

ANÁLISIS DE CIRCUITOS EN CORRIENTE ALTERNA

Para iniciar el estudio de circuitos en corriente alterna es necesario analizar las características y representación de la señal de CA (corriente alterna en español o AC en inglés *alternating current*). La señal de voltaje CA, tiene forma de onda seno u onda sinusoidal como se presenta en la Figura 1, y se caracteriza con tres parámetros: **Amplitud, frecuencia y fase**. La onda seno es una onda periódica, es decir que se repite a intervalos regulares y donde una variación completa se conoce como un ciclo.

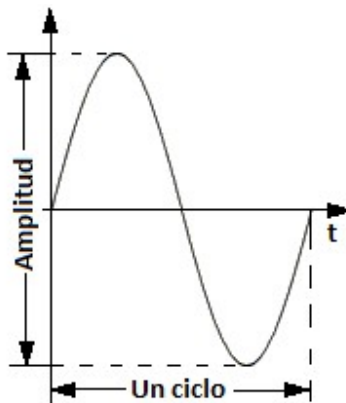


Figura 1. Forma de onda sinusoidal para CA.

AMPLITUD DE UNA ONDA SENO

La amplitud de una onda seno se puede definir y de diferentes maneras de acuerdo a lo presentado en la

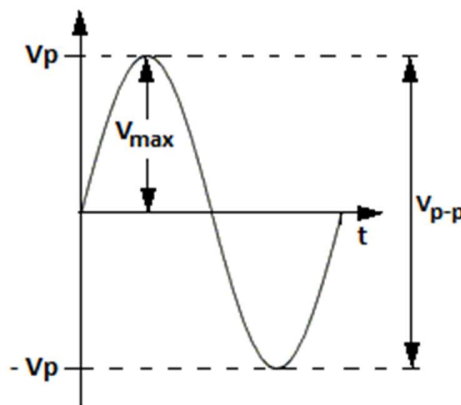


Figura 2. Definiciones de amplitud para una onda sinusoidal.

- **Valor Máximo (V_{\max}) o Valor Pico (V_p):** Es el valor máximo que toma la onda con respecto a cero.
- **Valor pico a pico (V_{p-p}):** Se mide entre los picos máximo y mínimo de la onda, y se puede expresar como: $V_{p-p}: 2V_p$.
- **Valor efectivo, eficaz o rms:** por definición expresa cuantos voltios o amperios de corriente directa equivalente a una forma de onda que varía con el tiempo en términos de su capacidad para producir potencia promedio. Se puede calcular el valor eficaz de una onda seno utilizando la siguiente expresión:

$$V_{rms} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{V_p}{\sqrt{2}}$$

O se puede expresar el Valor pico en términos del valor efectivo utilizando la siguiente expresión:

$$V_p = V_{max} = \sqrt{2} V_{rms}$$

FRECUENCIA Y PERIODO EN UNA ONDA SENO

La **frecuencia** por definición, es el número de ciclos por segundo de una forma de onda, se denota por la letra minúscula **f** y su unidad es el Hertz (Hz), donde **1 Hz = 1 ciclo por segundo**. Por su parte el **periodo T** de una forma de onda, es la duración de un ciclo y su unidad son los segundos. Las siguientes expresiones relacionan la frecuencia y el periodo entre sí.

$$f = \frac{1}{T} \text{ (Hz)} \quad T = \frac{1}{f} \text{ (segundos)}$$

Ejemplo 1:

- a) ¿Si un voltaje sinusoidal tiene una frecuencia de 60Hz, cuánto durará un ciclo de su señal?
- b) ¿Si un ciclo completo de una señal tiene una duración de 2 µseg, Cuál será el valor de su frecuencia?

Respuestas:

- a) $T = \frac{1}{60 \text{ Hz}} = 16,66 \text{ mseg}$
- b) $f = \frac{1}{2 \text{ µseg}} = 500 \text{ KHz}$

El concepto de fase en una onda sinusoidal se explicará en el siguiente apartado, después de explicar la representación matemática de un voltaje de CA.

REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA DE UN VOLTAJE DE CA

El voltaje de CA se representa mediante la siguiente expresión matemática, donde V_{max} es el voltaje máximo o voltaje pico (V_p) y α , para este caso está dado en grados, como se presenta en la Figura 3:

$$v = V_{max} \text{ Sen } \alpha \text{ (Voltios)} \quad \text{Ecuación 1}$$

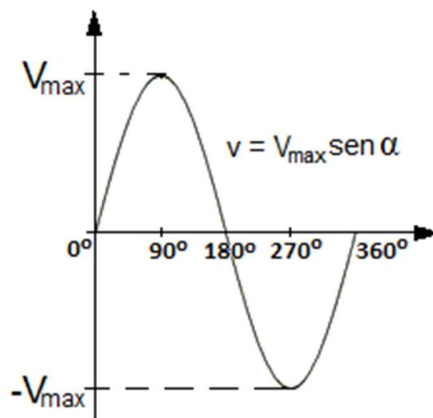


Figura 3. Forma de onda con α en grados.

