

Tiago da Costa Ferreira
Nelson Alexandre Estevão

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem o objetivo de analisar e controlar um sistema biarticulado com dois graus de liberdade. Este que consiste de duas hastes interligadas com uma apoiada em ponto fixo paralelo ao solo, de forma que todo o sistema esteja suspenso, de acordo com a **Figura 1**. A ideia do sistema seria emular uma perna humana de maneira simplificada, onde a carga faz o papel do pé, e as articulações emulam joelho e quadril. Obviamente é um sistema bem simplificado pois a estrutura do corpo é bem mais complexa e com mais graus de liberdade.

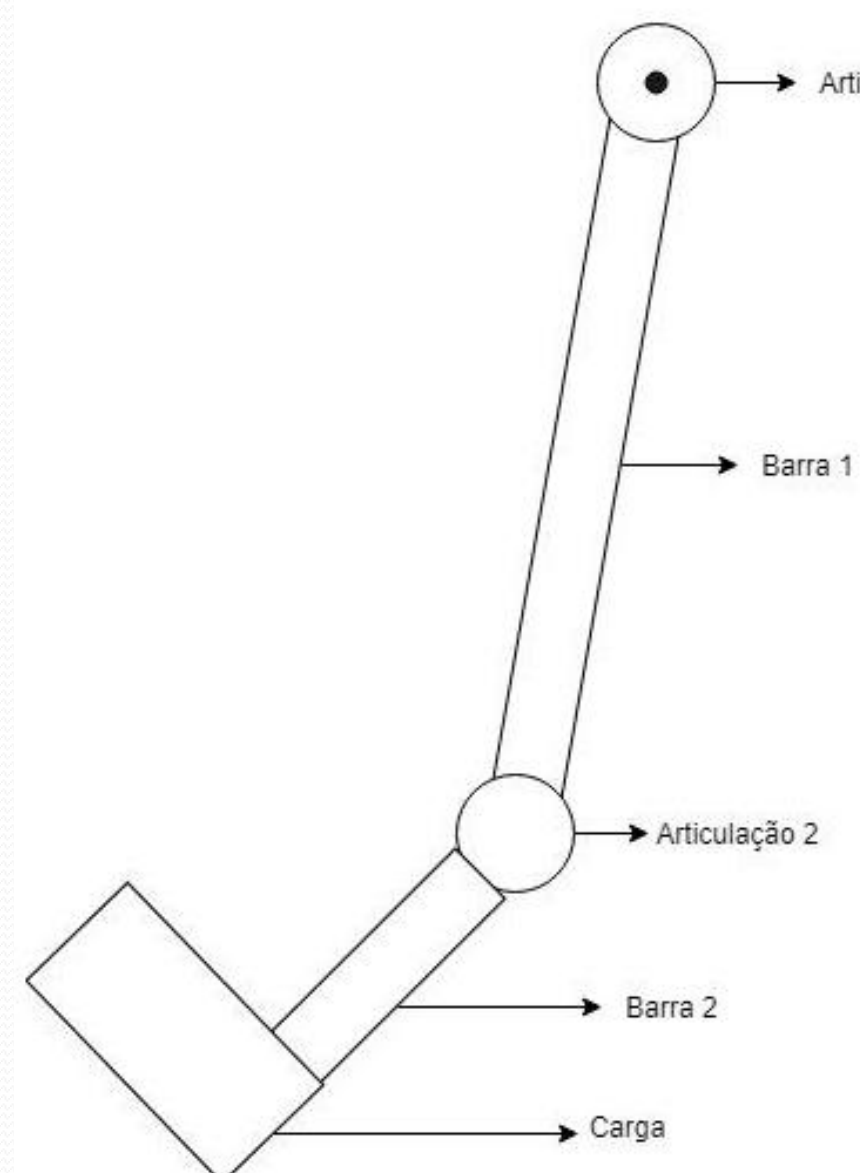


Figura 1. Modelo físico

O trabalho começou a ser desenvolvido durante a pandemia de Covid-19 e por isso optou-se por utilizar simulações computacionais. Os desafios foram então criar um modelo capaz de simular o comportamento de uma perna e analisar a viabilidade de métodos de controle aplicados ao mesmo. Durante o desenvolvimento, o método que mais despertou interesse foi o de redes neurais neo-nebulosas.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

As duas principais teorias necessárias para este trabalho foram a mecânica de Lagrange e a de redes neurais neo-nebulosas. A primeira para obter as equações de movimento do sistema destacado na **Figura 1** e a última para o controle do sistema. A mecânica de Lagrange consiste basicamente em obter as equações de movimento de um sistema através das energias deste. Ela permite a análise de sistemas complexos através de coordenadas generalizadas q .

