基础数据结构--KMP 目录

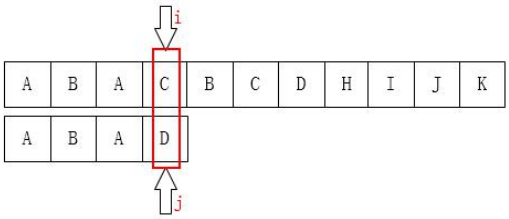
一、KMP 原理:

T 串主串 P 串模式串

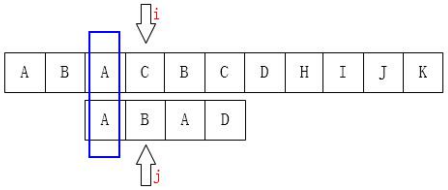
```
          i
T 串：A  B  C  A  B  C  D  H  I  J  K
P 串：      A  B  C  E
          j
```

保持 i 指针不回溯，通过修改 j 指针，让模式串尽量地移动到有效的位置

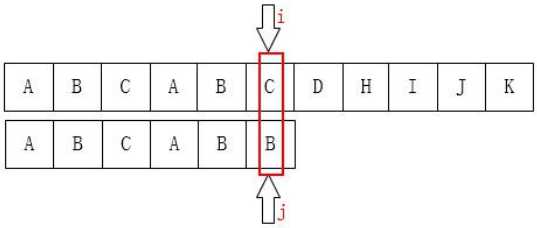
接下来我们自己来发现 j 的移动规律：



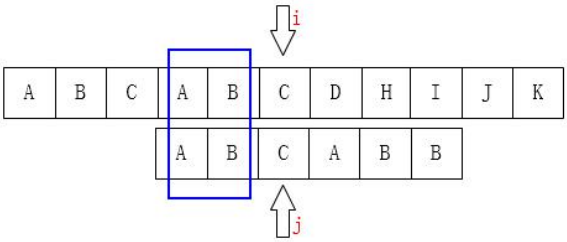
如图：C 和 D 不匹配了，我们要把 j 移动到哪？显然是第 1 位。为什么？因为前面有一个 A 相同啊：



如下图也是一样的情况：



可以把 j 指针移动到第 2 位，因为前面有两个字母是一样的：



当匹配失败时，j 要移动到下一个位置 k。（模式串）存在着这样的性质：**最前面的 k 个字符和 j 之前的最后 k 个字符是一样的。**

P[0~k-1] == P[j-k~j-1]

比如: **a b c d a b c**

i == : 0 1 2 3 4 5 6 7

next:-1 0 0 0 0 1 2 3

```
void get_next() //初始化 next 数组 lenp 为 p 数组的长度
{
    int i,j;
    Next[0] = j = -1;

    i = 0;
    while(i<lenp)  //最后一位的判断其实是多余的
    {
        while(j!=-1&&p[j]!=p[i])
            j = Next[j];
        Next[++i] = ++j;
    }
}
```

Kmp 部分：

i： 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

T 串： a b c e a b p a b c

P 串： a b c d a b c

Next[]： -1 0 0 0 0 1 2

当 i=3 处，j= 3 ， t[i]!=p[j],j 的指针返回到 next[3] 即 j = 0

i： 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

T 串： a b c d a b p a b c

P 串： a b c d a b c

Next[]： -1 0 0 0 0 1 2

若一直匹配至 i=6；

j= 6，t[i]!=p[j],j 返回到 next[6] 移动 j 指针 即 j=2

```
int kmp1()  //在 t 串找 p 串  返回下标
{
    int i,j;
    i = j = 0; //两个下标指针 i 为主串的指针 j 为模式串的指针
    while(i<lent&&j<lenp)
    {
        while(j!=-1&&t[i]!=p[j])
            j = Next[j];
        i++;
        j++;
    }
    if(j==lenp)
```

```
        return i-j; //若找到返回开始下标（从 0 开始）
    return -1;   //找不到返回-1
}
```

---

t[] aaaaaa

p[] aa

返回的 ans = 5

```
int kmp2() //返回匹配次数
{
    int i,j;
    i = j = 0;
    int ans = 0;
    while(i<lent)
    {
        while(j!=-1&&t[i]!=p[j])
            j = Next[j];
        if(j==lenp-1)
        {
            ans++;
            j = Next[j];
        }
        i++;
        j++;
    }
    return ans;
}
```

t[] aaaaaaa

p[] aaa

返回的 ans = 2

```
int kmp3() //返回 t 串中有多少个 p 串
{
    int i,j;
    i = j = 0;
    int ans = 0;
    while(i<lent)
    {
        while(j!=-1&&t[i]!=p[j])
            j = Next[j];
        if(j==lenp-1)
        {
            ans++;
```

```
            j = -1;    // j 指针改变为-1 然后++ 从 0 重新查找
        }
        i++;
        j++;
    }
    return ans;
}
```

二、KMP 整体模板 （下标从 0 开始的模板）

1.在 t 串找 p 串 返回下标
2.返回匹配次数
3.返回 t 串中有多少个 p 串

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

int Next[10000];
char t[10000];  //主串
char p[10000];  //模式串

int lenp,lent;
void get_next()
{
    int i,j;
    Next[0] = j = -1;
    i = 0;
    while(i < lenp){  //最后一位的判断其实是多余的
        while(j != -1 && p[j] != p[i])
            j = Next[j];
        Next[++i] = ++j;
    }
}
int kmp1(){  //在 t 串找 p 串  返回下标
    int i , j;
    i = j = 0; //两个下标指针 i 为主串的指针 j 为模式串的指针
    while(i < lent && j < lenp){
        while(j!=-1&&t[i]!=p[j])
            j = Next[j];
        i++;
        j++;
    }
```

