

1 介紹

本篇報告融合了學生這學期選修的兩堂課的內容，以行為財務學中提到的動能交易為策略並且利用風險管理中學到的風險指數優化投資組合持股比重，希望經過此次的實作交易策略可以迅速地在畢業後與職場接軌。本次實作參考的論文分別是 Thomas J. George and Chuan-Yang Hwang (2004) 和 Abhinav Anand, Tiantian Li, Tetsuo Kurosaki and Young Shin Kim (2015)。前者說明由於投資人對過去股價最高值具有定錨心理，此市場心理會影響效率，進而形成可套利的交易策略，而過去五十二週的股價最高值尤為明顯；後者則提出傳統 Markowitz 投資組合中的報酬變異數無法有效的反應市場風險，因此引入了 Foster-Hart 風險指標做為市場風險的估計形成新的最佳投資組合。

2 動能因子最佳投資組合

2.1 The 52-Week High Portfolio

由於市場上投資人普遍不會太常更改自己對股票價格的 prior，具有定錨效果，此效果尤其在過去 52 週的股價高點尤為明顯。因此我們可以在每個月初將市場上的股票分成三組，以當日股價和該公司過去 52 週出現過最高的股價相比，比值最高的為第一組，最低的為第三組，買進第一組賣出第三組，形成無成本的投資組合，持有六個月。然而此期末報告對此策略進行簡化，一年只在一月的第一天和七月的第一天做多比值最高的組別，且觀察的股票只有在六月底和十二月底市值最高的前百檔公司，以避免購買入市值過小的公司，引入過於複雜的市場微結構問題，且並無做空個股。

2.2 Foster-Hart Risk Measurement

Dean P. Foster and Sergiu Hart (2009) 提出新的風險指標 R ，滿足以下方程式

$$E \left[\log \left(1 + \frac{g}{R} \right) \right] = 0, \quad (1)$$

其中隨機變數 g 為賭局的報酬，而 R 可以被看成若想加入此賭局又不想破產下所需的最小持有財產。假設一賭局有兩結果，分別是賺 120 和賠 100，且機率相同，則帶入上述公式則可得

$$\frac{1}{2} \times \log \left(1 + \frac{120}{R} \right) + \frac{1}{2} \times \log \left(1 - \frac{100}{R} \right) = 0, \quad R = 600。$$

2.3 Optimal Portfolio

此篇報告的最佳投資組合中將投資組合中的風險指標以 Foster-Hart 風險指標代替，去解下列最佳化問題

$$\min C \times R(w_t) + \alpha \sum_{i=1}^{30} |w_{i,t} - w_{i,t-1}| - w^T \mu, \quad (2)$$

其中 C 為自定義權重， α 為交易成本， μ 為各股的報酬期望值，且 $\sum_{i=1}^{30} w_i = 1$ ， $w_i \geq 0$ ，此處將權重限制為大於零的原因是一開始的投資策略便是希望買多動能高的股票。為了簡化需要解最佳化的同時滿足非線性的公式(1)的計算，我們先抽取 50 萬組投資組合的權重，並且以欲買進的 20 檔股票過去六個月的日報酬形成機率相等的離散分布去解出 R ，最後再去比較 50 萬筆中使目標函數最小化的權重。此處須強調的是由於解出的 R 和日報酬擁有 10^5 左右的差距，為了不讓最佳權重完全由風險值決定，因此自定義 $C = 10^{-5}$ 。

3 資料

此次報告欲建立的投資組合期間為西元 2012-2022，因此所需要的資料為 2011-2022 的台股資料，包含市值和每日的收盤價，全部資料皆從 TEJ 資料庫取得。投資組合建立的時間為每年一月的第一個交易日和七月的第一個交易日，且買入的標的為前一年十二月最後一個交易日和六月的最後一個交易日中，和過去 52 週股價最高值比值最高的 30 家公司，表(一)為 2012/01/02 買入的 30 家公司，表(二)為 2012/07/02 買入的 30 家公司。

9933 中鼎	2330 台積電	1216 統一	9921 巨大	3045 台灣大
2451 創見	2382 廣達	2301 光寶科	9904 寶成	2002 中鋼
2227 裕日車	2395 研華	2385 群光	2324 仁寶	3034 聯詠
2412 中華電	4904 遠傳	2347 聯強	8299 群聯	2103 台橡
2105 正新	2207 和泰車	1434 福懋	2912 統一超	6505 台塑化
4938 和碩	2357 華碩	1504 東元	1227 佳格	1102 亞泥

