北京理工大学 2007-2008 学年第一学期

2006 级线性代数试题 A 卷

班级 ________ 学号 _________ 姓名 __________ 成绩 ___________

一、（10 分）已知 $A=\begin{pmatrix}3&2&2\\2&3&2\\2&2&3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&-2\\2&-6\end{pmatrix}$，求行列式 $\begin{vmatrix}A^{-1}&0\\0&2B\end{vmatrix}$ 。

二、（10 分）已知 3 阶方阵 $A=\begin{pmatrix}4&3&-18\\2&4&0\\-1&-1&4\end{pmatrix}$ 和 X 满足 $4XA^{-1}=X-A^{-1}$，求 X。

三、（10 分）求下列线性方程组的通解

$$\begin{cases}x_1+x_2-x_3+x_4=-1\\2x_1-x_2+x_3-x_4=1\\x_1+3x_2-3x_3+3x_4=-3\\4x_1+3x_2-3x_3+3x_4=-3\end{cases}$$

（用导出组的基础解系表示通解）

四、（10 分）已知

$$\alpha_1=(1,1,1,1)^T, \alpha_2=(1,2,4,8)^T, \alpha_3=(1,3,9,27)^T, \alpha_4=(1,4,12,34)^T$$

求向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 的秩和一个极大无关组。

五、（10 分）设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 与 $\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4$ 是 4 维向量空间 V 的两个基，从 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 到 $\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4$ 的过渡矩阵为 $A=\begin{pmatrix}3&1&0&0\\2&1&0&0\\0&0&2&1\\0&0&-1&2\end{pmatrix}$。已知向量 γ 关于基 $\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4$ 的坐标为 $(1,-1,2,-2)$，求 γ 关于基 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 的坐标。

六、（10 分）已知矩阵 $A=\begin{pmatrix} -3 & 0 & 6 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}$ 相似于矩阵 $B=\begin{pmatrix} -5 & & \\ & 3 & \\ & & -3 \end{pmatrix}$，求可逆矩阵 P，使 $P^{-1}AP=B$。

七、（10 分）已知欧氏空间 R^3 的一个基 $\alpha_1=(1,2,3),\alpha_2=(2,3,1),\alpha_3=(1,1,-1)$，求 R^3 的一个标准正交基。

八、（10 分）求可逆线性替换，把二次型

$$f(x_1,x_2,x_3)=-2x_1x_2+x_1x_3$$

化为标准形。

九、（10 分）证明：若 n 阶方阵 A,B,C 满足：$AB=AC,B\neq C$，则 A 不满秩。

十、（10 分）举例说明：由 $AB=AC,A\neq 0$ 不能导出 $B=C$。