A ideia é definir a função de Lagrange L a partir das energias cinéticas T , potenciais L e forças não conservativas Q do sistema. A função é por definição: $L = T - V$.

As equações de movimento podem ser obtidas resolvendo a equação:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q_k \quad [1]$$

A estrutura de um neurônio neo-nebuloso é mostrada na **Figura 2**. Matematicamente a saída do neurônio pode ser descrita como

$$y = \sum_{i=1}^m f_i(x_i)$$

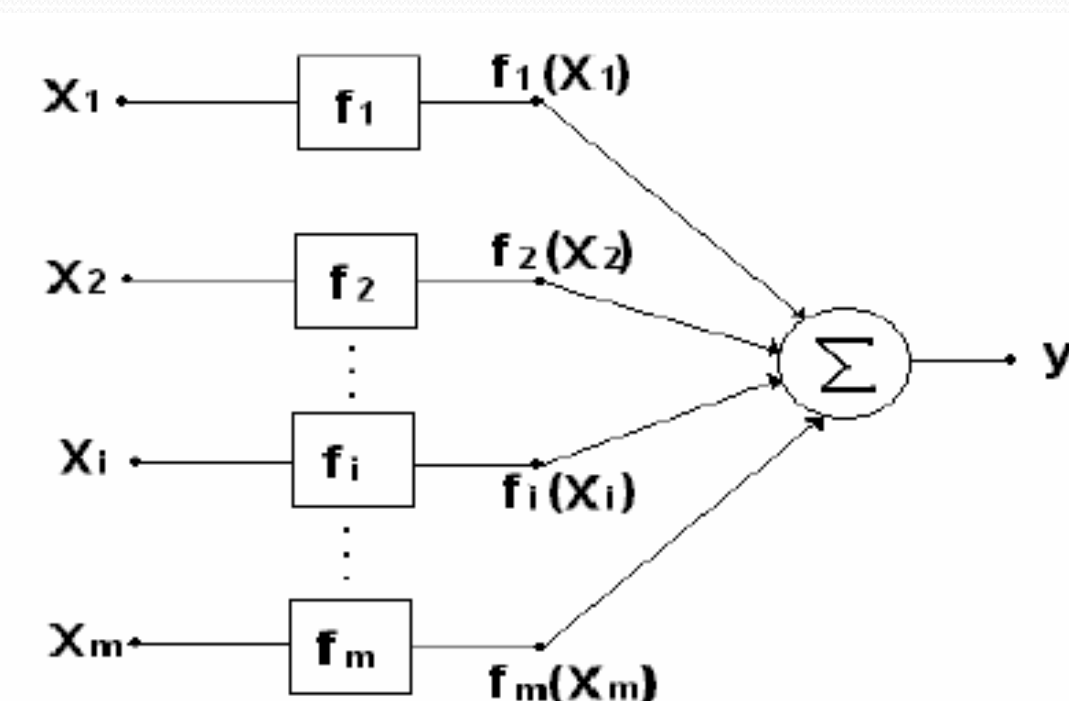


Figura 2. Rede neural neo-nebulosa

DESENVOLVIMENTO

A dedução matemática das equações de movimento é semelhante ao caso do pêndulo duplo descrita por Assencio [1] utilizando a mecânica Lagrangeana, com a distinção de considerar um objeto composto de duas hastes com centro de gravidade não necessariamente em suas extremidades, conforme ilustra a **Figura 3**. As energias do sistema são definidas como:

$$T = 1/2 \left(m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) \right) + 1/2 \left(m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) \right)$$

$$V = -y_1 m_1 g - y_2 m_2 g$$

Onde m representa a massa do respectivo pêndulo e g a aceleração da gravidade.