Otra manera de expresar lo planteado en la Ecuación 1, es utilizando la velocidad angular que viene dada en radianes por segundo y donde $\alpha = \omega t$, por lo tanto la Ecuación 1, quedaría de la siguiente forma:

$$v = V_{\max} \text{ Sen } \omega t \quad \text{Ecuación 2}$$

Por lo tanto la onda sinusoidal de la Ecuación 1, gráficamente se puede representar de cómo se muestra en la Figura 4, donde en la parte (a) está en grados, (b) en radianes y (c) periodo.

Con base en lo presentado en la Figura 4, ω , T y f se pueden relacionar entre sí, por lo tanto un ciclo de una onda seno puede representarse como $\alpha = 2\pi$ radianes o $t = T \text{ seg}$, y si se reemplaza en $\alpha = \omega t$ se obtienen las siguientes relaciones:

$$2\pi \text{ (rad)} = \omega T$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ (rad/seg)}$$

$$\omega = 2\pi f \text{ (rad/seg)}$$

De acuerdo a la relación obtenida anteriormente, la Ecuación 1 quedaría de la forma:

$$v = V_{\max} \text{ Sen } (2\pi f t)$$

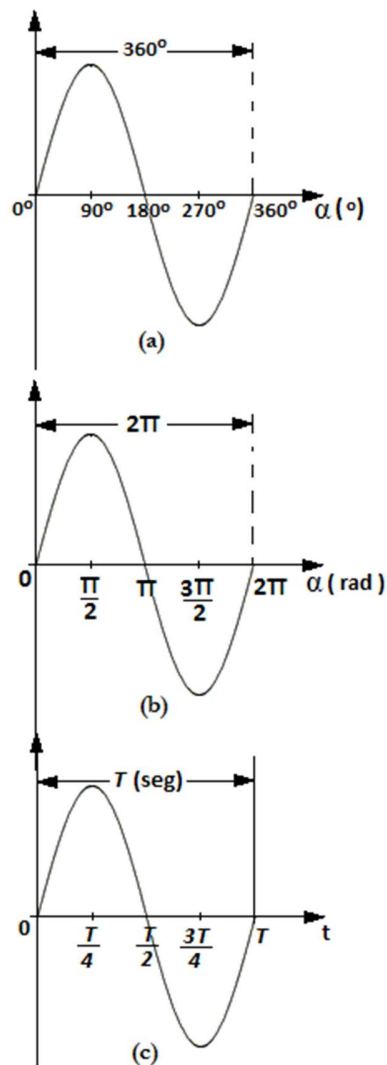


Figura 4. Comparación entre los diferentes ciclos que se puede representar una onda sinusoidal.

Ejemplo 2: Para un voltaje de CA de $4V_{\max}$ y una frecuencia de 25KHz, resuelva lo siguiente:

- Dibuje un ciclo completo de la onda en el dominio del tiempo.
- Calcule el tiempo en que la onda alcanza su valor máximo en ambos semiciclos.
- En qué tiempo la onda alcanza un valor de $3V_{\max}$.

Solución:

- Para dibujar un ciclo completo de la onda es necesario calcular su período, $T = 1/f = 1/25\text{KHz} = 40\mu\text{seg}$. Con base en esto, en la Figura 5 se puede apreciar el ciclo completo de la forma de onda:

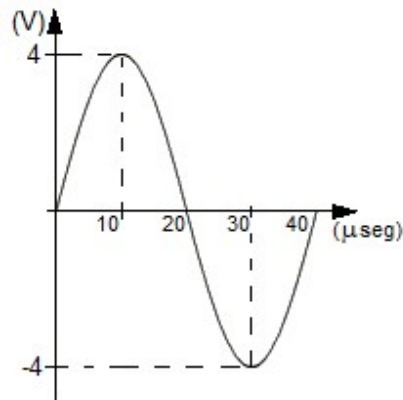


Figura 5. Ciclo completo de la forma de onda.

- b) El cálculo del tiempo en que la onda alcanza su valor máximo se puede calcular de manera gráfica o de manera analítica. De manera gráfica como se aprecia en la Figura 5, la onda seno es simétrica, por lo cual gráficamente se puede apreciar que en la mitad de cada semiciclo se alcanza el valor máximo, es decir, en $10\mu\text{seg}$ alcanza un valor de 4V y en $30\mu\text{seg}$ llega a -4V .

