

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP HCM
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN CÔNG NGHỆ TRI THỨC

Bài tập 1

Đề tài: Số phức và vector, ma trận phức

Môn học: Nhập môn Tính toán lượng tử

Sinh viên thực hiện:

Lưu Thượng Hồng (23122006)

Giáo viên hướng dẫn:

ThS. Vũ Quốc Hoàng

Ngày 15 tháng 10 năm 2025



Mục lục

1	Bài 1	1
1.1	(a)	1
1.2	(b)	1
1.3	(c)	2
1.4	(d)	2
1.5	(e)	2
1.6	(f)	3
1.7	(g)	3
2	Bài 2	3
2.1	(a)	3
2.2	(b)	3
2.3	(c)	3
2.4	(d)	4
3	Bài 3	4
3.1	(a)	4
3.2	(b)	4
3.3	(c)	4
3.4	(d)	5
3.5	(e)	5
3.6	(f)	5
3.7	(g)	5
3.8	(h)	5
3.9	(i)	6
3.10	(j)	6
4	Bài 4	6
4.1	(a)	6
4.2	(b)	6
4.3	(c)	6

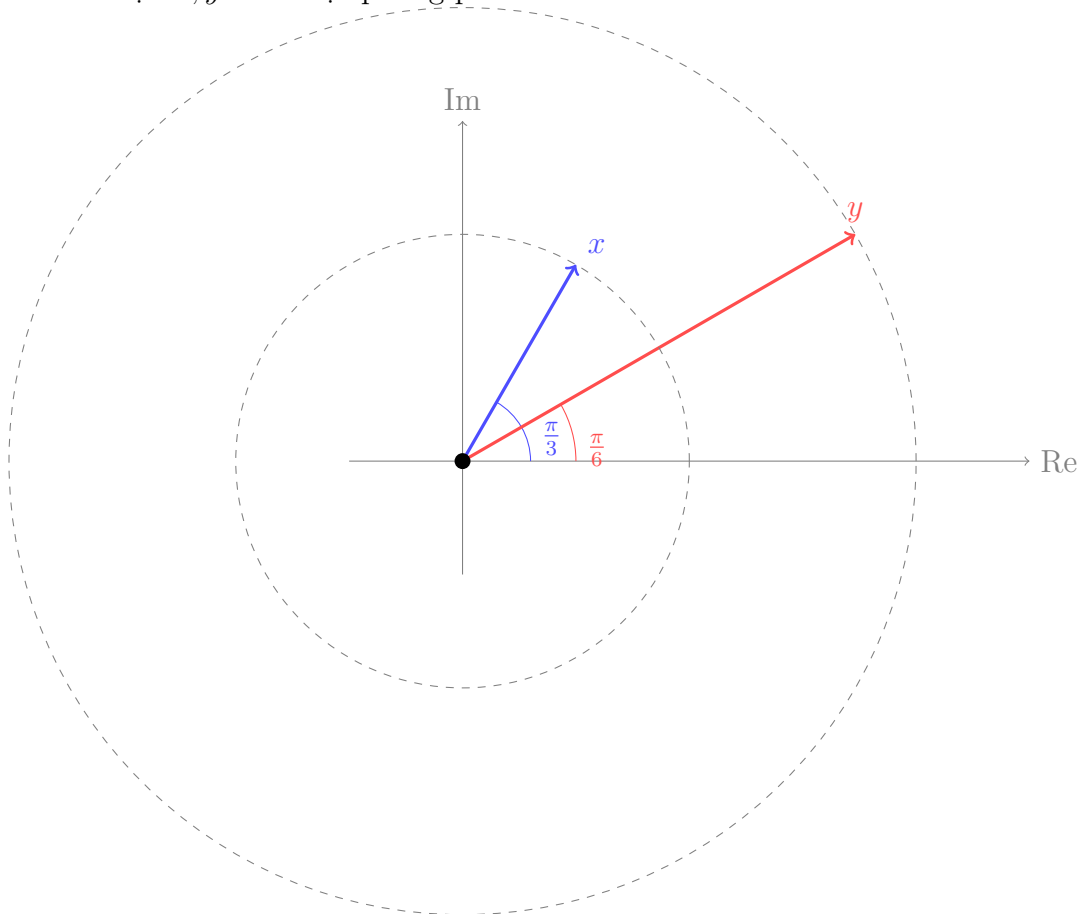
4.4	(d)	6
4.5	(e)	6
4.6	(f)	7
4.7	(g)	7
5	Bài 5	7
5.1	(a)	7
5.2	(b)	7
6	Bài 6	7
6.1	(a)	7
6.2	(b)	7
6.3	(c)	8
7	Bài 7	8
7.1	(a)	8
7.2	(b)	8
7.3	(c)	8
7.4	(d)	8
8	Bài 8	8
8.1	(a)	8
8.2	(b)	9

1 Bài 1

Cho $x = e^{i\frac{\pi}{3}}$ và $y = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$.

