

<b>Giảng viên ra đề:</b>	<b>Ngày ra đề:</b> 15/07/2020	<b>Người phê duyệt:</b>	<b>Ngày duyệt đề:</b> 16/07/2020
 ThS Nguyễn Thị Xuân Anh	 P.Trưởng BM	TS. Trần Ngọc Diễm (phản phía trên cần che đi khi in sao đề thi)	

 <b>TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA – ĐHQG-HCM</b> <b>KHOA: Khoa học Ứng dụng</b>	<b>THI CUỐI KỲ</b>		<b>Học kỳ/năm học</b>	<b>2</b>	<b>2019-2020</b>
	<b>Môn học</b>	<b>Giải tích 2</b>	<b>Ngày thi</b>	<b>20/07/2020</b>	
	<b>Mã môn học</b>	<b>MT1005</b>			
	<b>Thời lượng</b>	<b>100 phút</b>	<b>CA THI</b>	<b>CA 3</b>	

**Ghi chú:**

- Đề thi có 10 câu được in trên 2 mặt 1 tờ giấy A4.
- Sinh viên KHÔNG ĐƯỢC sử dụng tài liệu.
- **Nộp lại đề thi cùng với bài làm**

Câu 1: (1 điểm) L.O.2

Mỗi tuần, công ty A cung cấp cho thị trường  $Q$  đơn vị sản phẩm. Nếu số lượng nhân công sử dụng bao gồm  $x$  công nhân lành nghề và  $y$  công nhân chưa lành nghề, số lượng sản phẩm đầu ra mỗi tuần là

$$Q(x, y) = 1200x + 500y + x^2y - x^3 - y^2 \text{ (đơn vị),}$$

Tính tốc độ cung ứng sản phẩm của công ty theo số công nhân lành nghề tại thời điểm công ty đang sử dụng 30 công nhân lành nghề và 60 công nhân chưa lành nghề. Tốc độ này nói lên điều gì?

Câu 2: (1 điểm) L.O.1

Cho  $f(x, y, z) = xy^3 + 5z^2 - 2xy - 7y + 4z - 1$ . Tính  $df(0, 1, 2)$ .

Câu 3: (1 điểm) L.O.3

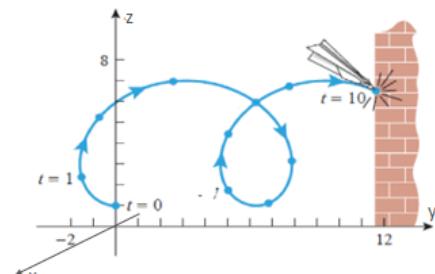
Một vật thể không đồng chất có hình dạng là một miền được giới hạn bởi mặt nón  $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$  và mặt phẳng  $z = -3$ , trong đó  $x, y, z$  tính theo inch và mật độ tại mỗi điểm  $M(x, y, z)$  là  $\rho(x, y, z) = k\sqrt{x^2 + y^2}$  (g/in<sup>3</sup>). Biết khối lượng của vật là 1100 gam (g), tìm  $k$ .

Câu 4: (1 điểm) L.O.3

Trong một lần thử nghiệm máy bay mô hình, do lỗi thiết bị điều khiển, máy bay bay được 10 giây thì chạm vào tường và rơi xuống. Chuyển động của máy bay được mô tả bởi phương trình tham số

$$x(t) = 0, \quad y(t) = t - 3 \sin t, \quad z(t) = 4 - 3 \cos t,$$

trong đó  $x(t), y(t), z(t)$  tính theo mét (m), và  $t$  tính theo giây (s). Tính độ dài đường bay của máy bay trong lần thử nghiệm này.



Câu 5: (1 điểm) L.O.3

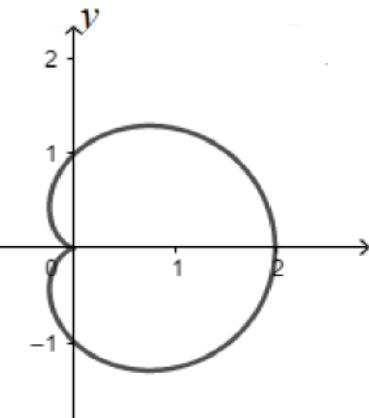
Trong hệ tọa độ cực  $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$ , cho đường cong

$$C : r = 1 + \cos \varphi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi,$$

lấy ngược chiều kim đồng hồ. Gọi  $D$  là miền phẳng giới hạn bởi  $C$ .

a/ Tính  $I = \int_C y dx$ .

b/ So sánh giá trị vừa tìm được với diện tích miền  $D$ .



Câu 6: (1 điểm) L.O.3

Tính tích phân

$$I = \iint_S y \sqrt{1 - 4x^2} \, ds,$$

trong đó  $S$  là phần mặt trụ  $z^2 + x^2 = 9$  giới hạn bởi  $z \geq 0, 0 \leq y \leq 2$ .

