候选关键字的求解理论

- 定理1-3确定了L类和N类属性必是任何候选关键字的成员，而R类属性必不是任何候选关键字的成员，简化了求解候选关键字的方法，从而降低了计算候选关键字的复杂度。

候选码求解算法

输入：关系模式R及其函数依赖集F。

输出：R的所有候选码。

(1)将R的所有属性分为L、R、N、LR四类，令X代表L、N两类属性，Y代表LR类属性。

(2)求X_F^+。若X_F^+包含R的全部属性，则X即为R的唯一候选码，转(5)；否则，转(3)。

(3) 在Y中任取一属性A，求$(AX)_F^+$。若它包含了R的全部属性，则转(4)；否则，调换一属性，反复进行这一过程，直到试完Y中的所有属性。

(4) 如果已找出所有候选码，则转 (5)；否则，在Y中依次取2个、3个、…，求它们的属性闭包，直到其闭包包含R的全部属性。

(5) 停止，输出结果。

候选码的求解：例1

- 设关系模式R(A，B，C，D，E，P)，其函数依赖集：

  F={A→D，E→D，D→B，BC→D，DC→A}

  求R的所有候选码。

- 解： L类：C，E

  R类：

  N类：P

  LR类：A，B，D

  - 因为$(CEP)_F^+$=CEPDBA，所以CEP是R的唯一候选码。

候选码的求解：例2

- 设关系模式R(S, D, I, B, O, Q), 其函数依赖集:

  $F = \{ S \rightarrow D, I \rightarrow B, B \rightarrow O, O \rightarrow Q, Q \rightarrow I \}$

  求R的所有候选码。
- 解: L类(S); R类(D) ; N类(无) ; LR类(I, B, O, Q)

  因为$S^+=SD$， 所以S不是R的候选码；

  因为$(SI)^+=SIDBOQ$，所以SI是一个候选码；

  因为$(SB)^+=SBDOQI$，所以SB也是一个候选码；

  因为$(SO)^+=SODQIB$，所以SO也是一个候选码；

  因为$(SQ)^+=SQDIBO$，所以SQ也是一个候选码。

函数依赖集等价

定义6.14 如果$G^+=F^+$，就说函数依赖集F覆盖G（F是G的覆盖，或G是F的覆盖），或F与G等价。

引理6.3 $F^+ = G^+$的充分必要条件是$F \subseteq G^+$，和$G \subseteq F^+$

最小依赖集

定义6.15 如果函数依赖集F满足下列条件，则称F为一个极小函数依赖集。亦称为最小依赖集或最小覆盖。

(1) F中任一函数依赖的右部仅含有一个属性。

(2) F中不存在这样的函数依赖X→A，X有真子集Z使得F-{X→A}∪{Z→A}与F等价。

(3) F中不存在这样的函数依赖X→A，使得F与F-{X→A}等价。

最小依赖集

[例2] 关系模式*S*<*U*，*F*>，其中：

U={ Sno，Sdept，Mname，Cno，Grade }，

F={ Sno→Sdept，Sdept→Mname，(Sno，Cno)→Grade }

设F’={Sno→Sdept，Sno→Mname，Sdept→Mname，

(Sno，Cno)→Grade，(Sno，Sdept)→Sdept}

*F*是最小覆盖，而*F*’不是。

因为：*F* ’ - {Sno→Mname}与*F* ’等价

F ’ - {(Sno，Sdept)→Sdept}也与*F* ’等价

极小化过程

定理6.3　每一个函数依赖集F均等价于一个极小函数依赖集F_m。此F_m称为F的最小依赖集。

极小化过程（续）

(1)逐一检查F中各函数依赖FD_i：$X \rightarrow Y$，若$Y=A_1A_2 \ldots A_k$，$k > 2$，则用$\{X \rightarrow A_j | j=1, 2, \ldots, k\}$来取代$X \rightarrow Y$。