表(一) 2012/01/02 買入的公司

3045 台灣大	2227 裕日車	1216 統一	2105 正新	9945 潤泰新
3034 聯詠	2385 群光	6176 瑞儀	9904 寶成	2395 研華
2347 聯強	2301 光寶科	4904 遠傳	2451 創見	2890 永豐金
2382 廣達	2330 台積電	9933 中鼎	2103 台橡	2412 中華電
8299 群聯	2002 中鋼	1504 東元	1102 亞泥	2308 台達電
5903 全家	2357 華碩	4938 和碩	2912 統一超	9921 巨大

表(二) 2012/07/02 買入的公司

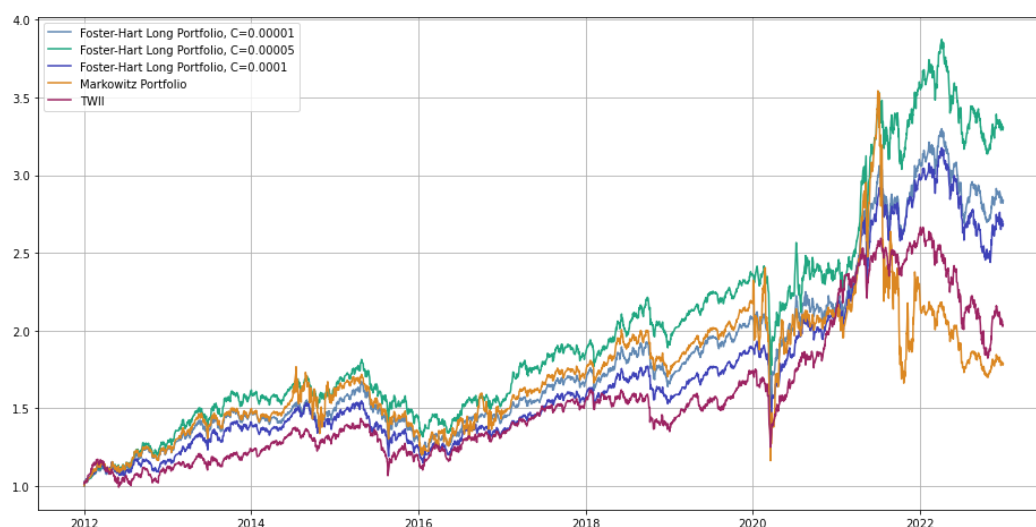
4 實證結果

圖(一)比較了不同 C 權重下所形成的 Foster-Hart 最佳投資組合，Markowitz mean-variance 最佳投資組合和台股大盤的十年累積報酬曲線。圖(二)中 panel (A) 為各投資組合的 maximum drawdown，panel (B) 為各投資組合的 drawdown 曲線。由圖(一)可以觀察到 $C = 5 \times 10^{-5}$ 時擁有最高的累積報酬，而 $C = 1 \times 10^{-4}$ 時可能因為太重視風險而忽略了報酬。另外，我們可以看到 Markowitz mean-variance 投資組合雖然一開始報酬不錯，但是在 2021 年末便開始有較大的振幅，從圖(二)中也可以看出此時的 drawdown 較大。圖(三)則是 $C = 5 \times 10^{-5}$ 的 Foster-Hart 投資組合和台股大盤的月報酬率與兩者的賺賠比。

