{4 - x^2 - y^2} + 2 = z$. Đây là mặt gì?

- | | |
|------------------------|----------------|
| Ⓐ Paraboloid elliptic. | Ⓒ Nửa mặt cầu. |
| Ⓑ Mặt nón một phía. | Ⓓ Mặt trụ. |

Câu 147 : Tính $I = \iint_D 2dxdy$ với D là nửa hình tròn $(x - 1)^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0$.

- | | | | |
|-------------------------|--------------------|---------------|--------------------------|
| Ⓐ $I = \frac{\pi}{2}$. | Ⓑ Các câu kia sai. | Ⓒ $I = \pi$. | Ⓓ $I = -\frac{\pi}{2}$. |
|-------------------------|--------------------|---------------|--------------------------|

Câu 148 : Cho $f(x, y) = e^{-x/y}$. Tính $df(1, 1)$.

- | | | | |
|------------------------|--------------------|-------------------------|------------------------|
| Ⓐ $e^{-1}(-dx + dy)$. | Ⓑ Các câu kia sai. | Ⓒ $e^{-1}(-dx - 2dy)$. | Ⓓ $e^{-1}(2dx + dy)$. |
|------------------------|--------------------|-------------------------|------------------------|

Câu 149 : $\iint_D f(x, y)dxdy$ với D là miền giới hạn bởi $x^2 + y^2 \leq 4; x \leq 0; y \geq 0$. Tìm cận của φ và r

- | | |
|--|--|
| Ⓐ $\pi/2 \leq \varphi \leq \pi; 0 \leq r \leq 2$. | Ⓒ Ba câu kia sai. |
| Ⓑ $\pi/2 \leq \varphi \leq \pi; 0 \leq r \leq 4$. | Ⓓ $0 \leq \varphi \leq \pi; 0 \leq r \leq 2$. |

Câu 150 : Tìm $df(1, 1)$, biết $f(x, y) = \frac{x + 2y}{2x - y}$

- | | | | |
|------|------------------|-------------------|------------------|
| Ⓐ 0. | Ⓑ $-3dx + 5dy$. | Ⓒ Ba câu kia sai. | Ⓓ $-5dx + 5dy$. |
|------|------------------|-------------------|------------------|

Câu 151 : Cho mặt bậc hai $x + \sqrt{2y^2 + z^2} + 2 = 0$. Đây là mặt gì?

- | | |
|---------------------|------------------------|
| Ⓐ Mặt trụ. | Ⓒ Paraboloid elliptic. |
| Ⓑ Mặt nón một phía. | Ⓓ Nửa mặt cầu. |

Câu 152 : Cho $f(x, y) = x \ln(xy)$. Tính f''_{yy} .

- | | | | |
|---------------------|--------------------|------|----------------------|
| Ⓐ $\frac{x}{y^2}$. | Ⓑ Các câu kia sai. | Ⓒ 0. | Ⓓ $\frac{-x}{y^2}$. |
|---------------------|--------------------|------|----------------------|

Câu 153 : Tính $\iint_D \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}dxdy$ với D là miền giới hạn bởi $x^2 + y^2 \leq 1; y \geq 0, x \geq 0$

- | | | | |
|-------------------|---------------------|---------------------|-----------|
| Ⓐ Ba câu kia sai. | Ⓑ $\frac{\pi}{2}$. | Ⓒ $\frac{\pi}{4}$. | Ⓓ π . |
|-------------------|---------------------|---------------------|-----------|

Câu 154 : $\iint_D f(x, y) dx dy$ với D giới hạn bởi $x^2 + y^2 \leq 2y; y \leq -x$. Tìm cận của φ và r

- | | | |
|---|--|--|
| ⓐ Ba câu kia sai. | ⓑ $\pi/4 \leq \varphi \leq 3\pi/4; 0 \leq r \leq 2 \sin \varphi$. | ⓒ $3\pi/4 \leq \varphi \leq \pi; 0 \leq r \leq 2 \sin \varphi$. |
| ⓓ $\pi/4 \leq \varphi \leq \pi; 0 \leq r \leq 2 \sin \varphi$. | ⓔ $\pi/4 \leq \varphi \leq \pi; 0 \leq r \leq 2 \sin \varphi$. | |

Câu 155 : Khảo sát cực trị của hàm $z = 6 - 5x - 4y$ với điều kiện $x^2 - y^2 = 9$. Cho $P(5, -4)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- | | | |
|------------------------|------------------------------|-------------------------|
| ⓐ Ba câu kia sai. | ⓑ P không là điểm cực trị. | ⓒ P là điểm cực tiểu. |
| ⓓ P là điểm cực đại. | | |

Câu 156 : Cho $f(x, y) = 6 \sin y \cdot e^x$. Tìm khai triển Maclaurin của hàm f đến cấp 3.

