

课程编号: A073122 北京理工大学 2011-2012 学年第一学期

## 线性代数 A 试题 A 卷

班级	学号	姓名	成绩
シーガス	1 1	VT- H	14/4/-2/4

题 号	_	<u> </u>	三	四	五.	六	七	八	九	+	总分
得 分											
分											
签											
名											

一、
$$(10 分)$$
已知 3 阶矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ 满足:  $A^{*}X = 2A^{-1} + 2X$ ,其中  $A^{*}$ 是  $A$ 

的伴随矩阵, 求 X。

## 信息与电子二学部学生会 学习部



## 二、(10分)对下面线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ \lambda x_1 + 5x_2 - 5x_3 = \lambda \end{cases}$$

试讨论: 当**A**取何值时,它有唯一解?无解?有无穷多解?并在有无穷多解时求其通解。 (用导出组的基础解系表示通解)



三、(10分) 已知线性空间 $F[x]_4$ 的自然基为 $1,x,x^2,x^3$ 。

- (1) 证明:  $x^3, x^2 + x^3, x + x^2 + x^3, 1 + x^3$  为  $F[x]_4$  的一个基;
- (2) 求自然基 $1, x, x^2, x^3$  到基 $x^3, x^2 + x^3, x + x^2 + x^3, 1 + x^3$  的过渡矩阵;
- (3) 求 $h(x) = 1 + 2x + 4x^2 + 6x^3$ 在后一个基下的坐标。





四、(10分)已知

$$\alpha_1 = (1, -1, 1, -1), \quad \alpha_2 = (1, 0, -1, 0), \quad \alpha_3 = (2, 1, -2, -1), \quad \alpha_4 = (-2, 2, -1, 1),$$

- (1) 求向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 的秩和一个极大无关组;
- (2) 用所求的极大无关组线性表出剩余向量。



五、(10 分) 设矩阵 A 的 Jordan 标准形为

(1) 试写出 A 的初等因子;

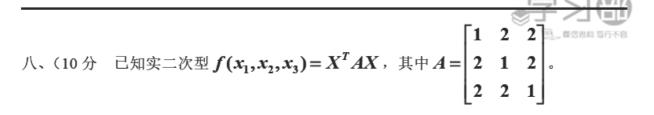
(2) 求 A 的特征值。



六、(10 分)在 $\mathbf{R}^3$ 中定义线性变换 $\boldsymbol{\sigma}$ :  $\boldsymbol{\sigma}((x_1,x_2,x_3))=(2x_1-x_2,x_2+x_3,3x_1)$ 。求 $\boldsymbol{\sigma}$ 在 $\mathbf{R}^3$ 的自然基 $\boldsymbol{\varepsilon}_1,\boldsymbol{\varepsilon}_2,\boldsymbol{\varepsilon}_3$ 下的矩阵。

七、(10 分) 设 A 为  $2 \times 2$  的实矩阵,证明: A 的特征值都为实数的充要条件为  $|A| \le \left(\frac{\text{tr}A}{2}\right)^2$  (其中 trA 为 A 的迹,即 A 的主对角元之和)。

信息与电子二学部学生会 学习部

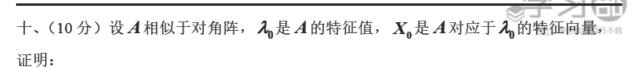


- (1) 求一正交变换X = QY,将二次型 $f(x_1, x_2, x_3)$ 化为标准形;
- (2) 判断二次型  $f(x_1, x_2, x_3)$  是否正定。



九、 $(10\, \mathcal{G})$  已知线性方程组 $A_{n\times n}X=b$  对任何b 的取值都有解的充要条件是 $A_{n\times n}$ 为可逆阵。

学习部



- (1) 秩 $(A-\lambda_0 I)$  = 秩 $(A-\lambda_0 I)^2$ ;
- (2) 不存在Y,使得 $(A-\lambda_0 I)Y = X_0$ ;



信息与电子二学部学生会 学习部