Ejercicios primera tanda de exposiciones

Tubo de rayos catódicos:

Problema:

En un tubo de rayos catódicos, una partícula con una sola carga de masa m es acelerada desde el cátodo hacia el ánodo por una diferencia de potencial V. Después es desviada por un campo magnético uniforme generado dentro del dispositivo (perpendicular a la velocidad de la partícula) en una trayectoria semicircular de radio R. Ahora una partícula con doble carga de masa m es acelerada por medio de la misma diferencia de potencial y desviada por el mismo campo magnético en un semicírculo de radio $R' = 2R$. ¿Cuál es la relación de las masas de estas partículas?

R// Dado que el campo magnético es uniforme, la fuerza magnética es constante en magnitud y dirección. Suponemos que las partículas tienen la misma velocidad inicial. En la región donde se encuentra el campo magnético, cada partícula es obligada a realizar un movimiento circular de radio R y R', respectivamente. La fuerza resultante está siempre dirigida hacia el centro de la circunferencia. Utilizando la relación entre fuerzas vista en el documento, al igualar la fuerza magnética con la centrípeta, obtenemos:

Ejercicio Tubo de Rayos Catódicos:

Datos:

Carga 1:

$$qvB = m\frac{v^2}{R}$$

Carga 2:

$$2qvB = m'\frac{v^2}{R'} \rightarrow qvB = \frac{m'v^2}{2R'} \rightarrow qvB = \frac{m'v^2}{4R}$$

Se iguala la carga 1 con la carga 2:

$$m\frac{v^2}{R} = m'\frac{v^2}{4R} \rightarrow \frac{m}{m'} = \frac{1}{4}$$

R/ La relación de las masas de estas partículas es de 4 a 1.

Selector de velocidad:

- **Problema:**

Un selector de velocidad está constituido por los campos eléctrico y magnético que se describen mediante las expresiones E = Eˆk y B = Bˆj, siendo B = 15.0 mT.
Determine el valor de E tal que un electrón de 750 eV trasladándose a lo largo del eje positivo x no se desvíe.

Ejercicio Selector de Velocidad:

El electrón no se desviará si:

$$\vec{F}_B = \vec{F}_e$$

$$q \cdot \vec{E} = q\vec{V}\vec{B}$$

El campo eléctrico para un electrón sin desviarse en el eje X, es:

$$\vec{E} = \frac{q\vec{V}\vec{B}}{q} \rightarrow \vec{E} = \vec{V} \cdot \vec{B}$$

El campo magnético es $15mT = 0{,}015T$

El electrón cuenta con energía cinética debido a su movimiento:

$$K = \frac{1}{2} m \cdot V^2$$

Se despeja la velocidad:

$$V^2 = \frac{2K}{m} \rightarrow V = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

Se pasa de electronvoltio a Joule:

$$K = 750eV \cdot \frac{1{,}6 \times 10^{-19} J}{1eV} = 1{,}2 \times 10^{-19} J$$

Ahora K = Joules, m = Kilogramos y B = Tesla. El valor de m es:

$$m = 9{,}11 \times 10^{-31} Kg$$

Se reemplaza en la expresión del campo las unidades

$$E = \sqrt{\frac{J}{Kg}} \times T \qquad \begin{cases} J = Kg \cdot \frac{m^2}{s^2} \\ T = \frac{N}{C \times \frac{m}{s}} \end{cases}$$

Después de reemplazar, se llega a que el resultado estará en:

$$\frac{N}{C}$$

$$E = \sqrt{\frac{2(1{,}2 \times 10^{-16})}{9{,}11 \times 10^{-31}}} \times 0{,}015 \frac{N}{C} = 243{,}466 \frac{N}{C}$$

Ciclotrón:

Problema:

Un ciclotrón, concebido para acelerar protones, tiene un radio exterior de $0.350m$. Los protones son emitidos, prácticamente desde el reposo, por una fuente ubicada en el centro y son acelerados por una diferencia de potencial de $600V$ cada vez que atraviesan el espacio existente entre las "des". Éstas están instaladas entre los polos de un electroimán de campo $0.800\ T$.

