

Tema: Ciclotrón

Autores:

- Lina Andrade
- Kevin Steven Nieto
- Ricardo Urbina
- Santiago Escobar

✓ Introducción:

El ciclotrón es un dispositivo que acelera partículas con carga a altas velocidades mediante los campos eléctrico y magnético. Cuando una partícula con carga ingresa con velocidad v en un cierto ángulo respecto a la dirección del campo magnético experimenta una fuerza magnética dada por:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

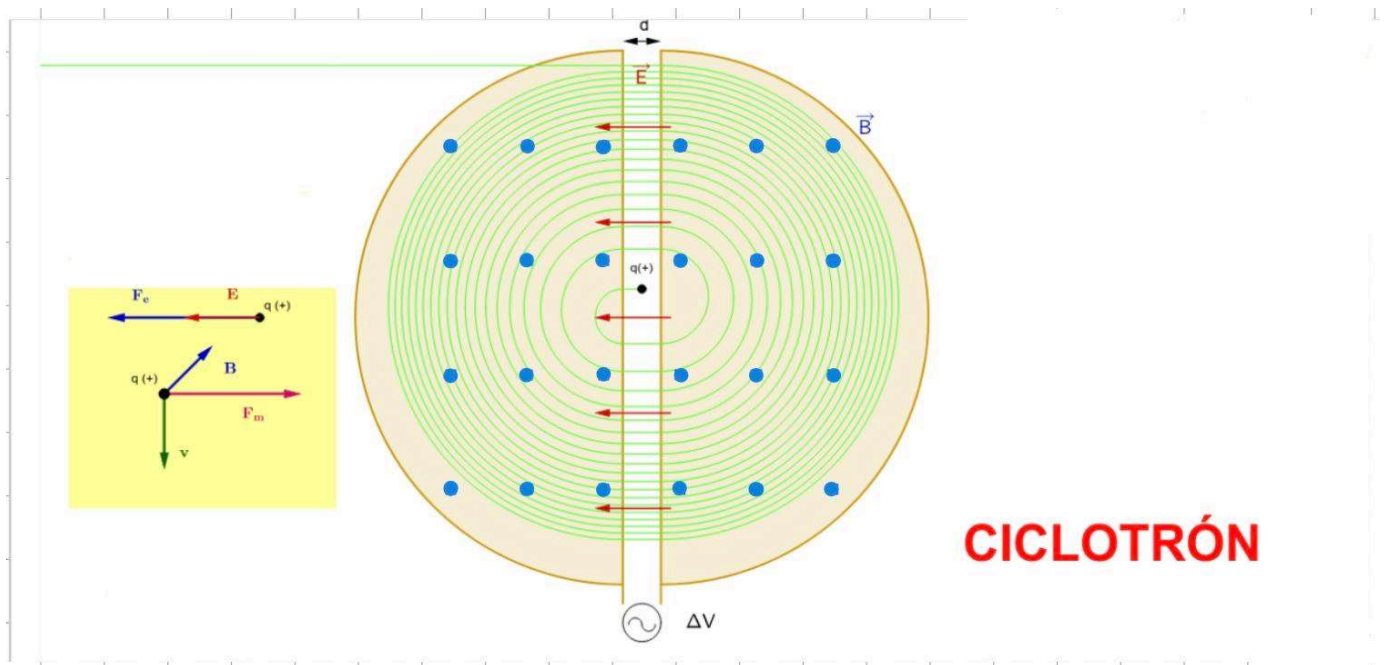
Y, en el caso de una partícula con carga en una región de campo eléctrico, la partícula experimenta una fuerza eléctrica dada por:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

A continuación, se verá como estas dos expresiones permiten diseñar y operar este dispositivo.

✓ Desarrollo:

✓ 1. Análisis de vectores



CICLOTRÓN

De la anterior gráfica, se ve el ciclotrón desde la posición de un observador arriba del mismo. Se puede apreciar el comportamiento de los vectores campo eléctrico, \vec{E} , y el campo magnético, \vec{B} . Como también el comportamiento de las fuerzas eléctricas y fuerzas magnéticas generadas por los campos presentes en el funcionamiento del ciclotrón. Las cuales funcionan como fuerza aceleradora y fuerza deflectora respectivamente. Las líneas verdes representan la trayectoria que sigue la partícula por la interacción de las fuerzas presentes. Se aprecia las direcciones de los vectores campo, velocidad y la fuerza magnética.

✓ 2. Explicación del movimiento, radio, velocidad y periodo

Puesto que el funcionamiento del ciclotrón se basa en la interacción de los campos eléctricos y magnéticos junto a las fuerzas relacionadas a los mismos, se analiza la fuerza magnética con el modelo de una partícula bajo una fuerza neta para la segunda ley de Newton, $F_B = ma$.

