

Folha de Exercícios no. 1 - Erros. Propagação de erros.

1. Diga qual o número de casas decimais e de algarismos significativos dos seguintes números: 0.012300 123.0501 3 3.000

2. Escreva com 4 algarismos significativos, por arredondamento, os seguintes números:

29.63243 81.9773 4.4985001 11.63489 48.365  
67.495 53908 0.0900038 8.2396 2345234

3. Escreva com 6,5,4,3,2,1,0 algarismos significativos o número 21.03452

4. Dadas as expressões equivalentes:

$$\frac{1}{(3 + \sqrt{8})^3}, \quad (3 - \sqrt{8})^3 \quad \text{e} \quad 99 - 35\sqrt{8}$$

calcule os seus valores usando  $\sqrt{8} \approx 2.83$ . Interprete os resultados.

5. Calcule o valor de  $0.12^{3.1}$  sabendo que os dados foram obtidos por arredondamento.

6. Seja

$$f(x) = \frac{1.34^2}{4.02x - 3.22}.$$

Determine estimativas dos erros absoluto e relativo que se cometem ao calcular  $f(x)$  para  $x = 1.5$  (valor exato), supondo que os coeficientes 1.34, 4.02 e 3.22 foram obtidos por arredondamento.

7. Calcule o valor de  $z = \ln(3.01 + \sqrt{4.12})$  sabendo que os dados foram obtidos por

(a) arredondamento

(b) truncatura.

8. Seja  $f(x) = 0.814^{0.98x}$ .

Determine majorantes dos erros absoluto e relativo que se cometem ao calcular  $f(x)$  para  $x = 2.01$  (valor exato), supondo que os coeficientes 0.814 e 0.98 foram obtidos por arredondamento.

9. Dada a função  $z = \sin x + 0.13^y$ , com  $x$  expresso em radianos, discuta o cálculo do seu valor com erro absoluto não superior a  $10^{-4}$ , sendo  $x = 26^\circ 35' 40.2''$  e  $y = 1.25106$ . Considere os casos:

(a) 0.13 é exato;

(b) 0.13 é arredondado.

10. Escreva um algoritmo que, a partir de um valor de  $x$  lido em radianos, permita o cálculo de  $y = \cos(x)$  com erro inferior a  $\epsilon$  através do seu desenvolvimento em série de Taylor. Implemente-o, e calcule o valor de  $\cos(\pi/6)$  com erro absoluto inferior a  $10^{-5}$ .

11. Sabendo que

$$e^{-x^2} = 1 - x^2 + x^4/2! - x^6/3! + \dots + (-1)^n x^{2n}/n! + \dots$$

proponha um algoritmo que permita o cálculo de  $e^{-x^2}$  com erro absoluto inferior a  $10^{-9}$  e aplique-o ao cálculo de  $e^{-0.25}$ .

12. Calcule, com erro absoluto inferior a  $5 \times 10^{-4}$  o valor das seguintes séries numéricas:

$$(a) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k}{5^k + 10} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n3^n} \quad (c) \cos 70^\circ \quad (d) \ln 1.25 \quad (e) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)\dots(2n)}$$

13. Calcule um valor aproximado de  $\cos 1.1$  com erro absoluto inferior a  $10^{-4}$  utilizando as seguintes relações:

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\sin x = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} x^{2n-1} / (2n-1)!, \quad x \in \mathbb{R}.$$

14. Indique como calcular

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n^4 + 1)}$$

com erro absoluto inferior a  $5 \times 10^{-5}$ .

15. Resolva pelo método de Gauss o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \end{cases}$$

(a) sem realizar pivotagem

(b) com pivotagem parcial.

16. Resolva o seguinte sistema

$$\begin{cases} 0.661x_1 + 0.991x_2 = 0.330 \\ 0.500x_1 + 0.750x_2 = 0.250 \end{cases}$$

num sistema de vírgula flutuante com 3 algarismos significativos por eliminação gaussiana. Comente o resultado.

17. Resolva o seguinte sistema

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 100x_3 = 1 \\ x_1 + 10x_2 - 0.001x_3 = 0 \\ 3x_1 - 100x_2 + 0.01x_3 = 0 \end{cases}$$

num sistema de vírgula flutuante com 4 algarismos significativos por eliminação gaussiana