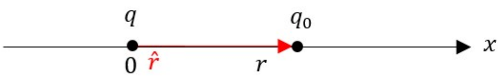
CAMPOS ELECTROSTÁTICOS

CAMPO ELÉCTRICO

Sabemos que dos cargas eléctricas puntuales (solo nos interesa el valor neto de la carga y su ubicación, no el tamaño del objeto que contiene dicha carga) conocidas y separadas una distancia conocida experimentan una fuerza eléctrica (a distancia) dada por la ley de Coulomb. Aquí vamos a empezar con dicha situación.

Considere la fuerza eléctrica entre 2 cargas puntuales q y q_0 separadas una distancia r



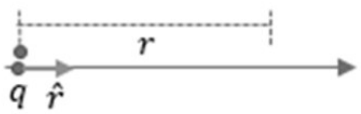
q_0 *carga de prueba, la cual es siempre positiva*

Para un observador en q, la fuerza sobre q_0 es

$$\vec{F} = k\frac{q \cdot q_0}{r^2}\hat{r} \qquad (1)$$

Pero ahora nos preguntamos ¿Cómo sabe q_o que existe q? !!!!!

La única forma de saberlo es averiguar lo que sucede en la posición de q_o debido a la presencia de q, para ello, retiramos q_o.



Matemáticamente lo hacemos multiplicando la ecuación (1) por $\frac{1}{q_o}$

$$\frac{1}{q_0}\vec{F} = \frac{1}{q_0}k\frac{q \cdot q_0}{r^2}\hat{r}$$

$$\frac{1}{q_0}\vec{F} = k\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

Veamos que nos dice esto.

En el lado derecho de la ecuación queda un término que solo contiene a q, es decir,

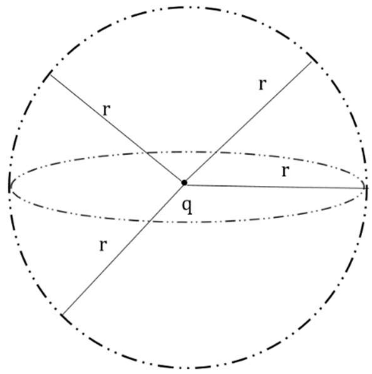
$k\,\frac{q}{r^2}\,\hat{r}$ Es “algo” que sucede en la posición r debido a la presencia de q

Pero, físicamente ¿Qué es ese “algo”? Para responder esto miramos el lado izquierdo de la ecuación

$\frac{1}{q_o}\vec{F}$ $\left[\frac{N}{C}\right]$ ¡Es una fuerza por unidad de carga!

Pero ¿Esto ocurrirá solo en este punto?

En realidad, ocurre en todos los puntos que están a una distancia r de q. Es decir, los puntos que forman la superficie de una esfera de radio r y centro en q.



En cualquiera de estos puntos cuando se coloque una carga de prueba, esta experimentara una fuerza electrostática dada por la ecuación (1). Ahora bien, lo que ocurre en los puntos r, se extiende a todo el espacio alrededor de q y se va desvaneciendo con la distancia a q.

Tenemos entonces que el espacio, el cual es una entidad física (surgió junto con la materia y el tiempo en el Big Bang), tiene naturaleza eléctrica, ya que como hemos visto, la presencia de la carga q y de carga eléctrica en general, modifica sus propiedades de manera que, cualquier otra carga percibe dicha modificación y entonces se generan las fuerzas eléctricas. En conclusión,

Una carga puntual q modifica las propiedades del espacio alrededor de ella causando una deformación. Una deformación tal del espacio, se llama un campo eléctrico.

La naturaleza eléctrica del espacio y la forma como ésta es alterada por la carga eléctrica está relacionada con la constante de Coulomb. De hecho, puede mostrarse que,

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

Donde la constante ε_0 es la Permitividad eléctrica del espacio libre y su valor es,

$$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\,\frac{c^2}{Nm^2}$$

expresa la naturaleza eléctrica del espacio libre

Las cuestiones relacionadas con la simetría de la deformación del espacio alrededor de una carga puntual se verán a continuación.

