TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA TP. HCM
Bộ Môn Toán Ứng Dụng
—— o O o ——

ĐỀ THI HỌC KÌ I 2009-2010
Môn thi: PHƯƠNG PHÁP TÍNH
Thời gian làm bài: 90 phút

LƯU Ý:
† Sinh viên ghi đầy đủ **Họ, Tên, MSSV** và **làm trực tiếp lên đề thi**.
† Sinh viên **được** sử dụng tài liệu, máy tính bỏ túi, **không được** sử dụng máy tính lập trình.
† Đề thi gồm 10 câu (2 mặt trên 1 tờ A4). Mọi thắc mắc, sinh viên ghi trực tiếp lên đề thi.
† Gọi m và n là hai chữ số cuối của mã số sinh viên (m là chữ số hàng chục, n là chữ số hàng đơn vị, $0 \leqslant m, n \leqslant 9$). Đặt $\mathcal{M} = \dfrac{2m+n+10}{10}$. Ví dụ nếu mã số sinh viên là 80700276, thì $m = 7$, $n = 6$ và $\mathcal{M} = \dfrac{2\times 7+6+10}{10} = 3.0$
† Sinh viên tự điền vào bảng sau. Nếu không điền, bài thi bị xem là không hợp lệ.

Họ và Tên			
Mã số sinh viên		Chữ ký giám thị 1	
$\mathcal{M}$		Chữ ký giám thị 2	

YÊU CẦU:
† **Không** làm tròn kết quả trung gian. **Không** ghi đáp số ở dạng phân số.
† Đáp số ghi vào bài thi **phải được** làm tròn đến 4 chữ số sau dấu phảy thập phân.

CÂU 1. Cho phương trình $f(x) = 2x^3 + \mathcal{M}x - 1 = 0$ có khoảng cách li nghiệm $[0, 1]$. Dùng phương pháp Newton, chọn x_0 theo điều kiện Fourier, tính nghiệm gần đúng x_2 và đánh giá sai số Δx_2 theo công thức sai số tổng quát.

Kết quả: $x_2 \approx$ ____________________; $\Delta x_2 \approx$ ____________________.

CÂU 2. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 5.2\mathcal{M}x_1 + 0.22x_2 - 0.57x_3 = 12.34 \\ 0.22x_1 + 6.3\mathcal{M}x_2 - 0.44x_3 = 10.63 \\ -0.57x_1 - 0.44x_2 + 7.1\mathcal{M}x_3 = 21.75 \end{cases}$. Sử dụng phân rã Choleski $A = BB^T$ tìm các phần tử b_{11}, b_{22}, b_{33} của ma trận tam giác dưới B.

Kết quả: $b_{11} =$ ______________; $b_{22} =$ ______________; $b_{33} =$ ______________.

CÂU 3. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 10\mathcal{M}x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 2.45\mathcal{M} \\ 2x_1 + 8\mathcal{M}x_2 - 3x_3 = 5.12\mathcal{M} \\ 2x_1 + 3x_2 + 11\mathcal{M}x_3 = 3.27\mathcal{M} \end{cases}$. Với $x^{(0)} = [0.25, 0.64, 0.30]^T$, hãy tìm vectơ $x^{(3)}$ bằng phương pháp Gauss-Seidel.

Kết quả: $x_1^{(3)} =$ ______________; $x_2^{(3)} =$ ______________; $x_3^{(3)} =$ ______________.

CÂU 4. Xây dựng spline bậc ba $g(x)$ nội suy bảng số:

x	0	1	2
y	$2.1\mathcal{M}$	$2.5\mathcal{M}$	$3.3\mathcal{M}$

và thoả điều kiện $g'(0) = 0.5$, $g'(2) = 0.1\mathcal{M}$

Kết quả: $A_0 =$ ________; $B_0 =$ ________; $C_0 =$ ________; $D_0 =$ ________; $\forall x \in [0, 1]$;
$A_1 =$ ________; $B_1 =$ ________; $C_1 =$ ________; $D_1 =$ ________; $\forall x \in [1, 2]$.

CÂU 5. Cho bảng số

x	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	$\mathcal{M}$	2.5	$1.2\mathcal{M}$	3.3	$1.4\mathcal{M}$	3.8	$1.6\mathcal{M}$

. Sử dụng phương pháp bình phương bé nhất, tìm hàm dạng $f(x) = A\sqrt{x+1} + Bx$ xấp xỉ tốt nhất bảng số trên.

Kết quả: $A =$ ____________________; $B =$ ____________________.

CÂU 6. Cho bảng số

x	0	1	2	3
y	$\mathcal{M}$	2.5	$1.5\mathcal{M}$	4.2

. Sử dụng đa thức nội suy Newton tính gần đúng đạo hàm $y'(x)$ tại điểm $x = 1.2$.

Kết quả: $y'(1.2) =$ ____.

CÂU 7. Xét tích phân: $I = \int_1^2 \sqrt[3]{\mathcal{M}x + 1}\, dx$. Dùng công thức Simpson mở rộng, xác định số đoạn chia tối thiểu (n_{min}) để sai số $\leqslant 10^{-6}$. Với giá trị $n = n_{min}$ vừa tìm được, hãy xấp xỉ tích phân trên.

Kết quả: $n_{min} =$ ____________________; $I =$ ____________________.

CÂU 8. Xét bài toán Cauchy $\begin{cases} y' = xy^3 + \mathcal{M}3^{-x} + 1.5x - 1, & 1 \leqslant x \\ y(1) = 0.25\mathcal{M} \end{cases}$. Sử dụng công thức Runge-Kutta cấp 4, hãy xấp xỉ giá trị của hàm $y(x)$ tại $x = 1.2$ với bước $h = 0.2$.

Kết quả: $K2 =$ ____________________; $y(1.2) =$ ____________________.

CÂU 9. Xét bài toán Cauchy đối với ptvp cấp 2:

$$\begin{cases} y''(t) = \ln(ty(t) + 1) + (y'(t) + 2\mathcal{M})^2 + 2.1t - 0.3\mathcal{M}, \ 1 \leqslant t \\ y(1) = 0.2\mathcal{M}; \ y'(1) = 0.5\mathcal{M} \end{cases}$$

Thực hiện phép đổi biến $y'(t) = x(t)$ và sử dụng công thức Euler, hãy xấp xỉ giá trị của hàm $y(t)$ và đạo hàm $y'(t)$ tại điểm $t = 1.2$ với bước $h = 0.2$.

Kết quả: $y(1.2) =$ ____________________; $y'(1.2) =$ ____________________.

CÂU 10. Xét bài toán biên:

$$\begin{cases} \dfrac{x + \mathcal{M}}{x^2 + 1} y'' + y' - 10\mathcal{M}y = -8x, \ 1.4 \leqslant x \leqslant 1.8 \\ y(1.4) = 0.3\mathcal{M}; \ y(1.8) = 0.8\mathcal{M} \end{cases}$$

Bằng phương pháp sai phân hữu hạn, hãy xấp xỉ giá trị của hàm $y(x)$ trong $[1.4, 1.8]$ với bước $h = 0.1$.

Kết quả: $y(1.5) =$ ____________; $y(1.6) =$ ____________; $y(1.7) =$ ____________.

CHỦ NHIỆM BỘ MÔN GIÁO VIÊN RA ĐỀ