

Giới thiệu ngắn gọn về thuật toán Hierholzer

– Hierholzer là một thuật toán hiệu quả và kinh điển để tìm chu trình Euler (Eulerian Circuit) hoặc đường đi Euler (Eulerian Path) trong đồ thị.

– Thuật toán được đề xuất bởi Carl Hierholzer (1873) và vẫn còn là phương pháp nhanh nhất hiện nay để tìm chu trình Euler.

Mục tiêu của Hierholzer

Tìm một chu trình hoặc đường đi sao cho:

- Đi qua tất cả các cạnh đúng 1 lần
- Không bắt buộc phải đi qua tất cả đỉnh
- Tự động sinh ra chu trình Euler bằng cách ghép nhiều chu trình con lại với nhau

Cơ chế hoạt động chính (trọng tâm nhất)

1. Chọn điểm bắt đầu hợp lệ

- Nếu đồ thị có 2 đỉnh bậc lẻ, phải bắt đầu từ 1 trong 2 đỉnh đó → tạo đường đi Euler
- Nếu tất cả đỉnh bậc chẵn, có thể bắt đầu từ bất kỳ đỉnh nào → tạo chu trình Euler

2. Tạo một chu trình con (cycle)

- Xuất phát từ đỉnh bắt đầu
- Mỗi bước chọn bất kỳ cạnh còn lại, không cần kiểm tra cầu như Fleury
- Đi cho đến khi quay lại đúng đỉnh xuất phát  
→ Ta có một vòng (cycle) hoàn chỉnh

3. Tìm đỉnh trong chu trình còn cạnh chưa dùng

- Nếu trong vòng vừa tạo có đỉnh nào còn cạnh chưa đi  
→ Bắt đầu một chu trình con mới từ chính đỉnh đó

4. Ghép các chu trình lại với nhau

- Chu trình mới được chèn vào vị trí xuất hiện của đỉnh bắt đầu trong chu trình cũ
- Đây là bước quan trọng nhất tạo thành chu trình Euler lớn

5. Lặp lại cho đến khi hết cạnh

- Khi không còn cạnh nào chưa dùng → thu được chu trình Euler hoàn chỉnh

Điểm mạnh của Hierholzer

- Nhanh nhất trong các thuật toán tìm chu trình Euler
- Độ phức tạp  $O(E)$  (tức là tuyến tính theo số cạnh)
- Không cần kiểm tra cầu → đơn giản hơn Fleury trong đồ thị lớn
- Phù hợp cho trực quan hóa với nhiều cạnh, đồ thị phức tạp

Điểm yếu

- Các bước ghép chu trình cần tư duy đúng → hơi trừu tượng khi trực quan hoá
- Đòi hỏi dùng danh sách cạnh chưa đi (stack/list) → code dài hơn Fleury
- Không cho thấy trực tiếp ý niệm “tránh cầu” như Fleury