(2)逐一取出F中各函数依赖FD_i：$X \rightarrow A$，设$X=B_1B_2 \ldots B_m$，逐一考查B_i（i=l，2，…，m），若$A \in (X-B_i)_F^+$，则以$X-B_i$取代X。

(3)逐一检查F中各函数依赖FD_i：$X \rightarrow A$，令$G=F-\{X \rightarrow A\}$，若$A \in X_G^+$，则从F中去掉此函数依赖。

极小化过程（续）

[例3]　$F = \{A \to B，B \to A，B \to C，A \to C，C \to A\}$

F_{m1}、F_{m2}都是F的最小依赖集：

$$F_{m1} = \{A \to B，B \to C，C \to A\}$$

$$F_{m2} = \{A \to B，B \to A，A \to C，C \to A\}$$

- F的最小依赖集F_m不唯一
- 极小化过程也是检验F是否为极小依赖集的一个算法

极小化过程（续）

$F=\{A\to B，B\to A，B\to C，A\to C，C\to A\}$

- 检查A→B，G=F−{A→B}={B→A，$B\to C，A\to C，C\to A\}$

  $(A)_G^+=\{A，C\}$，$B\notin\{A，C\}$

- 检查B→A，G=F−{B→A}={A→B，$B\to C，A\to C，C\to A\}$

  $(B)_G^+=\{A，B，C\}$，$A\in\{A，B，C\}$

  所以从F中删除B→A.

- 检查A→C，G=F−{A→C}={A→B，$B\to C，C\to A\}$

  $(A)^+_G=\{A，B,C\}$，$C\in\{A，B，C\}$

  所以从F中删除A→C.

例：已知关系R(ABC)，$F=\{A\to BC, B\to C, BC\to A\}$，求F的最小依赖集。

① 将F中所有函数依赖右部不为单属性的化为单属性

$F=\{A\to B, A\to C, B\to C, BC\to A\}$

② 去掉F中多余的函数依赖

- 对于$A\to B$，令$G=\{A\to C, B\to C, BC\to A\}$，求$A_G^+=AC$，$\because B\not\subset AC$，$\therefore A\to B$不能去掉；
- 对于$A\to C$，令$G=\{A\to B, B\to C, BC\to A\}$，求$A_G^+=ABC$，$\because C\subseteq ABC$，$\therefore$从F中**去掉$A\to C$**，$F=\{A\to B, B\to C, BC\to A\}$；
- 对于$B\to C$，令$G=\{A\to B, BC\to A\}$，求$B_G^+=B$，$\because C\not\subset B$，$\therefore B\to C$不能去掉；
- 对于$BC\to A$，令$G=\{B\to C, A\to B\}$，求$BC_G^+=BC$，$\because A\not\subset BC$，$\therefore BC\to A$不能去掉；

$F=\{A\to B, B\to C, BC\to A\}$

③ 去掉F中函数依赖左部多余属性

- 对于$BC\to A$
  - 对于B，求$C_F^+=C$，$\because A\not\subset C_F^+$，$\therefore$B不是多余属性；
  - 对于C，求$B_F^+=ABC$，$\because A\subseteq B_F^+$，$\therefore$ C是多余属性，将$BC\to A$ 替换为$B\to A$。

$F=\{A\to B, B\to C, \mathbf{B\to A}\}$

④ 重复步骤②③，F不再变化，$\therefore F=\{A\to B, B\to C, B\to A\}$

练习：将下列函数依赖集F化为最小依赖集

$$F = \left(\begin{array}{ll} AB \rightarrow C & D \rightarrow EG \\ C \rightarrow A & BE \rightarrow C \\ BC \rightarrow D & CG \rightarrow BD \\ ACD \rightarrow B & CE \rightarrow AG \end{array} \right)$$