Dado que la fuerza magnética es $F_B = qvB$, se tiene el siguiente análisis:

$$F_B = qvB$$

$$F_B = ma$$

$$ma = qvB$$

Ahora bien, la partícula en el proceso de aceleración dentro del ciclotrón sigue una trayectoria circular. Por tanto, sigue una aceleración centrípeta, $a = \frac{v^2}{r}$. Con lo cual

$$qvB = m \frac{v^2}{r} \quad (1)$$

De la expresión anterior podemos despejar el radio r :

$$r = \frac{mv}{qB} \quad (2)$$

Se observa que el radio es proporcional a la cantidad de movimiento lineal, mv , e inversamente proporcional a la carga de la partícula. Como también se puede obtener la expresión para la velocidad:

$$v = \frac{qBr}{m} \quad (3)$$

Por otro lado, podemos definir la rapidez angular w como la medida de qué tan rápido se presentan las oscilaciones. También denominada como frecuencia de ciclotrón:

$$w = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \quad (4)$$

Ahora bien, con esto se realiza el análisis del periodo. Se entiende por periodo el intervalo de tiempo que necesita la partícula para completar una revolución, esto es igual a la circunferencia del círculo dividido entre la rapidez de la partícula:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\frac{qBr}{m}} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Y también podemos calcular su frecuencia f :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$$

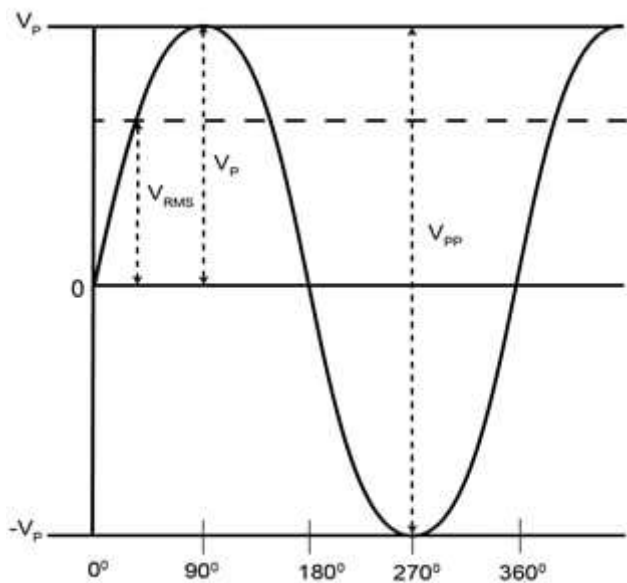
Con esto, se puede observar que tanto su periodo como su frecuencia no depende ni de la velocidad que tome la partícula ni del radio de la trayectoria circular que toma la partícula.

✓ 3. Análisis de voltaje en CA

Se sabe que el voltaje en la corriente alterna se puede expresar por medio de una función sinusoidal de la forma:

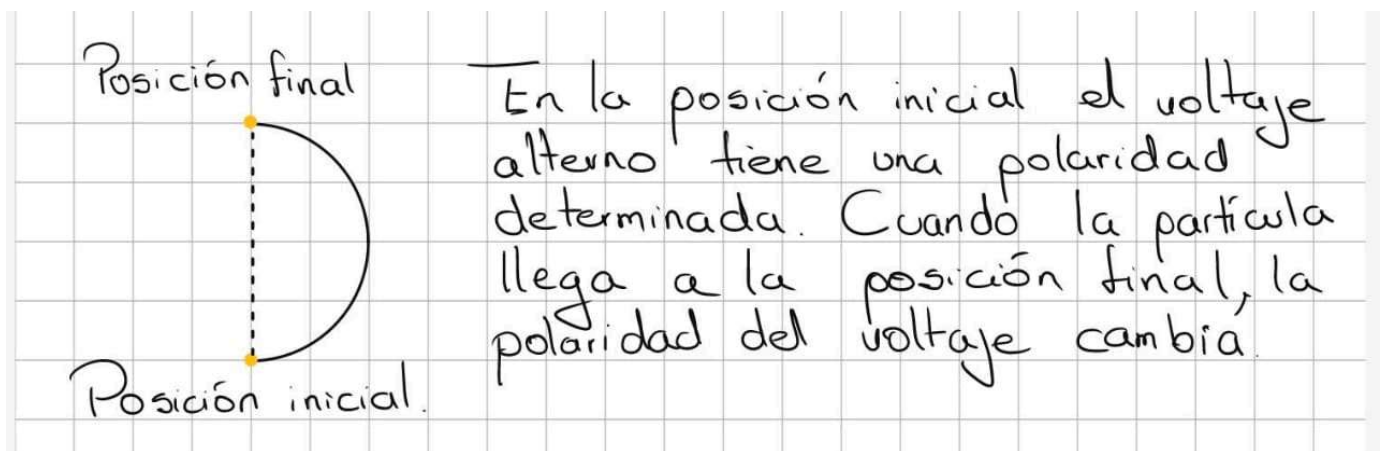
$$V(t) = V_{max} \text{sen}(wt + \theta)$$

donde $w = 2\pi f$ y sabemos que $f = \frac{1}{T}$, a partir de esta idea podemos sincronizar los periodos de la posición de la partícula en la espiral del trayecto y el periodo del voltaje.



