

Giảng viên ra đề:	<i>Ngày ra đề: 15/07/2020</i>	Người phê duyệt:	<i>Ngày duyệt đề: 16/07/2020</i>
 ThS Nguyễn Thị Xuân Anh		 TS. Trần Ngọc Diễm (phản phía trên cân che đi khi in sao đề thi)	

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA – ĐHQG-HCM KHOA: Khoa học Ứng dụng	THI CUỐI KÌ		Học kỳ/năm học	2	2019-2020
	Môn học	Giải tích 2	Ngày thi	20/07/2020	
	Mã môn học	MT1005			
	Thời lượng	100 phút	CA THI	CA 1	

Ghi chú:

- Đề thi có 10 câu được in trên 2 mặt 1 tờ giấy A4.
- Sinh viên KHÔNG ĐƯỢC sử dụng tài liệu.
- **Nộp lại đề thi cùng với bài làm**

Câu 1 : (1đ) L.O.1

Cho hàm số $f(x, y) = x^2 - 2y^2 + 2x$ có đồ thị là mặt cong S . Tìm điểm M trên mặt S sao cho tiếp diện của mặt S tại M vuông góc với trục Oz .

Câu 2 : (1đ) L.O.3

Cho đường cong C là giao tuyến của nửa mặt cầu $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ với mặt trụ $x^2 + y^2 = 2x$. Tính độ dài của đường cong C .

Câu 3 : (1đ) L.O.3

Trong mặt phẳng Oxy cho C là đoạn thẳng nối từ điểm (x_1, y_1) đến điểm (x_2, y_2) .

Chứng minh:

$$\int_C xdy - ydx = x_1y_2 - x_2y_1.$$

Câu 4 : (2đ) L.O.3

Cho tứ diện Ω giới hạn bởi 4 mặt phẳng $x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 2$. Chia Ω thành 2 phần Ω_1, Ω_2 bởi mặt trụ parabol $y = x^2$.

a/ Tính thể tích Ω_1, Ω_2 .

b/ Nếu khối Ω có khối lượng riêng tại mọi điểm đều là hằng số, thể tích khối là $V(\Omega)$ thì tọa độ trọng tâm G của khối được tính bởi công thức:

$$x_G = \frac{1}{V(\Omega)} \iiint_V x dx dy dz, y_G = \frac{1}{V(\Omega)} \iiint_V y dx dy dz, z_G = \frac{1}{V(\Omega)} \iiint_V z dx dy dz.$$

Tìm tọa độ trọng tâm tứ diện Ω .

Câu 5 : (1đ) L.O.3

Một cái phễu bằng kim loại mỏng có hình dạng là một phần mặt nón $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ứng với $0.5 \leq z \leq 4$. Tính khối lượng phễu, biết mật độ tại điểm (x, y, z) trên mặt nón là: $\rho(x, y, z) = 14 - x - 2z$ (bỏ qua các đơn vị tính).

Câu 6 : (1đ) L.O.3

Tính tích phân $I = \iint_S xydydz + (y^2 + xe^z) dzdx + 2yzdxdy$ với mặt S là phần mặt trụ $z = 1 - x^2$ bị cắt bởi 3 mặt phẳng $y = 0, z = 0, y + z = 2$, lấy phía dưới theo hướng trục Oz .

Câu 7 : (1đ) L.O.3

Khảo sát sự hội tụ của chuỗi số $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{(-3)^{n+1}}$.

Câu 8 : (2đ) L.O.3

Cho chuỗi lũy thừa: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(2 + \frac{1}{(-3)^{n-1}}\right) (2x-1)^n$.

a/ Tìm miền hội tụ D của chuỗi lũy thừa trên.

b/ Tìm tất cả các giá trị $x \in D$ sao cho $\sum_{n=2}^{\infty} \left(2 + \frac{1}{(-3)^{n-1}}\right) (2x-1)^n = 1$

HẾT

ĐÁP ÁN

Câu 1 Vecto pháp của măt S tại (x, y, z) là $\vec{n} = (-2x - 2, 4y, 1)$ (0.25), \vec{n} song song với trục Oz (0.25) $\leftrightarrow \vec{n} = k(0, 0, 1) \leftrightarrow x = -1, y = 0$. (0.25) Vậy $M(-1, 0, -1)$ (0.25)

Câu 2 Lưu ý: Nếu dùng tp Măt hoặc tham sô hóa $z=z(x)$, không tính y thì KHÔNG CHO ĐIỂM

PT tham sô của $C : x = 1 + \cos t, y = \sin t, z = \sqrt{2 - 2 \cos t}, 0 \leq t \leq 2\pi$ (0.5), độ dài C là $I = \int_C dl = \int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \frac{\sin^2 t}{2 - 2 \cos t}} dt$ (0.25) = 7.643 (0.25)