Un campo eléctrico es entonces una deformación del espacio alrededor de una carga puntual q, se define como

$$\vec{E} = \frac{1}{q}\vec{F}$$

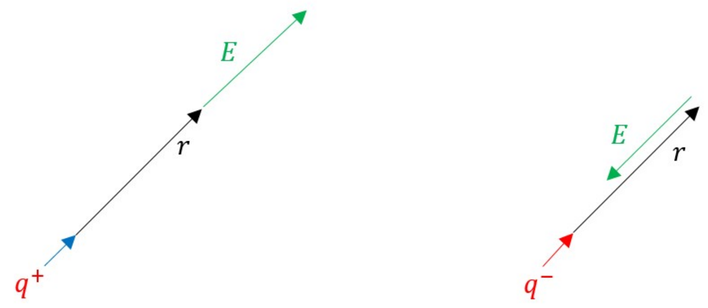
Expresa una fuerza por unidad de carga en cada punto del espacio alrededor de q y su intensidad viene dada por la expresión,

$$\vec{E} = k\,\frac{q}{r^2}\,\hat{r}$$

El campo eléctrico es un campo vectorial y la dirección de dicho campo depende de la naturaleza de la carga. Teniendo en cuenta la naturaleza eléctrica del espacio

$$\vec{E} = k\,\frac{q}{r^2}\,\hat{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}\,\hat{r} \qquad (2)$$

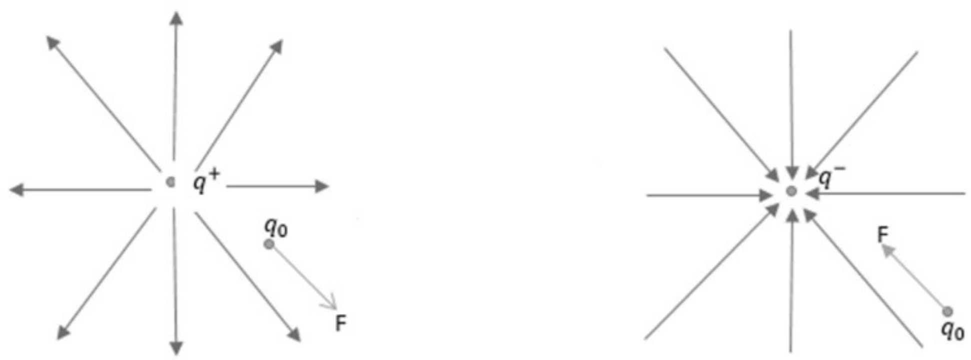
En la ecuación (2) puede verse que para una carga positiva el campo está en la dirección del vector unitario radial y para una carga negativa el campo está en dirección opuesta al vector unitario radial.



Campo saliente

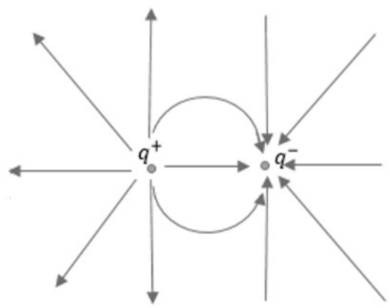
Campo entrante

Las líneas de fuerza del campo eléctrico (Faraday) son una representación geométrica de la deformación del espacio alrededor de una carga y nos permiten modelar la interacción electrostática.



Como puede verse, las líneas de campo de una carga puntual son radiales saliendo o entrando dependiendo de la naturaleza de la carga (figura anterior).

El concepto de campo nos permite entender la acción a distancia entre cargas eléctricas. Las líneas de campo de cargas opuestas se acoplan (figura siguiente) lo cual nos permite tener una interpretación de la atracción entre cargas eléctricas. El lector puede dibujar las líneas de campo para cargas iguales.