Câu 7: (1 điểm) L.O.3

Cho  $S$  là mặt biên phía ngoài của nửa khối cầu  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 16$ ,  $y \leq 0$ , tính tích phân

$$I = \iint_S xy^2 \, dy \, dz - (x + y^3) \, dz \, dx - 2x^2 z \, dx \, dy.$$

Câu 8: (1 điểm) L.O.3

Khảo sát sự hội tụ của chuỗi  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n-2}{4n^2+1}$ .

Câu 9: (1 điểm) L.O.3

Tìm miền hội tụ của chuỗi  $\sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{1}{2} - \frac{7}{6 \cdot 3^n} \right) x^n$ .

Câu 10: (1 điểm) L.O.3

Tính tổng chuỗi lũy thừa trong Câu 9 khi  $x = \frac{1}{2}$ .

## ĐÁP ÁN

Câu 1: Tốc độ cung ứng sản phẩm theo số công nhân lành nghề là  $Q'_x(30, 30)$  (**0.5**)  
 $Q'_x(30, 60) = 2100$  (đơn vị/người) (**0.25**).

Tại thời điểm này, khi tăng thêm 1 công nhân lành nghề, số sản phẩm tăng thêm 2100 đơn vị (**0.25**).

**Lưu ý:** Nếu tính tốc độ là  $Q'_x + Q'_y$  hoặc  $dQ$  thì cho tối đa 0.25

Câu 2:  $df(0, 1, 2) = -dx - 7dy + 24dz$  (**1 điểm**)

- Dùng 3 đạo hàm, sai công thức vi phân : **0.25**.
- Dùng 2 đạo hàm, viết công thức vi phân : **0.5**.
- Dùng 1 đạo hàm, viết công thức vi phân : **0.25**.

Câu 3: •  $M = \iiint_{\Omega} \rho(x, y, z) dx dy dz$  (**0.25**).

$$\bullet M = k \iint_{x^2+y^2 \leq 16} dx dy \int_{-3}^{1-\sqrt{x^2+y^2}} \sqrt{x^2+y^2} dz = k \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^4 r^2 dr \int_{-3}^{1-r} dz \quad (\text{Đúng cận z, sai cận D hoặc ngược lại: } \mathbf{0.25})$$

$$\bullet M = \frac{128\pi}{3}k \approx 134.04 \quad k = 1100 \Rightarrow k \approx 8.21 \quad (\mathbf{0.25}).$$

**Lưu ý:** Tính nhầm thành tp mặt thì KHÔNG CHO ĐIỂM

Câu 4:  $L = \int_0^{10} \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2 + (z'(t))^2} dt$ . (**0.5**)  $\int_0^{10} \sqrt{10 - 6 \cos t} dt$ . (**0.25**)  
 $\approx 31,34$  (met) (**0.25**)

Câu 5:  $a/x = (1 + \cos \varphi) \cos \varphi; \quad y = (1 + \cos \varphi) \sin \varphi$  (**0.25**)  
 $I = \int_0^{2\pi} (1 + \cos \varphi) \sin \varphi (-\sin \varphi - 2 \cos \varphi \sin \varphi) d\varphi = -\frac{3\pi}{2}$ . (**0.25+0.25**)

b/ Dùng định lý Green giải thích kết quả. (**0.25**)

Câu 6: • Hình chiếu của  $S$  trên (Oxy):  $D : -3 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2$  (**0.25**)  
 $\bullet I = \iint_D 3y dx dy$  (**0.25**) =  $\int_{-3}^3 dx \int_0^2 3y dy$  (**0.25**) = 36 (**0.25**)

Nếu sinh viên phát hiện lỗi đề hoặc có làm các bước trên đúng, nhưng đến bước tính tp không tính được thì cho trọn điểm, **không làm hoặc xác định công thức sai, xác định miền D sai không cho điểm**.

Câu 7: Áp dụng công thức G-O

$$I = \iiint_{\Omega} -2(x^2 + y^2) dx dy dz \quad (\mathbf{0.5}) = -2 \int_{-\pi}^0 d\varphi \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta \int_0^4 \rho^4 d\rho \quad (\mathbf{0.25})$$

$$= -\frac{8192\pi}{15} \approx 1715.73 \quad (\mathbf{0.25})$$

- Câu 8:
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-2}{4n^2+1} = 0$  (**0.25**)
  - Chứng minh dãy  $\frac{n-2}{4n^2+1}$  giảm (**0.5**) (chỉ nói giảm, không chứng minh không cho điểm phần này.)

- Kết luận chuỗi hội tụ theo tiêu chuẩn Leibniz. (**0.25**)

Lưu ý: Dùng tương đương, xét chuỗi  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4n}$  thì không cho điểm

- Câu 9:
- BKHT:  $R = 1$  (**0.5**)

- $x = \pm 1$  chuỗi phân kỳ theo DKC (hoặc tách chuỗi). (**0.5**)

Câu 10:

- $S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^n - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{7}{6 \cdot 3^n} \left(\frac{1}{2}\right)^n$ . (**0.25**)

- $S = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n - \frac{7}{6} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{6}\right)^n$  (**0.25+0.25**)

- $S = \frac{1}{2} \cdot 2 - \frac{7}{6} \cdot \frac{6}{5} = -\frac{2}{5}$  (**0.25**)