O sistema de coordenadas generalizadas escolhido serão os ângulos de abertura com o eixo vertical dos pêndulos q_1 e q_2 . Através de simples relação trigonométrica é possível expressar as coordenadas cartesianas em função das generalizadas. Aplicando essa relação às energias do sistema e escrevendo a função de Lagrange utilizando estas, é possível obter as derivadas necessárias para solucionar a equação 1 e obter as equações de movimento. Este é um desenvolvimento matemático trabalhoso e foi utilizado os recursos de trabalho com variáveis simbólicas do MATLAB para solucionar as equações afim de evitar erro humano.

Considerando o desenvolvimento da rede mostrada na **Figura 2**, para cada entrada x_i da rede neural neo-nebulosa, esta é dividida em diversos segmentos nebulosos que são caracterizados por funções de pertinência μ_{in} dentro de um espectro de valores entre x_{min} e x_{max} .

DESENVOLVIMENTO

As funções de pertinência são seguidas por pesos variáveis w_{in} . A **Figura 4** mostra com um diagrama de blocos a ideia de como cada entrada é dividida.

A saída de cada sinapse é portanto dependente de dois fatores: a função de pertinência e o peso w_{ij} . Este peso é um número real e o processo de definir estes pesos é o chamado algoritmo de aprendizagem da rede neural.

Esta taxa é calculada durante o processo de aprendizagem e através do trabalho de Silva [2], é possível definir uma taxa ótima que irá levar a rede a ótimos resultados logo nos primeiros treinamentos.

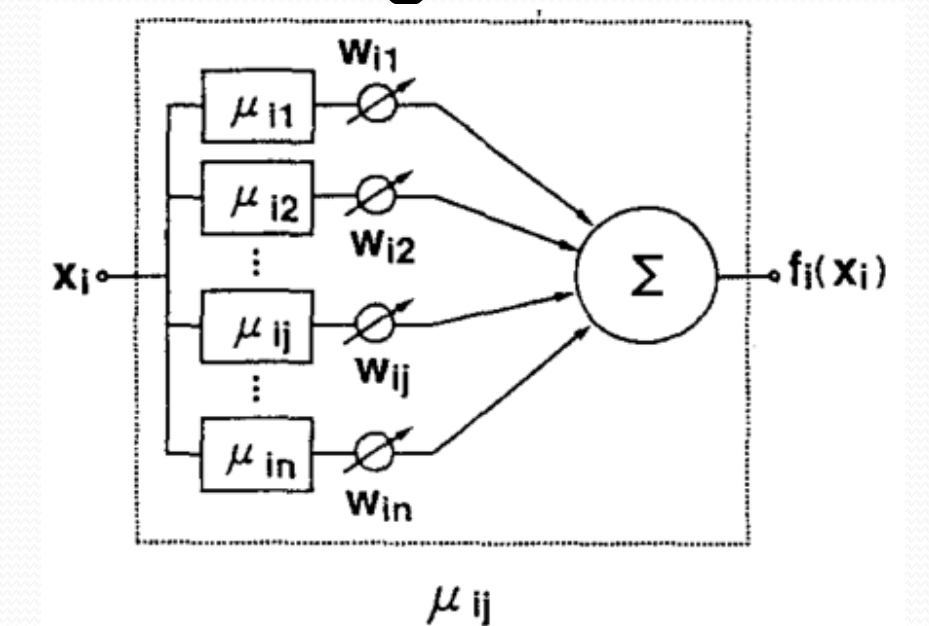


Figura 4. Sinapse de rede neo-nebulosa

Três cenários foram estudados, todos utilizando a linguagem python. A simulação do pêndulo duplo, a aplicação de dados reais de caminhada humana ao modelo de pêndulo duplo e o treinamento da rede com tais dados.

Os dados reais foram obtidos de um banco de dados [3] que contempla os dados de ângulos, torques e potências desenvolvidas pelas três articulações responsáveis pelo caminhar.