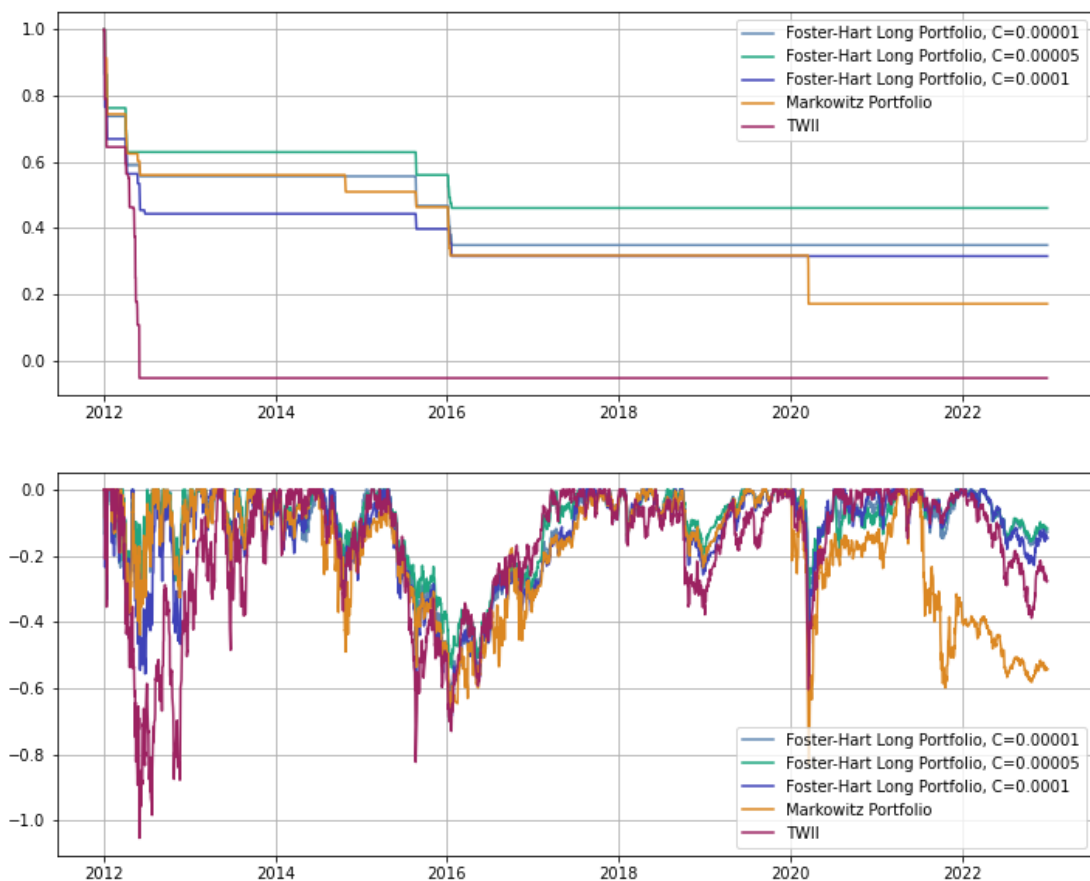
表(三)則是顯示了各個策略十年的風險和風險調整後的報酬。此處我們觀察的風險指標為 $VaR_{0.05}$ 和 $ES_{0.05}$ ，而風險調整後的報酬則定義如下：

$$Adjusted\ Return = \frac{\text{average of daily returns}}{\text{standard deviation of daily returns}},$$

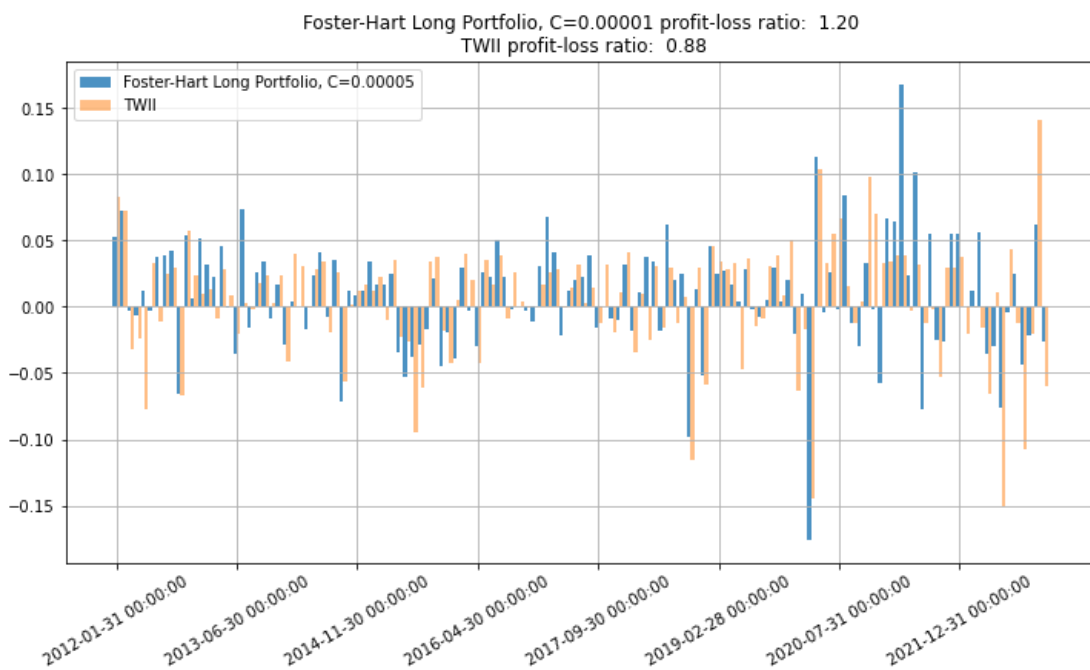
$$VaR\ Adjusted\ Return = \frac{\text{average of daily returns}}{VaR_{0.05}\ of\ daily\ returns},$$