1.1 (a)

Đề bài: Vẽ minh họa x, y trên mặt phẳng phức.



Bài làm:

1.2 (b)

Đề bài: Tìm dạng đại số và dạng cực của x, y .

Bài làm:

- **Dạng cực** (Đã cho): $x = e^{i\frac{\pi}{3}}$ $y = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$
- **Dạng đại số**: $x = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \dots$ $y = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) = \dots$

1.3 (c)

Đề bài: Tính $\operatorname{Re}(x)$, $\operatorname{Im}(x)$, $|x|$, $\arg(x)$.

Bài làm:

- $\operatorname{Re}(x) = \dots$
- $\operatorname{Im}(x) = \dots$
- $|x| = \dots$
- $\arg(x) = \dots$

1.4 (d)

Đề bài: Tính \bar{x} , $-x$, x^{-1} .

Bài làm:

- $\bar{x} = \dots$
- $-x = \dots$
- $x^{-1} = \dots$

1.5 (e)

Đề bài: Tính $x + y$, $x - y$, xy , yx , $\frac{x}{y}$, $\frac{y}{x}$.

Bài làm:

- $x + y = \dots$
- $x - y = \dots$
- $xy = \dots$
- $\frac{x}{y} = \dots$
- $\frac{y}{x} = \dots$

1.6 (f)

Đề bài: Tính x^4 và x^n , $n \in \mathbb{Z}$.

Bài làm:

- $x^4 = \dots$
- $x^n = \dots$

1.7 (g)

Đề bài: Tính $\sqrt[4]{x}$ và $\sqrt[n]{x}$ $n \in \mathbb{N}^+$.

Bài làm:

- $\sqrt[4]{x} = \dots$ (Liệt kê các nghiệm)
- $\sqrt[n]{x} = \dots$ (Công thức tổng quát cho n nghiệm)

2 Bài 2

Cho $x, y \in \mathbb{C}$ chứng minh

2.1 (a)

Đề bài: $x\bar{x} = \bar{x}x = |x|^2$.

Bài làm:

2.2 (b)

Đề bài: $\overline{x^{-1}} = (\bar{x})^{-1}$ ($x \neq 0$).

Bài làm:

2.3 (c)

Đề bài: $|xy| = |x||y|$.

Bài làm:

2.4 (d)

Đề bài: $|x + y| \leq |x| + |y|$.

Bài làm: (Bất đẳng thức tam giác)

3 Bài 3

Cho $|\phi\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|0\rangle + \frac{1}{2}|1\rangle$, $|\psi\rangle = \frac{2}{3}|0\rangle + \frac{1-2i}{3}|1\rangle$.

3.1 (a)

Đề bài: Tính $\langle\phi|$ và $\langle\psi|$.

Bài làm:

- $\langle\phi| = \dots$
- $\langle\psi| = \dots$

3.2 (b)

Đề bài: Tính $\langle\phi|\psi\rangle$ và $\langle\psi|\phi\rangle$.

Bài làm:

- $\langle\phi|\psi\rangle = \dots$
- $\langle\psi|\phi\rangle = \dots$

3.3 (c)

Đề bài: Tính $|\phi\rangle\langle\phi|$ và $|\psi\rangle\langle\phi|$.

Bài làm:

- $|\phi\rangle\langle\phi| = \dots$
- $|\psi\rangle\langle\phi| = \dots$

3.4 (d)

Đề bài: Tính $|\phi\rangle|\psi\rangle$ và $|\psi\rangle|\phi\rangle$.

Bài làm: (Tensor product)

- $|\phi\rangle|\psi\rangle = \dots$
- $|\psi\rangle|\phi\rangle = \dots$

3.5 (e)

Đề bài: Tính $||\phi||$ và $||\psi||$.

Bài làm:

- $||\phi|| = \dots$
- $||\psi|| = \dots$

3.6 (f)

Đề bài: Tính góc giữa $|\phi\rangle$ và $|\psi\rangle$.

Bài làm:

3.7 (g)

Đề bài: Tính $\text{proj}_{|\psi\rangle}|\phi\rangle$ và $\text{proj}_{|\phi\rangle}|\psi\rangle$.

