

# Triangulacja wielokąta prostego – porównanie metod

Bartłomiej Tempka, Radosław Kawa

January 2023

## Contents

<b>1</b>	<b>Wprowadzenie</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Ogólne informacje o programie</b>	<b>2</b>
2.1	Wymagania techniczne . . . . .	2
2.2	Biblioteki . . . . .	3
2.3	Sposób obsługi . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Dokumentacja</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Metoda podziału na wielokąty monotoniczne</b>	<b>3</b>
4.1	Funkcje pomocnicze . . . . .	3
4.1.1	plotPoints(points) . . . . .	3
4.1.2	distance(a, b) . . . . .	3
4.1.3	det3x3(a,b,c) . . . . .	3
4.1.4	Intersection(l1, l2) . . . . .	3
4.1.5	merge(list1,list2,key) . . . . .	3
4.2	Interval Tree . . . . .	3
4.2.1	Node . . . . .	4
4.2.2	BinarySearchTree . . . . .	4
4.3	Funkcje Algorytmu . . . . .	4
4.3.1	assignVertices(points) . . . . .	4
4.3.2	findDiagonals(points) . . . . .	5
4.3.3	makeMonotone(points, diagonals) . . . . .	5
4.3.4	triangulate(points) . . . . .	5
<b>5</b>	<b>Triangulacja Delaunaya</b>	<b>5</b>
5.1	Funkcje Pomocnicze . . . . .	5
5.1.1	Orientation(a,b,c) . . . . .	5
5.1.2	Det(a,b,c) . . . . .	5
5.1.3	Orient(a,b,c,epsilon) . . . . .	5
5.1.4	doIntersect(p1,q1,p2,q2) . . . . .	5

5.2	Klasy . . . . .	5
5.2.1	Point . . . . .	5
5.2.2	Edge . . . . .	6
5.2.3	Triangle . . . . .	6
5.3	Funkcje Algorytmu . . . . .	6
5.3.1	supertriangle(point_list) . . . . .	6
5.3.2	shared_edge(edge1,edge2) . . . . .	6
5.3.3	delaunay(P) funkcja triangulacji, przyjmuje zadane wierzchołki, wyświetla wykres z triangulacją zadanego wielokąta	7
<b>6</b>	<b>Dodatkowe funkcje</b>	<b>7</b>
<b>7</b>	<b>Sprawozdanie</b>	<b>7</b>
7.1	Wielokąty . . . . .	7
7.2	Czasy działania . . . . .	7
7.3	Wygląd Triangulacji . . . . .	8
7.4	Wnioski . . . . .	8

## 1 Wprowadzenie

W ramach projektu przygotowano 2 algorytmy triangulacji wielokąta prostego:

- Metoda podziału na wielokąty monotoniczne
- Triangulacja Delaunay

## 2 Ogólne informacje o programie

Program znajduje się w pliku .ipynb i jest możliwy do odpalenia programem jupyter notebook

### 2.1 Wymagania techniczne

Program został przygotowany na 2 komputerach:

	System operacyjny	Procesor	Ram
PC 1	Windows 11	AMD Ryzen 5 4500U	8GB
PC 2	macOS	Montery Apple M1	8GB

Table 1: Używane komputery

]

## 2.2 Biblioteki

- matplotlib
- numpy

## 2.3 Sposób obsługi

Aby używać programu należy po kolej wywołać moduły a następnie na wykresie zadać wielokąt kliknięciem myszki, po "zamknięciu" wielokąta wywołana zostanie metoda podziału na wielokąty monotoniczne, włączenie następnej komórki spowoduje wywołanie na tym samym wielokącie triangulacji metodą Delaunaya. Uwagi: wielokąt powinien zostać zadany w kierunku przeciwnym do wskazówek zegara oraz powinien nie zawierać krawędzi poziomych pionowych oraz współliniowych

## 3 Dokumentacja

## 4 Metoda podziału na wielokąty monotoniczne

### 4.1 Funckje pomocnicze

#### 4.1.1 plotPoints(points)

funkcja pomocnicza zwracająca zbiór punktów do narysowania wykresu

#### 4.1.2 distance(a, b)

zwraca odległość punktów a i b

#### 4.1.3 det3x3(a,b,c)

zwraca orientacje 3 punktów

#### 4.1.4 Intersection(l1, l2)

zwraca punkt przecięcia lini l1 i l2

#### 4.1.5 merge(list1,list2,key)

argumenty:

list1, list2 - posortowane listy

key - klucz według którego posortowane są list (bazowo  $\text{key}(x) = x$ ) return - posortowana lista zawierająca  $\text{list1} \cup \text{list2}$

### 4.2 Interval Tree

Drzewo przechowujące przedziały znajdujące się w wielokącie.

