课程编号：A073003　　　　北京理工大学 2008-2009 学年第一学期

线性代数试题 B 卷

班级 ________ 学号 _________ 姓名 __________ 成绩 ___________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签名											

一、（10 分）已知 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0&2&5\\0&1&3\\1&0&0\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}3&2\\4&3\end{pmatrix}$，求行列式 $\begin{vmatrix}\boldsymbol{A}^T&0\\0&\boldsymbol{B}^{-1}\end{vmatrix}$ 。

二、（10 分）已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}2&1&0\\1&2&0\\0&0&3\end{pmatrix}$，矩阵 X 满足 $AXA^{-1}=2XA^{-1}+I$，其中 I 为 3 阶单位矩阵，求 X。

三、（10 分）求下列线性方程组的通解

$$\begin{cases}x_1-x_2+5x_3-x_4=0,\\x_1+x_2-2x_3+3x_4=0,\\3x_1-x_2+8x_3+x_4=0,\\x_1+3x_2-9x_3+7x_4=0.\end{cases}$$

（用基础解系表示通解）

四、（10 分）已知

$$\alpha_1=(1,1,1,1),\ \ \alpha_2=(1,1,1,0),\ \ \alpha_3=(0,1,0,1),\ \ \alpha_4=(0,1,0,2),$$

(1) 求向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$的秩和一个极大无关组;

(2) 用所求的极大无关组线性表出剩余向量。

五、（10分）已知$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$是向量空间$R^3$的一个基，$\beta_1=2\alpha_1+\alpha_2,\beta_2=\alpha_1+\alpha_2,\beta_3=\alpha_3$.

(1) 证明β_1,β_2,β_3为R^3的一个基；

(2) 求基$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$到基$\beta_1,\beta_2,\beta_3$的过渡矩阵；

(3) 求向量$\gamma=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$关于基$\beta_1,\beta_2,\beta_3$的坐标。

六、（10分）已知矩阵$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & 0 \\ 4 & -8 & 2 \end{pmatrix}$,

(1) 求A的特征值和特征向量；

(2) 判断A是否可以相似对角化。

七、（10 分）已知向量组：$\alpha_1=(1,0,1)^T$，$\alpha_2=(2,1,0)^T$，求生成子空间$L(\alpha_1,\alpha_2)$的一个标准正交基。

八、（10 分）已知实二次型$f(x_1,x_2,x_3)=X^TAX$，其中A相似于对角矩阵$\mathrm{diag}(1,2,3)$。

(1) 求二次型$f(x_1,x_2,x_3)$的一个标准形;

(2) 判断二次型$f(x_1,x_2,x_3)$是否正定。

九、（10 分）已知 3 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 有特征值 1，2，且 $|\boldsymbol{A}|=\boldsymbol{0}$。

(1) 求 $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{I}$ 的所有特征值;

(2) 证明 $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{I}$ 为不可逆矩阵。

十、（10 分）已知 4 阶方阵 $\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4)$，$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 均为 4 元列向量，其中 $\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 线性无关，$\boldsymbol{\alpha}_1=2\boldsymbol{\alpha}_2-\boldsymbol{\alpha}_3$。

(1) 求线性方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{0}$ 的一个解;

(2) 如果 $\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3+\boldsymbol{\alpha}_4$，求线性方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{\beta}$ 的通解。