Bài làm:

- $\text{proj}_{|\psi\rangle}|\phi\rangle = \dots$
- $\text{proj}_{|\phi\rangle}|\psi\rangle = \dots$

3.8 (h)

Đề bài: Chuẩn hóa $\text{proj}_{|\psi\rangle}|\phi\rangle$ và $\text{proj}_{|\phi\rangle}|\psi\rangle$.

Bài làm:

- Chuẩn hóa $\text{proj}_{|\psi\rangle}|\phi\rangle = \dots$
- Chuẩn hóa $\text{proj}_{|\phi\rangle}|\psi\rangle = \dots$

3.9 (i)

Đề bài: Tìm tọa độ của $|\phi\rangle$ và $|\psi\rangle$ trong các cơ sở $B_Z = \{|0\rangle, |1\rangle\}$, $B_X = \{|+\rangle, |-\rangle\}$, $B_Y = \{|i\rangle, |-i\rangle\}$.

Bài làm:

3.10 (j)

Đề bài: Cho $|a\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|0\rangle + \frac{i}{2}|1\rangle$, $|b\rangle = \frac{i}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$, chứng minh $B = \{a, b\}$ là một cơ sở trực chuẩn của \mathbb{C}^2 và tìm tọa độ của $|\phi\rangle$, $|\psi\rangle$ theo B . **Bài làm:**

4 Bài 4

Cho U là toán tử trên \mathbb{C}^2 với $U|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$ và $U|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix}$.

4.1 (a)

Đề bài: Tìm biểu diễn của U trong cơ sở chính tắc $B_Z = \{|0\rangle, |1\rangle\}$. **Bài làm:**

4.2 (b)

Đề bài: Cho $|\phi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^2$, tìm $U|\phi\rangle$. **Bài làm:**

4.3 (c)

Đề bài: U có unita không? **Bài làm:**

4.4 (d)

Đề bài: U có Hermite không? **Bài làm:**

4.5 (e)

Đề bài: Tìm U^\dagger , U^{-1} . **Bài làm:**

- $U^\dagger = \dots$
- $U^{-1} = \dots$

4.6 (f)

Đề bài: Tìm $HUH|0\rangle$, $HUH|1\rangle$ và HUH (H là ma trận Hadamard). **Bài làm:**

4.7 (g)

Đề bài: Tìm $UHU|0\rangle$, $UHU|1\rangle$ và UHU . **Bài làm:**

5 Bài 5

Chứng minh $XY = iZ$ bằng cách

5.1 (a)

Đề bài: Nhân ma trận. **Bài làm:**

5.2 (b)

Đề bài: Xét tác động của các toán tử trên $|0\rangle$, $|1\rangle$. **Bài làm:**

6 Bài 6

Cho $|\phi\rangle = \frac{1}{2}|00\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|10\rangle + \frac{\sqrt{3}+i}{4}|11\rangle$.

6.1 (a)

Đề bài: Cho thấy $|\phi\rangle$ là vector đơn vị. **Bài làm:**

6.2 (b)

Đề bài: Tính $\text{proj}_{|+-\rangle}|\phi\rangle$ và chuẩn hóa $\text{proj}_{|+-\rangle}|\phi\rangle$. **Bài làm:**

- $\text{proj}_{|+-\rangle}|\phi\rangle = \dots$
- Chuẩn hóa $\text{proj}_{|+-\rangle}|\phi\rangle = \dots$

6.3 (c)

Đề bài: Tính tọa độ của $|\phi\rangle$ theo cơ sở Bell. **Bài làm:**

7 Bài 7

Kiểm tra các vector sau có phân tách được (separable)

7.1 (a)

Đề bài: $|\phi_1\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)$. **Bài làm:**

7.2 (b)

Đề bài: $|\phi_2\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}(\sqrt{3}|00\rangle - \sqrt{3}|01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)$. **Bài làm:**

7.3 (c)

Đề bài: $|\phi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|10\rangle + i|11\rangle)$. **Bài làm:**

7.4 (d)

Đề bài: $|\phi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|0+\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|1-\rangle$. **Bài làm:**

8 Bài 8

Cho $|\phi\rangle = \frac{1}{4}|00\rangle + \frac{1}{2}|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle + \frac{\sqrt{3}}{4}|11\rangle$.

8.1 (a)

Đề bài: Tính $(H \otimes X)|\phi\rangle$. **Bài làm:**

8.2 (b)

Đề bài: Tính $\text{CNOT}|\phi\rangle$. **Bài làm:**