4. Sincronización del cambio de polaridad de la fuente de voltaje alterna y la posición de partícula.

Los periodos se deben sincronizar tal que completado un semicirculo la polaridad cambie, como se ve en la siguiente imagen:



Para ello, se parte de que la frecuencia angular de la función $V(t) = V_{max} \text{sen}(wt + \theta)$ debe tener una frecuencia asociada en la que se use $T = \frac{2\pi m}{qB}$, por lo que:

$$\omega = 2\pi \frac{qB}{2\pi m} = \frac{qB}{m}$$

Entonces se llega a la función

$$V(t) = V_{max} \text{Sen}\left(\frac{qB}{m}t\right)$$

De esta manera coincide el periodo de la trayectoria de la partícula y el de la fuente de voltaje.

✓ 5. Análisis del campo eléctrico y la fuerza de aceleración

La diferencia de potencial entre las placas D_1 y D_2 genera un campo eléctrico que provoca una de aceleración tal que la energía cinética aumenta $q \triangle V[U]$, tantas veces pase por la brecha entre D_1 y D_2 . Entonces su energía cinética es $nq \triangle V$.

La energía cinética final se da por la expresión

$$nq \triangle V = \frac{1}{2}mV_F^2 - \frac{1}{2}mV_i^2$$

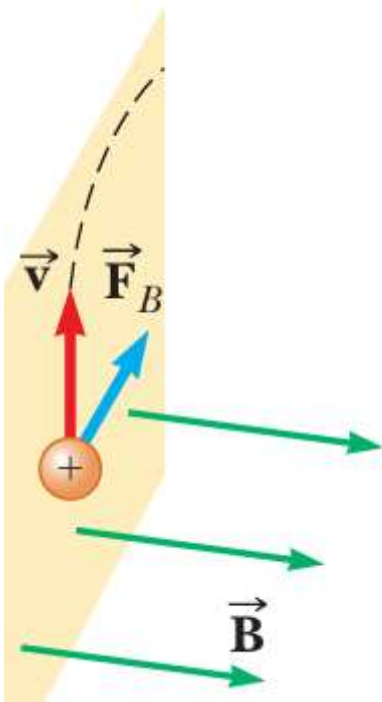
$$nq \triangle V = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m} - \frac{q^2 B^2 0}{2m}$$

$$nq \triangle V = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m}, \text{ Con } R \text{ siendo el radio de las } D\text{'s}$$

✓ 6. Análisis del campo magnético \vec{B}

El componente en z de la posición de la partícula es paralela a la dirección de campo magnético, por tanto no exista fuerza deflectora que afecte dicho eje.

Sin embargo, para un movimiento cual sea en el plano XY , es afectado por el campo magnético tal que:



✓ Problema:

Un ciclotrón, concebido para acelerar protones, tiene un radio exterior de $0.350m$. Los protones son emitidos, prácticamente desde el reposo, por una fuente ubicada en el centro y son acelerados por una diferencia de potencial de $600V$ cada vez que atraviesan el espacio existente entre las "des". Éstas están instaladas entre los polos de un electroimán de campo $0.800 T$.

- Determine :

a) La frecuencia del ciclotrón para los protones en este ciclotrón.

b) La rapidez a la cual los protones salen del ciclotrón.

c) La energía cinética máxima.

✓ **A.**

- Determine la frecuencia del ciclotrón para los protones en este ciclotrón.

$$\omega = \frac{|q|B}{m} = \frac{(1.6 \cdot 10^{-19} \cdot C)(0.8 \frac{N \cdot s}{Cm})}{1.6 \cdot 10^{-27} kg} = \frac{1.6 \cdot 0.8}{1.67} \cdot 10^8 = 0.76646 \cdot 10^8 = 7.6646 \cdot 10^7$$

✓ **B.**

Determine la rapidez a la cual los protones salen del ciclotrón

$$V_F = \omega r = 7.6646 \cdot 10^7 \frac{rad}{s} \cdot 0.350m = 2.68 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$$

✓ **C.**

Energía cinética máxima

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1.67 \times 10^{-27} kg)(2.68 \times 10^7 \frac{m}{s})^2 = 5.997304 \times 10^{-13} kg \frac{kg \times m^2}{s^2} =$$

Cambio a electrón-voltios (eV) :

$$5.997304 \times 10^{-13} \text{ kgJ} \frac{\text{eV}}{1.610^{-19}} = 3.76 \times 10^6 \text{ eV}$$

✓ **Conclusión:**

Anteriormente, se abordaron los conceptos matemáticos clave para comprender mejor el funcionamiento del ciclotrón. Ahora, se aplicarán dichos conceptos en un contexto práctico.

Partículas de alta energía emiten radiación ionizante, la cual puede causar fallas en sistemas eléctricos. Estas fallas a menudo se originan cuando una única partícula ionizante atraviesa una región sensible del dispositivo, generando una carga inducida que puede afectar inmediata y temporalmente su funcionamiento, e incluso provocar daños permanentes.

Las fallas se clasifican según el tipo de daño producido. Pueden afectar directamente los componentes de un circuito, siendo estos destructivos, o pueden alterar datos de memoria, tal