- Determine :

a) La frecuencia del ciclotrón para los protones en este ciclotrón.

b) La rapidez a la cual los protones salen del ciclotrón.

c) La energía cinética máxima.

Ejercicio Ciclotrón:

a. Frecuencia para los protones:

$$\omega = \frac{qB}{m} = \frac{(1,6 \times 10^{-19}\ C)(0,8\ \frac{N \cdot s}{C \cdot m})}{1,6 \times 10^{-27}\ Kg} = 0,76646 \times 10^{8} = 7,6646 \times 10^{7}$$

b. Rapidez a la que salen los electrones del ciclotrón:

$$V_F = \omega r = 7,6646 \times 10^{7}\ \frac{rad}{s} \times 0,350 m = 2,68 \times 10^{7}\ \frac{m}{s}$$

c. Energía cinética máxima:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1,67 \times 10^{-27}\,kg)(2,68 \times 10^{7}\,\frac{m}{s})^2$$

$$= 5,997304 \times 10^{-13}\,\frac{kg \times m^2}{s^2}$$

Cambiando a eV:

$$5,997304 \times 10^{-13}\,J\,\frac{eV}{1,6 \times 10^{-19}} = 3,76 \times 10^{6}\,eV$$

Sincrociclotrón:

Problema

Se tiene un sincrociclotrón que se utiliza para acelerar protones hasta una energía cinética final. El campo magnético uniforme dentro del sincrociclotrón es de B = 1.5 Tesla. La radiofrecuencia aplicada inicialmente al sistema es de f = 20 MHz (megahercios), que es la frecuencia de ciclotrón para los protones en las primeras etapas de su aceleración.

Se pide calcular:

1. La velocidad angular (w) inicial de los protones.
2. La energía cinética inicial de los protones.
3. Explicar cómo cambia la frecuencia de RF aplicada a medida que los protones se aceleran y cómo esto se relaciona con el cambio en la masa efectiva de los protones.

Datos adicionales necesarios para los cálculos:

- Masa en reposo del protón: $m_0 = 1.672\ x\ 10^{-27} kg$
- Carga del protón:$(q) = 1.602\ x\ 10^{-19} C$
- Velocidad de la luz: $(c) = 3\ x\ 10^{8}\,\frac{m}{s}$

Campo magnético terrestre:

Problema:

Una bobina circular de 5 vueltas y con un diámetro de 30.0 cm está orientada en un plano vertical con su eje perpendicular a la componente horizontal del campo magnético de la Tierra. Se coloca una brújula horizontal en el centro de la bobina y se desvía 45.0° del norte magnético cuando pasa una corriente de 0.600 A en la bobina. **a)** ¿Cuál es la componente horizontal del campo magnético de la Tierra? **b)** La corriente en la bobina se corta. Una "aguja de depresión" es una brújula magnética montada de manera que pueda girar en un plano vertical norte-sur. En esta ubicación, una aguja de depresión forma un ángulo de 13.0° con la vertical. ¿Cuál es la magnitud total del campo magnético de la Tierra en esta ubicación?

Ejercicio Campo magnético terrestre:

a. Componente horizontal del campo magnético:

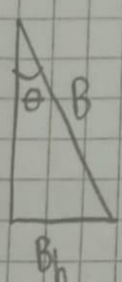
se $\left. B_h = \frac{\mu_0 N I}{2R} \right\}$ Ley de Ampere

$u_0 = 4\pi \times 10^{-7}$

$$B_h = \frac{u_0 N I}{2R}$$

$$B_h = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \cdot 5 \cdot 0,6)}{2 \cdot 0,15} = 12,6 \mu T$$

b. Magnitud total del campo magnético de la Tierra en la ubicación de la brújula magnética que forma un ángulo de 13° con la vertical.