第六章 关系数据理论

6.1 问题的提出

6.2 规范化

6.3 数据依赖的公理系统

*6.4 模式的分解

6.5 小结

6.4 模式的分解

- 把低一级的关系模式分解为若干个高一级的关系模式的方法不是唯一的
- 只有能够保证分解后的关系模式与原关系模式等价，分解方法才有意义

模式的分解（续）

定义6.16 关系模式R<U,F>的一个分解：

ρ={ $R_1<U_1,F_1>$， $R_2<U_2,F_2>$， …， $R_n<U_n,F_n>$}

$U=\bigcup_{i=1}^{n} U_i$，且不存在 $U_i \subseteq U_j$，F_i 为 F在 U_i 上的投影

定义6.17 函数依赖集合$\{X\to Y \mid X\to Y \in F^+ \wedge XY \subseteq U_i\}$ 的一个覆盖 F_i 叫作 F 在属性 U_i 上的投影

模式分解的定义

- 分解的基本代数运算
  - 投影
  - 自然连接
- 分解的目标
  - 无损连接分解
  - 保持函数依赖
  - 达到更高级范式

例：SL（Sno， Sdept， Sloc）

$F=\{ Sno \to Sdept, Sdept \to Sloc, Sno \to Sloc\}$

$SL \in 2NF$

存在插入异常、删除异常、冗余度大和修改复杂等问题

SL

Sno	Sdept	Sloc
95001	CS	A
95002	IS	B
95003	MA	C
95004	IS	B
95005	PH	B

1. SL分解为下面三个关系模式

SN(Sno)

SD(Sdept)

SO(Sloc)

SN

Sno
95001
95002
95003
95004
95005

SD

Sdept
CS
IS
MA
PH

SO

Sloc
A
B
C

2. SL分解为下面二个关系模式：

NL(Sno, Sloc)

DL(Sdept, Sloc)

分解后的关系为：

NL

Sno	Sloc
95001	A
95002	B
95003	C
95004	B
95005	B

DL

Sdept	Sloc
CS	A
IS	B
MA	C
PH	B

NL ⋈ DL

Sno	Sloc	Sdept
95001	A	CS
95002	B	IS
95002	B	PH
95003	C	MA
95004	B	IS
95004	B	PH
95005	B	IS
95005	B	PH

NL DL比原来的SL关系多了3个元组

无法知道95002、95004、95005

究竟是哪个系的学生

元组增加了，信息丢失了

3. 将SL分解为下面二个关系模式：

ND(Sno, Sdept)　　NL(Sno, Sloc)

分解后的关系为：

ND

Sno	Sdept
95001	CS
95002	IS
95003	MA
95004	IS
95005	PH

NL

Sno	Sloc
95001	A
95002	B
95003	C
95004	B
95005	B

ND⋈NL

Sno	Sdept	Sloc
95001	CS	A
95002	IS	B
95003	MA	C
95004	CS	A
95005	PH	B

与SL关系一样，因此没有丢失信息

模式分解中存在的问题

R(A, B, C)

A	B	C
1	1	2
2	2	1

$\prod_{AB}(R)$

A	B
1	1
2	2

$\prod_{BC}(R)$

B	C
1	2
2	1

$\prod_{AB}(R) \bowtie \prod_{BC}(R)$

A	B	C
1	1	2
2	2	1

无损分解

R(A, B, C)

A	B	C
1	1	1
2	1	2

$\prod_{AB}(R)$

A	B
1	1
2	1

$\prod_{BC}(R)$

B	C
1	1
1	2

$\prod_{AB}(R) \bowtie \prod_{BC}(R)$

A	B	C
1	1	1
1	1	2
2	1	1
2	1	2

有损分解

模式分解中存在的问题

$\{A \to B, B \to C\}$

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b1	c1
a3	b2	c2
a4	b3	c1

A	B
a1	b1
a2	b1
a3	b2
a4	b3
a5	b3

$\bowtie$

A	C
a1	c1
a2	c1
a3	c2
a4	c1
a5	c3

=

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b1	c1
a3	b2	c2
a4	b3	c1
a5	b3	c3

插入

违反 $B \to C$

无损连接分解

- 算法：（判别一个分解的无损连接性）

  $U=\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$

  $\rho = \{R_1\langle U_1, F_1\rangle, R_2\langle U_2, F_2\rangle, \dots, R_k\langle U_k, F_k\rangle\}$

