

BÀI GIẢNG GIẢI TÍCH 2

CHƯƠNG 1-BÀI 1. HÀM NHIỀU BIẾN

TS. NGUYỄN ĐÌNH DƯƠNG
BỘ MÔN TOÁN ỨNG DỤNG - KHOA KHOA HỌC ỨNG DỤNG

Email: duongnd@hcmut.edu.vn

Ngày 15/02/2021



1.1 Bài 1.1: Hàm nhiều biến

1.2 Bài 1.2: Đạo hàm riêng

1.3 Bài 1.3: Đạo hàm theo hướng và Gradient

1.4 Bài 1.4: Đạo hàm hàm hợp, hàm ẩn

1.5 Bài 1.5: Công thức Taylor

1.6 Bài 1.6: Cực trị hàm nhiều biến

1.7 Bài 1.7: Giá trị bé nhất, lớn nhất trên miền đóng, bị chặn



Nội dung

Hàm nhiều biến

Đồ thị mức

Trao đổi



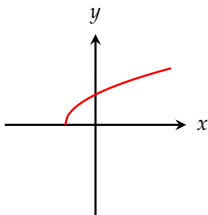
Nội dung

Hàm nhiều biến

Đồ thị mức

Trao đổi

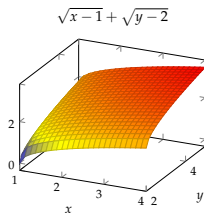
1. Hàm nhiều biến



Hàm một biến chính là ánh xạ $f: \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$ trong đó miền xác định $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}$

Ví dụ: $f(x) = \sqrt{1+x}$, $\mathcal{D} = [-1, \infty)$

Đồ thị của f là tập hợp các điểm $(x, f(x))$ trong (Oxy) , trong đó $x \in \mathcal{D}$



Hàm 2 biến là ánh xạ $f: \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$ trong đó miền xác định $D \subset \mathbb{R}^2$.

Ví dụ: $f(x, y) = \sqrt{x-1} + \sqrt{y-2}$,

$$U = \{(x, y) : x \geq 1, y \geq 2\}$$

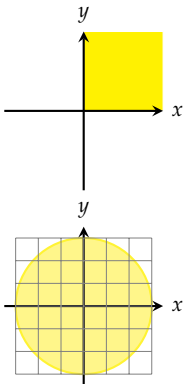
Đồ thị của f là tập hợp các điểm $(x, y, f(x, z))$ trong mặt phẳng $(Oxyz)$, trong đó $(x, y) \in \mathcal{D}$

1. Hàm nhiều biến

Tìm hàm số tương ứng với đồ thị có miền xác định bởi các hình dưới đây trong (Oxy) .

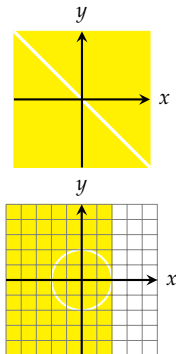
❶ $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$

❷ $f(x, y) = \frac{x - y}{x + y}$



❸ $f(x, y) = \frac{\ln(2 - x)}{4 - x^2 - y^2}$

❹ $f(x, y) = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

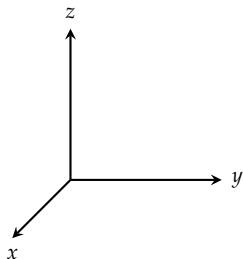


1. Hàm nhiều biến

Hàm số có dạng $f(x, y) = ax + by + c$ với các hệ số a, b và c được gọi là *hàm tuyến tính*. Đồ thị của nó là mặt phẳng:

$$z = ax + by + c \Rightarrow ax + by - z = c$$

Bạn đã biết cách vẽ đồ thị này!

