**2024年北京理工大学数学建模竞赛**

**A题：生产计划**

某工厂生产七种机械零件产品，零件1到零件7。该厂有五种机床设备，机床1到机床5，数量分别为6、3、4、2、1。一种零件需要多个工序，每个工序需要不同的机床设备，每种零件的利润以及生产一个零件需要的各种机床设备的工时（单位：小时）如下面表1所示，表中的数字0表示这种产品不需要相应的机床加工。

表1 零件利润（元/个）和需要的设备工时（小时/个）

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 零件1 | 零件2 | 零件3 | 零件4 | 零件5 | 零件6 | 零件7 |
| 利润 | 10 | 9 | 3 | 5 | 11 | 9 | 8 |
| 机床1 | 0.6 | 0.7 | 0 | 0.3 | 0.6 | 0 | 0.5 |
| 机床2 | 0.1 | 0.1 | 0 | 0.3 | 0 | 0.6 | 0 |
| 机床3 | 0.2 | 0 | 0.4 | 0 | 0.2 | 0 | 0.6 |
| 机床4 | 0.05 | 0.08 | 0 | 0.06 | 0.1 | 0 | 0.08 |
| 机床5 | 0 | 0 | 0.01 | 0 | 0.05 | 0.08 | 0.05 |

从一月到六月，每个月中需要整修的设备是（在整修的月份，被整修的设备全月不能用于生产）：

一月：2台机床1

二月：1台机床2

三月：1台机床4

四月：1台机床3

五月：1台机床1和1台机床2

六月：1台机床3和1台机床5

每种零件的每个月市场销售量上限如下面表2所示：

表2：零件的销售上限（个/月）

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 零件1 | 零件2 | 零件3 | 零件4 | 零件5 | 零件6 | 零件7 |
| 一月 | 600 | 800 | 200 | 0 | 700 | 300 | 200 |
| 二月 | 500 | 600 | 300 | 300 | 500 | 200 | 250 |
| 三月 | 200 | 500 | 400 | 200 | 500 | 0 | 300 |
| 四月 | 300 | 400 | 0 | 400 | 300 | 500 | 100 |
| 五月 | 0 | 200 | 300 | 200 | 900 | 200 | 0 |
| 六月 | 400 | 300 | 100 | 300 | 800 | 400 | 100 |

上表中的0表示该月销量为0。已知每种零件的库存量最多为100个，每个零件的库存费用为0.5元/月。在上年末（一月初）的时候，所有零件库存量是0，但是要求在六月底时每种零件的库存量为60个。工厂的工人每天操作机床工作八小时，为简化问题，假定每月都工作22天。生产零件过程中各个工序没有次序要求，请建立数学模型并解决以下问题：

1、制定六个月的各种零件的生产库存销售计划使得总利润为最大。

2、如果工厂考虑投资扩大生产，假设每种机床投资相同，请给出如果可以投资购买新的机床设备数量为一台、两台、三台三种情况下应分别购买哪些机床设备及增加的利润（新买的机床不考虑整修）。

3、工厂是否可以通过不购买新设备而是改变前述机床设备整修方案来提高总利润？请构造一个机床设备整修计划数学模型，使原来计划整修的机床设备在这六个月中都得到整修，而使利润尽可能大。

**B题：水质监测数据分析**

下面给出了2024年3月22日16时，北京地区地表水水质自动监测站发布的数据。请根据所给数据回答如下问题：

1、分析北京地区水系中高锰酸盐指数、氨氮、总磷、总氮的总体分布特征。（分布特征分析）

2、分析高锰酸盐指数、氨氮、总磷、总氮的高低，与哪些因素具有相关性，仅限给出的数据项目，并据此评估呈现当前分布特征的原因。）（相关性分析，评估原因）

3、国家标准的I-V分类主要考虑水质本身对人和环境的影响，请从居民、游客生活体验的角度出发，对各个监测站的水质重新分类，并给出分类的依据。（分类，分类依据制定）

附：水质监测数据

断面名称 水质类别 水温(℃) pH(无量纲) 溶解氧(mg/L) 电导率(μS/cm) 浊度(NTU) 高锰酸盐指数(mg/L) 氨氮(mg/L) 总磷(mg/L) 总氮(mg/L)

鼓楼外大街 Ⅱ 13.2 8.34 11.15 468.3 13.0 2.60 0.025 0.025 3.19

广北滨河路（桥） Ⅱ 12.5 8.66 11.55 1097.0 8.0 3.21 0.037 0.026 1.96

沙窝 Ⅲ 13.7 7.63 11.25 742.6 10.0 4.98 0.084 0.042 4.32

新八里桥 Ⅲ 16.3 8.55 14.08 825.7 2.7 5.02 0.040 0.063 8.54

大红门闸上 Ⅱ 18.0 7.92 12.71 1196.8 13.5 3.52 0.100 0.051 12.12

南大荒桥 Ⅱ 11.3 8.35 10.77 1178.5 51.7 3.97 0.025 0.039 1.57

清河闸 Ⅳ 17.4 7.33 7.30 914.2 11.1 3.38 1.053 0.055 7.33

花园路 Ⅱ 15.4 7.95 11.34 719.1 4.9 2.45 0.132 0.053 5.49

白石桥 Ⅱ 14.7 7.96 11.49 522.4 16.2 2.21 0.026 0.027 2.35

码头 Ⅲ 15.4 8.02 17.32 1027.0 43.5 5.83 0.025 0.072 7.33

罗庄 Ⅲ 15.6 8.63 16.96 1268.0 1.8 4.09 0.055 0.105 8.16

小屯桥 劣Ⅴ 14.8 9.25 29.52 1206.5 3.0 4.64 0.039 0.108 7.42

怀柔水库 Ⅱ 10.2 8.16 10.23 424.5 4.3 2.08 0.025 0.005 1.38

东店 Ⅲ 13.6 8.19 10.68 927.8 26.3 4.34 0.464 0.084 6.61

密云水库 Ⅱ 7.3 8.24 12.40 416.3 2.8 2.23 0.025 0.005 1.19

大关桥 Ⅰ 7.4 8.13 11.80 455.9 11.4 1.19 0.025 0.005 4.32

辛庄桥 Ⅰ 11.3 8.24 12.73 636.5 1.0 0.90 0.025 0.005 6.39

谷家营 Ⅰ 10.0 8.12 16.51 661.7 9.7 1.76 0.025 0.005 4.96

后城 Ⅰ 11.8 8.50 12.04 546.1 5.0 0.96 0.025 0.005 11.89