

Математика 9+ класс. Домашняя работа №2.

Т. Д. Горлов

май, 2025

Теория.

Формулы сокращенного умножения (ФСО) для сокращения выражений:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \quad (1)$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad (2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \quad (3)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \quad (4)$$

$$\text{Для } ax^2 + bx + c = 0 : D = b^2 - 4ac; \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad (5)$$

Множества и операции с ними. В основном обозначаются либо заглавной латинской буквой А, В, С, ..., либо фигурные $\mathbb{A}, \mathbb{B}, \mathbb{C} \dots$ **Повторений в множестве быть не может.**

$$A = \{\text{элемент } 1, \text{элемент } 2, \dots\} \quad (6)$$

Модуль по множеству - количество элементов в нем.

$$A = \{1, 2, 3, 10, 20, 30\}; \quad |A| = 6 \quad (7)$$

$A \cup B$ – объединение множеств, взять все элемент первого и второго и перенести в новое множество, убирая повторы, это и будет ответом.

$A \cap B$ – пересечение множеств, найти все совпадающие элементы между первым и вторым множеством, перенести в новое множество и убрать повторы, это и будет ответом.

$A \setminus B$ – исключение из множества, исключить все элементы второго множества из элементов первого, это и будет ответом.

$x \in A$ – принадлежит множеству. $x \notin A$ – не принадлежит множеству.

Множества чисел.

\mathbb{N} – натуральные числа, числа которыми можно считать. 1, 2, 3, ...

\mathbb{Z} – целые числа: отрицательные + 0 + натуральные. ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...

\mathbb{Q} – рациональные числа, числа которые возможно представить в виде обыкновенной дроби $\frac{p}{q}$, где $p \neq 0; q \neq 0, 1$ – целые числа.

\mathbb{Q} или \mathbb{I} – иррациональные числа. Нельзя представить в виде обыкновенной дроби. Пример: ..., $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, e, \pi, \dots$

\mathbb{R} – действительные числа: рациональные(натуральные, целые) + иррациональные.

\mathbb{C} – комплексные числа, действительные числа + числа, связанные с извлечением корня из отрицательного числа $\sqrt{-1}$.

1 Упростите выражение.

$$\frac{x^2 - y^2}{x + y} - \frac{x - y}{2}$$

2 Решите уравнение.

$$x^2 - 2x - 8 = -2x^2 + 4x + 16$$

3 Решите уравнение.

$$x^2 - 2x + 12 = 0$$

4 Решите систему линейных уравнений методом выражения.

$$\begin{cases} -6x = 18 \\ 8y = 4 + x \end{cases}$$

5 Задача на графики повышенной сложности.

Даны функции $f(x) = ax^2 - 1$ и $g(x) = 4x + 5$, известно, что графики этих функций пересекаются в точке $A(-1; 1)$. Найдите вторую точку пересечения графиков B .

6 Задача на множества повышенной сложности.

Даны множества $A = \{2, 5, 8, \dots\}$ и $B = \{3, 4, 5, \dots\}$. Известно, что каждый элемент множества A задается формулой: $3x + 1$, а каждый элемент множества B — $2x + 3$, при этом x перебирается как натуральное число от 1 до $+\infty$.

Пример: при $x = 1$: $3(1) - 1 = 2$; при $x = 2$: $3(2) - 1 = 5$ и т.д.

Также известно, что $|A| = 100$, $|B| = 50$.

а) Сколько общих элементов у этих множеств?

б) Найдите $|A \cup B| = ?$