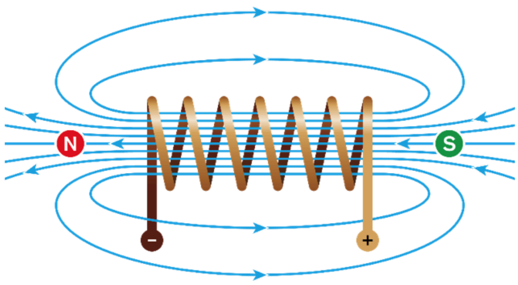
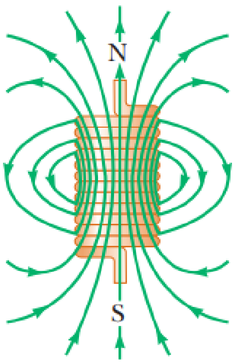
CAMPO MAGNÉTICO DE UN SOLENOIDE

Autores:
Esteban Gaviria Zambrano
Juan Manuel Díaz Moreno
Santiago Valencia García
Katerine Valens Orejuela

Introducción:

Un solenoide es un alambre largo enrollado con forma de hélice**,** mayormente conocido como una bobina de alambre conductor, enrollada en forma de espiral. Al ser atravesado por una corriente eléctrica produce un campo magnético uniforme en su interior. En el caso de que la distancia entre las vueltas sea pequeña, es decir, que estén apretadas, el solenoide se comportará como un imán, el cual tiene polo Norte y Sur. Conforme se incrementa la longitud del solenoide, el campo interior se vuelve más uniforme y el exterior más débil.





Un solenoide ideal tiene una longitud mayor a los radios de las vueltas y vueltas apretadas. Esta configuración es conveniente, pues en un solenoide ideal se hace posible aplicar la ley de Ampère para obtener una expresión de campo magnético en su interior.

La ley de Ampère está definida por la siguiente expresión:

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = \mu_0 I$$

Donde μ_0 es la permeabilidad del vacío e I es la corriente eléctrica.
En este artículo se explora cómo con la ley de ampere es posible hallar una expresión cuantitativa del campo magnético producido en un solenoide ideal al aplicar una corriente eléctrica.

Desarrollo:

Consideremos un solenoide ideal que porta una corriente I, el cual es seccionado verticalmente como en la Figura 3, en la que se observa una sección transversal longitudinal del solenoide.

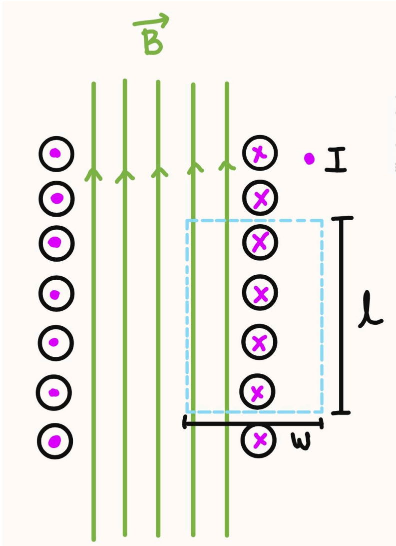


Figura 3: Solenoide Seccionado Verticalmente

Donde los puntos y equis en color morado simboliza la corriente eléctrica entrando y saliendo de las espiras del solenoide. Así como las líneas verdes simbolizan el campo magnético al interior. Dado que el solenoide es ideal, el campo al interior es uniforme y paralelo al eje interior, mientras que en el exterior el campo es lo suficientemente débil para ser considerado nulo. Bajo estas condiciones, es posible aplicar la ley de Ampére.

Consideremos el camino cerrado rectangular con longitud l y ancho. En esta sección se puede aplicar la ley de Ampére evaluando la integral en cada lado del rectángulo, para ello observemos la Figura 4, en donde fragmentamos el área rectangular en seis partes.

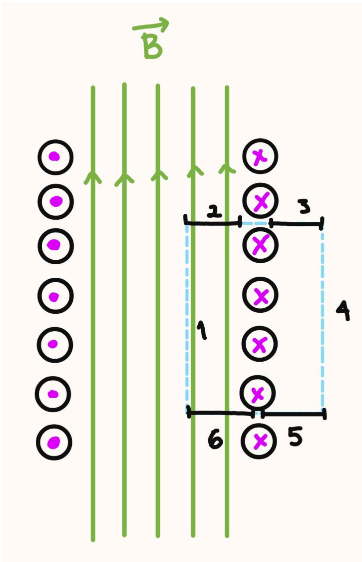


Figura 4: Área Seccionada

Ahora para aplicar la ley de Ampére en este punto es necesario tomar el camino en cada uno de los seis fragmentos, la suma de estas integrales será la circulación del campo, por lo que separamos la integral de camino cerrado en sus seis componentes.

