

Физика 9 класс. Домашняя работа №2.

Т. Д. Горлов

сентябрь, 2025

Теория.

Угол между векторами. Это угол между положительными направлениями соответствующих векторов. Положительное направление – то куда указывает стрелка.

Угол направления вектора. Этот угол находится между положительным направлением оси OX и положительным направлением самого вектора.

Проекция вектора на ось. Для нахождения проекции требуется опустить перпендикуляры из начала и конца вектора на соответствующую ось. Проекцией будет вектор соединяющий начало и конец этого отрезка на оси.

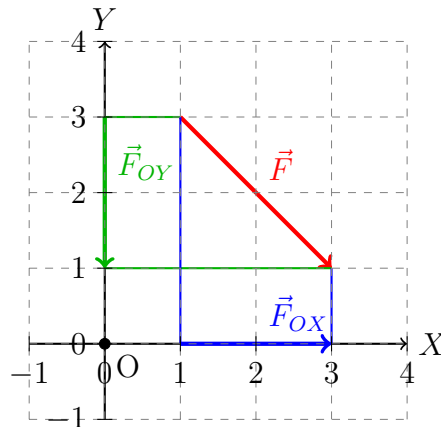


Рис. 1: Пример нахождения проекций вектора

Для численного нахождения проекции на оси используют следующие формулы:

$$a_{ox} = x_1 - x_0$$

$$a_{oy} = y_1 - y_0$$

Если в условиях задачи система координат вводится без численных значений, только для указания наличия и направления осей и известен скаляр исходного вектора, то для нахождения проекций удобнее использовать *тригонометрические функции*.

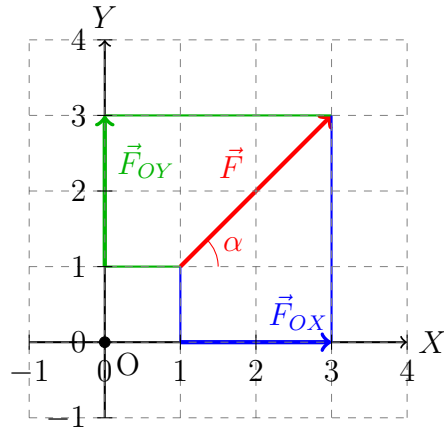


Рис. 2: Нахождения проекций вектора через тригонометрические функции

Выразим синус и косинус через модули проекций и модуль исходного вектора и, следовательно, сами проекции.

$$\sin \alpha = \frac{F_{OY}}{F}; \quad \cos \alpha = \frac{F_{OX}}{F} \quad \Rightarrow \quad F_{OX} = F \cdot \sin \alpha; \quad F_{OY} = F \cdot \cos \alpha$$

Модуль вектора через проекции. Длину вектора, то есть модуль, можно найти, зная его проекции на ортогональные оси и используя теорему Пифагора.

$$F = \sqrt{F_{OX}^2 + F_{OY}^2}$$

Базис. Единичный вектор, сонаправленный с осью, на которой он лежит и имеет единичную длину. Важно единичная длина не всегда равна 1, может быть выбрано другое значение.

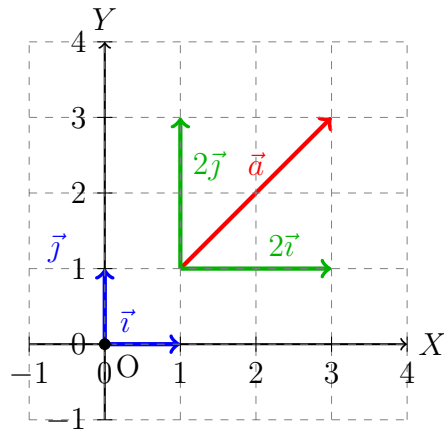


Рис. 3: Разложение вектора по базису

Разложение по базису. Это способ представления вектора, опираясь на базисы.

$$\vec{a} = n \cdot \vec{i} + m \cdot \vec{j}$$

Где \vec{i}, \vec{j} – базисы для OX и OY соответственно; n, m – коэффициенты разложения, указывающие на то, сколько соответствующих единичных векторов нужно отложить, чтобы получались проекции исходного вектора на оси. Доказать формулу можно через правило параллелограмма. В случае такого разложения коэффициенты n и m будут указывать на длины соответствующих проекций. Отдельно стоит отметить, что названия базисных векторов является устоявшимися, и лучше применять именно их.

Нарождение угла направления без модуля вектора. Для этого можно определить тангенс через проекции или коэффициенты разложения по базису (равнозначно):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_{oy}}{a_{ox}} = \frac{n}{m}$$

Отсюда следует, что угол находится как:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left(\frac{a_{oy}}{a_{ox}} \right) = \left(\frac{n}{m} \right)$$

Основное тригонометрическое тождество. Иногда в задаче может быть дана одна тригонометрическая функция, а при решении вам потребуется еще и другая, тогда воспользуйтесь этим тождеством для выражения:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

1 Задача на нахождение угла

Частица движется со скоростью $7\vec{i} + 4\vec{j}$ под углом к стенке. Сделайте рисунок и найдите численно этот угол.

2 Задача на сумму векторов и проекции

Даны силы $\vec{F}_1 = 3\vec{i} + 4\vec{j}$, $\vec{F}_2 = 6\vec{i} + 8\vec{j}$ и $\vec{F}_3 = 12\vec{j} - 5\vec{i}$. Сделайте рисунок и изобразите на нем равнодействующую сил. Найдите для равнодействующей: а) Графически и численно проекции на OX и OY ; б) Модули проекций на OX и OY ; в) Скалярное значение.

3 Найдите скалярное произведение векторов и округлите до десятых

Векторы \vec{a} и \vec{b} изображены на рисунке 4.

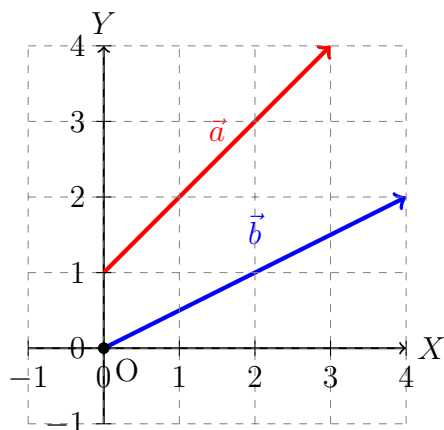


Рис. 4: Рисунок к задаче 3

4 Найдите скалярное произведение векторов

Если длина вектора $|\vec{a}|$ равна 5, а вектор \vec{b} задается как $3\vec{i} + 9\vec{j}$, при этом синус угла между ними равен 0,25.

5 Задача повышенной сложности

В координатной плоскости вектор \vec{R} выходит из нуля и имеет длину $2\pi - \sqrt{31}$. Создают равный вектор и поворачивают его на угол $\Delta\varphi$. Это повторяют N раз так, чтобы последний вектор совпадал с первым. Найдите сумму всех векторов.

6 Задача повышенной сложности

Небольшой шар массой 12 г влетает в трубу под углом, известно, что диаметр этой трубы чуть больше чем диаметр шара. В момент попадания в трубу шар ударяется несколько раз о стенки теряет 20% кинетической энергии, после чего скатывается по прямой стенке трубы и вылетает из нее. Найдите под каким углом шар влетал в трубу, если известно, что начальная скорость составляла 7 м/с и стенки трубы гладкие, а изменениями скорости на отдельных участках пренебречь.