- | | | |
|---|--|---|
| ⓐ $1 + 2y + 3xy + 3x^2y - xy^2 + y^3 + o(\rho^3)$. | ⓑ $6y + 6xy + 3x^2y - y^3 + o(\rho^3)$. | ⓒ Các câu kia sai. |
| ⓓ $3y - 6xy + 3x^2y - xy^2 + o(\rho^3)$. | | ⓔ $3y - 6xy + 3x^2y - xy^2 + o(\rho^3)$. |

Câu 157 : Tìm khai triển Taylor đến cấp 2 của hàm $f(x, y) = x \ln y$ tại lân cận của $M_0(1, 1)$

- | | |
|--|---|
| ⓐ $(y - 1) + (x - 1)(y - 1) - \frac{1}{2}(y - 1)^2 + R_2(x, y)$. | ⓑ $(y - 1) + (x - 1)(y - 1) - \frac{1}{2}(y - 1)^2 - \frac{1}{2}(x - 1)(y - 1)^2 + R_2(x, y)$. |
| ⓒ $(y - 1) + (x - 1)(y - 1) - \frac{1}{2!}(y - 1)^2 + R_2(x, y)$. | ⓓ $1 + (x - 1) + (y - 1) + (x - 1)(y - 1) - \frac{1}{2}(y - 1)^2 + R_2(x, y)$ |

Câu 158 : Cho hàm hai biến $f(x, y) = xe^{xy} + y \cos x$. Tìm vecto đơn vị l , sao cho đạo hàm $f'_l(-1, 2)$ đạt giá trị lớn nhất.

- | | | |
|---|-------------------|---|
| ⓐ $l = (-\frac{4}{\sqrt{41}}, \frac{5}{\sqrt{41}})$. | ⓑ $l = (-4, 5)$. | ⓒ $l = (\frac{5}{\sqrt{41}}, -\frac{4}{\sqrt{41}})$. |
| ⓓ $l = (\frac{5}{\sqrt{41}}, -\frac{4}{\sqrt{41}})$. | | |

Câu 159 : Cho $z = z(x, y)$ xác định từ phương trình $z^3 - 4xz + y^2 - 4 = 0$. Tính z'_x, z'_y tại $M_0(1, -2, 2)$

- | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|---------------------------|
| ⓐ $z'_x = 1, z'_y = \frac{1}{2}$. | ⓑ $z'_x = \frac{1}{2}, z'_y = 1$. | ⓒ $z'_x = 0, z'_y = -1$. |
| ⓓ $z'_x = 0, z'_y = 1$. | | |

Câu 160 : Tìm f'_x , biết $f(u, v) = u^2 \sin v, u = x^2 + y^2, v = \frac{y}{x}$

- | | | |
|---|---|--|
| ⓐ $f'_x = 4xu \sin v - \frac{yu^2}{x^2} \cos v$. | ⓑ $f'_x = 4xu \sin v + \frac{yu^2}{x^2} \cos v$. | ⓒ $f'_x = xu \sin v + \frac{yu^2}{x^2} \cos v$. |
| ⓓ Ba câu kia sai | | |

Câu 161 : Tìm $f'_y(0, 0)$ của hàm số sau: $f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^3 - x^3}{x^2 + 2y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$

- | | | |
|-------------------|----------|---|
| ⓐ $\frac{1}{2}$. | ⓑ -1 . | ⓒ Không tồn tại đạo hàm riêng theo x tại $(0, 0)$ |
| ⓓ 0 | | |

Câu 162 : Tìm đạo hàm riêng cấp hai $z''_{xy}(0, \frac{\pi}{2})$ của hàm $z = \cos(xy - \cos y)$

- | | | |
|---|--|--------------------------------------|
| ⓐ $z''_{xy}(0, \frac{\pi}{2}) = -\frac{\pi}{2}$. | ⓑ $z''_{xy}(0, \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$. | ⓒ $z''_{xy}(0, \frac{\pi}{2}) = 0$. |
| ⓓ $z''_{xy}(0, \frac{\pi}{2}) = 1$. | | |

Câu 163 : Tìm vi phân dz của hàm 2 biến $z = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

- | | | |
|---|--|---|
| ⓐ $dz = y(x^2 + y^2)^{-\frac{3}{2}}(ydx - xdy)$. | ⓑ $dz = (x^2 + y^2)^{-\frac{3}{2}}(ydx - xdy)$. | ⓒ $dz = y(x^2 + y^2)^{-\frac{3}{2}}(y^2dx - xdy)$. |
| ⓓ Ba câu kia sai | | |

Câu 164 : Tìm vi phân cấp 2 của hàm 2 biến $z = e^{xy}$ tại $M_0(1, 1)$.

- | | |
|--|---|
| Ⓐ $d^2z(1, 1) = e^2(4dx^2 + 6dxdy + dy^2)$. | Ⓒ $d^2z(1, 1) = e^2(4dx^2 + 6dxdy + 4dy^2)$. |
| Ⓑ $d^2z(1, 1) = e^2(4dx^2 + 3dxdy + dy^2)$. | Ⓓ $d^2z(1, 1) = e^2(4dx^2 + 6dxdy + 4dy^2)$. |

Câu 165 : Tìm cực trị của hàm $z = xy$ với điều kiện $x + y - 1 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- | | |
|--|-------------------------|
| Ⓐ z đạt cực đại tại $M(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ | Ⓒ z không có cực trị. |
| Ⓑ z đạt cực tiểu tại $M(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ | Ⓓ Ba câu kia sai |

Câu 166 : Cho hàm 2 biến $z = 3x - 2y + 1$, xét trên miền D giới hạn bởi: $y = x - 1, y = -x + 3, x = 1$.
Khẳng định nào sau đây đúng ?