Atracción entre cargas opuestas

En presencia de carga eléctrica el espacio se deforma de manera que cualquier otra carga percibe la deformación

Finalmente observe que la expresión para la intensidad del campo eléctrico de una carga puntual

$$\vec{E} = k\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

Nos da la intensidad y dirección del campo en cualquier punto alrededor de la carga, pero no en el interior de ella. Estamos considerando cargas puntuales (sin dimensiones). Teniendo en cuenta la participación del espacio en la interacción eléctrica, el campo de una carga puntual se puede expresar entonces

$$\vec{E} = k\frac{q}{r^2}\hat{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

Y el campo eléctrico también satisface el principio de superposición. Esto es, en cualquier punto del espacio el campo eléctrico es

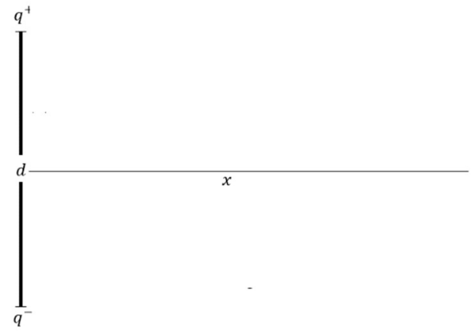
$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i = \sum_{i=1}^{n}k\frac{q_i}{r^2}\hat{r} = \sum_{i=1}^{n}k\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{q_i}{r^2}\hat{r} \qquad (3)$$

Donde $\vec{E}_i$ es el campo debido a cada carga q_i presente en esa región del espacio.

Problema:

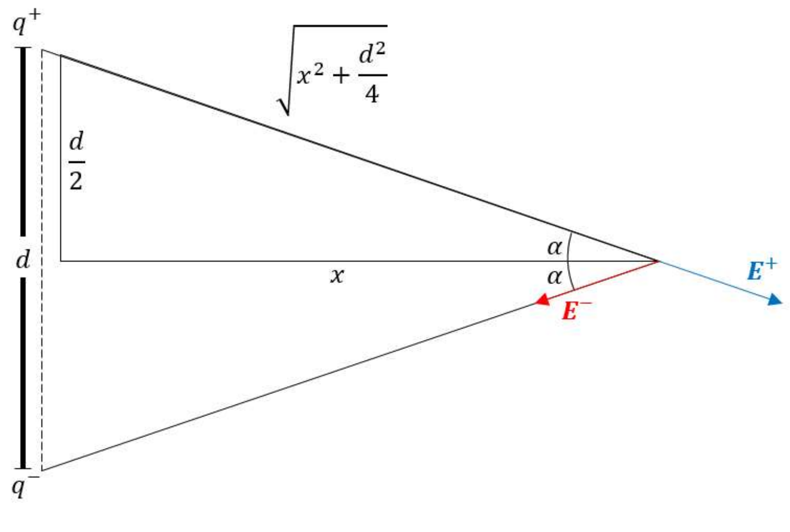
Campo de un dipolo eléctrico. Un dipolo eléctrico es un sistema de dos cargas iguales de distinto signo separadas una pequeña distancia.

Calcular el campo de 2 cargas, $+q$ y $-q$ separadas por una distancia d, en un punto a una distancia x del centro del dipolo y perpendicular a d con $d \ll x$.

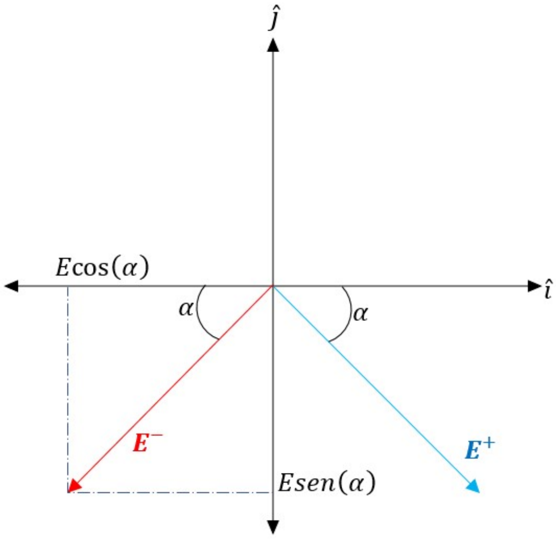


Solución:

El campo eléctrico en el punto x debido a la carga positiva se indica en la figura como E^+ y el campo eléctrico en x debido a la carga negativa se indica como E^-



Si se coloca una base (sistema referencia) en la posición x, los campos debidos a las cargas positiva y negativa quedan como se muestra en la siguiente figura. Los ángulos indicados se obtienen de la simetría del sistema.



