

“Vírus de computadores são uma lenda urbana”
(Peter Norton, 1988).

Sistemas de Numeração Posicionais e conversão de bases

Paulo Ricardo Lisboa de Almeida

Bases

- Nós nos acostumamos a trabalhar com a base 10
 - Algarismos válidos são $0,1,2,\dots,9$
- Mas a escolha da base 10 é arbitrária
 - Por que usamos a base 10?
 - Existem outras bases que usamos no nosso dia a dia?

Bases

- O conjunto de algarismos válidos é dado de acordo com a base que estamos trabalhando
 - Para a base 10, os numerais são 0,1,2,...9
 - E para as bases
 - 8
 - ?
 - 5
 - ?
 - 2
 - ?

Bases

- O conjunto de algarismos válidos é dado de acordo com a base que estamos trabalhando
 - Para a base 10, os numerais são 0,1,2,...9
 - E para as bases
 - 8
 - 0,1,2,3,4,5,6,7
 - 5
 - 0,1,2,3,4
 - 2
 - 0,1

Bases

- De maneira geral, dada uma base β qualquer, quais são os algoritmos válidos para essa base?

Bases

- De maneira geral, dada uma base β qualquer, quais são os algarismos válidos para essa base?
 - $0, 1, \dots, \beta-1$

Bases

- Precisamos saber a base que estamos trabalhando para obter o valor de um número
- As bases **serão representadas como subscritos** nos números.
- Exemplos
 - 11_{10} é o número onze na base 10
 - 11_2 é o número um na base binária.
- Caso a base seja omitida, assumiremos a base 10.

Algarismos mas e menos significativos


- Dado o número a seguir, qual o algarismo que tem o “maior impacto” no número
 - 347

Algarismos mas e menos significativos

- Dado o número a seguir, qual o algarismo que tem o “maior impacto” no número
 - Na nossa forma ocidental de escrever
 - O número mais a esquerda é o **mais significativo**
 - O número mais a direita é o **menos significativo**
- O dígito menos significativo está na posição 0, o valor a sua esquerda na posição 1, o próximo na posição 2, ...
 - **Notação posicional**
- Exemplo
 - 347
2 1 0 ← Posição

Forma polinomial

- Dados os números e suas bases, podemos então os escrever em suas formas polinomiais

- $347_{10} = 3 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 7 \times 10^0$


Multiplicamos cada algarismo individual
pela base elevada a posição do algarismo

Exercício

- Mostre a forma polinomial do valor a seguir
 - 1330

Exercício

- Mostre a forma polinomial do valor a seguir
 - $1330 = 1 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 0 \times 10^0$

Forma polinomial

- De maneira geral
- Um número inteiro em uma base β , representado por $(a_j, a_{j-1}, \dots, a_2, a_1, a_0)_\beta$, $0 \leq a_k \leq (\beta - 1)$, $k = 1, \dots, j$

Forma polinomial

- De maneira geral
- Um número inteiro em uma base β , representado por $(a_j, a_{j-1}, \dots, a_2, a_1, a_0)_\beta$, $0 \leq a_k \leq (\beta - 1)$, $k = 1, \dots, j$
- Pode ser escrito na forma polinomial:
 - $a_j \beta^j + a_{j-1} \beta^{j-1} + \dots + a_2 \beta^2 + a_1 \beta^1 + a_0 \beta^0$

Forma polinomial

- Através da forma polinomial **podemos transformar de uma base β qualquer para decimal.**
- Mostre a forma polinomial do valor a seguir
- 10110_2

Forma polinomial

- Através da forma polinomial **podemos transformar de uma base β qualquer para decimal.**
- Mostre a forma polinomial do valor a seguir
- $10110_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$

Forma polinomial

- Através da forma polinomial **podemos transformar de uma base β qualquer para decimal.**
- Mostre a forma polinomial do valor a seguir
- $10110_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
- O resultado do polinômio nos dá o valor convertido para decimal
- $10110_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 22_{10}$