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = \int_1^2 \vec{B} \cdot \vec{ds} + \int_2^3 \vec{B} \cdot \vec{ds} + \int_3^4 \vec{B} \cdot \vec{ds} + \int_4^5 \vec{B} \cdot \vec{ds} + \int_5^6 \vec{B} \cdot \vec{ds} + \int_6^1 \vec{B} \cdot \vec{ds}$$

Sabemos que el $\vec{ds}$ es el vector infinitesimal que representa un pequeño segmento del camino cerrado a lo largo del cual se está integrando el campo magnético B. Por lo tanto apunta en sentido de la trayectoria del camino cerrado tal como podemos observar en la Figura 6.

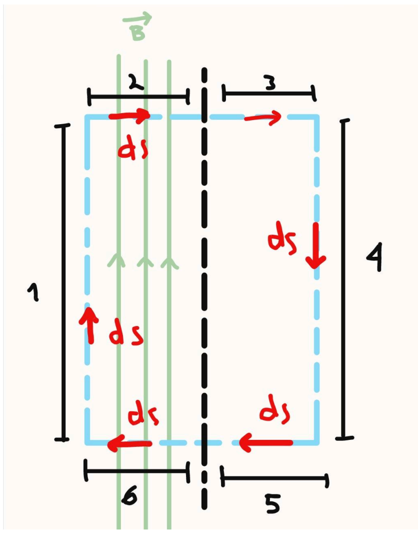


Figura 6: Área Segmentada y Vector ds

Con base a la anterior imagen los ángulos entre el campo y el ds para cada sección son:

Sección 1: $B \,||\, ds$
Sección 2: $B \perp ds$
Sección 3: $B \perp ds$
Sección 4: $B \,||\, (-\, ds)$
Sección 5: $B \perp ds$
Sección 6: $B \perp ds$

De esta manera resolviendo el producto escalar para cada integral tenemos:

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = \int_1^2 B \cdot ds \cdot cos(0) + \int_2^3 B \cdot ds \cdot cos(90) + \int_3^4 B \cdot ds \cdot cos(90) + \int_4^5 B \cdot ds \cdot cos(180) + \int_5^6 B \cdot ds \cdot cos(90) + \int_6^1 B \cdot ds \cdot cos(90)$$

Por lo tanto:

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = \int_1^2 B \cdot ds \cdot (1) + \int_2^3 B \cdot ds \cdot (0) + \int_3^4 B \cdot ds \cdot (0) +$$

$$\int_4^5 B \cdot ds \cdot (-1) + \int_5^6 B \cdot ds \cdot (0) + \int_6^1 B \cdot ds \cdot (0)$$

Finalmente nos queda la siguiente expresión:

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = \int_1^2 B \cdot ds + \int_4^5 - B \cdot ds$$

Observemos que la integral de 1 a 2 representa la sección 1 y la integral de 4 a 5 la sección 4 en la Figura 6. Recordemos que en un solenoide ideal el campo fuera de él es nulo, por lo tanto podemos despreciar este último elemento de la integral. De esta manera sabemos que la circulación de campo está determinada únicamente por la integral en la sección 1.

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = \int_1^2 B \cdot ds$$

Resolvemos la integral, sabiendo que el ds en la sección uno corresponde a la longitud l del área considerada.