  1.建立一个n列k行的矩阵

  $TB = \{C_{ij} \mid$ 若$A_j \in U_i$，$C_{ij} = a_j$，否则$C_{ij} = b_{ij}\}$

	A_1	A_2	…	A_n
U_1				
…			C_{ij}	
U_k				

无损连接分解

2.对F中每一个函数依赖X→Y，若TB中存在元组t_1，t_2，使得$t_1[X]=t_2[X]$，$t_1[Y]\neq t_2[Y]$，则对每一个$A_i \in Y$：

①若$t_1[A_i]$，$t_2[A_i]$中有一个等于a_j，则另一个也改为a_j；

②若①不成立，则取$t_1[A_i] = t_2[A_i]$（t_2的行号小于t_1）。

3.反复执行 2.，直至：

①TB中出现一行为a_1，a_2，…，a_n 的一行。

② TB不再发生变化，且没有一行为a_1，…，a_n。

在①情况下，ρ为无损分解，否则为有损分解。

无损连接分解

– 示例一：U={A,B,C,D,E}, F={AB→C, C→D,D→E}
  ρ ={(A, B, C), (C, D), (D, E)}

AB→C

	A	B	C	D	E
ABC	a_1	a_2	a_3	b_{14}	b_{15}
CD	b_{21}	b_{22}	a_3	a_4	b_{25}
DE	b_{31}	b_{32}	b_{33}	a_4	a_5

	A	B	C	D	E
ABC	a_1	a_2	a_3	b_{14}	b_{15}
CD	b_{21}	b_{22}	a_3	a_4	b_{25}
DE	b_{31}	b_{32}	b_{33}	a_4	a_5

C→D

	A	B	C	D	E
ABC	a_1	a_2	a_3	a_4	b_{15}
CD	b_{21}	b_{22}	a_3	a_4	b_{25}
DE	b_{31}	b_{32}	b_{33}	a_4	a_5

D→E

	A	B	C	D	E
ABC	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
CD	b_{21}	b_{22}	a_3	a_4	a_5
DE	b_{31}	b_{32}	b_{33}	a_4	a_5

无损连接分解

– 示例二：U={A,B,C,D,E},

F={$A \to C$, $B \to C$, $C \to D$, $DE \to C$, $CE \to A$}

ρ ={(A, D), (A, B), (B, E), (C, D, E), (A, E)}

无损连接分解

- 示例二：U={A,B,C,D,E},
  F={A→C, B→C, C→D,DE→C ,CE→A}
  ρ ={(A, D), (A, B), (B, E), (C, D, E), (A, E)}

	A	B	C	D	E
AD	a_1	b_{12}	b_{13}	a_4	b_{15}
AB	a_1	a_2	b_{23}	b_{24}	b_{25}
BE	b_{31}	a_2	b_{33}	b_{34}	a_5
CDE	b_{41}	b_{42}	a_3	a_4	a_5
AE	a_1	b_{52}	b_{53}	b_{54}	a_5

A→C

	A	B	C	D	E
AD	a_1	b_{12}	b_{13}	a_4	b_{15}
AB	a_1	a_2	b_{13}	b_{24}	b_{25}
BE	b_{31}	a_2	b_{33}	b_{34}	a_5
CDE	b_{41}	b_{42}	a_3	a_4	a_5
AE	a_1	b_{52}	b_{13}	b_{54}	a_5

无损连接分解

$B \rightarrow C$

	A	B	C	D	E
AD	a_1	b_{12}	b_{13}	a_4	b_{15}
AB	a_1	a_2	b_{13}	b_{24}	b_{25}
BE	b_{31}	a_2	b_{13}	b_{34}	a_5
CDE	b_{41}	b_{42}	a_3	a_4	a_5
AE	a_1	b_{52}	b_{13}	b_{54}	a_5