Forma polinomial

- E como fica o polinômio para o valor a seguir?
 - $243,51_{10}$

Forma polinomial

- E como fica o polinômio para o valor a seguir?
 - $243,51_{10}$
- Quando lidamos com valores fracionários o processo é o mesmo
- Valores “após a vírgula” possuem índices de posição negativos
 - $243,51_{10}$
 $\begin{matrix} 2 & 1 & 0 & -1 & -2 \end{matrix}$ ← Posição
 - $243,51_{10} = 2 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 1 \times 10^{-2}$

Exercício

1. Converta os seguintes números para a base decimal. Faça os exercícios “passo a passo”, mostrando seus polinômios e resultado final.

a) 1_2

b) 1000_2

c) 1101101_2

d) 10_8

e) 736_8

f) $11,01_2$

g) $5,47_8$

Exercício

1. Converta os seguintes números para a base decimal. Faça os exercícios “passo a passo”, mostrando seus polinômios e resultado final.

a) 1_2

b) 1000_2

c) 1101101_2

d) 10_8

e) 736_8

f) $11,01_2$

g) $5,47_8$

Respostas: a) 1_{10} b) 8_{10} c) 109_{10} d) 8_{10} e) 478_{10} f) $3,25_{10}$ g) $5,609375_{10}$

Decimal para outras bases

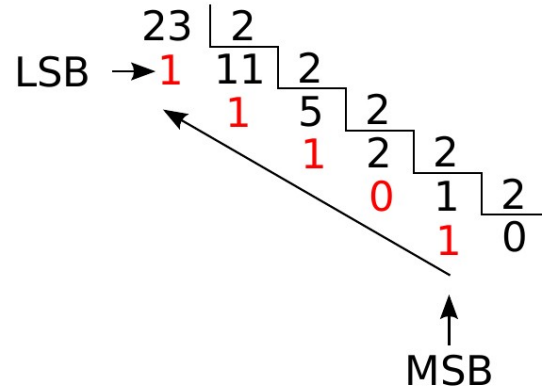
- Para a conversão de decimal para uma base β qualquer, realizamos **sucessivas divisões inteiras por β**
- Tomamos o resto das divisões como o algarismo na base β , onde o **resto da última divisão** é o algarismo **mais significativo**
- Exemplo de conversão do número 23_{10} para binário.

Decimal para outras bases

- Exemplo de conversão do número 23_{10} para binário ($\beta=2$).

Decimal para outras bases

- Exemplo de conversão do número 23_{10} para binário ($\beta=2$).
 - LSB (Least Significant Bit): Bit menos significativo
 - MSB (Most Significant Bit): Bit mais significativo
- Logo, $23_{10} = 10111_2$



Exercícios

2. Converta os seguintes números da base decimal para as bases especificadas

a) 251_{10} para base 2

b) 128_{10} para base 2

c) 143_{10} para base 8

d) 73_{10} para base 8

3. Converta para base decimal

a) $0,101_2$

b) $111,001_2$

c) $1001,010101_2$

d) $74,754_8$

Exercícios

4. Escreva um programa em uma linguagem de sua preferência para converter valores inteiros da base 10 para uma base especificada pelo usuário. Submeta no Moodle o código fonte do programa.

Exercícios

Respostas:

2.

a) 11111011_2 b) 10000000_2 c) 217_8 d) 111_9

3.

a) $0,101_2 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} = 0 + 0,5 + 0 + 0,125 = 0,625_{10}$

b) $7,125_{10}$

c) $9,328125_{10}$

Referências

- TOCCI, R.J.; WIDMER, N.S. **Sistemas digitais: princípios e aplicações**. 11a ed, Prentice-Hall, 2011.
- RUGGIERO, M.; LOPES, V. da R. **Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais**. Makron Books do Brasil, 1996.
- NULL, L.; LOBUR, J. **Princípios Básicos de Arquitetura e Organização de Computadores**. 2014. Bookman, 2009. ISBN 9788577807666.