

工科数学分析期中试题 (信二学习部整理)

班级_____ 学号_____ 姓名_____

(本试卷共 6 页, 十一个大题. 解答题必须有解题过程. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸. 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												

一. 填空题 (每小题 2 分, 共 10 分)

1. 设 $y = \sin f(x) + f(\cos x)$, 其中 f 是可导函数, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.
2. 设 $x \rightarrow 0$ 时 $\sqrt[3]{1 + \ln(1 + \tan^5 x)} - 1$ 与 cx^k 是等价无穷小, 则 $c =$ _____, $k =$ _____.
3. 已知 $f'(x_0) = A$, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \alpha \Delta x) - f(x_0 - \beta \Delta x)}{\Delta x} =$ _____.
4. 一质点 P 沿曲线 $9y = 4x^2$ 运动, 已知质点 P 的横坐标的速率为 30cm/sec, 当质点 P 位于点(3,4)(单位:cm)时, 从原点到质点 P 的距离随时间的变化率为_____.

$$5. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2e^{2\sqrt{x}} - e^{\sqrt{x}} - 3\sqrt{x} - 1}{(e^{\sqrt{x}} - 1)^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$二. (8 分) 设 \begin{cases} x = \sqrt{1-t^2} \\ y = \arcsin t \end{cases}, 求 \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}.$$

三. (9 分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(1+x)}{x} \right)^{\frac{1}{e^x-1}}$.

四. (9 分) 设 $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + x \tan x & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ x \arctan \frac{1}{x^2} & x < 0 \end{cases}$, 求 $f'(x)$.

信息与电子二学部学生会

学习部

五. (9 分) 设 $x_1 = \sqrt{3}, x_n = \sqrt{3x_{n-1}}$ ($n \geq 2$), 证明数列 $\{x_n\}$ 有极限, 并求此求极限.

六. (9 分) 已知椭圆 $4x^2 + y^2 = 5$, 试求与此椭圆切于点 $A(1,-1)$ 和点 $B(-1,-1)$ 的抛物线方程.

信息与电子二学部学生会
学习部

七. (8 分) 判断方程 $3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x - 20 = 0$ 的实根个数.

八. (9 分) 将半径为 R 的球切削成一圆柱体，问圆柱体的高 h 和半径 r 分别为多少时能使圆柱体的侧面积最大. (要求用微积分的方法)

信息与电子二学部学生会

学习部

九. (9 分) 证明不等式 $(x+1)\ln\frac{x+1}{x} > 1 \quad (x > 0)$.



十. (12 分) 设 $y = \frac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$, 研究函数的性态, 并作出函数的图形.

信息与电子二学部学生会

学习部

十一. (8 分) 设 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，在 (a, b) 内可导，其中 $a > 0$ ， $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x - a} = 1$ ，证明在 (a, b) 内存在 ξ ，使得 $f(\xi) = \frac{b - \xi}{a} f'(\xi)$.

信息与电子二学部学生会

学习部