

Математика 9+ класс. Выпускной экзамен.

Т. Д. Горлов

май, 2025

Формат выполнения.

На выполнение работы дается **235 минут**, при этом запрещается использовать любые дополнительные материалы не выключенные в данную работу и любые вычислительные средства.

Баллы за выполнения заданий:

С 1 по 12 за задание дается по **1 баллу**;

За 13 и 14 задания дается по **1.5 балла**;

С 15 по 18 за задание дается по **2 балла**;

С 19 по 21 за задание дается по **2.5 балла**;

С 22 по 24 за задание дается по **3 балла**.

Оценка знаний:

От 0 до 19 – оценка 2;

От 20 до 25 – оценка 3;

От 26 до 33 – оценка 4;

От 34 до 39,5 – оценка 5.

Базовые задачи

- 1 **Вычислите. Ответ дайте целым числом или конечной десятичной дробью.**

$$\left(2,5^2 - 4^3 + \left(\sqrt[3]{64}\right)^3\right) \times \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$$

- 2 **Сократите до целого числа, учитывая, что $x > 0$.**

$$\frac{25\sqrt{x} \times 16\sqrt{x}}{400\sqrt{x-1}}$$

3 Сократите до целого числа, учитывая, что $a > 0$.

$$\frac{\sqrt[3]{64 \times \sqrt[128]{a}}}{\sqrt[384]{a}}$$

4 Решите уравнение.

$$\sqrt{x+3} = 0$$

5 Решите неравенство.

$$(x+2)(x+8) \geq 0$$

6 Решите уравнение.

$$x^3 - 8x = 2x^2$$

7 Решите уравнение.

$$x^4 - 2x^2 - 8 = 0$$

8 Решите уравнение.

$$(x+2)(x+3) - (x+3)^2 = 0$$

9 Упростите выражение.

$$\frac{(x+y)^2}{x^2+2xy} - \frac{y^2}{(x+y)^2-y^2} - 1$$

10 Решить систему уравнений.

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 5x + 3y = 2 \end{cases}$$

11 Решите уравнение.

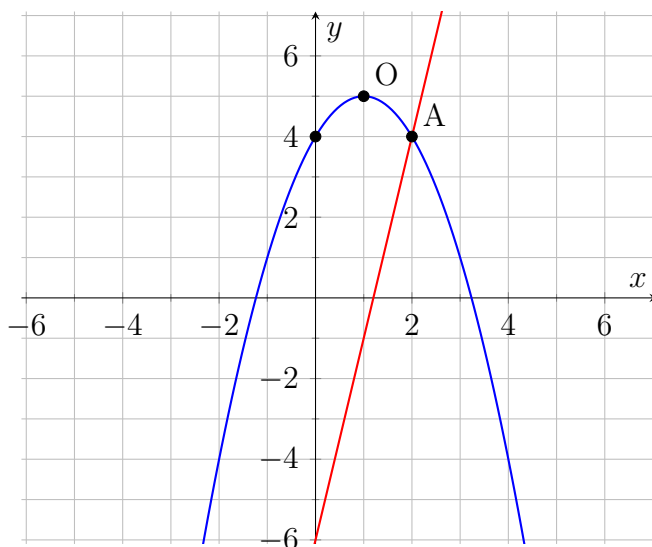
$$4 + |x| = 16$$

12 Решите уравнение.

$$\sqrt[3]{(x+3)(x-1)} = 0$$

13 Задача на графики.

Даны графики функций $f(x) = 5x - 12$, $g(x) = x^2 + bx + c$. Найдите ординату точки пересечения B этих графиков.



14 Найдите область определения функции.

$$f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 + 4x - 4}}{x^2 + 3}$$

Задачи повышенной сложности

15 Решите уравнение.

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{27-x} = 6$$

16 Решите уравнение.

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{27-x} = 6$$

17 Решите уравнение.

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{2x-8} = \sqrt{x-6}$$

18 Решите неравенство.

$$\frac{10}{x-1} - \frac{12}{x-2} \leq -4$$

19 Найдите область определения функции $f(x)$.

$$f(x) = \frac{92x^7\sqrt{3x^2+5x-2}}{(x^2+111) \cdot |3+x| \cdot \sqrt{x-1}}$$

20 Задача на графики.

Даны функции $f(x) = ax^2 - 1$ и $g(x) = 4x + 5$, известно, что графики этих функций пересекаются в точке $A(-0.6; 2.6)$. Найдите вторую точку пересечения графиков B .

21 Задача на график.

Постройте графики функций $f(x) = x^2 + 1$ и $g(x) = 2x + 9$. Ответьте на следующие вопросы:

а) Найдите координаты общих точек.

б) На сколько нужно опустить над осью OX график $h(x) = -x^2 + 5$ относительно текущего положения, чтобы $f(x)$ и $h(x)$ имели одну общую точку?

22 Решите уравнение.

$$(x^2 - 2|x + 3| + 6) \cdot |x + 2| \cdot |x + 4| \cdot \sqrt{|x| - 1} = 0$$

23 Задача на множества.

Даны множества $A = \{4, 7, 10, \dots\}$ и $B = \{5, 7, 9, \dots\}$. Известно, что каждый элемент множества A задается формулой: $3x - 1$, а каждый элемент множества B — $x + 2$, при этом x перебирается как натуральное число от 1 до $+\infty$.

Пример: при $x = 1$: $3(1) - 1 = 2$; при $x = 2$: $3(2) - 1 = 5$ и т.д.

Также известно, что $|A| = 100$, $|B| = 50$.

а) Сколько общих элементов у этих множеств?

б) Найдите $|A \cup B| = ?$

24 Задача на область определения.

Дана функция $f(x)$, где :

W — перебирается среди натуральных чисел кратных 2,

Z — перебирается среди натуральных чисел кратных 7.

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4} \left(\frac{2}{7\sqrt{x}} + \frac{4}{14\sqrt{x}} + \frac{6}{21\sqrt{x}} + \dots + \frac{W}{Z\sqrt{x}} \right)$$

Найдите область определения этой функции.