La dirección radial para cada carga es diferente en el punto x, por tanto, los vectores unitarios radiales son reemplazados por los vectores unitarios $\hat{\imath}, \hat{\jmath}$ de la base escogida para efectuar la suma vectorial de los campos $E^+ \ y \ E^-$

$$\vec{E} = k\frac{q}{r^2}\hat{r} \quad campo \qquad\qquad E = k\frac{q}{r^2} \quad magnitud\ del\ campo$$

Obsérvese que las magnitudes de los campos $E^+ \ y \ E^-$ son las mismas ya que las cargas son las mismas (solo difieren en el signo) y están a la misma distancia del punto x

$$E^+ = k\frac{q}{\left(x^2 + \frac{d^2}{4}\right)} = E^- = E$$

Aunque tienen la misma magnitud, los campos están orientados de forma diferente luego se escriben los vectores campo en la base establecida y se efectúa la suma vectorial

$$\begin{array}{lcr} \vec{E}^- & = & -E\cos(\alpha)\hat{\imath} - Esen(\alpha)\hat{\jmath} \\ \vec{E}^+ & = & E\cos(\alpha)\hat{\imath} - Esen(\alpha)\hat{\jmath} \\ \hline \vec{E} & = & 0\hat{\imath} - 2Esen(\alpha)\hat{\jmath} \end{array}$$

$$\vec{E} = -2Esen(\alpha)\hat{\jmath}$$

Para escribir explícitamente el seno del ángulo en la ecuación anterior, se recurre a la geometría del sistema de cargas y se obtiene,

$$\vec{E} = -2\frac{kq}{\left(x^2 + \frac{d^2}{4}\right)} \cdot \frac{\frac{d}{2}}{\sqrt{\left(x^2 + \frac{d^2}{4}\right)}}\hat{\jmath}$$

$$\vec{E} = -\frac{kqd}{\left(x^2 + \frac{d^2}{4}\right)^{3/2}}\hat{\jmath}$$

A hora bien, puesto que $d \ll$ x

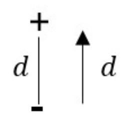
$$x^2 + \frac{d^2}{4} = x^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \approx x^2$$

Así

$$\vec{E} = -\frac{kqd}{x^3}\hat{\jmath}$$

Definiendo el eje dipolar $\vec{d}$

$$\vec{d} = d\hat{\jmath}$$



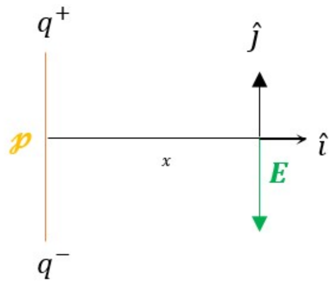
Se puede definir el momento dipolar, $\vec{\wp}$

$$\vec{\wp} = q\vec{d}$$

Y el campo en el punto x se puede expresar

$$\vec{E} = -\frac{k}{x^3}\vec{\wp}$$

En el caso del dipolo considerado aquí



De esta forma el campo queda expresado en términos de las propiedades del dipolo. El cálculo del campo de un dipolo eléctrico ilustra la forma en que se debe calcular el campo en un punto del espacio en donde hay más de una carga eléctrica.

IMPORTANTE

Como ejercicio usted debe calcular el campo eléctrico del dipolo a una distancia x del centro del dipolo y

i) A la izquierda
ii) Arriba
iii) Abajo

del centro del eje del dipolo