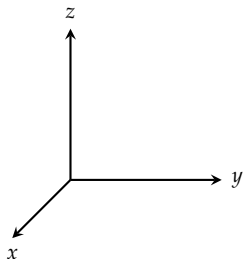


1. Hàm nhiều biến

Hàm số có dạng $f(x, y) = ax + by + c$ với các hệ số a, b và c được gọi là *hàm tuyến tính*. Đồ thị của nó là mặt phẳng:

$$z = ax + by + c \Rightarrow ax + by - z = c$$

Bạn đã biết cách vẽ đồ thị này!



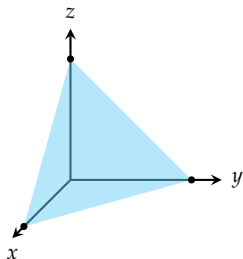
Vẽ đồ thị của $f(x, y) = 2 - x - y$

1. Hàm nhiều biến

Hàm số có dạng $f(x, y) = ax + by + c$ với các hệ số a, b và c được gọi là *hàm tuyến tính*. Đồ thị của nó là mặt phẳng:

$$z = ax + by + c \Rightarrow ax + by - z = c$$

Bạn đã biết cách vẽ đồ thị này!



Vẽ đồ thị của $f(x, y) = 2 - x - y$

$$x + y + z = 2$$

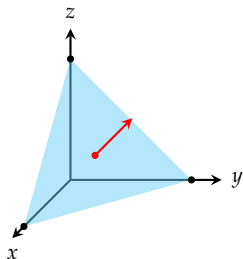
$(2, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$ và $(0, 0, 2)$ nằm trên mặt phẳng này

1. Hàm nhiều biến

Hàm số có dạng $f(x, y) = ax + by + c$ với các hệ số a, b và c được gọi là *hàm tuyến tính*. Đồ thị của nó là mặt phẳng:

$$z = ax + by + c \Rightarrow ax + by - z = c$$

Bạn đã biết cách vẽ đồ thị này!



Vẽ đồ thị của $f(x, y) = 2 - x - y$

$$x + y + z = 2$$

$(2, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$ và $(0, 0, 2)$ nằm trên mặt phẳng này

Véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; 1)$

1. Hàm nhiều biến

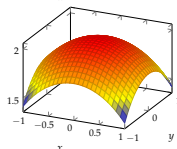
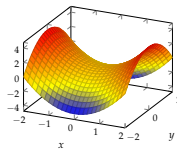
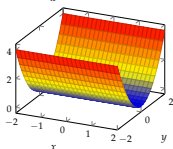
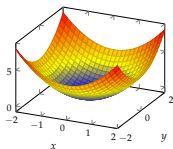
Tìm hàm số tương ứng với các đồ thị dưới đây.

I $f(x, y) = y^2$

II $f(x, y) = x^2 - y^2$

III $f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

IV $f(x, y) = x^2 + y^2$

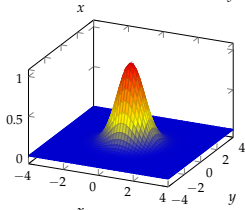
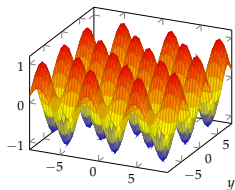


1. Hàm nhiều biến

Tìm hàm số tương ứng với các đồ thị dưới đây.

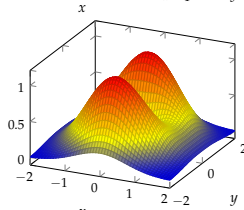
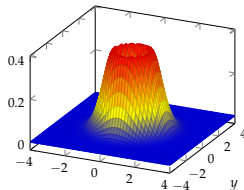
I $f(x, y) = \sin(x) \cos(y)$

II $f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}$



III $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{-(x^2+y^2)}$

IV $f(x, y) = (x^2 + 3y^2)e^{-(x^2+y^2)}$





Nội dung

Hàm nhiều biến

Đồ thị mức

Trao đổi

2. Đồ thị mức

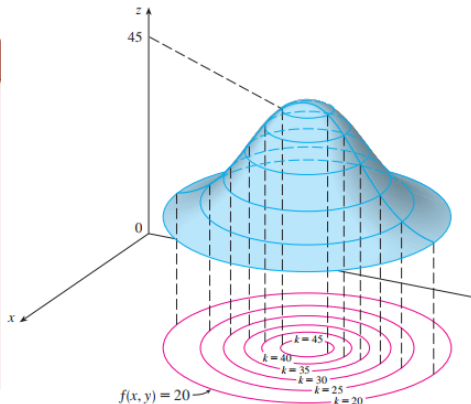
Định nghĩa 2.1 (Đồ thị mức)

Đường mức (hay đường đẳng trị) của hàm 2 biến $z = f(x, y)$ là các đường cong có phương trình

$$f(x, y) = k,$$

$k = \text{const}$ thuộc miền giá trị của f .

Đồ thị mức là tập hợp các đường mức của f .



⊕ Nhận xét:

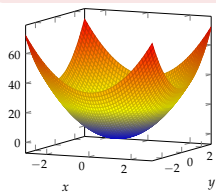
- Các đường mức sẽ **không cắt nhau**
- Bề mặt cong sẽ **đốc** ở nơi các đường mức gần nhau và **phẳng hơn** khi các đường mức cách xa nhau.

2. Đồ thị mức

Đường mức của $z = f(x, y)$ là các đường cong có phương trình

$$f(x, y) = k.$$

Đồ thị mức tập hợp các đường mức của f .

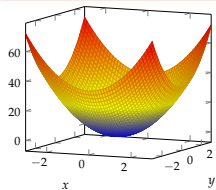


2. Đồ thị mức

Đường mức của $z = f(x, y)$ là các đường cong có phương trình

$$f(x, y) = k.$$

Đồ thị mức tập hợp các đường mức của f .

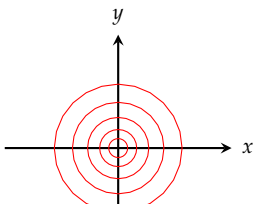
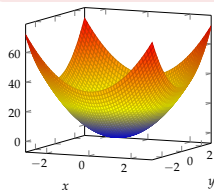


2. Đồ thị mức

Đường mức của $z = f(x, y)$ là các đường cong có phương trình

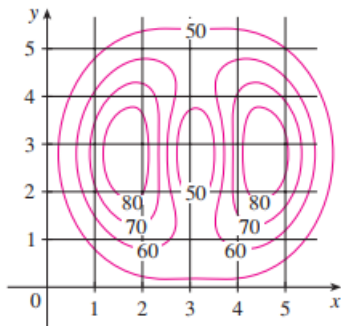
$$f(x, y) = k.$$

Đồ thị mức tập hợp các đường mức của f .



- Miền xác định của $f(x, y) = x^2 + y^2$? (Paraboloid Elliptic)
- Mô tả đồ thị mức của f

2. Đồ thị mức

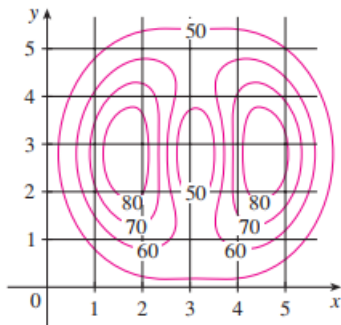


Ví dụ 2.1

Cho đồ thị mức của hàm $f(x, y)$ như hình vẽ bên. Ước lượng giá trị $f(1, 3)$, $f(4, 5)$.

Giải

2. Đồ thị mức



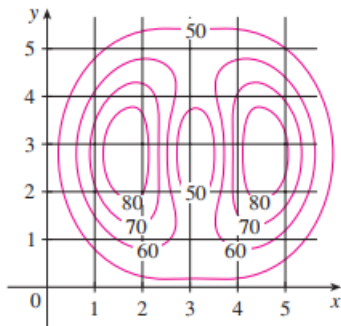
Ví dụ 2.1

Cho đồ thị mức của hàm $f(x, y)$ như hình vẽ bên. Ước lượng giá trị $f(1, 3)$, $f(4, 5)$.