$\theta = 13°$ $\quad$ $\text{Sen}\,\theta = \frac{B_h}{B} \rightarrow B = \frac{B_h}{\text{Sen}\,\theta}$

$$B = \frac{B_h}{\text{Sen}\,13°} = 56 \mu T$$

Campo magnético del Sol:

Problema:

Un alambre recto de radio R porta una corriente estable I que se distribuye uniformemente a través de la sección transversal del alambre, como se evidencia en la Figura 3. Calcule el campo magnético para $r \geq R$.

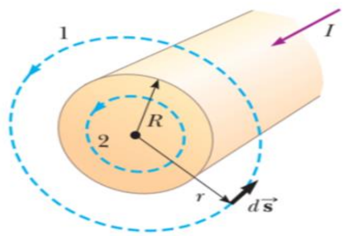


Figura 3

Ejercicio campo magnético del Sol:

$$\oint_C \vec{B} \cdot \vec{ds} = \mu_0 I$$ } De aquí sale la Ley de Ampere.

$\vec{B} \parallel \vec{ds}$

$$\oint_C B \cdot ds \cos(0°) = \mu_0 I \rightarrow \oint_C B \cdot ds = \mu_0 I$$

B es constante:

$$B \oint_C ds = \mu_0 I$$

La integral es igual a la suma de todos los ds, es decir, la longitud de una circunferencia de radio r:

$$B(2\pi r) = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{(2\pi r)} \rightarrow \text{Campo magnético para } r \geq R.$$

Campos Van Allen:

Problema:

Ahora, vamos a sumergirnos en un escenario hipotético, imaginemos un protón, originario del sol, que se desplaza a una velocidad relativista. Este protón se aproxima a la Tierra con un ángulo de ataque de 100° con respecto al eje z, interactuando con la magnetosfera terrestre. Esta interacción se puede visualizar en la imagen que se muestra a continuación

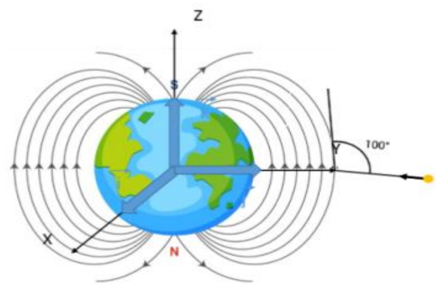


FIGURA 4

Los datos conocidos son:

-Masa del protón, $m = 1.6 \times 10^{-27} kg$.
-Carga del protón, $q =+ 1.6 \times 10^{-19} C$.
-Campo magnético terrestre en el ecuador, $B = 25 \times 10^{-6} T$ $(Tesla)$.

-Velocidad del protón, $v = 0.9c$, donde c es la velocidad de la luz, $c = 3 \times 10^{8} m/s$

-Angulo, $\theta = 100°$

Ejercicio Campos Van Allen:

Fuerza Lorentz: $\vec{F} = qvB\,sen(\theta)$

$$\vec{F} = (1,6 \times 10^{-19} C)(0,9 \times 3 \times 10^{8} m/s)(25 \times 10^{-6} T)\,sen(100°)$$
$$= 1,06 \times 10^{-15} N$$

Frecuencia ciclotrón:

$$\omega = \frac{qB}{m} = \frac{1,6 \times 10^{-19} C \times 25 \times 10^{-6} T}{1,67 \times 10^{-27} kg} \approx 2,39 \times 10^{11} \text{ rad/s}$$

Radio de la órbita:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{1,67 \times 10^{-27} Kg \times 0,9 \times 3 \times 10^{8} m/s}{1,6 \times 10^{-19} C \times 25 \times 10^{-6} T} \approx 0,45 m$$

Velocidad horizontal de la partícula:

Se calcula el ángulo complementario

$$100 - 180 \rightarrow \theta = \frac{80 \times \pi}{180} \approx 1,3962 \text{ rad}$$

$$V_h = V \times \cos(\theta) = 0,9c \times \cos(1,3962)$$
$$= 0,9 \times 3 \times 10^{8} m/s \times 0,1736 = 4,69 \times 10^{7} m/s.$$

Botellas magnéticas:

Espectrómetro de masas: