
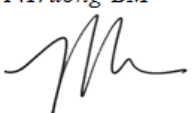



Giảng viên ra đề:	<i>Ngày ra đề: 15/07/2020</i>	Người phê duyệt:	<i>Ngày duyệt đề: 16/07/2020</i>
		<i>P. Trưởng BM</i>	
<i>ThS Nguyễn Thị Xuân Anh</i>			
		<i>TS. Trần Ngọc Diễm</i>	

(phần phía trên cần che đi khi in sao để thi)

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA – ĐHQG-HCM KHOA: Khoa học Ứng dụng	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/năm học	2	2019-2020	
			Ngày thi	20/07/2020		
	Môn học	Giải tích 2				
	Mã môn học	MT1005				
	Thời lượng	100 phút	CA THI	CA 1		
Ghi chú: - Đề thi có 10 câu được in trên 2 mặt 1 tờ giấy A4. - Sinh viên KHÔNG ĐƯỢC sử dụng tài liệu. - Nộp lại đề thi cùng với bài làm						

Câu 1 : (1đ) L.O.1

Cho hàm số $f(x, y) = x^2 - 2y^2 + 2x$ có đồ thị là mặt cong S . Tìm điểm M trên mặt S sao cho tiếp diện của mặt S tại M vuông góc với trục Oz .

Câu 2 : (1đ) L.O.3

Cho đường cong C là giao tuyến của nửa mặt cầu $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ với mặt trụ $x^2 + y^2 = 2x$. Tính độ dài của đường cong C .

Câu 3 : (1đ) L.O.3

Trong mặt phẳng Oxy cho C là đoạn thẳng nối từ điểm (x_1, y_1) đến điểm (x_2, y_2) .

Chứng minh:

$$\int_C xdy - ydx = x_1y_2 - x_2y_1.$$

Câu 4 : (2đ) L.O.3

Cho tứ diện Ω giới hạn bởi 4 mặt phẳng $x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 2$. Chia Ω thành 2 phần Ω_1, Ω_2 bởi mặt trụ parabol $y = x^2$.

a/ Tính thể tích Ω_1, Ω_2 .

b/ Nếu khối Ω có khối lượng riêng tại mọi điểm đều là hằng số, thể tích khối là $V(\Omega)$ thì tọa độ trọng tâm G của khối được tính bởi công thức:

$$x_G = \frac{1}{V(\Omega)} \iiint_V x dx dy dz, y_G = \frac{1}{V(\Omega)} \iiint_V y dx dy dz, z_G = \frac{1}{V(\Omega)} \iiint_V z dx dy dz.$$

Tìm tọa độ trọng tâm tứ diện Ω .

Câu 5 : (1đ) L.O.3

Một cái phễu bằng kim loại mỏng có hình dạng là một phần mặt nón $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ứng với $0.5 \leq z \leq 4$. Tính khối lượng phễu, biết mật độ tại điểm (x, y, z) trên mặt nón là: $\rho(x, y, z) = 14 - x - 2z$ (bỏ qua các đơn vị tính).

Câu 6 : (1đ) L.O.3

Tính tích phân $I = \iint_S xydydz + (y^2 + xe^z) dzdx + 2yzdxdy$ với mặt S là phần mặt trụ $z = 1 - x^2$ bị cắt bởi 3 mặt phẳng $y = 0, z = 0, y + z = 2$, lấy phía dưới theo hướng trục Oz .

Câu 7 : (1đ) L.O.3

Khảo sát sự hội tụ của chuỗi số $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1.3.5...(2n-1)}{(-3n)^{n+1}}$.

Câu 8 : (2đ) L.O.3

Cho chuỗi lũy thừa: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(2 + \frac{1}{(-3)^{n-1}} \right) (2x-1)^n$.

a/ Tìm miền hội tụ D của chuỗi lũy thừa trên.

b/ Tìm tất cả các giá trị $x \in D$ sao cho $\sum_{n=2}^{\infty} \left(2 + \frac{1}{(-3)^{n-1}} \right) (2x-1)^n = 1$

————— HẾT —————

ĐÁP ÁN

Câu 1 Vecto pháp của mặt S tại (x, y, z) là $\vec{n} = (-2x - 2, 4y, 1)$ **(0.25)**, \vec{n} song song với trục Oz **(0.25)** $\Leftrightarrow \vec{n} = k(0, 0, 1) \Leftrightarrow x = -1, y = 0$. **(0.25)** Vậy $M(-1, 0, -1)$ **(0.25)**

Câu 2 Lưu ý: Nếu dùng tp Mặt hoặc tham số hóa $z=z(x)$, không tính y thì **KHÔNG CHO ĐIỂM**

PT tham số của $C : x = 1 + \cos t, y = \sin t, z = \sqrt{2 - 2\cos t}, 0 \leq t \leq 2\pi$ **(0.5)**, độ dài C là $I = \int_C dl = \int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \frac{\sin^2 t}{2 - 2\cos t}} dt$ **(0.25)** $= 7.643$ **(0.25)**

Câu 3 pt $C : x = x_1 + t(x_2 - x_1), y = y_1 + t(y_2 - y_1), t : 0 \rightarrow 1$ **(0.5)** nên $VT = \int_0^1 (x_1 + t(x_2 - x_1))(y_2 - y_1) dt - (y_1 + t(y_2 - y_1))(x_2 - x_1) dt = x_1 y_2 - x_2 y_1$ **(0.5)**

Lưu ý: Nếu để $0 \leq t \leq 1$ (tức là không có hướng) thì cho 0.5đ nếu đúng kết quả

Câu 4 a/ $V(\Omega_1) = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{2-x} dy \int_0^{2-x-y} dz$ **(0.25)** $= \frac{17}{20}$, **(0.25)** $V(\Omega) = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = \frac{4}{3}$ **(0.25)**
 $V(\Omega_2) = V(\Omega) - V(\Omega_1) = \frac{4}{3} - \frac{17}{20} = \frac{29}{60}$ **(0.25)**

Lưu ý: Nếu chỉ đúng cận tp, sai kết quả thì cho tối đa 50% điểm của tp đó

b/ $x_G = \frac{3}{4} \int_0^2 dx \int_0^{2-x} dy \int_0^{2-x-y} x dz$ **(0.25)** $= \frac{1}{2}$ **(0.25)** $y_G = \frac{3}{4} \int_0^2 dx \int_0^{2-x} dy \int_0^{2-x-y} y dz =$
 $\frac{1}{2}$ **(0.25)** $z_G = \frac{3}{4} \int_0^2 dx \int_0^{2-x} dy \int_0^{2-x-y} z dz = \frac{1}{2}$ **(0.25)**

Câu 5 $m = \iint_S \rho(x, y, z) ds$ **(0.25)** $= \iint_D (14 - x - 2\sqrt{x^2 + y^2}) \sqrt{2} dx dy, D : 0.25 \leq x^2 + y^2 \leq$
 16 **(0.25)** $= \sqrt{2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{0.5}^4 r(14 - r \cos \varphi - 2r) dr$ **(0.25)** $\approx 601.27 \left(= \frac{406\sqrt{2}}{3} \pi \right)$ **(0.25)**

Nếu là tp bội ba thì **KHÔNG CHO ĐIỂM**

Câu 6 $\vec{n} = -\frac{(2x, 0, 1)}{\sqrt{4x^2 + 1}}$ hoặc $\vec{n} = \left(1, 0, \frac{-1}{\sqrt{1 - z}}\right)$
(0.25), $I = \iint_S -\frac{2x^2 y + 2yz}{\sqrt{4x^2 + 1}} ds$ **(0.25)**

Cách 1: $I = - \iint_{D_{xy}} (2x^2 y + 2y(1 - x^2)) dx dy, D_{xy} : x = -1, x = 1, y = 0, y = 1 + x^2$
(0.25) $= -\frac{56}{15}$ **(0.25)**

Cách 2: $I = -2 \iint_{D_{yz}} \frac{y}{\sqrt{1-z}} dydz, D_{yz} : z = 0, z = 1, y = 0, y = 2 - z \text{ (0.25)} = -\frac{56}{15}$
(0.25)

Lưu ý: Nếu không nói rõ về phía của mặt cong thì cho tối đa 0.5 điểm

Câu 7 $\left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| = \frac{(2n+1)n^{n+1}}{3(n+1)^{n+2}} \text{ (0.5)} = \frac{2n+1}{3(n+1)} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n+1} \rightarrow \frac{2}{3}e^{-1} \text{ (0.25) HT (0.25)}$

Lưu ý: Nếu không có trị tuyệt đối chỉ cho tối đa 0.5 điểm

Câu 8 a/ $X = 2x - 1, R = \frac{1}{\lim \sqrt[n]{|a_n|}} = 1$, HOẶC $X = x - 1/2, R = \frac{1}{\lim \sqrt[n]{|a_n|}} = 1/2$

(0.5) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(2 + \frac{1}{(-3)^{n-1}} \right), \sum_{n=1}^{\infty} \left(2 + \frac{1}{(-3)^{n-1}} \right) (-1)^n$ PK theo đkccsht **(0.5)** Kết luận MHT $D = (0, 1) \text{ (0.25)}$

b/ $S(x) = \sum_{n=2}^{\infty} \left(2 + \frac{1}{(-3)^{n-1}} \right) (2x - 1)^n = 2 \sum_{n=2}^{\infty} (2x - 1)^n + (-3) \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{2x - 1}{-3} \right)^n$

(0.25) $S(x) = 2 \frac{(2x - 1)^2}{1 - (2x - 1)} - 3 \frac{\left(\frac{2x - 1}{-3} \right)^2}{1 - \frac{2x - 1}{-3}} = \frac{(2x - 1)^2 (-2 - 6x)}{4x^2 - 4} \text{ (0.25)}$

$S(x) = 1 \leftrightarrow x \approx 0.756 \text{ (0.25)}$