Giải

$$f(1, 3) \approx 73;$$

2. Đồ thị mức



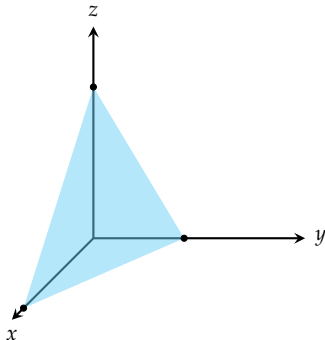
Ví dụ 2.1

Cho đồ thị mức của hàm $f(x, y)$ như hình vẽ bên. Ước lượng giá trị $f(1, 3)$, $f(4, 5)$.

Giải

$$f(1, 3) \approx 73; \quad f(4, 5) \approx 56.$$

2. Đồ thị mức



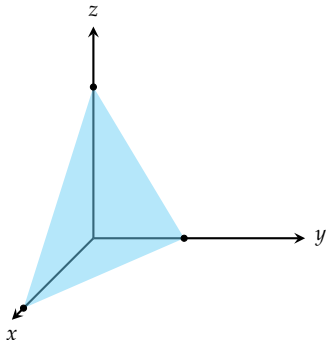
Ví dụ 2.2

Vẽ đồ thị mức cho hàm

$$f(x, y) = 6 - 3x - 2y$$

với $k = -6, 0, 6, 12$.

2. Đồ thị mức



Ví dụ 2.2

Vẽ đồ thị mức cho hàm

$$f(x, y) = 6 - 3x - 2y$$

với $k = -6, 0, 6, 12$.

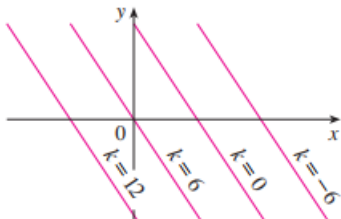
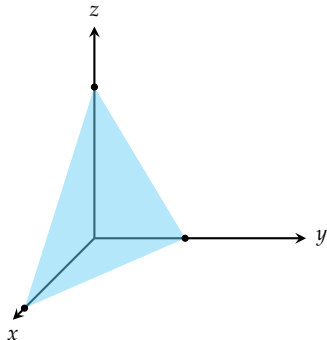
Giải

Các đường mức có phương trình là

$$6 - 3x - 2y = k$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2y + (k - 6) = 0$$

2. Đồ thị mức



Ví dụ 2.2

Vẽ đồ thị mức cho hàm

$$f(x, y) = 6 - 3x - 2y$$

với $k = -6, 0, 6, 12$.

Giải

Các đường mức có phương trình là

$$6 - 3x - 2y = k$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2y + (k - 6) = 0$$

2. Đồ thị mức

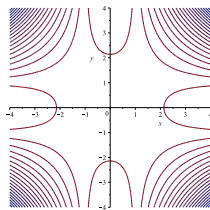
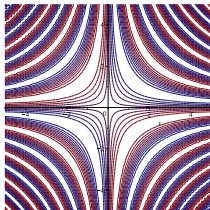
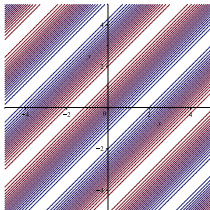
Đường mức của $z = f(x, y)$ là các đường cong có phương trình

$$f(x, y) = k.$$

Đồ thị mức tập hợp các đường mức của f .

Tìm đồ thị mức tương ứng với các hàm dưới đây.

$$f(x, y) = \sin(xy) \quad f(x, y) = (1 - x^2)(1 - y^2) \quad f(x, y) = \sin(x - y)$$





Nội dung

Hàm nhiều biến

Đồ thị mức

Trao đổi

TRAO ĐỔI