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = B \int_1^2 ds = B\, l$$

Recordemos la ley de Ampére, en la cual la parte izquierda de la ecuación representa la circulación de campo en un camino cerrado y la parte derecha indica la intensidad de corriente que atraviesa dicho camino. Aplicando esta definición en nuestro caso, la corriente total a través del área rectangular equivale a el número de vueltas, el cual denominaremos N, multiplicado por la intensidad de corriente en cada vuelta del solenoide. En la longitud l del área del rectángulo el número de vueltas es N, la corriente total en el rectángulo será NI. En este orden de ideas la ley de ampere para el solenoide queda como:

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = Bl = \mu_0 NI$$

Despejando el campo magnético de esta ecuación tenemos que:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l}$$

Si denominamos $n = N/l$, que indica número de vueltas por unidad de longitud, finalmente la expresión de campo magnético en un solenoide nos quedará como:

$$B = \mu_0 nI$$

Problema:

Un solenoide está diseñado para producir un campo magnético de $0.0270\ T$ en su centro. Tiene un radio de $1.40\ cm$ y longitud de $40.0\ cm$, y el alambre puede conducir una corriente máxima de $12.0\ A$.

a. ¿Cuál es el número mínimo de vueltas por unidad de longitud que debe tener el solenoide?
R/
Se tiene en cuenta la fórmula del campo magnético en el interior de un solenoide ideal:

$$B = \mu_0 n I$$

Donde:

- B es el campo magnético.
- μ_0 es la permeabilidad del vacío ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} T \cdot \frac{m}{A}$).
- n es el número de vueltas por unidad de longitud.
- I es la corriente.

Se parte de los datos proporcionados y se despeja n de la fórmula del campo magnético:

$$n = \frac{B}{\mu_0 I}$$

Se sustituyen valores:

$$n = \frac{0.0270\, T}{(4\pi \times 10^{-7}\, T \cdot \frac{m}{A}) \times 12.0\, A} \approx 1790\, vueltas/m$$

Entonces, el número mínimo de vueltas por unidad de longitud n que debe tener el solenoide es aproximadamente $1790\, vueltas/m$.

b. ¿Cuál es la longitud total del alambre que se requiere?
R/
Para encontrar la longitud total del alambre necesario, primero se debe encontrar el número total de vueltas N. Se usa la fórmula que relaciona N con n:

$n = \frac{N}{l}$; $N = n \times l$

Usamos el valor de n encontrado anteriormente y la longitud proporcionada en el problema:

$$N = 1790\, vueltas/m \times 0.400\, m = 716\, vueltas$$

Para la longitud total del alambre, se necesita considerar la longitud de una vuelta. Dado que el radio del solenoide es $r = 1.40\, cm = 0.014\, m$, la longitud de una vuelta (perímetro de un círculo) es:

$$Longitud\ de\ una\ vuelta = 2\pi r$$
$$Longitud\ de\ una\ vuelta = 2\pi \times 0.014\, m \approx 0.088\, m$$

Finalmente, la longitud total del alambre necesario L_{total} es:

$$L_{total} = N \times Longitud\ de\ una\ vuelta$$
$$L_{total} = 716 \times 0.088\, m \approx 63\, m$$

Por lo tanto, la longitud total de alambre requerida es aproximadamente $63\, m$.

Conclusión:

Después de estudiar la teoría y las ecuaciones que describen el campo magnético en un solenoide, es importante comprender las aplicaciones prácticas de este dispositivo. Los solenoides son componentes fundamentales en diversos campos de la tecnología y la ingeniería, gracias a su capacidad para generar campos magnéticos controlados. Algunas de las aplicaciones más importantes incluyen:

- **Electroimanes:** Los solenoides se utilizan para crear electroimanes, que son esenciales en la industria para levantar objetos pesados de metal, separar materiales ferrosos en el reciclaje y en sistemas de cierre eléctrico.
- **Válvulas Electromagnéticas:** En la automatización industrial, los solenoides operan válvulas que controlan el flujo de líquidos o gases, siendo cruciales en sistemas hidráulicos y neumáticos.
- **Relés y actuadores:** Los solenoides actúan como relés en circuitos eléctricos, permitiendo el control de corrientes altas con señales de bajo voltaje, y como actuadores en dispositivos mecánicos, convirtiendo energía eléctrica en movimiento.

Estas aplicaciones demuestran la versatilidad y la importancia del solenoide en la tecnología moderna, reflejando su papel esencial en la evolución de dispositivos electromecánicos y sistemas de control.

Bibliografías:

- *Serway 7° edición vol. 2.pdf.* (s. f.). Google Docs. https://docs.google.com/file/d/0B1tSxmNsPvTsZDJ4T0lhQUpsNEU/edit?resourcekey=0-aGAoae3fChb-8tq_yAO5DQ

- Universidad del País Vasco. (n.d.). Campo magnético de un solenoide. 19 de mayo de 2024. http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/magnetico/solenoide/solenoide.html