课程编号：A073003 北京理工大学 2012-2013 学年第一学期

线性代数 B 试题 B 卷

班级 ________ 学号 _________ 姓名 __________ 成绩 ___________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签名											

一、（10 分）已知 $A=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$， $B=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$，求行列式 $\begin{vmatrix} A^* & 0 \\ 0 & 2B^{-1} \end{vmatrix}$ 的值,其中 A^* 为 A 的伴随矩阵。

二、（10 分） 例设矩阵 X 满足 $AX=A+2X$， 其中 $A=\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$。

（1）证明 $A-2I$ 可逆； （2）求 X。

三、（10 分）对下列线性方程组

$$\begin{cases} ax_1+x_2+x_3=1 \\ x_1+ax_2+x_3=a \\ x_1+x_2+ax_3=a^2 \end{cases}$$

试讨论：当 a 取何值时，它有唯一解？无解？有无穷多解？并在有无穷多解时求其通解。(用导出组的基础解系表示通解)。

四、（10 分）已知

$\alpha_1=(1,0,1)^T,\alpha_2=(0,1,0)^T,\alpha_3=(1,2,2)^T$， $\beta_1=(1,0,0)^T,\beta_2=(1,1,\beta_3\ 0=)$ ， ^{T}

(1) 求基 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 到基 β_1,β_2,β_3 的过渡矩阵;

(2) 求向量 $\gamma=(1,3,0)^T$ 关于基 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 的坐标。

五、（10 分）已知

$$\alpha_1=(0,4,2)^T,\quad \alpha_2=(1,1,0)^T,\quad \alpha_3=(-2,4,3)^T,\quad \alpha_4=(-1,1,1)^T$$

求生成子空间 $L(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)$ 的维数和一组基。

六、（10 分）已知$\alpha_1=(1,1,-1)^T,\alpha_2=(0,1,0)^T,\alpha_3=(1,0,1)^T$，把$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$化为欧氏空间$R^3$的标准正交基。

七、（10 分）设A与B是同阶方阵，且A、B、$A+B$都可逆，证明：$\boldsymbol{A}^{-1}+\boldsymbol{B}^{-1}$也可逆。

八、（10 分）实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=X^TAX$，其中已知 $A=\begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$。

(1) 求一正交变换 $X=QY$，将二次型 $f(x_1,x_2,x_3)$ 化为标准形;

(2) 判断二次型 $f(x_1,x_2,x_3)$ 是否正定。

九、（10 分）已知 A,B 都是 4 阶矩阵，$A=[\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1]$、$B=[\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_2]$

且 $|A|=3,|B|=-1$，求行列式 $|A+B|$ 的值。

十、（10 分）设 A 是 3 阶矩阵，α 是 3 元列向量，已知向量组 α, $A\alpha$, $A^2\alpha$ 线性无关，且 $A^3\alpha=3A\alpha-2A^2\alpha$.

(1) 记 $P=(\alpha, A\alpha, A^2\alpha)$，求矩阵 B，使得 $A=PBP^{-1}$；

(2) 证明：矩阵 $C=(\alpha, A\alpha, A^4\alpha)$ 可逆；

(3) 证明：矩阵 CC^T 正定。