RESULTADOS

A simulação do pêndulo duplo obteve resultados satisfatórios, com um movimento dentro do esperado. Uma animação foi gerada e os gráficos dos ângulos do pêndulo em movimento livre partindo de condições iniciais de 120° e 30° de abertura de ângulo para quadril e joelho respectivamente, conforme **Figura 5**.

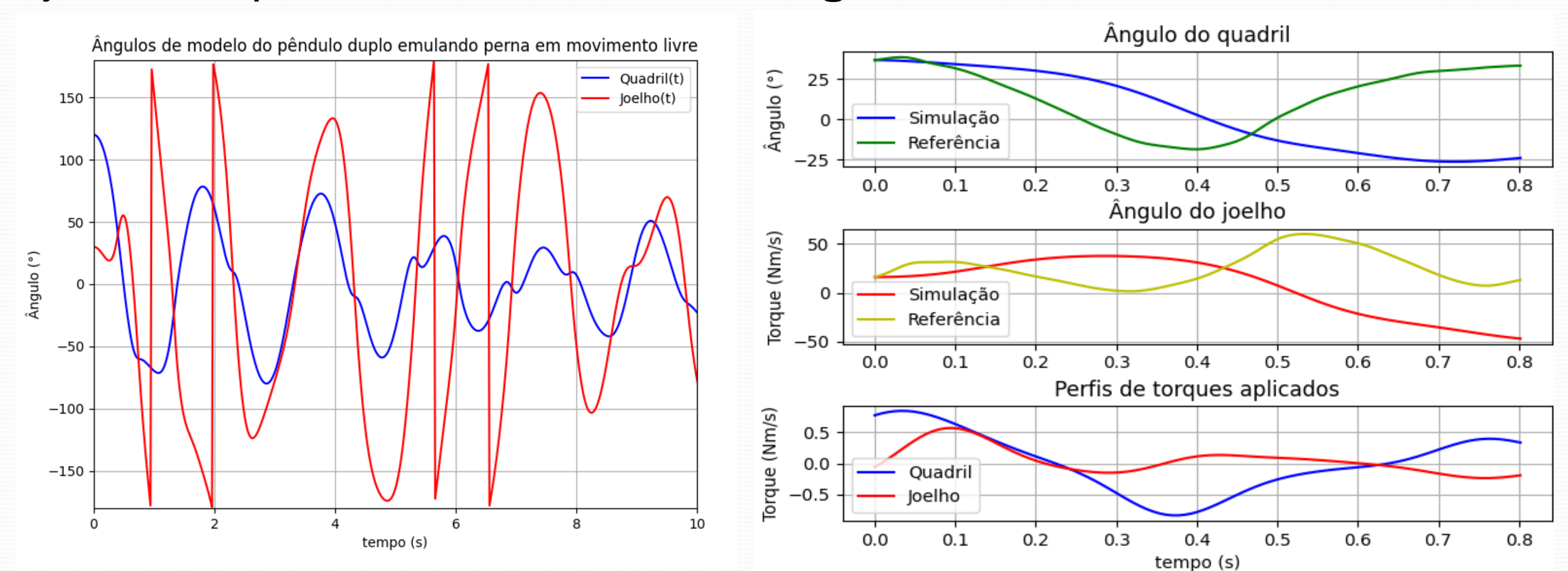


Figura 5 e 6. Ângulos de pêndulo; Simulação de modelo de pêndulo duplo com perfil real de torque

Por enquanto apenas um dos vários registros de passos do banco de dados está sendo usado afim de validar o sistema. A **Figura 6** mostra como o modelo de pêndulo duplo se comporta quando um perfil de torque é aplicado. A **Figura 7 e 8** mostra como a rede neural é capaz de replicar o sinal de torque tendo como informação apenas o ângulo e tempo do sistema.

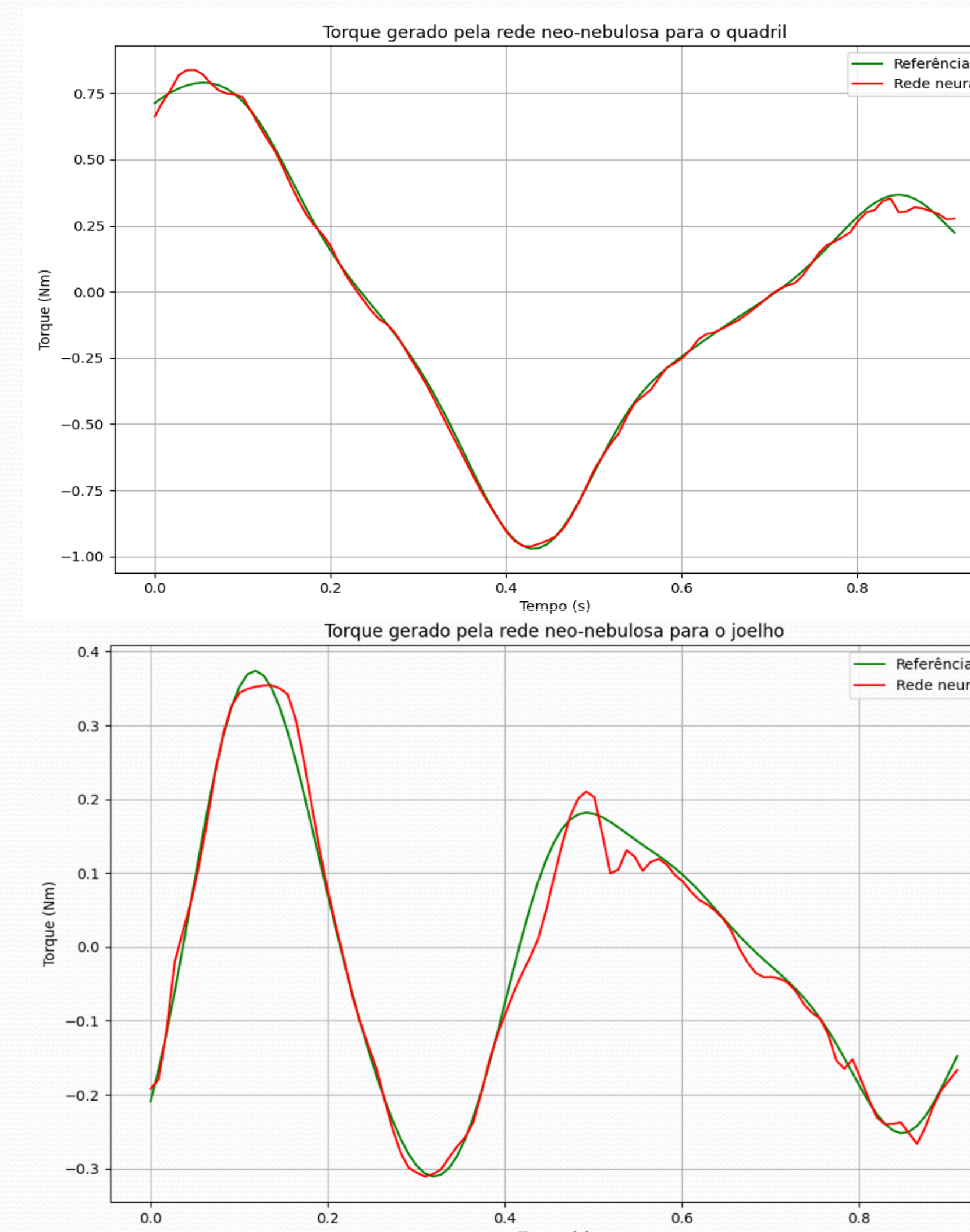


Figura 7. Sinal de torque replicado por rede neo-nebulosa para ângulo equivalente ao quadril

Figura 8. Sinal de torque replicado por rede neo-nebulosa para ângulo equivalente ao joelho

Referências

- [1] Assencio, Diego. "The double pendulum: Lagrangian formulation". <shorturl.at/jvKPY>
- [2] Silva, Alisson et All. "A fast learning algorithm for evolving neo-fuzzy neuron". <shorturl.at/dBCDT>
- [3] Lencioni, Tiziana et all: "Human kinematic, kinetic and EMG data during level walking, toe/heel-walking, stairs ascending/descending. figshare. Collection." <https://doi.org/10.6084/m9.figshare.c.4494755.v1>