



A OTRO
NIVEL

Lógica digital

Febrero de 2024

Algebra de Boole

Objetivos:

- Aplicar los axiomas y teoremas para simplificar ecuaciones booleanas.
- Aplicar algebra de Boole a variables binarias
- Comprender la dualidad en axiomas y teoremas.

Axiomas del algebra de Boole

	Axioma	Dual	Nombre
A1	$B = 0 \text{ si } B \neq 1$	$B = 1 \text{ si } B \neq 0$	Campo binario
A2	$\bar{0} = 1$	$\bar{1} = 0$	NOT
A3	$0 \cdot 0 = 0$	$1 + 1 = 1$	AND/OR
A4	$1 \cdot 1 = 1$	$0 + 0 = 0$	AND/OR
A5	$0 \cdot 1 = 1 \cdot 0 = 0$	$1 + 0 = 0 + 1 = 1$	AND/OR

Dual: reemplazar: \cdot con $+$
 0 con 1

Teoremas de una variable

Teoremas de una sola variable

	Axioma	Dual	Nombre
T1	$B \cdot 1 = B$	$B + 0 = B$	Identidad
T2	$B \cdot 0 = 0$	$B + 1 = 1$	Elemento nulo
T3	$B \cdot B = B$	$B + B = B$	Idempotencia
T4	$\overline{\overline{B}} = B$		Involución
T5	$B \cdot \overline{B} = 0$	$B + \overline{B} = 1$	Complemento

Dual: reemplazar: \cdot con $+$
 0 con 1

Teoremas de varias variables

Teoremas de varias variables

	Axioma	Dual	Nombre
T6	$B \cdot C = C \cdot B$	$B + C = C + B$	Conmutativa
T7	$(B \cdot C) \cdot D = B \cdot (C \cdot D)$	$(B + C) + D = B + (C + D)$	Asociativa
T8	$B \cdot (C + D) = (B \cdot C) + (B \cdot D)$	$B + (C \cdot D) = (B + C)(B + D)$	Distributiva
T9	$B \cdot (B + C) = B$	$B + (B \cdot C) = B$	Cobertura
T10	$B \cdot \bar{B} = 0$	$B + \bar{B} = 1$	Combinación
T11	$(B \cdot C) + (\bar{B} \cdot D) + (C \cdot D)$ $= (B \cdot C) + (\bar{B} \cdot D)$	$(B + C) \cdot (\bar{B} + D) \cdot (C + D)$ $= (B + C) \cdot (\bar{B} + D)$	Consenso

Teoremas de varias variables

T9	$B \cdot (B + C) = B$	$B + (B \cdot C) = B$	Cobertura
----	-----------------------	-----------------------	-----------

Prueba: inducción perfecta

B	C	$(B+C)$	$B(B+C)$
0	0		
0	1		
1	0		
1	1		

Teoremas de varias variables

T9	$B \cdot (B + C) = B$	$B + (B \cdot C) = B$	Cobertura
----	-----------------------	-----------------------	-----------

Prueba: con teoremas y axiomas

$$\begin{aligned}
 B \bullet (B+C) &= B \bullet B + B \bullet C \\
 &= \mathbf{B} + B \bullet C \\
 &= \mathbf{B \bullet 1} + B \bullet C \\
 &= B \bullet (1 + C) \\
 &= B \bullet (\mathbf{1}) \\
 &= B
 \end{aligned}$$

Distributiva
 Idempotencia
 Elemento nulo
 Distributiva
 Elemento nulo
 Identidad

Teorema de Morgan

T12	$\overline{B \cdot C \cdot D \dots} = \bar{B} + \bar{C} + \bar{D} \dots$	$\overline{B + C + D \dots} = \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} \dots$
-----	--	--

El complemento del producto es la suma de los complementos

Dual: el complemento de la suma es el producto de los complementos

Simplificando ecuaciones

Simplificar ecuaciones booleanas

- Simplificar en el sentido de mínima suma de productos con el menor número posible de implicants y menor número posible de literales.

Implicants: producto de literales $A\bar{B}C, A\bar{C}, B\bar{C}$

Literales: variables o su complemento $A, \bar{A}, B, \bar{B}, C, \bar{C}$

Simplificar también podría significar menor número posible de compuertas, menor consumo de energía.

Simplificar ecuaciones booleanas

Ejemplo:

$$Y = \bar{A}B + AB$$

$$Y = B$$

Combinativa

or

$$Y = B(A + \bar{A})$$

$$= B(1)$$

$$= B$$

Distributiva
Complemento
Identidad

Gracias