#### 4.2.1 Node

Zmienne:

- leftEdge- krawędź ograniczająca przedział z lewej strony
- rightEdge- krawędź ograniczająca przedział z prawej strony
- helper- pomocnik przedziału
- left- lewy syn w drzewie
- right- prawy syn w drzewie
- parent - ojciec w drzewie

Metody:

- \_\_init\_\_(leftEdge, rightEdge)- konstruktor

#### 4.2.2 BinarySearchTree

Zmienne:

- root- korzeń drzewa
- broom- pozycja miotły używan
- key- klucz na którego podstawie dodawane są przedziały do drzewa
- points- wielokąt którego dotyczy drzewo

Metody:

- \_\_init\_\_(point)- konstruktor drzewa, przyjmuje wielokąt którego dotyczy
- insert(node, value)- wkłada Node do Drzewa, porównuje przedziały to wartości value
- delete(node)- usuwa node z drzewa
- findEv(value)- znajduje przedział do którego należy value
- findNext(node)- znajduje następną Node w drzewie

### 4.3 Funkcje Algorytmu

#### 4.3.1 assignVertices(points)

Przyporządkowuje wierzchołką w zbiorze points ich typ (początkowy, końcowy, łączący, dzielący, prawidłowy)

#### 4.3.2 findDiagonals(points)

Funkcja zwraca przekątne dzielące wielokąt niemonotoniczny- points na wielokąty monotoniczne

#### 4.3.3 makeMonotone(points, diagonals)

Przyjmuje niemonotoniczny wielokąt- points, i przekątne dzielące na wielokąty monotoniczne- diagonals

Zwraca 2 wymiarową tablicę zawierającą wielokąty monotoniczne

#### 4.3.4 triangulate(points)

Przyjmuje wielokąt monotoniczny.

Zwraca triangulację.

## 5 Triangulacja Delaunaya

### 5.1 Funkcje Pomocnicze

#### 5.1.1 Orientation(a,b,c)

zwraca orientację punktów w jaki sposób zostały zadane (względem przeciwnym do wskazówek zegara)

#### 5.1.2 Det(a,b,c)

zwraca wyznacznik

#### 5.1.3 Orient(a,b,c,epsilon)

zwraca orientację punktów dla przecinania się niektórych odcinków

#### 5.1.4 doIntersect(p1,q1,p2,q2)

zwraca informacje czy istnieje przecięcie dwóch zadanych odcinków

### 5.2 Klasy

#### 5.2.1 Point

Zmienne:

- X – współrzędna x punktu
- Y – współrzędna y punktu

Metody:

- \_\_init\_\_(x,y)- inicjuje współrzędne punktów

- `__repr__(self)` – reprezentacja punktu jako string
- `cross(self,point)` – metoda do obliczania wyznacznika do okręgu opisanego na trójkącie

### 5.2.2 Edge

Zmienne:

- `pt1`- punkt nr 1
- `pt2`- punkt nr 2

Metody:

- `__init__(pt1,pt2)`- inicjuje krawędź

### 5.2.3 Triangle

Zmienne:

- `pt1`- punkt nr 1
- `pt2`- punkt nr 2
- `pt3`- punkt nr 3
- `edges`- tablica krawędzi

Metody:

- `__init__(pt1,pt2,pt3)`- inicjuje trójkąt
- `in_circumcircle(self, point)` – metoda sprawdzająca czy dany punkt znajduje się okręgu opisanym na tym trójkącie
- `has_vertex(self,vertex)` – metoda sprawdzająca czy trójkąt zawiera podany wierzchołek

## 5.3 Funkcje Algorytmu

### 5.3.1 `supertriangle(point_list)`

funkcja przyjmując wierzchołki zadane, zwraca supertrójkąt (trójkąt który zawiera wewnątrz wszystkie zadane punkty)

### 5.3.2 `shared_edge(edge1,edge2)`

funkcja sprawdzająca czy dane 2 krawędzie są te same

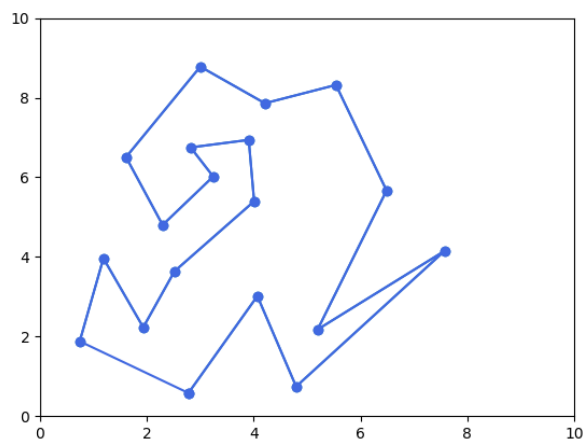
**5.3.3 delaunay(P)** funkcja triangulacji, przyjmuje zadane wierzchołki, wyświetla wykres z triangulacją zadanego wielokąta