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| Ⓐ Giá trị lớn nhất của z là 5 | Ⓒ Giá trị nhỏ nhất của z là 4 |
| Ⓑ Giá trị lớn nhất của z là 7 | Ⓓ Giá trị nhỏ nhất của z là -2 |

Câu 167 : Cho hàm 2 biến $z = x^3 - y^3 + 5$, xét trên miền $D = [0, 1] \times [1, 2]$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| Ⓐ Giá trị nhỏ nhất của z là -3 | Ⓒ Giá trị nhỏ nhất của z là -2 |
| Ⓑ Giá trị lớn nhất của z là 4 | Ⓓ Giá trị lớn nhất của z là 6 |

Câu 168 : Cho hàm 2 biến $z = x^2 + y^2 + xy - 12x - 3y$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- | | |
|-----------------------------------|--------------------------|
| Ⓐ z đạt cực tiểu tại $M(7, -2)$ | Ⓒ z không có điểm dừng |
| Ⓑ z đạt cực đại tại $M(7, -2)$ | Ⓓ z không có cực trị |

Câu 169 : Xác định cận của tích phân $\iint_D f(x, y) dxdy$

$$D = \{(x, y) \mid (x - 1)^2 + (y - 2)^2 \leq 4, \quad y \leq 1\}$$

$$\textcircled{a} \quad I = \int_{1-\sqrt{3}}^{1+\sqrt{3}} dx \int_{2-\sqrt{4-(x-1)^2}}^1 f(x, y) dy \quad \textcircled{c} \quad I = \int_{1-\sqrt{3}}^{1+\sqrt{3}} dx \int_0^1 f(x, y) dy$$

$$\textcircled{b} \quad I = \int_{1-\sqrt{3}}^{1+\sqrt{3}} dx \int_{2+\sqrt{4-(x-1)^2}}^1 f(x, y) dy \quad \textcircled{d} \quad I = \int_{-1}^1 dx \int_{2-\sqrt{4-(x-1)^2}}^1 f(x, y) dy$$

Câu 170 : Cho tích phân $I = \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{2y-y^2}}^0 f(x, y) dx$. Thay đổi thứ tự lấy tích phân

$$\textcircled{a} \quad I = \int_{-1}^0 dx \int_{1-\sqrt{1-x^2}}^1 f(x, y) dy .$$

$$\textcircled{c} \quad I = \int_{-1}^0 dx \int_{1+\sqrt{1-x^2}}^1 f(x, y) dy .$$

$$\textcircled{b} \quad I = \int_0^1 dx \int_{1-\sqrt{1-x^2}}^1 f(x, y) dy .$$

$$\textcircled{d} \quad I = \int_{-1}^0 dx \int_0^{1+\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy .$$

Câu 171 : Thay đổi thứ tự lấy tích phân $I = \int_0^1 dy \int_{y^2}^y f(x, y) dx$

Ⓐ $I = \int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^x f(x, y) dy.$

Ⓒ $I = \int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy.$

Ⓑ $I = \int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} f(x, y) dy.$

Ⓓ Ba câu kia sai

Câu 172 : Đặt $I = \iint_D f(x, y) dxdy$, D là tam giác có các đỉnh là $A(0, 1), B(0, 2), C(1, 1)$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

Ⓐ $I = \int_0^1 dx \int_1^{2-x} f(x, y) dy = \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f(x, y) dx$

Ⓑ $I = \int_0^1 dy \int_0^{2-x} f(x, y) dx = \int_1^2 dx \int_0^{2-y} f(x, y) dy$

Ⓒ $I = \int_0^1 dy \int_{2-x}^1 f(x, y) dx = \int_1^2 dx \int_0^{2-y} f(x, y) dy$

Ⓓ $I = \int_0^1 dx \int_1^{2-x} f(x, y) dy = \int_1^2 dy \int_{2-y}^0 f(x, y) dx$

Câu 173 : Thay đổi thứ tự lấy tích phân $I = \int_0^2 dy \int_0^{\frac{y}{2}} f(x, y) dx$

Ⓐ $I = \int_0^1 dx \int_{2x}^2 f(x, y) dy$

Ⓒ $I = \int_0^1 dx \int_0^2 f(x, y) dy$

Ⓑ $I = \int_0^1 dx \int_2^{2x} f(x, y) dy$

Ⓓ $I = \int_0^2 dx \int_0^2 f(x, y) dy$

Câu 174 : Tính diện tích miền phẳng giới hạn bởi $2x \leq x^2 + y^2 \leq 6x$ và $y \leq x\sqrt{3}; y \geq 0$

Ⓐ $\frac{8\pi}{3} + 2\sqrt{3}.$

Ⓑ $\frac{8\pi}{3}.$

Ⓒ $\frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}.$

Ⓓ Các câu kia sai.