课程编号：A073003　　　　　　北京理工大学 2010-2011 学年第一学期

线性代数 B 试题 B 卷

班级 ________ 学号 _________ 姓名 __________ 成绩 ___________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签名											

一、（10 分）已知 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$，求行列式 $\begin{vmatrix} \boldsymbol{A}^T & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & 3\boldsymbol{B}^* \end{vmatrix}$ 的值。

二、（10 分）已知矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{5} \end{pmatrix}$，矩阵 $\boldsymbol{X}$ 满足 $\boldsymbol{AXA}^{-1}=\mathbf{2}\boldsymbol{XA}^{-1}+\boldsymbol{I}$，其中 $\boldsymbol{I}$ 为 3 阶单位矩阵，求 $\boldsymbol{X}$。

三、（10 分）试确定 λ 的值，使齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1-3x_3=0 \\ x_1+2x_2+\lambda x_3=0 \\ 2x_1+\lambda x_2-x_3=0 \end{cases}$$

(1) 只有零解；(2) 有非零解。

四、（10 分）已知 $\boldsymbol{\alpha_1}=(\mathbf{1,0,1,0})$，$\boldsymbol{\alpha_2}=(\mathbf{1,1,1,0})$，$\boldsymbol{\alpha_3}=(\mathbf{0,1,0,1})$，$\boldsymbol{\alpha_4}=(\mathbf{0,1,0,2})$,

(1) 求向量组$\boldsymbol{\alpha_1},\boldsymbol{\alpha_2},\boldsymbol{\alpha_3},\boldsymbol{\alpha_4}$的秩和一个极大无关组;

(2) 用所求的极大无关组线性表出剩余向量。

五、（10 分）已知 $\boldsymbol{\alpha_1},\boldsymbol{\alpha_2},\boldsymbol{\alpha_3}$ 是向量空间 $\boldsymbol{R}^3$ 的一个基，$\boldsymbol{\beta_1}=\boldsymbol{\alpha_1},\boldsymbol{\beta_2}=\boldsymbol{\alpha_1}+\boldsymbol{\alpha_2},\boldsymbol{\beta_3}=\boldsymbol{\alpha_1}+\boldsymbol{\alpha_2}+\boldsymbol{\alpha_3}$.

(1) 证明$\boldsymbol{\beta_1},\boldsymbol{\beta_2},\boldsymbol{\beta_3}$为$\boldsymbol{R}^3$的一个基;

(2) 求基$\boldsymbol{\alpha_1},\boldsymbol{\alpha_2},\boldsymbol{\alpha_3}$到基$\boldsymbol{\beta_1},\boldsymbol{\beta_2},\boldsymbol{\beta_3}$的过渡矩阵;

(3) 求向量$\boldsymbol{\gamma}=\boldsymbol{\alpha_1}-\boldsymbol{\alpha_2}-\boldsymbol{\alpha_3}$关于基$\boldsymbol{\beta_1},\boldsymbol{\beta_2},\boldsymbol{\beta_3}$的坐标。

六、（10 分）设 $\boldsymbol{A}$ 是 $\boldsymbol{s}\times\boldsymbol{n}$ 矩阵，$\boldsymbol{B}$ 是 $\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{t}$ 矩阵，且 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{0}$，证明：$\boldsymbol{r}(\boldsymbol{A})+\boldsymbol{r}(\boldsymbol{B})\le\boldsymbol{n}$。

七、（10 分）已知向量组：$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,0,1)^T$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(1,1,0)^T$，求生成子空间 $\boldsymbol{L}(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2)$ 的一个标准正交基。

八、（10 分）已知实二次型 $\boldsymbol{f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+4x_2^2+x_3^2-4x_1x_2-8x_1x_3-4x_2x_3}$。

(1) 用正交变换法将其化为标准形，并求出所用的正交变换；

(2) 判断二次型 $\boldsymbol{f(x_1,x_2,x_3)}$是否正定。

九、（10 分）已知矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ a & 1 & a-2 \\ -3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$有三个线性无关的特征向量，(1) 求 $\boldsymbol{a}$ 的值；

(2) 求 $\boldsymbol{A^n}$。

十、（10 分）设 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 1 & -1 & -a \\ 2 & a & -2 \\ -a & -1 & 1 \end{bmatrix}$，(1) 求 $\boldsymbol{A}$ 的特征值；(2) 讨论 $\boldsymbol{A}$ 是否可对角化？