Aufgabe 4.1

Es liegen zwei unterschiedliche Schätzungen für die Position $\mathbf{x} = (x,y)^T$ eines Roboters als Normalverteilungen vor.

$$\mathbf{x}_1 = (2 \quad 1)^T$$

$$\Sigma_1 = \begin{pmatrix} 56.63 & 20.25 \\ 20.25 & 8.37 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{x}_2 = (4 \quad 3)^T$$

$$\Sigma_1 = \begin{pmatrix} 0.69 & -1.2 \\ -1.2 & 3.56 \end{pmatrix}$$

a) Visualisieren Sie die Positionen mit ihren Unsicherheiten (σ-Ellipsen).

b) Fusionieren Sie die beiden Schätzungen zu einem verbessertem Schätzwert, indem Sie das Produkt der Normalverteilungen bilden.

c) Visualisieren Sie den verbesserten Schätzwert.

Aufgabe 4.2

Ein Roboter befindet sich mit einer gewissen Unsicherheit an der Position **u**:

$$\mathbf{u} = (x_R, y_R, \theta)^T = (2,\ 1,\ 30°)^T$$

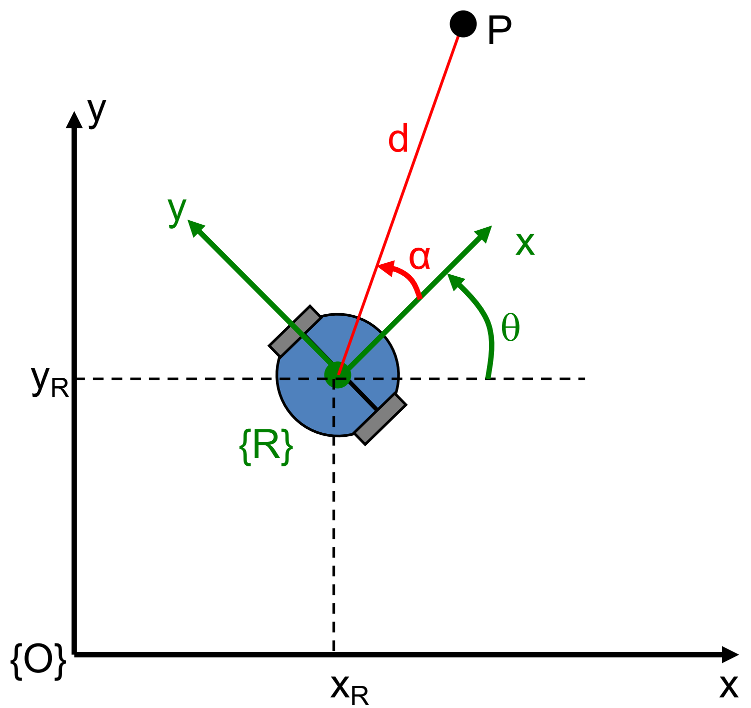
$$\Sigma_\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 0.025 & -0.015 & 0 \\ -0.015 & 0.025 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\theta^2 \end{pmatrix} \quad \text{mit } \sigma_\theta = 5°$$

Der Roboter misst in seinem lokalen KS im Abstand d und im Winkel α einen Hindernispunkt P. Die Messung ist mit einer Unsicherheit behaftet.

$$\mathbf{z} = (d, \alpha)^T = (3,\ 20°)^T$$

$$\Sigma_\mathbf{z} = \begin{pmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & \sigma_\alpha^2 \end{pmatrix} \quad \text{mit } \sigma_\alpha = 5°$$

Berechnung Sie die Position von P und ihre Unsicherheit im globalen KS.



Aufgabe 4.3

Die Position $\mathbf{x_0} = (x, y)^T$ eines Roboters wird als Normalverteilung geschätzt

$$\mu_{\mathbf{x}_0} = (2 \quad 1)^T$$

$$\Sigma_{\mathbf{x}_0} = \begin{pmatrix} 56.63 & 20.25 \\ 20.25 & 8.37 \end{pmatrix}$$

a) Generieren Sie eine entsprechende Partikelmenge.

b) Wenden Sie auf die Partikelmenge folgende Systemgleichung einmal an:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix}$$

c) Ermitteln Sie aus der Partikelwolke für $\mathbf{x}_1$ Mittelwert und Kovarianz der Partikelmenge.

Lösung zu Aufgabe 4.2

$$\underbrace{\begin{pmatrix} x_P \\ y_P \end{pmatrix}}_{\mathbf{y}} = g\underbrace{\begin{pmatrix} x_R \\ y_R \\ \theta \\ d \\ \alpha \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} x_R + d\cos(\alpha+\theta) \\ y_R + d\sin(\alpha+\theta) \end{pmatrix}$$

$$\Sigma_\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \Sigma_\mathbf{u} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_\mathbf{z} \end{pmatrix} \quad mit\ \mathbf{u} = \begin{pmatrix} x_R \\ y_R \\ \theta \end{pmatrix} und\ \mathbf{z} = \begin{pmatrix} d \\ \alpha \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{G} = \frac{\partial g}{\partial \mathbf{x}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -d\sin(\alpha+\theta) & \cos(\alpha+\theta) & -d\sin(\alpha+\theta) \\ 0 & 1 & d\cos(\alpha+\theta) & \sin(\alpha+\theta) & d\cos(\alpha+\theta) \end{pmatrix}$$

$$\Sigma_\mathbf{y} = \mathbf{G}\ \Sigma_\mathbf{x} \mathbf{G}^T$$