$C \rightarrow D$

	A	B	C	D	E
AD	a_1	b_{12}	b_{13}	a_4	b_{15}
AB	a_1	a_2	b_{13}	a_4	b_{25}
BE	b_{31}	a_2	b_{13}	a_4	a_5
CDE	b_{41}	b_{42}	a_3	a_4	a_5
AE	a_1	b_{52}	b_{13}	a_4	a_5

无损连接分解

$DE \to C$

	A	B	C	D	E
AD	a_1	b_{12}	b_{13}	a_4	b_{15}
AB	a_1	a_2	b_{13}	a_4	b_{25}
BE	b_{31}	a_2	a_3	a_4	a_5
CDE	b_{41}	b_{42}	a_3	a_4	a_5
AE	a_1	b_{52}	a_3	a_4	a_5

$CE \to A$

	A	B	C	D	E
AD	a_1	b_{12}	b_{13}	a_4	b_{15}
AB	a_1	a_2	b_{13}	a_4	b_{25}
BE	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
CDE	a_1	b_{42}	a_3	a_4	a_5
AE	a_1	b_{52}	a_3	a_4	a_5

无损连接分解

– **定理**

关系模式R(U)的分解ρ={R_1, R_2}，则ρ是一个无损连接分解的充要条件是 $R_1 \cap R_2 \to R_1 - R_2$（或$R_1 \cap R_2 \to R_2 - R_1$）成立

	$R_1 \cap R_2$	$R_1 - R_2$	$R_2 - R_1$
R_1	a…a	a…a	b…b
R_2	a…a	b…b	a…a

$R_1 \cap R_2 \to R_1 - R_2$

	$R_1 \cap R_2$	$R_1 - R_2$	$R_2 - R_1$
R_1	a…a	a…a	b…b
R_2	a…a	a…a	a…a

无损连接分解

$R=ABC$，$F=\{A \rightarrow B\}$，

$\rho_1=\{R_1(AB),\ R_2(AC)\}$

$R_1 \cap R_2 = A$，$R_1 - R_2 = B$

由$A \rightarrow B$，得到ρ_1是无损连接分解

$\rho_2=\{R_1(AB),\ R_2(BC)\}$

$R_1 \cap R_2 = B$，$R_1 - R_2 = A$，$R_2 - R_1 = C$

$B \rightarrow A$，$B \rightarrow C$均不成立，所以ρ_2不是无损连接分解

举例

- 设关系模式R(A, B, C, D, E, P), F={A→B, C→P, E→A, CE→D}。设有分解：

  ρ ={R1(A, B, E), R2(C, D, E, P)}

  判断分解 ρ 是否无损连接分解。

- 解：因为 $R_1 \cap R_2 = E$，$R_1 - R_2 = AB$，而E→A和E→B均成立（即 $R_1 \cap R_2 \rightarrow R_1 - R_2$ 成立），所以ρ是无损连接分解。

保持函数依赖的模式分解

设关系模式$R<U,F>$被分解为若干个关系模式

$R_1<U_1,F_1>$，$R_2<U_2,F_2>$，…，$R_n<U_n,F_n>$

（其中$U=U_1 \cup U_2 \cup \ldots \cup U_n$，且不存在$U_i \subseteq U_j$，$F_i$为$F$在$U_i$上的投影），若F所逻辑蕴含的函数依赖一定也由分解得到的某个关系模式中的函数依赖F_i所逻辑蕴含，则称关系模式R的这个分解是保持函数依赖的（Preserve dependency）

举例

- 【例】关系模式R={CITY，ST，ZIP}，其中CITY为城市，ST为街道，ZIP为邮政编码，F={(CITY，ST)→ZIP，ZIP→CITY}。
- 如果将R分解成R_1和R_2，R_1={ST，ZIP}，
  R_2={CITY，ZIP}，
  检查分解是否具有无损连接和保持函数依赖。