## 6 Dodatkowe funkcje

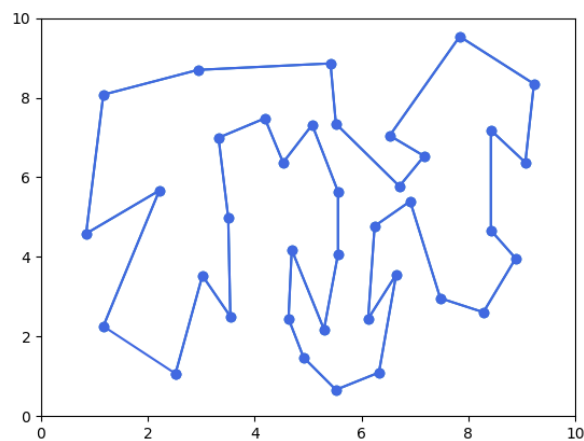
Funkcje ze słowem 'Fast' w nazwie nie zawierają kodu odpowiedzialnego za wizualizację używane do pomiaru czasu działania algorytmów

## 7 Sprawozdanie

### 7.1 Wielokąty



(a) Wielokąt 1



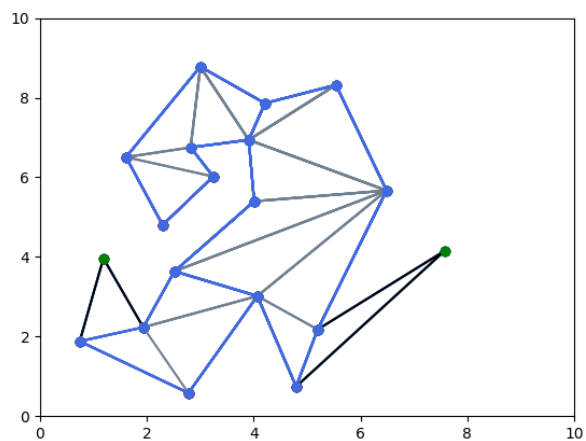
(b) Wielokąt 2

### 7.2 Czasy działania

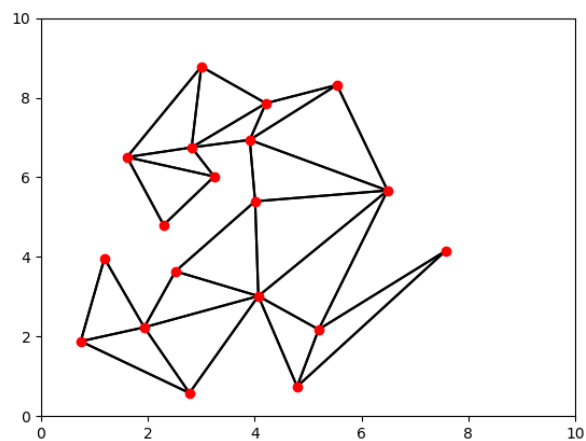
Algorytm	Wielokąt 1	Wielokąt 2
Zamiana na wielokąty monotoniczne	0.0054s	0.0232
Triangulacja Delaunaya	0.0063s	0.0239

Table 2: Czasy działania algorytmów

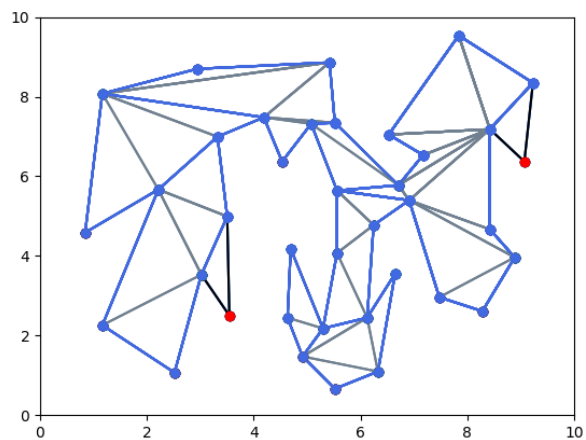
### 7.3 Wygląd Triangulacji



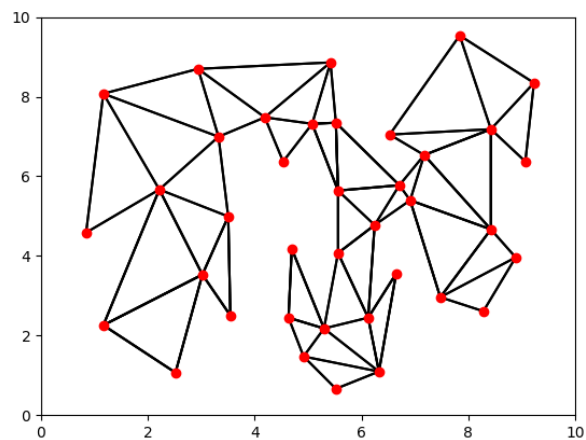
(c) Triangulacja przez zmianę na wielokąty monotoniczne wielokąta 1



(d) Triangulacja Delaunaya wielokąta 1



(e) Triangulacja przez zmianę na wielokąty monotoniczne wielokąta 2



(f) Triangulacja Delaunaya wielokąta 2

### 7.4 Wnioski

- Algorytmy są porównywalne szybkościowo.



- Triangulacja uzyskana algorytmem Delaunaya nie posiada trójkątów o bardzo małych kątach wewnętrznych.