

课程编号: A073003

北京理工大学 2013-2014 学年第一学期

## 线性代数 B 试题 B 卷

班级 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 成绩 \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签名											

一、(10 分) 已知 4 阶方阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ , 计算行列式  $|2I + A^*|$ , 其中  $A^*$  是

$A$  的伴随矩。

二、(10 分) 已知  $A^*$  是矩阵  $A$  的伴随矩阵, 且  $A^{-1}XA^* = A^{-1} - A^*XB$ , 其中

$$A^* = \begin{bmatrix} & & & 1 \\ & 1 & 2 & \\ & 2 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} & & & 1 \\ & 1 & -1 & \\ & 0 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & -2 & -4 \end{bmatrix}$$

求  $X$ 。

三、(10 分) 设有线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + & x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + (\lambda + 2)x_3 = 3 \\ x_1 + \lambda x_2 - & 2x_3 = 0 \end{cases}$$

问:  $\lambda$  取何值时, 此方程组 (1) 有唯一解; (2) 无解; (3) 有无穷解? 并在有无穷多解时求通解。

四、(10 分) 利用初等行变换求矩阵  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & -3 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 6 \end{pmatrix}$  列向量组的秩和一个

极大无关组，并将其余列向量用极大无关组表示出来。

五、(10 分) 已知  $R^3$  的两个基:  $\alpha_1 = (1, 1, 1)^T$ ,  $\alpha_2 = (1, 1, 0)^T$ ,  $\alpha_3 = (1, 0, 0)^T$ ,

$\beta_1 = (0, 0, 1)^T$ ,  $\beta_2 = (0, 1, 1)^T$ ,  $\beta_3 = (1, 1, 1)^T$ 。

(1) 求基  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  到基  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  的过渡矩阵;

(2) 求所有关于这两组基有相同坐标的向量。

六、(10 分) 已知  $e_1 = (1, -1, 1)^T, e_2 = (1, 1, 0)^T, e_3 = (1, 1, 1)^T$ , 把  $e_1, e_2, e_3$  化为欧氏空间  $R^3$  的标准正交基。

七、(10 分) 设  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  是欧氏空间  $V$  的一个正交向量组, 则  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  线性无关。

八、(10 分) 已知矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ , 求可逆矩阵  $P$ , 使得  $P^{-1}AP$  是对角矩阵。

九、(10 分) 已知三阶矩阵  $A = \begin{pmatrix} \alpha \\ 2\gamma_2 \\ 3\gamma_3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \end{pmatrix}$ ,  $\alpha, \beta, \gamma_2, \gamma_3$  是三维行向量, 且已

知  $|A| = 18, |B| = 2$ , 求  $|A - B|$ 。

十、(10 分) 设  $A$  为 3 阶实对称矩阵, 其特征值为  $1, 0, -2$ , 矩阵  $A$  的属于特征值

$1$  和  $-2$  的特征向量分别是  $(1, 2, 1)^T$  和  $(1, -1, a)^T$ 。

(1) 求  $a$  的值;

(2) 求方程组  $AX = 0$  的通解。