- 解：1) 检查无损连接性。
  求得：$R_1 \cap R_2$={ZIP}；R_2-R_1={CITY}.
  ∵ (ZIP→CITY)∈F^+. ∴ 分解具有无损连接性
  2) 检查分解是否保持函数依赖
  求得：$\pi R_1(F)=\Phi$；$\pi R_2(F)$={ ZIP→CITY}.
  ∵ $\pi R_1(F) \cup \pi R_2(F)$={ ZIP→CITY}≠$F^+$.
- ∴ 该分解不保持函数依赖。

模式的分解（续）

- 如果一个分解具有无损连接性，则它能够保证不丢失信息
- 如果一个分解保持了函数依赖，则它可以减轻或解决各种异常情况
- 分解具有无损连接性和分解保持函数依赖是两个互相独立的标准。具有无损连接性的分解不一定能够保持函数依赖；同样，保持函数依赖的分解也不一定具有无损连接性。

关系模式的分解方法

1. 分解的基本要求

分解后的关系模式与分解前的关系模式等价，即分解必须具有无损联接和函数依赖保持性。

2. 目前分解算法的研究结论

1) 若要求分解具有无损联接性，那么分解一定可以达到4NF。
2) 若要求分解保持函数依赖，那么分解可以达到3NF，但不一定能达到BCNF。
3) 若要求分解既保持函数依赖，又具有无损联接性，那么分解可以达到3NF，但不一定能达到BCNF。

关系模式的分解方法

1 将关系模式转化为3NF的保持函数依赖的分解

1) 对R〈U，F〉中的F进行极小化处理。处理后的函数依赖集仍用F表示。

2) 找出不再在F中出现的属性，把这样的属性构成一个关系模式，并把这些属性从U中去掉。

3) 如果F中有一个函数依赖涉及R的全部属性，则R不能再分解。

4) 如果F中含有X→A，则分解应包含模式XA，如果$X \to A_1$，$X \to A_2$，…$X \to A_n$均属于F，则分解应包含模式$XA_1A_2 \ldots A_n$。

【例】设关系模式R〈U，F〉，U={C，T，H，R，S，G，X，Y，Z}，F={C→T，CS→G，HR→C，HS→R，TH→R，C→X}，将R分解为3NF，且保持函数依赖。

解：设该函数依赖集已经是最小化的，则分解ρ为：

ρ={YZ，CTX，CSG，HRC，HSR，THR}.

2. 将关系转化为3NF、且既具有无损连接性又能保持函数依赖的分解

1) 设X是R〈U，F〉的码，R〈U，F〉先进行保持函数依赖的分解，结果为ρ={ R_1〈U_1，F_1〉，R_2〈U_2，F_2〉，…，R_k〈U_k，F_k〉}，令$\tau=\rho\cup${R^*〈X，F_x〉}。
2) 若有某个U_i，X$\subseteq U_i$，将R^*〈X，F_x〉从τ中去掉，τ就是所求的分解。

【例】有关系模式R〈U，F〉，U={C，T，H，R，S，G}，F={C→T，CS→G，HR→C，HS→R，TH→R}，将R分解为3NF，且既具有无损连接性又能保持函数依赖。

解：求得关系模式R的码为HS，它的一个保持函数依赖的3NF为：
ρ={CT，CSG，HRC，HSR，THR}.
∵ HS$\subseteq$HSR
∴ $\tau=\rho$={ CT，CSG，HRC，HSR，THR}为满足要求的分解。

考虑关系模式R（A,B,C,D）,写出满足下列函数依赖时R的码，并给出R属于哪种范式？（1NF,2NF,3NF或BCNF）

1)B→D,AB→C

2)A →B,A →C, D →A

3)BCD →A, A →C

4) B→C, B→D,CD →A

5)ABD →C

考虑关系模式R（A,B,C,D）,写出满足下列函数依赖时R的码，并给出R属于哪种范式？（1NF,2NF,3NF或BCNF）

1)$B \to D, AB \to C$ (码：AB；R是1NF)

2)$A \to B, A \to C, D \to A$(码：D；R是2NF)

3)$BCD \to A, A \to C$（码： BCD,ABD ；R是3NF ）

4) $B \to C, B \to D, CD \to A$(码：B；R是2NF)

5)$ABD \to C$（码： ABD ；R是BCNF ）

- 设有关系模式R(运动员编号，比赛项目，成绩，比赛类别,比赛主管)，存储运动员比赛成绩及比赛类别、 主管等信息。

  规定：每个运动员每参加一个比赛项目，只有一个成绩；每个比赛项目只属于一个比赛类别；每个比赛类别只有一个比赛主管。问：

1)根据上述规定,写出模式R的基本FD和主码

2)分析R的范式并将其分解为高一级范式

- 1)基本的FD有三个:

  (运动员编号,比赛项目) ⟶ 成绩

  比赛项目 ⟶ 比赛类别

  比赛类别 ⟶ 比赛主管

  R的主码为(运动员编号,比赛项目)

  2) R属于1NF

  R分解为R1(运动员编号,比赛项目,成绩)

  R2(比赛项目,比赛类别,比赛主管)

- 设有关系模式R（A，B，C，D），其函数依赖集

F＝{ A→C，C→A，B→AC，D→AC，BD→A }。

请完完成下列各题：

1)求出F的最小函数依赖集。

2)求出R的所有候选码。

3)将R分解为3NF，并使其具有无损连接性和依赖保持性。

- 1. 求F的最小函数依赖集

①把F中的函数依赖化为右边只含单个属性的依赖得：F1={A→C，C→A，B→A，B→C，D→A，D→C，BD→A}

②去掉F1中多余的函数依赖，可去掉B→A，D→A，BD→A得：

F2={A→C，C→A，B→C，D→C}

③去掉F2中函数依赖左部多余的属性。由于F2中无左部是多属性的函数依赖，故F2就是F的最小函数依赖集。

- 因为（BD）+ =ABCD包含了R的全部属性，由候选码求解理论可知，BD是R的唯一候选码。
- 从F2可看出，R中的每个属性均在函数依赖中出现过，根据保持函数依赖的3NF分解算法，将左部相同的每组函数依赖所包含的属性作为一个关系模式，从而可得分解为：{AC，CA，BC，DC}，又因为AC与CA相同，故只需保留一个。再根据无损连接性和依赖保持性的3NF分解算法，只需加上一个候选码BD，即得到分解ρ={AC，BC，DC，BD}，由算法可知分解ρ具有无损连接性和依赖保持性，且每个关系模式均为3NF。

F2={A→C，C→A，B→C，D→C}

- BCNF $\subset$ 3NF

  反证：若R$\in$BCNF， 但R$\notin$3NF，则按3NF定义，一定有非主属性对码的传递依赖，于是存在：

  R的码X，属性组Y，以及非主属性Z（Z$\not\subseteq$Y），使得$X \rightarrow Y$， $Y \rightarrow Z$，$Y \nrightarrow X$成立

  由$Y \rightarrow Z$，按BCNF定义，Y含有码，于是$Y \rightarrow X$成立，这与$Y \nrightarrow X$矛盾。 所以R$\in$3NF

试证： $F = \{X \to YZ, Z \to CW\} \models X \to CWYZ$

证：已知$X \to YZ, Z \to CW$，

利用分解规则得：$X \to Y$，$X \to Z$，$Z \to C$，$Z \to W$

因为$X \to Z$， $Z \to C$，利用传递律得：$X \to C$

因为$X \to Z$， $Z \to W$ ，利用传递律得：$X \to W$

最后，利用合并规则得： $X \to CWYZ$

练习

- 设有关系模式R(A,B,C,D,E),R的最小函数依赖集$F=\{A \rightarrow D, E \rightarrow D, D \rightarrow B, BC \rightarrow D, DC \rightarrow A\}$
- 1）求R的所有候选码
- 2）将R分解为3NF并具有无损连接性和保持函数依赖
- 3）判断$\rho=\{AB,AE,EC,DBC,AC\}$是否为无损连接分解