```
    if(j==lenp) return i-j; //若找到返回开始下标（从 0 开始）
    return -1;   //找不到返回-1
}
int kmp2(){ //返回匹配次数
    int i , j;
    i = j = 0;
    int ans = 0;
    while(i < lent){
        while(j != -1 && t[i] != p[j])
            j = Next[j];
        if(j == lenp-1){
            ans++;
            j = Next[j];
        }
        i++;
        j++;
    }
    return ans;
}

int kmp3() //返回 t 串中有多少个 p 串
{
    int i,j;
    i = j = 0;
    int ans = 0;
    while(i<lent)
    {
        while(j!=-1&&t[i]!=p[j])
            j = Next[j];
        if(j==lenp-1)
        {
            ans++;
            j = -1;    // j 指针改变为-1 然后++ 从 0 重新查找
        }
        i++;
        j++;
    }
    return ans;
}

int main()
{
    scanf("%s",t);
    scanf("%s",p);
```

```
    lenp = strlen(p);
    lent = strlen(t);
    get_next();

    int ans = kmp3();
    cout<<ans<<endl;

    return 0;
}
```

三、KMP 题目

T1. Period （求最小循环元和循环次数）

结论：当 i 能够整除 i - next[i]时 , s[1 ~ i - next[i]]就是 s[1~i]的最小循环元
i - next[i] 就是 s[1~i]的循环元长度
最大循环次数是 i /(i - next[i])

代码：下标从 1 开始

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;
const int maxn = 1000005;

char s[maxn];
int Next[maxn] , n ,cas;
/*
下标全部从 1 开始
s :      abababaac
next[] : 0 0 1 2 3 4 5 1 0
*/
void get_Next(){
    Next[1] = 0;
    for(int i = 2 , j = 0 ; i <= n ; ++ i){
        while(j > 0 && s[i] != s[j + 1]) j = Next[j];
        if(s[i] == s[j + 1]) j ++;
        Next[i] = j;
    }
}
/*
当 i 能够整除 i - next[i]时,s[1 ~ i - next[i]]就是 s[1~i]的最小循环元
```

```
i - next[i] 就是 s[1~i]的循环元长度
最大循环次数是 i/(i - next[i])
*/
int main(){
    while(scanf("%d",&n) && n){
        scanf("%s",s + 1);
        n = strlen(s + 1);
        get_Next();
        printf("Test case #%d\n",++cas);
        for(int i = 2 ; i <= n ; ++ i){
            if(i % (i - Next[i]) == 0 && i /(i - Next[i]) > 1)
                printf("%d %d\n",i, i / (i - Next[i]));
        }
        printf("\n");
    }
    return 0;
}
```

四、最小表示法

最小表示: 一个字符串 S[1~n],如果我们不断把它的最后一个赐福放到开头，最终会得到 n 个字符串，称这 n 个字符串是循环同构的。这些字符串中字典序最小的一个称为字符串 S 的最小表示。

```
/*
BZOJ 1398 (最小表示法)
题目：
给两个长度相等字符串
要求输出：
1.两个字符串是否循环同构 （YES NO）
2.如果同构，输出当前字符串的最小表示
样例：
Sample Input :
2234342423
2423223434

Sample Output :
Yes
2234342423

方法：
1.分别求出两个字符串的最小表示
2.通过比较两个字符串的最小表示判断两个字符串是否循环同构
3.按需输出
*/
```

```cpp
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
const int maxn = 1000005;
int len;
char s1[maxn * 2] , s2[maxn * 2];

int get_min(char str[]){  //获取最小表示
    for(int i = 1 ; i <= len ; ++  i) str[len + i] = str[i];
    int i = 1 , j = 2 , k;
    while(i <= len && j <= len){
        for(k = 0 ; k <= len && str[i + k] == str[j + k] ; ++ k);
        if(k == len) break; //str 只由一个字符构成，如“aaaaaaa”
        if(str[i + k] > str[j + k]){
            i = i + k + 1;
            if(i == j) i ++;
        }else {
            j = j + k + 1;
            if(i == j) j ++;
        }
    }
    return min(i , j); //返回最小表示的下标
}

int main(){
    scanf("%s%s",s1 + 1,s2 + 1);
    len = strlen(s1 + 1);
    //1. 求出两个字符串最小表示
    int pos1 = get_min(s1);
    int pos2 = get_min(s2);
    bool flag = 0;
    //2.比较两个字符串的最小表示
    for(int i = pos1 , j = pos2 , cnt = 1; cnt <= len ; ++ i, ++ j , ++ cnt){
        if(s1[i] != s2[j]){
            flag = 1;
            break;
        }
    }
    if(flag) printf("No\n");
    else{
        printf("Yes\n");
        for(int i = pos1 , cnt = 1; cnt <= len; ++ cnt , ++ i){
            printf("%c",s1[i]);
        }
        printf("\n");
```

```
    }
    return 0;
}
```