圖(一) 各策略下十年累積報酬



圖(二) 各策略下十年風險觀察



圖(三) 月報酬和賺賠比

	FH, C=0.0001	FH, C=0.00005	Markowitz	TWII
VaR(0.05)	0.0137	0.0155	0.0220	0.0150
ES(0.05)	0.0223	0.0243	0.0452	0.0233
Adjusted Return	0.0394	0.0439	0.0124	0.0277
VaR Adjusted Return	0.0266	0.0286	0.0098	0.0176

表(三) 各策略的風險和報酬

由上表可發現 Foster-Hart 投資組合不論是 $VaR_{0.05}$ 或 $ES_{0.05}$ 皆為最小，且如同上述猜測，當 $C = 1 \times 10^{-4}$ 時會更注重風險使得累積報酬較低，此處 $C = 1 \times 10^{-4}$ 為所有投資組合中風險指標最小的。由上表也可以看出 Markowitz mean-variance 投資組合的風險指標為最大，顯示出此投資組合無法有效地抓到市場的風險，使得此投資組合的風險較大，風險調整後的報酬也較低。

經過先前討論可以看出，Foster-Hart 最佳投資組合確實可以降低風險，然而本次的報告還需要觀察 52 週最高價動能策略是否有效，因此我們作了以下的迴歸分析：

$$r_i - r_f = \alpha_i + \beta_i(r_m - r_f) + \gamma_i[(r_m - r_f)D_{r_m - r_f > 0}] \quad (3)$$

此分析結果的 α_i 可以幫我們看出此策略是否有超額報酬， γ_i 也可以觀察此策略是否會在市場報酬較高時更加主動，擁有更高的報酬，結果顯示如圖(四)。

OLS Regression Results						
Dep. Variable:	FH	R-squared:	0.667			
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.667			
Method:	Least Squares	F-statistic:	2707.			
Date:	Thu, 04 May 2023	Prob (F-statistic):	0.00			
Time:	14:24:50	Log-Likelihood:	10069.			
No. Observations:	2701	AIC:	-2.013e+04			
Df Residuals:	2698	BIC:	-2.011e+04			
Df Model:	2					
Covariance Type:	nonrobust					
	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
Intercept	0.0009	0.000	5.919	0.000	0.001	0.001
market	8.4703	0.177	47.896	0.000	8.124	8.817
D	-0.9787	0.316	-3.095	0.002	-1.599	-0.359
Omnibus:	213.287	Durbin-Watson:	1.841			
Prob(Omnibus):	0.000	Jarque-Bera (JB):	1152.460			
Skew:	-0.117	Prob(JB):	5.58e-251			
Kurtosis:	6.191	Cond. No.	3.11e+03			

圖(四) 迴歸結果

由上圖可以看出此交易策略的 α 並不顯著，也就是此策略的報酬還是可以被市場解釋，除此之外 γ 的係數甚至為負，更可以顯示出此策略還有改進的空間。

5 結論

此次實作結合了動能交易策略並且使用 Foster-Hart 風險指標去優化挑選出來的投資組合。從結果可以看出雖然 Markowitz mean-variance 投資組合在 2021 年後期有較大的跌幅，但大部分時間由 52 日最高價形成的動能交易策略是有效的，若使用 Foster-Hart 風險指標去建構此投資組合不只累積報酬較高，風險也較低，代表此風險指標形成的投資組合足夠可靠。

然而，需注意的是此次報告做了一些額外假設和簡化很多過程。首先，我們沒有建構動能較低股票的空頭投資組合部位；第二，在解 Foster-Hart 最佳投資組合時只用過去六個月的日報酬當離散的報酬分布，且並沒有給予較近的日報酬有較高的機率權重；最後，在抽取 50 萬筆投資組合權重時使用 dirichlet 分布隨機抽取，並沒有一個有效率的方法確保權重是否集中在高維空間中的某一區。以上三點是未來可以進一步優化的此報告的方向。

最後，附錄中呈現的是上述優化的投資組合與台股大盤和 2330 台積電十年的股價累積報酬和 drawdown。

6 附錄