De manera analítica se debe despejar t de la siguiente expresión:

$$v = V_{max} \text{Sen } \omega t = V_{max} \text{Sen } (2\pi f)t$$

Reemplazando los valores a despejar, se obtiene:

$$4 = 4 \text{Sen } (2\pi(25\text{KHz}))t$$

Se debe recordar que para realizar esta operación se debe trabajar en radianes, por lo tanto, despejando quedaría la siguiente expresión:

$$\text{Sen}^{-1}(1) = 157080t$$

$$t \approx 10\mu\text{seg}$$

Para calcular el tiempo cuando la onda llega a -4V , se debe tener en cuenta que ya ha transcurrido el semiciclo positivo por lo cual al tiempo calculado, se le deben sumar los $20\mu\text{seg}$ de duración del primer semiciclo. El tiempo que tarda la onda en llegar a -4V sería $30\mu\text{seg}$.

- c) Para calcular el tiempo que la onda llega a 3V , se procede de manera similar como en el ítem anterior:

$$3 = 4 \text{Sen } (2\pi(25\text{KHz}))t$$

$$\text{Sen}^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 157080t$$

$$t_1 = 5,39\mu\text{seg}$$

Debido a que la onda es simétrica, tomará el valor de 3V en la primera mitad del semiciclo positivo y en la segunda mitad del mismo semiciclo. Para calcular dicho tiempo se procede de la siguiente manera:

$$t_2 = \frac{T}{2} - t_1 = 20\mu\text{seg} - 5,39\mu\text{seg} = 14,61\mu\text{seg}$$

En la Figura 6 se puede apreciar la representación de los tiempos t_1 y t_2 :

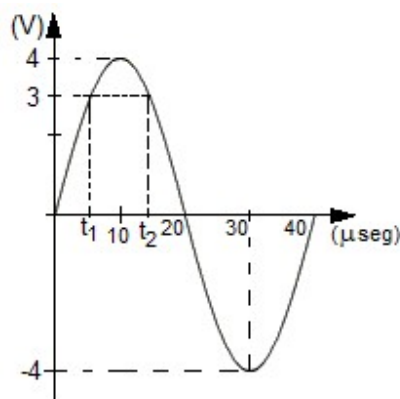


Figura 6. Cálculo de los tiempos para el ítem c).

Ejercicio 1: Para un voltaje ca de $120 V_{rms}$ y frecuencia 60Hz resuelva los siguientes ítems:

- Dibuje un ciclo completo de la señal en el dominio del tiempo indicando sus respectivos valores máximos.
- En qué instante la onda toma un valor de $50V_{rms}$.
- Calcule el voltaje cuando $t = 11\text{mseg}$.

DESPLAZAMIENTO DE FASE EN ONDAS SINUSOIDALES

Las señales sinusoidales analizadas hasta el momento siempre inician en $t=0$ seg, como se muestra en la Figura 6. Pero si la onda no empieza en $t=0$ seg, se dice que tiene un **desplazamiento de fase**. Este desplazamiento de fase se puede presentar hacia la izquierda o derecha del punto $t=0$ seg, como se aprecia en la Figura 7. Para la onda desplazada hacia la izquierda (Ver Figura 7 (a)) la representación matemática sería:

$$v = V_{max} \text{Sen}(\omega t + \theta)$$

Y para una onda desplazada hacia la derecha (Ver Figura 7 (b)), la representación matemática sería:

$$v = V_{max} \text{Sen}(\omega t - \theta)$$

Se debe tener en cuenta que dentro de la función seno, de las expresiones anteriores, hay unidades mezcladas, es decir ωt está dado en radianes y θ en grados. Por lo cual antes de realizar cualquier tipo de cálculo, se deben convertir los ángulos a la misma unidad.

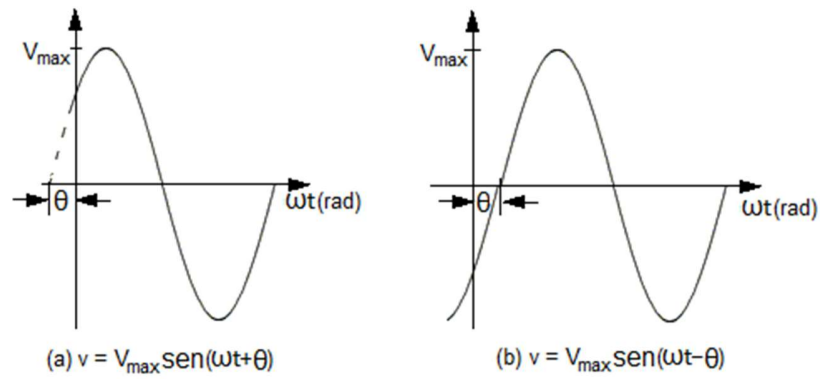


Figura 7. Formas de onda seno con desplazamiento de fase.

Ejercicio 2: Para un voltaje de 2V y una frecuencia de 60Hz y un desfase positivo de 60° , calcule el tiempo que la onda tarda en llegar a 1.8V.