

Математика 9+ класс. Домашняя работа №5.

Т. Д. Горлов

май, 2025

Теория.

При решении уравнений вида $\sqrt{x+a} = x$ и подобных, где с одной стороны идет выражение под корнем **четной степени**, а с другой стороны выражение без корня. Нужно не забывать ставить ограничение на вторую часть: $x \geq 0$, так как понятно, что **корень четной степени** слева никогда **не окажется меньше нуля**.

Строго говоря, в подобных уравнениях достаточно **только одного ограничения на выражение не содержащие корня!** Зачастую, это правило помогает значительно сэкономить время на проверку корней.

Модулем числа называется расстояние от этого числа до начала (0) координатной прямой.

При этом модуль всегда положителен. Здесь определение через расстояние оказывается наиболее полезным, так как расстояние действительно всегда положительно.

$$|x| > 0, \forall x$$

Модуль всегда можно раскрыть в систему по следующему правилу:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{при } x \geq 0 \\ -x, & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

При решении уравнений с переменной под знаком модуля требуется воспользоваться вышеприведенным правилом и решать несколько ситуаций по отдельности, например:

$$|x+a| = b$$

Рассмотрим функцию $y = |x+a| - b$, тогда:

$$y = \begin{cases} x+a-b, & \text{при } x \geq 0 \\ -(x+a)-b, & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

Стоит заметить, что знак минус ставится перед **всем выражением**, которое заключено в модуле.

1 Решите уравнение.

$$6 + |x| = 18$$

2 Решите уравнение.

$$x^2 - 8|x| + 16 = 0$$

3 Решите уравнение.

$$x^2 - 4|x + 2| + 4 = 0$$

4 Решите уравнение.

$$\sqrt{6 - x} = -x$$

5 Решите уравнение.

$$\sqrt{x^2 + 6x + 12} = -x$$

6 Решите уравнение.

$$\sqrt{(x + 1)(x + 6)} = 2x$$

7 Решите уравнение.

$$\sqrt{x + 1} (x^4 + 4x^2 + 4) = 0$$

8 Решите уравнение повышенной сложности.

$$\sqrt{|x^2 + 4x + 4|} = 2x$$

9 Решите уравнение повышенной сложности.

$$|x + 2| \cdot |x + 4| \cdot \sqrt{|x| - 6} = 0$$

10 Задача на график.

Постройте графики функций $f(x) = 3x^2 - 3$ и $g(x) = 2x^2 + 1$. Ответьте на следующие вопросы:

- а) Найдите координаты общих точек графическим методом.
- б) На сколько нужно опустить над осью OX график $h(x) = 4x$, чтобы $h(x)$ и $g(x)$ имели одну общую точку?

11 Задача на график повышенной сложности.

Постройте графики функций $f(x) = x^2 + 1$ и $g(x) = 2x + 4$. Ответьте на следующие вопросы:

- а) Найдите координаты общих точек аналитическим методом.
- б) На сколько нужно опустить над осью OX график $g(x)$ относительно текущего положения, чтобы $f(x)$ и $g(x)$ имели одну общую точку?