Câu 3 pt $C : x = x_1 + t(x_2 - x_1), y = y_1 + t(y_2 - y_1), t : 0 \rightarrow 1$ (0.5) nên $VT = \int_0^1 (x_1 + t(x_2 - x_1))(y_2 - y_1) dt - (y_1 + t(y_2 - y_1))(x_2 - x_1) dt = x_1 y_2 - x_2 y_1$ (0.5)

Lưu ý: Nếu để $0 \leq t \leq 1$ (tức là không có hướng) thì cho 0.5đ nếu đúng kết quả

Câu 4 a/ $V(\Omega_1) = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{2-x} dy \int_0^{2-x-y} dz$ (0.25) = $\frac{17}{20}$, (0.25) $V(\Omega) = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = \frac{4}{3}$ (0.25)

$$V(\Omega_2) = V(\Omega) - V(\Omega_1) = \frac{4}{3} - \frac{17}{20} = \frac{29}{60}$$
 (0.25)

Lưu ý: Nếu chỉ đúng cận tp, sai kết quả thì cho tối đa 50% điểm của tp đó

$$\begin{aligned} b/ x_G &= \frac{3}{4} \int_0^2 dx \int_0^{2-x} dy \int_0^{2-x-y} x dz \quad (0.25) = \frac{1}{2} \quad (0.25) \quad y_G = \frac{3}{4} \int_0^2 dx \int_0^{2-x} dy \int_0^{2-x-y} y dz = \\ &\frac{1}{2} \quad (0.25) \quad z_G = \frac{3}{4} \int_0^2 dx \int_0^{2-x} dy \int_0^{2-x-y} z dz = \frac{1}{2} \quad (0.25) \end{aligned}$$

Câu 5 $m = \iint_S \rho(x, y, z) ds$ (0.25) = $\iint_D (14 - x - 2\sqrt{x^2 + y^2}) \sqrt{2} dx dy$, $D : 0.25 \leq x^2 + y^2 \leq 16$ (0.25) = $\sqrt{2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{0.5}^4 r(14 - r \cos \varphi - 2r) dr$ (0.25) $\approx 601.27 \left(= \frac{406\sqrt{2}}{3}\pi \right)$ (0.25)

Nếu là tp bội ba thì KHÔNG CHO ĐIỂM

Câu 6 $\vec{n} = -\frac{(2x, 0, 1)}{\sqrt{4x^2 + 1}}$ hoặc $\vec{n} = \left(1, 0, \frac{-1}{\sqrt{1-z}}\right)$

$$(0.25), I = \iint_S -\frac{2x^2y + 2yz}{\sqrt{4x^2 + 1}} ds$$
 (0.25)

$$\begin{aligned} \text{Cách 1: } I &= -\iint_{D_{xy}} (2x^2y + 2y(1 - x^2)) dx dy, D_{xy} : x = -1, x = 1, y = 0, y = 1 + x^2 \\ (0.25) &= -\frac{56}{15} \quad (0.25) \end{aligned}$$

Cách 2: $I = -2 \iint_{D_{yz}} \frac{y}{\sqrt{1-z}} dy dz$, $D_{yz} : z = 0, z = 1, y = 0, y = 2 - z$ (0.25) $= -\frac{56}{15}$

(0.25)

Lưu ý: Nếu không nói rõ về phía của mặt cong thì cho tối đa 0.5 điểm

Câu 7 $\left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| = \frac{(2n+1)n^{n+1}}{3(n+1)^{n+2}}$ (0.5) $= \frac{2n+1}{3(n+1)} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n+1} \rightarrow \frac{2}{3} e^{-1}$ (0.25) HT (0.25)

Lưu ý: Nếu không có trị tuyệt đối chỉ cho tối đa 0.5 điểm

Câu 8 a/ $X = 2x - 1, R = \frac{1}{\lim \sqrt[n]{|a_n|}} = 1$, HOẶC $X = x - 1/2, R = \frac{1}{\lim \sqrt[n]{|a_n|}} = 1/2$

(0.5) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(2 + \frac{1}{(-3)^{n-1}} \right), \sum_{n=1}^{\infty} \left(2 + \frac{1}{(-3)^{n-1}} \right) (-1)^n$ PK theo đkccsht (0.5) Kết luận MHT $D = (0, 1)$ (0.25)

b/ $S(x) = \sum_{n=2}^{\infty} \left(2 + \frac{1}{(-3)^{n-1}} \right) (2x - 1)^n = 2 \sum_{n=2}^{\infty} (2x - 1)^n + (-3) \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{2x - 1}{-3} \right)^n$

(0.25) $S(x) = 2 \frac{(2x - 1)^2}{1 - (2x - 1)} - 3 \frac{\left(\frac{2x - 1}{-3} \right)^2}{1 - \frac{2x - 1}{-3}} = \frac{(2x - 1)^2(-2 - 6x)}{4x^2 - 4}$ (0.25)

$S(x) = 1 \Leftrightarrow x \approx 0.756$ (0.25)